

Bunga Rampai 3

FKIP

Editor
Suratinah, dkk

Universitas Terbuka



Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan

Bunga Rampai 3

Editor
Suratinah, dkk

Universitas Terbuka
2006

**PERPUSTAKAAN
UNIVERSITAS TERBUKA**

Hak Cipta © pada Penulis dan dilindungi Undang-undang
Hak Penerbitan pada Penerbit Universitas Terbuka
Departemen Pendidikan Nasional
Kotak Pos 6666 - Jakarta 10001
Indonesia.

Dilarang mengutip sebagian ataupun seluruh buku ini
dalam bentuk apapun tanpa izin dari penerbit.

Editor:

1. Suratinah
2. Paken Pandiangan
3. Lidwina Sri Ardiasih
4. Arini Noor Izzati
5. Juhana

Penata Letak:
Adang Sutisna
Tri Yulianto

Rancang Sampul:
Adang Sutisna
Tri Yulianto

Edisi kesatu
Cetakan pertama, Januari 2006

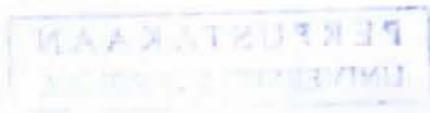
Pendalaah Materi:

1. Rustam
2. Mannan Rumanta
3. Suratinah
4. Ojat Darajat
5. Ucu Rahayu
6. Siti Julaeha
7. Paken Pandiangan
8. Wira Indra Satya
9. Endang Wahyuningrum
10. Surachman Dimiyati
11. Anna Ratnaningsih
12. Lies Setiawati
13. Siti Aisyah
14. Djamus Widagdo

370

BUN BUNGA rampai III fakultas ilmu keguruan dan ilmu pendidikan;
BNBB/Tim penulis FKIP-UT; - Cet. 1 -
Jakarta: Universitas Terbuka 2006
415 hal.; 21 cm
ISBN: 979-689-896-9

1. bunga rampai - FKIP
1. Tim Penulis FKIP-UT



KATA PENGANTAR

Buku Bunga Rampai 3 ini hadir dalam bentuk kumpulan artikel ilmiah yang dihasilkan oleh staf pengajar FKIP-UT, sebagai karya nyata dari buah pikiran dan kerja keras dalam pengabdianya bagi ilmu pengetahuan. Keberadaan Buku Bunga Rampai 3 ini, setelah adanya Buku Bunga Rampai 1 dan 2, turut menyemarakkan kehidupan ilmiah di lingkungan FKIP-UT. Tulisan-tulisan yang terangkum dalam buku ini terdiri dari tulisan tentang ilmu murni dan penerapan pembelajaran dalam ilmu pengetahuan alam, teknologi, sosial, bahasa, dan olahraga. Secara garis besar, di dalam buku ini terdapat artikel-artikel yang berkenaan tentang pembelajaran jarak jauh, peningkatan profesionalisme guru, inovasi dalam pembelajaran, dan wawasan keilmuan.

Keenam belas artikel yang tersusun dalam buku ini dapat dinikmati sesuai dengan kebutuhan dan keinginan dari pembacanya. Walaupun demikian, kami menyadari tentunya masih ada kekurangan di dalamnya. Kritik dan saran tetap kami terima dengan hati terbuka. Semoga semua tulisan yang tersaji mampu memberikan nuansa keilmuan yang semakin menyegarkan alam pikiran, dan cakrawala pengetahuan para pembacanya.

Selamat membaca.

Dekan FKIP-UT



Drs. H. Rustam, M.Pd.

NIP 131 925 717

Daftar Isi

<i>Kata Pengantar</i>	i
<i>Daftar Isi</i>	ii
<i>Sumbangan Faktor Lingkungan Keluarga dan Sekolah Terhadap Keterampilan Membaca Siswa Kelas II SLTP Negeri di Kabupaten Sleman</i>	1
<i>(Esti Pramuki)</i>	
<i>Sebuah Refleksi terhadap Kualitas Bimbingan TAP (Studi Kasus tentang Pelaksanaan Tutorial Tatap Muka TAP 2004.1 di FKIP-UT)</i>	27
<i>(Herawati & Arini Noor Izzati)</i>	
<i>Kualitas Pelayanan Penyelenggaraan Bimbingan Tugas Akhir Program (TAP) FKIP-UT</i>	54
<i>(Juhana)</i>	
<i>Membaca Sebagai Langkah Awal dalam Belajar</i>	78
<i>(Lies Setiawati)</i>	
<i>Hubungan Kinestetik, Kelentukan, dan Pengelolaan Emosi dengan Keterampilan Beladiri Anggar pada Atlet Anggar Kabupaten Karawang</i>	92
<i>(Moekarto Mirman)</i>	
<i>Hubungan antara Kesiapan Membaca Anak TK dengan Status Sosial Ekonomi Orang Tua</i>	127
<i>(Ngadi Marshinah)</i>	

<i>Penggunaan Model Siklus Belajar untuk meningkatkan Pemahaman dan Penerapan Konsep Siswa SD dalam Pembelajaran Konsep Udara</i> <i>(Nurhasanah)</i>	143
<i>Solusi Khusus Gelombang Soliton Manakov Terkoppel</i> <i>(Paken Pandhangan)</i>	167
<i>Persepsi Guru dan Sikap Guru tentang Pembelajaran Terpadu terhadap Kemampuan Mengajar di Sekolah</i> <i>(Sukiniarti)</i>	196
<i>Analisis Laporan Keuangan Koperasi (Studi Kasus pada Koperasi KARUNIKA Jakarta)</i> <i>(Suripto & Rhini Fatmasari)</i>	229
<i>Penghitungan Distribusi Potensial Listrik pada Lempeng Penghantar Homogen dan Isotropik dengan Metode Monte Carlo</i> <i>(Tuti Purwoningsih)</i>	262
<i>The Role of EDTA on The Toxicity of Copper and Nickel to Selenastrum Capricornutum</i> <i>(Ucu Rahayu)</i>	287
<i>Menciptakan Situasi Belajar yang Menumbuhkembangkan Bakat dan Minat Siswa SD terhadap Matematika Melalui Permainan</i> <i>(Yumlati & Elang Krisnadi)</i>	312
<i>Penilaian dalam Proses Pembelajaran</i> <i>(Yusrafuddin & Sunu Dwi Antoro)</i>	338

<i>Implikasi Perubahan UKT Menjadi TAP terhadap Tingkat Kelulusan Mata Kuliah TAP</i>	<i>363</i>
<i>(Widiasih)</i>	

<i>Pelaksanaan Pengembangan Nilai Melalui Pembelajaran dan Kegiatan Sekolah</i>	<i>387</i>
<i>(Amalia Sapriati)</i>	

SOLUSI KHUSUS GELOMBANG SOLITON MANAKOV TERKOPEL

Paken Pandiangan

Abstract

The shape and special solution of Coupled Manakov Soliton Wave (CMSW) equation for multi soliton have been investigated and explored. The CMSW is an exact solution of the N coupled Non-Linear Schrodinger Equation (NLSE). This CMSW equation has incoherent components in the photorefractive medium with Kerr-like slowly responding. In this medium, the refractive index can be determined by intensity adjustment. The CMSW solution has stable shape and profile during its traveling. The CMSW also has a number of independent parameters in term of eigenvalues and relative separation. The shape and profile of CMSW may have symmetric one with a number of maximum peaks. In this reseach obtained eigenvalues of the following. For $N = 1$, we find CMSW owning single peak with eigenvalue $\lambda = 1$; $N = 2$, CMSW owning double peaks with eigenvalue $\lambda = 1$ and $\lambda = 0,25$; and for $N = 3$, CMSW owning triple peaks with eigenvalue $\lambda = 1,0$; $\lambda = 0,25$; $\lambda = 0,20$. In this research we found that special solution of CMSW follows the pattern of Legendre Association with eigenvalue $\lambda = 2\lambda_0$ (for $N = 2$) and $\lambda = 3\lambda_0$, $\lambda_2 = 2\lambda_0$ (for $N = 3$).

Key words: Coupled Manakov Soliton Wave, non-linear Schrolinger equation, fiber optic

A. Pendahuluan

Soliton adalah gelombang nonlinear yang hadir sebagai 'sekumpulan' energi berhingga, stabil, dan dapat menempati ruang terbatas yang tidak menyebar. Ide soliton muncul pada bulan Agustus 1934 ketika John Scott Russel (1808-1882), fisikawan Skotlandia, mengamati fenomena gelombang air di kanal Edinburg-Glasgow. Russel memaparkan hasil pengamatannya dalam sebuah makalah yang diterbitkan dalam *Report of the British Association for the Advancement of Science*. Ia menyebut fenomena ini sebagai "translasi gelombang besar". Gelombang air tersebut merambat lurus tanpa mengalami perubahan yang berarti pada bentuk maupun kecepatannya untuk jarak yang cukup jauh serta dalam rentang waktu yang relatif lama sepanjang kanal (Drazin, 1996).

Persamaan yang mendeskripsikan penalaran gelombang satu arah pada permukaan dangkal kanal diturunkan oleh Korteweg dan de Vries pada tahun 1895 yang memberi perhitungan lengkap solusi persamaan hidrodinamika nonlinear. Perkembangan yang berarti setelah pekerjaan Korteweg-de Vries muncul pada tahun 1965, ketika Zabusky dan Kruskal berhasil mengungkap terjadinya fenomena soliton ini dari persamaan Korteweg-de Vries.

Dalam istilah yang lebih teknis dapat dikatakan, soliton adalah solusi klasik persamaan diferensial nonlinear, yang memiliki energi total berhingga, terlokalisasi dalam ruang, bersifat stabil, nondispersif dengan profil sebaran rapat energinya menyerupai pulsa yang terpusat dalam rentang ruang berhingga. Setiap soliton dicirikan oleh invarian topologi yang menunjukkan sifat kestabilannya. Setelah interaksi nonlinear, soliton muncul kembali, mempertahankan dirinya dengan kecepatan dan bentuk yang sama.

Gejala nonlinear adalah fenomena umum dalam fisika, yakni semua fenomena alam semesta bersifat nonlinear. Benda jatuh bebas, jika interaksi dengan udara diperhitungkan maka ia adalah fenomena nonlinear. Aplikasi soliton dalam sains muncul di banyak bidang. Mulai dari fisika partikel dan nuklir, zat padat, plasma, fluida, biofisika hingga kosmologi. Dalam tinjauan partikel, dapat dibayangkan, soliton adalah vorteks fluida. Vorteks adalah rotasi lokal atau aliran bergolak (turbulensi) memutar dengan garis-garis arus tertutup. Semua anggota keluarga partikel yang kita kenal, semisal elektron, proton, neutron, kuark, neutrino dan anggota keluarga partikel lainnya adalah soliton, yakni vorteks-vorteks fluida.

Pendekatan soliton begitu efektif untuk tingkat energi rendah hingga menengah. Penemuan pentakuark, nuklir yang tersusun dari lima kuark dalam tahun-tahun terakhir (2003) merupakan salah satu bukti eksperimental, soliton sebagai model yang bagus dari partikel elementer. Dinamika elektron dalam zat padat yang menentukan sifat konduktivitas listrik, sehingga zat padat bersifat sebagai konduktor, semikonduktor maupun isolator, dipahami sebagai dinamika soliton.

Dalam bidang teknologi, soliton dimanfaatkan antara lain dalam bidang teknologi informasi. Pelebaran sinyal sepanjang jalur transmisi akan memperoleh manfaat dari penggunaan pulsa nondispersif. Pada tahun 1973, Akira Hasegawa dari Lab AT&T Bell menyarankan, soliton dapat berada dalam fiber optik. Akira juga mengajukan ide sistem transmisi berbasis soliton untuk meningkatkan performa telekomunikasi optik. Kemudian pada tahun 1988, Linn Mollenauer dan timnya berhasil mentransmisikan pulsa soliton sejauh lebih dari 4.000 kilometer dengan menggunakan fenomena yang disebut efek Raman untuk menyediakan serat optik dalam fiber. Dinamakan efek Raman, untuk menghargai ilmuwan India yang pertama-tama

mendeskrripsikan efek tersebut pada tahun 1920-an. Selanjutnya pada tahun 1991, Tim Riset Lab Bell mentransmisikan soliton dengan kapasitas 2,5 gigabit sejauh lebih dari 14.000 kilometer, menggunakan penguat fiber optik erbium. Tahun 1998, Thierry Georges dan timnya pada France Telecom R&D Center, mengkombinasikan soliton optik dari panjang gelombang berbeda, menunjukkan transmisi data sebesar 1 terabit per detik (1.000.000.000.000 satuan informasi per detik). Pada tahun 2001, Algety Telecom berhasil mendistribusikan perangkat telekomunikasi submarine di Eropa menggunakan gelombang soliton John Scott Russel.

Pada saat ini transmisi optik pada fiber, perambatan pulsanya sangat dibatasi oleh sifat *dispersif* bahannya. Hal ini menyebabkan adanya pelebaran pulsa sewaktu merambat, akibatnya makin lama pulsanya akan semakin mengecil dan pada akhirnya menghilang. Namun efek *dispersif* ini dapat diatasi dengan cara pemberian efek Kerr (*Kerr effect*) yaitu dengan cara mengubah indeks bias fiber secara nonlinear. Efek Kerr ini merupakan respon nonlinear pada fiber optik yang menghasilkan *self-confine* pada pulsa sehingga efek distorsi pada pulsa yang disebabkan oleh dispersi dapat dihilangkan. Hal ini dapat dipahami karena perubahan frekuensi oleh dispersi pada daerah dispersi negatif dari fiber akan dapat diseimbangkan oleh perubahan frekuensi dari efek Kerr, dengan demikian pulsa optik yang terbentuk akan berupa pulsa stabil nonlinear yang dikenal sebagai soliton optik, di mana bentuk solitonnya berupa *envelope* (Drazin, 1996; Remoissenet, 1994).

Sebagai suatu istilah "soliton", menyiratkan gelombang ini berperilaku seperti "partikel". Jika dua soliton ditempatkan terpisah dan masing-masing soliton menjalar saling mendekati satu sama lain dengan bentuk dan kecepatan konstan, maka pada saat kedua gelombang soliton tersebut semakin mendekat

dan "bertumbukan", mereka secara berangsur-angsur berubah bentuk, lalu bergabung menjadi paket gelombang tunggal; kemudian segera berpisah menjadi dua gelombang soliton dengan bentuk dan kecepatan yang sama dengan sebelum terjadinya "tumbukan". Soliton memiliki dua buah karakter yang menonjol, yaitu: merupakan pandu gelombang *self-induce multimode* pada media respon lambat, serta merupakan sebuah multisoliton yang kompleks, sehingga memiliki bentuk dan amplitudo yang beraneka ragam. (Królikowski, et al., 1998).

Stabilitas soliton berfungsi menyeimbangkan efek "nonlinearitas" dan "dispersi". Nonlinearitas memandu gelombang soliton untuk terlokalisasi, sedangkan dispersi menyebarkan gelombang terlokalisasi tersebut. Jika salah satu dari dua efek tersebut hilang, soliton menjadi tidak stabil dan secepatnya "menghilang". Dalam kaitan ini, soliton sepenuhnya berbeda dengan gelombang linier, misal, gelombang sinusoidal. Faktanya, gelombang sinusoidal bersifat tak stabil.

Kehadiran gelombang soliton yang terdapat pada fiber optik dielektrik nonlinear ternyata berbentuk soliton *envelope*. Hal ini merupakan konsekuensi dari persamaan *Schrodinger Nonlinear* (SNL) yang sering dijumpai dalam medium optika nonlinear. Mollenauer yang pertama kali melakukan eksperimen pada pandu gelombang nonlinear dengan cara mengamati perambatan soliton optik dengan efek Kerr (Remoissenet, 1994).

Gelombang soliton terdiri dari dua jenis yaitu, gelombang soliton inkoheren dan gelombang soliton koheren. Gelombang soliton inkoheren pertama kali ditemukan oleh Hasegawa melalui suatu eksperimen dengan menggunakan media fotorefraktif. Namun untuk itu diperlukan energi pulsa tinggi yang sangat besar, sehingga soliton ini sempat ditinggalkan orang. Tidak berapa lama kemudian Mitchell melakukan pengamatan secara eksperimen terhadap soliton inkoheren parsial yang didasarkan pada

pendekatan kerapatan koheren (*coherent density approach*). Komponen-komponen beberapa gelombang soliton yang inkoheren disuperposisikan sehingga dapat menghasilkan sebuah Gelombang Soliton Manakov Terkopel (GSMT). Solusi GSMT yang stasioner dapat diperoleh dengan cara mengatur amplitudo mode linear inkoheren masing-masing dari *self-induce* pandu gelombangnya yang multimode (Akhmediev, et al., 1998).

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mencari bentuk dan solusi khusus GSMT untuk $N = 1$ sampai dengan $N = 3$ melalui persamaan Schrodinger Nonlinear yang tergendeng. Sedangkan visualisasi dari solusi persamaan GSMT digunakan melalui bantuan Program Matematika versi 4.0.

B. Kajian Pustaka

Persamaan Schrodinger Non-Linear (SNL)

Perambatan gelombang dalam optik dapat diturunkan dari persamaan Maxwell pada suatu materi yaitu:

$$(i). \vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 4\pi\rho$$

$$(ii). \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$(iii). \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$(iv). \vec{\nabla} \times \vec{H} = 4\pi \vec{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

di mana

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi\vec{P} = \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \vec{H} + 4\pi \vec{M} = \mu \vec{H}$$

Jika diasumsikan bahwa medan listrik \vec{E} terpolarisasi linear ($\vec{E} = E \hat{y}$) dan mediumnya bersifat isotropik sempurna serta

bersifat *weakly guiding* (sentrosimetrik) $-\vec{\nabla} \cdot \vec{\epsilon} \approx 0$, dan akibatnya adalah

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \epsilon \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \quad (11.1a)$$

Jika tidak terdapat muatan luar ($\rho = 0$), $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$, dan rapat arus luar ($\vec{J} = 0$), serta mediumnya nonmagnetik ($\vec{M} = 0$), maka dengan mengalikan rotasi pada (iii) persamaan Maxwell, didapat.

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = 0 \quad (11.1b)$$

Jika medium berada pada sebuah pulsa elektromagnetik dengan frekuensi pembawa ω yang menjalar pada arah sumbu $-Z$, maka persamaan (11.1b) dapat dituliskan:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} = 0 \quad (11.2)$$

jika dituliskan dalam domain frekuensi \vec{E} dan \vec{D} diperoleh:

$$\vec{E}(z,t) = \int \vec{E}(z,\omega) e^{-i\omega t} \frac{d\omega}{2\pi} \quad (11.3)$$

$$\vec{D}(z,t) = \int \vec{D}(z,\omega) e^{-i\omega t} \frac{d\omega}{2\pi} \quad (11.4)$$

Hubungan konvolusi antara $\vec{D}(z,t)$ dengan $\vec{E}(z,t)$ adalah:

$$\vec{D}(z, \omega) = \varepsilon(\omega) \vec{E}(z, \omega) \quad (II.5)$$

Jika persamaan (II.5) disubstitusikan ke dalam persamaan (II.2) akan diperoleh

$$\frac{\partial^2 \vec{E}(z, \omega)}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\omega) \vec{E}(z, \omega) = 0 \quad (II.6)$$

Bila kita tinjau respon dari gelombang elektromagnetik dalam medium nonlinear terhadap gangguan medium listrik luar, maka vektor polarisasi dapat dituliskan sebagai:

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \vec{E} + \varepsilon_0 \chi^{(2)} \vec{E} \vec{E} + \varepsilon_0 \chi^{(3)} \vec{E} \vec{E} \vec{E} + \dots \quad (II.7a)$$

atau dapat dituliskan

$$P_j = \varepsilon_0 \left[\chi_{jk}^{(1)} \vec{E}_k + \chi_{jkl}^{(2)} \vec{E}_k \vec{E}_l + \chi_{jklm}^{(3)} \vec{E}_k \vec{E}_l \vec{E}_m + \dots \right] \quad (II.7b)$$

di mana besaran $\chi^{(n)}$ adalah tensor suseptibilitas listrik orde n .

Bila mediumnya nonmagnetik homogen isotropik dan memiliki simetri inversi, maka $\chi^{(n)} = 0$, dimana indeks bias medium bergantung pada intensitas bahan yang memenuhi persamaan berikut.

$$n = n_0 + n_2 I(t) \quad (II.8)$$

di mana, n_0 adalah indeks bias linear, n_2 indeks bias non-linear, dan $I(t)$ adalah merupakan fungsi dari intensitas yang besarnya masing-masing adalah:

$$n_0 = \sqrt{1 + \chi^{(1)}}, \quad n_2 \approx \chi^{(3)}, \quad \text{dan } I(t) \approx |\bar{E}|^2.$$

Jika persamaan (II.8) disubstitusikan ke dalam persamaan (II.6) diperoleh

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial z^2} e^{ik_0 z} + 2ik_0 e^{ik_0 z} \frac{\partial \bar{A}}{\partial z} - k_0^2 \bar{A} e^{ik_0 z} + \\ \frac{\omega^2}{c^2} [n(\omega)]^2 \bar{A} e^{ik_0 z} = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.9})$$

Asumsikan bahwa perubahan kelajuan amplopnya jauh lebih kecil dibandingkan dengan perubahan amplopnya

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \bar{A}}{\partial z} \right) \right) \ll \frac{\partial \bar{A}}{\partial z}, \quad \text{sehingga persamaan (II.9) dapat ditulis}$$

$$2ik_0 \frac{\partial \bar{A}}{\partial z} + (k^2 - k_0^2) \bar{A} = 0 \quad (\text{II.10})$$

di mana

$$k^2 = \frac{\omega^2 n^2}{c^2}$$

bila $k \approx k_0$, maka $k^2 - k_0^2 = (k + k_0)(k - k_0) = 2k_0(k + k_0)$, sehingga persamaan (II.10) dapat dituliskan menjadi

$$i \frac{\partial \bar{A}}{\partial z} + (k - k_0) \bar{A} = 0 \quad (\text{II.11})$$

jika $k(\omega)$ diekspansikan di sekitar ω_0 , maka

$$k(\omega) = k(\omega_0) + k_1(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2}k_2(\omega - \omega_0)^2 + \dots$$

dengan

$$k(\omega) = \frac{\omega}{c}n = \frac{\omega}{c}n_0 + \frac{\omega}{c}n_2 I$$

$$k(\omega_0) = \frac{\omega_0}{c}n_0 + \frac{\omega_0}{c}n_2 I = k_0 + \Delta k_{\text{nonlinear}}$$

$$k_0 = \frac{\omega_0}{c}n_0, \quad k_1 = \left. \frac{dk}{d\omega} \right|_{\omega=\omega_0}, \quad k_2 = \left. \frac{d^2k}{d\omega^2} \right|_{\omega=\omega_0}$$

sehingga persamaan (II.11) dapat dinyatakan sebagai

$$i \frac{\partial \bar{A}}{\partial z} + \Delta k_n \bar{A} + k_1 \bar{A}(\Delta\omega) + \frac{1}{2}k_2 \bar{A}(\Delta\omega)^2 = 0 \quad (\text{II.12})$$

persamaan (II.12) merupakan persamaan yang harus dipenuhi oleh $\bar{A}(z, \omega)$ untuk mendapatkan persamaan evolusi $\bar{A}(z, t)$.

Bila transformasi Fourier dapat dinyatakan sebagai

$$\bar{A}(z, t) = \int \bar{A}(z, \omega - \omega_0) e^{-i(\omega - \omega_0)t} \frac{d(\omega - \omega_0)}{2\pi} \quad (\text{II.13.a})$$

$$i \frac{\partial \bar{A}(z, t)}{\partial t} = \int (\omega - \omega_0) \bar{A}(z, \omega - \omega_0) e^{-i(\omega - \omega_0)t} \frac{d(\omega - \omega_0)}{2\pi} \quad (\text{II.13.b})$$

$$-\frac{\partial^2 \bar{A}(z, t)}{\partial t^2} = \int (\omega - \omega_0)^2 \bar{A}(z, \omega - \omega_0) e^{-i(\omega - \omega_0)t} \frac{d(\omega - \omega_0)}{2\pi} \quad (\text{II.13.c})$$

maka transformasi Fourier dari persamaan (II.13) akan menjadi

$$\frac{\partial \bar{A}}{\partial z} + k_1 \bar{A} + k_1 \frac{\partial \bar{A}}{\partial t} + \frac{i}{2} k_2 \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial t^2} - i(\Delta k_{nl}) \bar{A}(z, t) = 0 \quad (\text{II.14a})$$

Bila kita lakukan transformasi koordinat

$$\tau = T = t - \frac{z}{v_g} = t - k_1 z$$

$$\xi = Z = z$$

$$\bar{A}(z, t) \rightarrow \bar{A}(Z, T)$$

karena

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial Z} \frac{\partial Z}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial Z} - k_1 \frac{\partial}{\partial T}$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial Z} \frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial T}$$

diperoleh

$$\frac{\partial \bar{A}}{\partial Z} + \frac{1}{2} k_2 \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial T^2} - i(\Delta k_{nl}) \bar{A}(z, t) = 0 \quad (\text{II.14b})$$

dengan

$$\Delta k_{nl} = \frac{n_2 \omega_0}{c} I ; \text{ di mana } I = \frac{n_0 c}{2\pi} |\bar{A}|^2$$

$$I = \frac{n_0 n_2 \omega_0}{2\pi} |\bar{A}|^2 = \gamma |\bar{A}|^2$$

maka persamaan (II.14b) dapat dituliskan

$$\frac{\partial \bar{A}}{\partial z} + i \frac{k_2}{2} \frac{\partial^2 \bar{A}}{\partial T^2} + i \gamma |\bar{A}|^2 \bar{A} = 0 \quad (\text{II.15})$$

persamaan (II.15) dapat dituliskan menjadi

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial \tau} + \frac{1}{2} \alpha \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2} + \beta |\Psi|^2 \Psi = 0 \quad (\text{II.16})$$

Persamaan (II.16) adalah merupakan persamaan Schrodinger Non-Linear (SNL), bila kita bandingkan dengan persamaan Schrodinger yang lazim kita jumpai dalam mekanika kuantum;

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + V\Psi \quad (II.17)$$

Persamaan (II.16) yang lebih singkat dapat dituliskan menjadi:

$$i\Psi_z + \frac{\alpha}{2}\Psi_{\tau\tau} + \beta|\Psi|^2\Psi = 0 \quad (II.18)$$

di mana α adalah efek dispersif dan β merupakan koefisien nonlinear yang bergantung pada indeks bias dari bahan fiber optik.

Ψ adalah komponen berkas, τ koordinat temporal, dan Z adalah koordinat spatial.

Solusi dari persamaan (II.18) adalah:

$$\Psi_n(Z, \tau) = \sum_{n=1}^N (\phi_n(\tau))^2 \quad (II.19)$$

dengan

$$\phi_n(\tau) = \sqrt{2^{\lambda_n}} (D_{m,n})^{-1} e_n \quad (II.20)$$

$$D_{m,n} = \frac{e_m e_n}{\lambda_m + \lambda_n} + \delta_{mn} \quad (II.21)$$

$$e_n = \sqrt{2\lambda_n a_n} e^{\lambda_n \tau} \quad (II.22)$$

$$a_n = \prod_{m \neq n} \frac{\lambda_m + \lambda_n}{\lambda_m - \lambda_n}, m < n \quad (II.23)$$

C. Metodologi

Metode yang digunakan untuk menyelesaikan solusi umum GSMT adalah dengan cara superposisi gelombang soliton yang inkoheren dengan jumlah yang tertentu. Metode superposisi gelombang soliton inkoheren ini dapat menghasilkan GSMT jika perambatan gelombangnya dilakukan dengan pendekatan medium respon lambat (*Slowly Varying Envelope Approximation - SVEA*). Dengan metode inilah kita dapat memperoleh solusi dan bentuk GSMT baik yang berbentuk simetri maupun yang asimetri. Profil simetri dapat diperoleh dengan jalan mengatur parameter-parameter tertentu yang terdapat pada sekumpulan soliton inkoheren, sedangkan profil asimetri akan terbentuk jika parameter-parameter yang ada tidak diatur sedemikian, sehingga bentuknya akan sembarang.

Tetapi metode yang digunakan untuk menyelesaikan solusi khusus GSMT ini adalah melalui persamaan Legendre Asosiasi, sedangkan bentuk dan profilnya dicari melalui program Matematika 4.0.

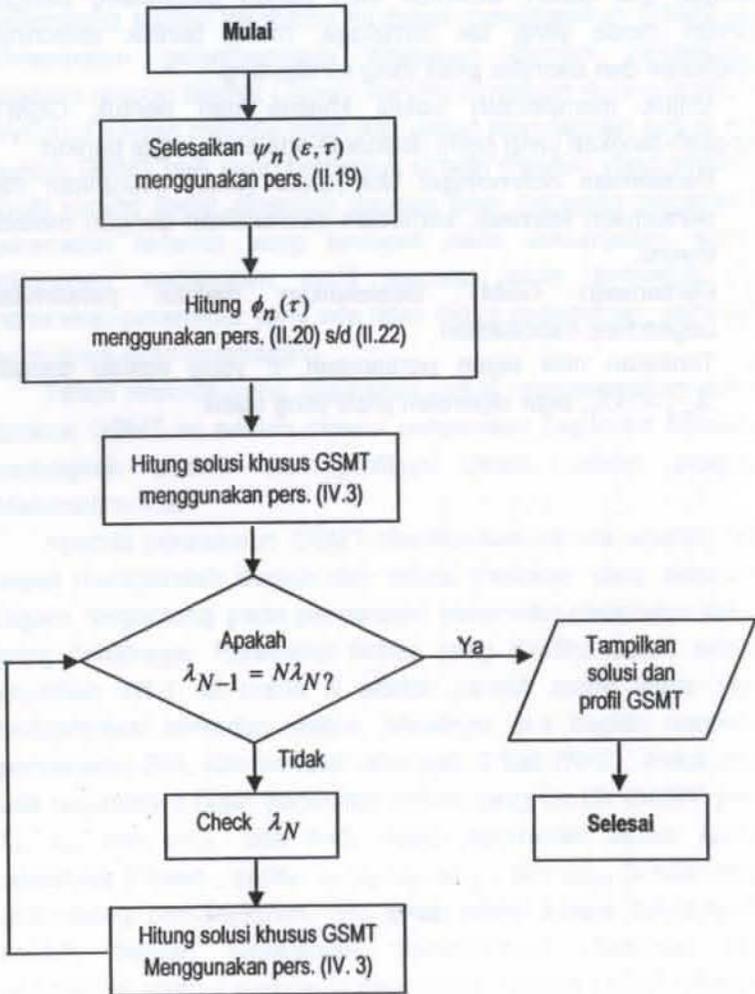
Apabila persamaan GSMT diselesaikan secara analitik, kita dapat memperoleh bentuk dan solusi stasioner yang beraneka ragam, tergantung pada pengaturan parameter-parameter bebas yang dimilikinya. Parameter bebas yang dimiliki GSMT adalah sejumlah $2N-1$, di mana N adalah jumlah mode linear yang berkontribusi terhadap soliton. Misalnya, jika bagian nonlinear persamaan SNL kita somasi sebanyak 2 kali ($N=2$), maka akan ada sejumlah 3 buah parameter bebas yang dimiliki GSMT yaitu, λ_1 , λ_2 , dan $\Delta\tau_{12}$. Bila $N=3$, maka parameter bebas GSMT sebanyak 5 buah, yaitu: λ_1 , λ_2 , λ_3 , $\Delta\tau_{12}$, dan $\Delta\tau_{13}$ (λ_i nilai eigen gelombang bersangkutan, $\Delta\tau_{ij}$ jarak relatif antara fundamental soliton dengan superposisi nonlinearnya), demikian juga seterusnya sampai dengan N parameter. Apabila GSMT dibentuk

oleh pandu gelombang yang bermode tunggal, maka bentuk solitonnya akan koheren dan memiliki profil yang simetri serta merupakan fungsi sech, GSMT semacam ini dikenal dengan *single soliton* atau biasa disebut sebagai *fundamental soliton*. Namun jika GSMT dibentuk oleh pandu gelombang dengan jumlah mode yang tak terhingga, maka bentuk solitonnya inkoheren dan memiliki profil yang sembarang.

Untuk memperoleh solusi khusus dan bentuk GSMT, langkah-langkah yang perlu dilakukan adalah sebagai berikut.

1. Persamaan Schrodinger Non-Linear (SNL) diturunkan dari persamaan Maxwell, kemudian diselesaikan dengan metode inversi.
2. Persamaan GSMT diselesaikan melalui persamaan Legendree Assosiasion.
3. Tentukan nilai eigen persamaan Ψ yang sesuai dengan $\lambda_{n-1} = N\lambda_n$ agar diperoleh profil yang stabil.

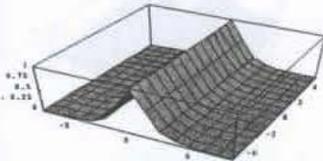
Flow Chart Penentuan Profil GSMT



D. Pembahasan

GSMT untuk $N = 1$, solusinya akan berbentuk simetri untuk seluruh nilai eigen λ_1 yang sembarang dengan puncak sama dengan satu. Yang menarik dari GSMT ini adalah untuk N yang lebih besar dari satu. Apabila kita dapat mengatur parameter-parameter penyusunnya dengan suatu harga-harga tertentu, maka akan diperoleh puncak-puncak GSMT yang lebih dari satu dan maksimal berpuncak N . Secara lebih khusus lagi, pada bagian ini akan dibahas bentuk dan profil GSMT yang berbentuk simetri.

$$\phi_1(\bar{\tau}) = \lambda_1 \sec h(\lambda_1 \bar{\tau}_1)$$



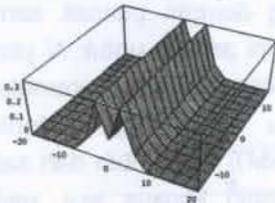
$$|\Phi_1(\bar{\tau})| = \lambda_1^2 \sec h^2(\lambda_1 \bar{\tau}_1)$$



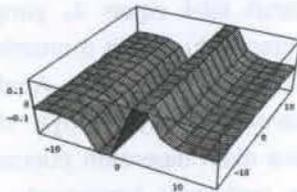
Gambar 1. Profil GSKP dan Penyusunnya untuk $N = 1$

Untuk $N = 2$, jika harga nilai eigen $\lambda_1 = 1$ dan $\lambda_2 = 0.25$, maka solusi dari GSMT tersebut akan mempunyai profil simetrik yang berpuncak satu. Hal ini berarti bahwa komponen penyusunnya (ϕ_1 dan ϕ_2) akan berada di titik yang sama ketika dikuadratkan. Namun jika kita menyusun nilai-nilai eigennya dengan harga yang tidak jauh berbeda (harganya dibuat hampir sama), maka profil GSMT nya akan berpuncak dua (perhatikan Gambar.2 berikut ini).

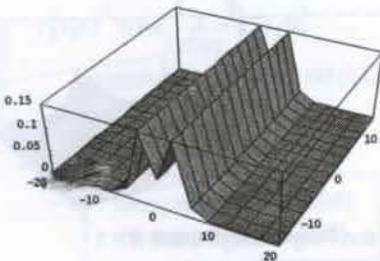
$$\phi_1(r) = \frac{4\lambda_1}{B} \sqrt{\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}} \cosh[\lambda_2 \bar{r}_2]$$



$$\phi_2(r) = \frac{4\lambda_2}{B} \sqrt{\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}} \sinh[\lambda_1 \bar{r}_1]$$



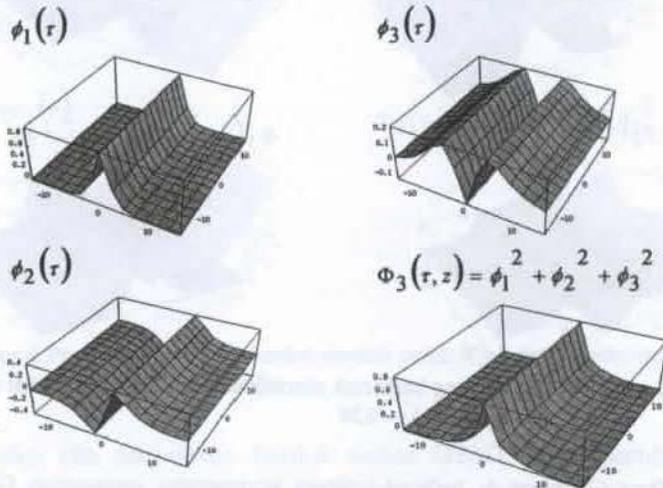
$$\Phi_2(r) = \frac{16}{B^2} \left(\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \right) \left[\lambda_1^2 \cosh^2(\lambda_2 \bar{r}_2) + \lambda_2^2 \sinh^2(\lambda_1 \bar{r}_1) \right]$$



Gambar 2. Profil GSMT dan penyusunnya untuk $N = 2$ bentuk simetrik berpuncak ganda dengan $\lambda_1 = 1$ dan $\lambda_2 = 0.99$

Profil GSMT yang ditampilkan pada Gambar 2 tersebut menggunakan nilai eigen $\lambda_1 = 1$ dan $\lambda_2 = 0.99$ sehingga diperoleh struktur GSMT dengan puncak ganda. Hal ini dapat terjadi disebabkan oleh karena nilai-nilai eigennya yang hampir sama, sehingga ketika dikuadratkan dan dijumlahkan, maka komponen ϕ_1 yang bermode genap (*cosh*) akan menjadi lebih dominan bila dibandingkan dengan ϕ_2 yang bermode ganjil (*sinh*). Sebagai akibatnya adalah bahwa profil GSMT-nya akan mirip bentuknya dengan fungsi yang lebih dominan tersebut.

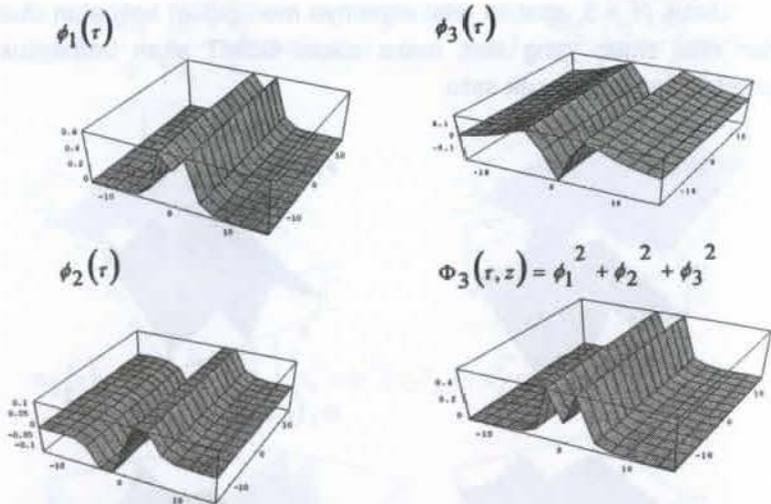
Untuk $N = 3$, apabila nilai eigennya merupakan kelipatan dua dari nilai eigen yang lain, maka solusi GSMT akan berbentuk simetris dan berpuncak satu.



gambar 3. Profil GSMT yang berbentuk simetris untuk $N=3$ dengan nilai eigen $\lambda_1 = 1.0$; $\lambda_2 = 0.50$; $\lambda_3 = 0.25$

Profil GSMT ini akan memiliki bentuk yang simetri dan berpuncak tunggal, yaitu dengan cara melakukan pengaturan terhadap parameter nilai eigennya sebesar $\lambda_1 = 1.0$; $\lambda_2 = 0.50$; $\lambda_3 = 0.25$. Hal ini akan mengikuti pola formulasi $\lambda_i = 2\lambda_{i+1}$.

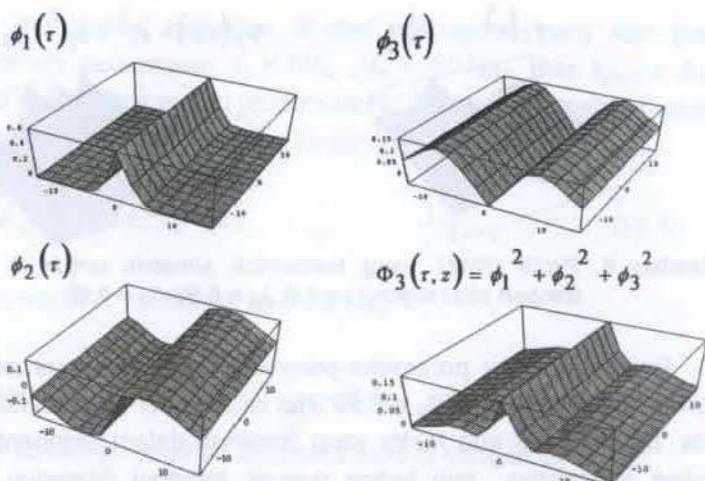
Apabila nilai eigen λ_1 dibuat hampir sama dengan λ_2 ($\lambda_1=1$; $\lambda_2 = 0.9$;) dan $\lambda_3 = 0.2$, maka akan diperoleh solusi GSMT yang berpuncak dua.



Gambar 4. Profil GSMT yang berbentuk simetrik untuk $N = 3$ dengan nilai eigen $\lambda_1 = 1.0$; $\lambda_2 = 0.90$; $\lambda_3 = 0.20$

Dari Gambar 4. terlihat bahwa komponen penyusun GSMT yang simetri yaitu ϕ_1 , memiliki dua buah puncak. Jika kita perhatikan, bahwa besarnya ϕ_1 dipengaruhi oleh nilai-nilai eigennya. Nilai eigen dari λ_1 hanya berpengaruh terhadap ketinggian dari amplitudo gelombang, sedangkan λ_2 akan berpengaruh terhadap pembentukan puncak pada solusinya. Makin dekat harga antara λ_1 dan λ_2 akan semakin tajam puncak gelombang yang terbentuk.

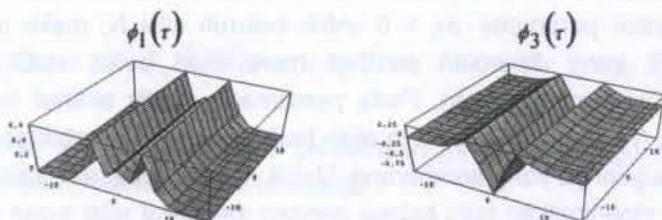
Selanjutnya apabila nilai eigen λ_1 konstan tetapi nilai eigen λ_2 dan λ_3 didekatkan (dibuat hampir sama), maka solusi GSMT nya akan berpuncak 3 seperti tampilan Gambar 5. berikut ini.

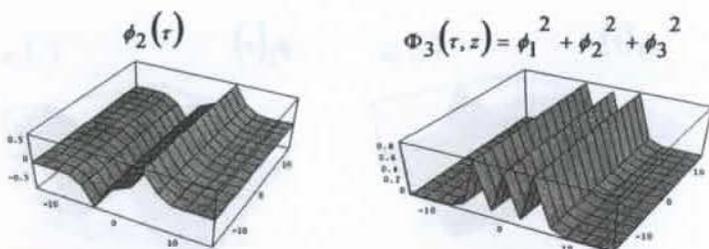


Gambar 5. Profil GSMT yang berbentuk simetrik untuk $N = 3$ dengan nilai eigen $\lambda_1 = 1.0$; $\lambda_2 = 0.25$; $\lambda_3 = 0.20$

Jika kita perhatikan bentuk solusi GSMT pada gambar 5, maka komponen penyusun yang dominan dalam pembentukan puncaknya adalah $\phi_2(\tau)$ dan $\phi_3(\tau)$, yaitu dengan mengatur parameter nilai eigen $\lambda_1 = 1.0$; $\lambda_2 = 0.25$; $\lambda_3 = 0.20$.

Apabila ketiga parameter-parameter nilai eigennya dibuat hampir sama, maka bentuk solusi dari GSMT juga akan berpuncak tiga, namun pada bagian ketiga puncaknya akan memiliki ketinggian yang sama, seperti tampilan pada Gambar 6. berikut ini.





Gambar 6. Profil GSMT yang berbentuk simetrik untuk $N = 3$ dengan nilai eigen $\lambda_1 = 1.0$; $\lambda_2 = 0.99$; $\lambda_3 = 0.90$

Pada kasus ini parameter-parameter nilai eigennya adalah $\lambda_1 = 1.0$; $\lambda_2 = 0.99$; dan $\lambda_3 = 0.90$. Hal ini memperlihatkan kepada kita, bahwa tidak ada faktor yang dominan dalam pembentukan ketiga puncaknya. Jadi ketiga puncak tersebut dibangun oleh superposisi ketiga komponen penyusunnya dengan sumbangan yang hampir sama terhadap solusi GSMT tersebut.

Jika kita perhatikan bentuk dan profil GSMT baik untuk $N = 1$, $N = 2$, serta $N = 3$ semuanya memberikan solusi yang stabil terhadap GSMT dengan berbagai bentuknya yang memberikan puncak-puncak yang simetri. Hal ini sangat menarik untuk dikaji lebih mendalam, karena dalam waktu yang tidak terlalu lama lagi, teknologi optik nonlinear ini akan mendominasi kehidupan manusia terutama di bidang telekomunikasi serat optik.

Bentuk Simetri dan Solusi Khusus GSMT

Dalam uraian terdahulu telah diperlihatkan, bila kita dapat mengatur parameter $\Delta\tau = 0$ untuk seluruh nilai N , maka solusi GSMT yang diperoleh pastilah merupakan pulsa stabil dan memiliki bentuk simetri. Pada persamaan (II.38) terlihat bahwa untuk $N = 1$, maka solusinya akan berbentuk simetri untuk seluruh nilai eigennya yang sembarang. Untuk N yang lebih dari satu pun akan diperlihatkan pula bahwa dengan mengatur nilai eigen yang

satu merupakan kelipatan N dari nilai eigen yang lain yang memenuhi persamaan $\lambda_1 = N\lambda_N$, $\lambda_2 = (N-1)\lambda_N$, dan $\lambda_{(N-1)} = 3\lambda_N$, maka solusi khusus dari persamaan (II.25) dapat secara langsung diperoleh melalui persamaan Legendre Asosiasi, yaitu:

$$\phi_n(\tau) = \pm c_n P_N^M(x) \quad (IV.1)$$

di mana c_n konstanta ke- n dari ϕ_n ,

dan $P_N^M(x) = (1-x)^{\frac{M}{2}} \frac{d^M}{dx^M} P_N(x)$ adalah fungsi Legendre.

$P_N(x)$ adalah polynomial Legendre orde- N dengan formulasi;

$$P_N(x) = \frac{1}{2^N N!} \frac{d^N}{dx^N} (x^2 - 1)^N \quad (IV.2)$$

Apabila persamaan (IV.2) disubstitusikan ke dalam pers (IV.1) akan diperoleh bentuk:

$$\phi_n(\tau) = \pm c_n (1-x)^{\frac{M}{2}} \frac{d^M}{dx^M} \left[\frac{1}{2^N N!} \frac{d^N}{dx^N} (x^2 - 1)^N \right] \quad (IV.3)$$

bila disubstitusikan $M = N - n + 1$ dan $x = \tanh \lambda_N \tau$, maka persamaan (IV.1) dapat dituliskan dalam bentuk:

$$\phi_n(\tau) = \pm c_n P_N^{(N-n+1)}(\tanh \lambda_N \tau) \quad (IV.4)$$

untuk menguji solusi dari persamaan (IV.4) dapat digunakan persamaan (Akhmediev, et al., 1999):

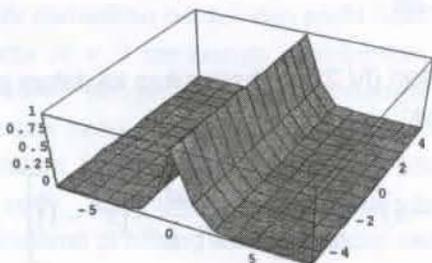
$$\sum_{n=1}^N \phi_n^2(\tau) = \frac{1}{2} \lambda_N^2 N(N+1) \operatorname{sech}^2(\lambda_N \tau) \quad (\text{IV.5a})$$

Persamaan (IV.4) ternyata merupakan solusi khusus dari GSMT untuk semua N dengan pulsa yang stabil serta memiliki profil dan bentuk simetri untuk seluruh nilai eigen λ_N . Hal ini akan memberikan kemudahan kepada kita untuk mencari solusi GSMT untuk orde yang lebih tinggi.

Misalnya, untuk $N = 1$, maka solusi GSMT dapat dituliskan menjadi:

$$\phi_1^2(\tau) = \lambda_1^2 \operatorname{sech}^2(\lambda_1 \tau) \quad (\text{IV.5b})$$

$$|\phi_1(\tau)|^2 = \lambda_1^2 \operatorname{sech}^2(\lambda_1 \tau)$$



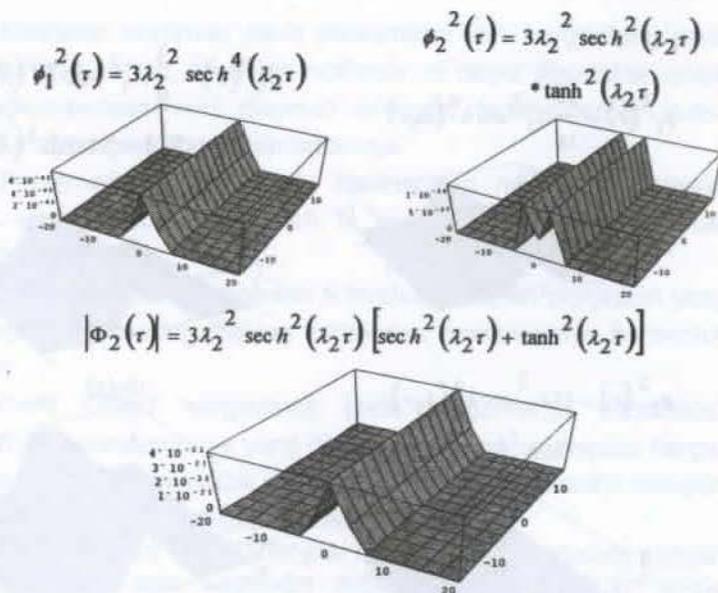
Gambar 7. Profil Solusi Khusus GSMT untuk $N = 1$

Untuk $N = 2$, maka nilai eigen $\lambda_1 = 2\lambda_2$. Jadi solusi GSMT nya dapat dituliskan:

$$\phi_1^2(\tau) = 3\lambda_2^2 \operatorname{sech}^4(\lambda_2 \tau) \quad (\text{IV.6})$$

$$\phi_2^2(\tau) = 3\lambda_2^2 \sec^2 h^2(\lambda_2 \tau) \tanh^2(\lambda_2 \tau) \quad (IV.7)$$

Profil GSMT untuk sebarang nilai eigennya pastilah selalu berbentuk simetri:



Gambar 8. Profil Solusi Khusus GSMT untuk $N = 2$

Untuk $N = 3$, maka nilai eigen $\lambda_1 = 3\lambda_3$, $\lambda_2 = 2\lambda_3$. Jadi solusi GSMT nya dapat dituliskan:

$$\phi_1^2(\tau) = \frac{30}{16} \lambda_3^2 \sec^6(\lambda_3 \tau) \quad (IV.8)$$

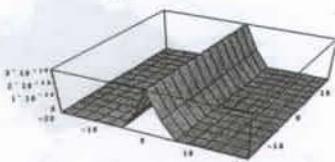
$$\phi_2^2(\tau) = 15\lambda_3^2 \sec^4(\lambda_3 \tau) \tanh^2(\lambda_3 \tau) \quad (IV.9)$$

$$\phi_3^2(\tau) = \frac{3}{8} \lambda_3^2 \operatorname{sech}^2(\lambda_3 \tau) [1 - 5 \tanh^2(\lambda_3 \tau)]^2 \quad (\text{IV.10})$$

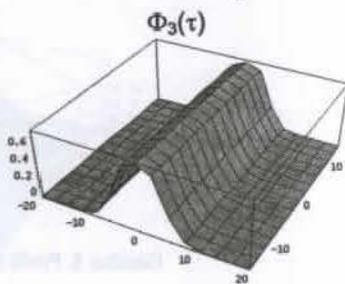
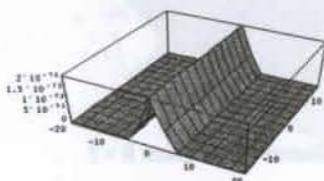
Profil GSMT untuk sebarang nilai eigen juga selalu berbentuk simetri:

$$\phi_1^2(\tau) = \frac{30}{16} \lambda_3^2 \operatorname{sech}^6(\lambda_3 \tau)$$

$$\phi_3^2(\tau) = \frac{3}{8} \lambda_3^2 \operatorname{sech}^2(\lambda_3 \tau) * [1 - 5 \tanh^2(\lambda_3 \tau)]^2$$



$$\phi_2^2(\tau) = 15 \lambda_3^2 \operatorname{sech}^4(\lambda_3 \tau) * \tanh^2(\lambda_3 \tau)$$



Gambar 9. Profil Solusi Khusus GSMT untuk N=3

Dengan demikian kita dapat dengan mudah memperoleh bentuk dan profil, serta solusi GSMT untuk semua N melalui persamaan polynomial Legendre. Jadi dapat disimpulkan bahwa dengan melakukan pengaturan aktif terhadap parameter-parameter penyusun Gelombang Soliton kita dapat memperoleh pulsa stabil dan selalu berbentuk simetri, yang tentu saja dalam

era teknologi optika nonlinear, GSMT ini akan menjadi sangat bermanfaat, terutama karena memiliki sifat yang sangat unik tersebut.

E. Penutup

Koefisien nonlinear pada persamaan SNL bergantung pada indeks bias bahan, koefisien nonlinear ini dapat digunakan untuk mengkompensasi suku dispersif sehingga dapat diperoleh pulsa yang stabil sepanjang perambatannya.

Persamaan GSMT dapat diselesaikan melalui persamaan SNL yang terkopel sejumlah N buah dengan menggunakan metode inversi.

Persamaan GSMT memiliki N buah komponen penyusun yang terkopel dan masing-masing komponen penyusunnya berbentuk stabil.

Profil GSMT bergantung pada harga-harga parameter-parameter penyusunnya yang diberikan. Dengan mengatur harga-harga parameter ini dapat diperoleh bentuk yang simetrik maupun yang tidak simetrik dengan N buah puncak.

Solusi khusus GSMT dengan mudah dapat diperoleh dengan menggunakan pola Legendre Asosiasi, dan profilnya selalu berbentuk simetrik, dengan nilai eigen $\lambda_{n-1} = N\lambda_N$

Daftar Pustaka

- Akhmediev, N. N., Ankiewicz, A., *Soliton, Nonlinear Pulses and Beams*, Chapman & Hall, London (1997).
- Akhmediev, N., Królikowski, W., Snyder, A., *Partially coherent solitons of variable shape*, Phys. Rev. Lett. 81, 4682 (1998).
- Ankiewicz, A., Królikowski, W., Akhmediev, N., *Partially coherent solitons of variable shape in a slow Kerr-like medium: exact results*, Phys. Rev. E, 59 6079 (1999).
- Boas, M. L., *Mathematical Methods in the Physical Sciences*, 2nd ed., Jhon Wiley & Sons, New York (1983).
- Drazin, P. G., Johnson, R. S., *Solitons: an Introduction*, Cambridge University Press (1996).
- Griffiths, D. J., *Introduction to Electrodynamics*, 2nd ed., Prentice-Hall, New Delhi (1995).
- Hasegawa, A., *Optical Solitons in Fibers*, 2nd ed., Springer-Verlag, Berlin (1989).
- Kreyszig, E., *Advanced Engineering Mathematics*, 8th ed., Jhon Wiley & Sons, New York (1999).
- Królikowski, W., Akhmediev, N., and B. Luther-Davies, *Darker than black solitons: dark solitons with the phase shift greater than π* , Phys. Rev E. 48, 3980 (1993).
- Mills, D. L., *Nonlinear Optics, Basic Concepts*, Springer-Verlag, New York (1991).
- Pandiangan, P., *Bentuk dan Solusi Persamaan Gelombang Soliton Koheren Parsial*, Departemen Fisika Program Pascasarjana ITB, Bandung (2003)
- Remoissnet, M., *Wave Called Solitons*, Springer-Verlag, Berlin (1994)
- Toda, M., *Mathematics and its Application, Nonlinear Waves and Solitons*, Kluwer Academic Publishers, Japan (1989).

Wolfram., *Mathematica 3.0, Standard add-on Packages*,
Cambridge University Press, USA (1996).