



TUGAS AKHIR PROGRAM MAGISTER (TAPM)

**PENGARUH MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF
TIPE JIGSAW II TERHADAP KEMAMPUAN PENALARAN
DAN KOMUNIKASI MATEMATIK**

**(Studi Kuasi Eksperimen di SMA Negeri 1 Terbanggi Besar
Lampung Tengah)**



**TAPM diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Magister Pendidikan Matematika**

**Disusun Oleh:
Siti Qomariyah
NIM: 017987851**

**PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS TERBUKA
JAKARTA
2013**

ABSTRACT***The Effect Of Cooperative Learning Jigsaw II in Mathematical Reasoning and Communication Ability******Siti Qomariyah******Indonesia Open University******sitiqomariyah.ut @ gmail.com***

This research was conducted to investigate the effect of cooperative learning Jigsaw II in mathematical reasoning and communication ability. Mathematics is not only as a language which helps in thinking, exploring patterns, solving problems and drawing conclusion but also as a social activity which involves the interaction among students and the interaction between teacher and students. Students who already have the mathematical reasoning ability are required to be able to communicate in order make it useful. Cooperative learning Jigsaw II creates a chance for the students in transferring their understanding to their friends with their own language.

This research applied a quasi experimental and conducted to answer two hypohtheses: (1) The effect of cooperative learning Jigsaw II in mathematical reasoning ability (2) The effect of cooperative learning Jigsaw II in mathematical communication ability. The subject of the research was students of second semester in the academic year 2012/2013 at SMA Negeri 1 Terbanggi Besar – Central Lampung, as many as 131 students were distributed in four classes. The sample was selected by purposive sampling based on students' score of odd semester, one class was as the control group and another was as the experimental group.

Post-test scores of mathematical reasoning and communication ability that the two groups have the normal distribution of and also have the same variance (homogeneous). Therefore, Hypothesis analysis calculated by Independent Samples T-Test

The result shows that the mathematical reasoning and communication ability in the experimental group was higher than the control group at the level significant of 0,05. In conclusion, this research proves cooperative learning Jigsaw II affects the students' mathematical reasoning and communication ability.

Keywords: cooperative learning Jigsaw II, mathematical reasoning ability, mathematical communication ability.

ABSTRAK**Pengaruh Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw II terhadap Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik****Siti Qomariyah****Universitas Terbuka****sitiqomariyah.ut@gmail.com**

Penelitian ini dilakukan untuk mengetahui pengaruh model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II terhadap kemampuan penalaran dan kemampuan komunikasi matematik. Matematika tak hanya sebagai bahasa yang menjadi alat bantu dalam berpikir, menemukan pola, menyelesaikan masalah, dan membuat kesimpulan, namun matematika juga merupakan aktivitas sosial yang berupa interaksi antar siswa juga komunikasi antara guru dengan siswa. Siswa yang sudah mempunyai kemampuan penalaran matematik dituntut untuk dapat mengkomunikasikannya agar penalarannya bisa bermanfaat. Pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II, memberi kesempatan kepada siswa untuk mentrasfer materi kepada temannya dengan menggunakan bahasa mereka sendiri.

Penelitian ini merupakan penelitian kuasi eksperimen dan dilakukan untuk menjawab dua hipotesis, yaitu: (1) pengaruh model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II terhadap kemampuan penalaran matematik, (2) pengaruh model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II terhadap kemampuan komunikasi matematik. Subyek pada penelitian ini adalah siswa SMA Negeri 1 Terbanggi Besar, Lampung Tengah pada semester genap tahun pelajaran 2012/2013, sebanyak 131 siswa yang terdistribusi dalam empat kelas. Sampel pada penelitian ini dipilih dengan cara *purposive sampling* berdasarkan pada nilai murni semester ganjil tahun pelajaran 2012/2013 dan diperoleh satu kelompok eksperimen dan satu kelompok kontrol.

Hasil pengujian terhadap skor *post-test* kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa memperoleh hasil yaitu kedua kelompok data berdistribusi normal dan juga memiliki varians yang sama (homogen). Oleh karena itu, dapat dilakukan uji hipotesis dengan menggunakan *Independent Samples T-Test*.

Hasil analisis menunjukkan bahwa rata-rata kemampuan penalaran komunikasi matematik siswa dengan pembelajaran Jigsaw II lebih dari pembelajaran konvensional, dan rata-rata kemampuan komunikasi matematik siswa dengan pembelajaran Jigsaw II lebih dari pembelajaran konvensional pada taraf signifikansi $\alpha=0,05$. Sebagai kesimpulan, penelitian ini membuktikan pembelajaran dengan menggunakan model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II berpengaruh terhadap kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa.

Kata Kunci: pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II, kemampuan penalaran matematik, kemampuan komunikasi matematik

LEMBAR PERSETUJUAN TAPM

Judul TAPM : Pengaruh Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw II
terhadap Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik
Penyusun TAPM : Siti Qomariyah
NIM : 017987851
Program Studi : Magister Pendidikan Matematika
Hari/Tanggal :

Menyetujui:

Pembimbing I

Pembimbing II

Dr. Caswita, M.Si.
NIP.19671004 199303 1 004

Surachman Dimiyati, Ph.D.
NIP.19511208 197603 1 004

Mengetahui,

Ketua Bidang MIPK

Direktur PPs

Dr. Sandra Sukmaning Aji, M.Pd., M.Ed.
NIP.19590105 198503 2 001

Suciati, M.Sc., Ph.D.
NIP.19520213 198503 2 001

**UNIVERSITAS TERBUKA
PROGRAM PASCASARJANA
PROGRAM MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA**

PENGESAHAN

Nama : Siti Qomariyah
 NIM : 017987851
 Program Studi : Magister Pendidikan Matematika
 Judul Tesis : Pengaruh Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw II
 terhadap Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik
 (Studi Kuasi Eksperimen pada Siswa Kelas XI IPA SMA Negeri
 1 Terbanggi Besar Semester Genap Tahun Pelajaran 2012/2013)

Telah dipertahankan di hadapan Sidang Panitia Penguji Tesis Program Pascasarjana, Program Studi Magister Pendidikan Matematika, Universitas Terbuka pada :

Hari/Tanggal : Senin, 19 Agustus 2013
 Waktu : 08.20 – 10.00

Dan telah dinyatakan **LULUS**

PANITIA PENGUJI TESIS

Ketua Komisi Penguji :

Suciati, M.Sc, Ph.D
NIP. 19520213 198503 2 001

Penguji Ahli :

Dr. Jarnawi Afgani Dahlan
NIP. 19680511 199101 1 001

Pembimbing I :

Dr. Caswita, M.Si.
NIP.19671004 199303 1 004

Pembimbing II :

Surachman Dimiyati, Ph.D.
NIP.19511208 197603 1 004

KATA PENGANTAR



Assalamu'alaikum Wr. Wb.

Alhamdulillah, puji syukur penulis haturkan kepada Alloh SWT yang telah mengizinkan TAPM ini selesai pada waktunya. Semoga ada yang baik dari Alloh SWT dan semoga ada keridhoan Alloh SWT untuk TAPM ini dan kita semua.

Selama menyelesaikan TAPM ini, penulis tidak terlepas dari bantuan dan bimbingan serta dorongan banyak pihak. Oleh karena itu, pada kesempatan ini penulis menyampaikan banyak terima kasih kepada:

1. Kedua Orang Tua, Bapak Murdoko dan Ibu Mariyam yang telah mencukupi keperluan dalam penyusunan TAPM ini.
2. Suami tersayang, Mas Eko Malik yang telah mendukung dan membantu penyelesaian TAPM ini.
3. Adikku tersayang, Ummi Rosyidah yang telah banyak membantu dalam penyelesaian TAPM ini.
4. Bapak Dr. Caswita, M.Si. selaku Dosen Pembimbing I dalam penulisan TAPM ini.
5. Bapak Surachman Dimyati, Ph.D. selaku Dosen Pembimbing II dalam penulisan TAPM ini.
6. Bapak Dr. Jarnawi Afgani Dahlan selaku Penguji Ahli dalam Ujian Sidang TAPM ini.

7. Ibu Dra. Suhaila, M.Pd. selaku penanggung jawab Program Pascasarjana Magister Pendidikan Matematika, UPBJJ Universitas Terbuka Bandar Lampung.
8. Ibu Meli selaku asisten penanggung jawab Program Pascasarjana Magister Pendidikan Matematika, UPBJJ Universitas Terbuka Bandar Lampung.
9. Bapak Drs. Irlan Soelaeman, M.Ed, selaku Kepala UPBJJ Universitas Terbuka Bandar Lampung.
10. Ibu Dr. Sandra Sukmaning Adji, M.Pd., M.Ed. selaku Ketua Bidang MIPK Universitas Terbuka.
11. Ibu Suciati, M.Sc., Ph.D. selaku Direktur Program Pascasarjana Universitas Terbuka.
12. Ibu Dra. EB. Ambarwati, M.Pd. selaku Kepala SMA Negeri 1 Terbanggi Besar, Lampung Tengah yang telah memberikan izin untuk melaksanakan penelitian.
13. Bapak Dewa Made Sutadyana, S.Pd. selaku Guru Mata Pelajaran Matematika SMA Negeri 1 Terbanggi Besar, Lampung Tengah yang telah menjadi guru pamong dalam penelitian.
14. Siswa-siswi kelas XI IPA 1, XI IPA 3, XI IPA 4 SMA Negeri 1 Terbanggi Besar, Lampung Tengah yang telah bekerja sama dalam penelitian.
15. Teman-teman satu pembimbing yang telah berjuang bersama, saling mengingatkan dan saling membantu yaitu Bu Siti, Mbak Yeni dan Pak Prpto.

16. Teman-teman seangkatan yaitu Pak Made sebagai ketua kelas, Bu Asnah sebagai bendahara, Mbak Onie sebagai sekretaris, Bu Ari, Pak Agus, Pak Bahar, Pak Ismadi, Bu Demi, Bu Nurma, Bu Nani, Bu Sri, Pak Ikhsan, Mas Kamil, Pak Setiyantono, Mbak Eni, Mas Usep, Mbak Berta, Pak Nahroni, Pak Joni, Mbak Yunni, Pak Oberlin, dan Bu Susi. Semoga ada keridhoan Alloh SWT untuk kita semua.

17. Dan semua pihak yang telah membantu dalam menyelesaikan TAPM ini.

Penulis berharap kepada Alloh SWT semoga ada yang baik dari Alloh SWT untuk kita semua, Amin.

Wassalamu'alaikum. Wr. Wb.

Penulis

DAFTAR ISI

	Halaman
Abstrak	ii
Lembar Persetujuan	iv
Lembar Pengesahan	v
Kata Pengantar	vi
Daftar Isi	ix
Daftar Tabel	xi
Daftar Gambar	xiii
Daftar Lampiran	xiv
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang Masalah	1
B. Perumusan Masalah	10
C. Tujuan Penelitian	11
D. Kegunaan Penelitian	11
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	13
A. Kajian Teori	13
B. Kerangka Berpikir	42
C. Definisi Operasional	44
D. Hipotesis	46
BAB III. METODOLOGI PENELITIAN	47
A. Desain Penelitian	47
B. Variabel Penelitian	47
C. Populasi dan Sampel	48
D. Instrumen Penelitian	50
E. Prosedur Pengumpulan Data	59
F. Metode Analisis Data	59

BAB IV	TEMUAN DAN PEMBAHASAN.....	64
A.	Temuan	64
B.	Pembahasan	73
BAB V	SIMPULAN DAN SARAN.....	83
A.	Simpulan	83
B.	Saran	84
DAFTAR PUSTAKA	85

Universitas Terbuka

DAFTAR TABEL

	Halaman
Tabel 1.1 Data Human Development Index (HDI) pada tahun 2012	2
Tabel 2.1 Penguatan dan Hukuman	25
Tabel 2.2 Perilaku Guru pada Setiap Fase Pembelajaran Langsung	27
Tabel 2.3 Kesimpulan penelitian oleh Thalbah	39
Tabel 3.1 Data Siswa dan Hasil Ulangan Semester Ganjil Tahun Pelajaran 2012/2013, Mata Pelajaran Matematika, Kelas XI IPA SMA Negeri 1 Terbanggi Besar, Lampung Tengah	48
Tabel 3.2 Pedoman Pemberian Skor Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik Siswa Menggunakan <i>Holistic Scoring Rubrics</i>	51
Tabel 3.3 Hasil Perhitungan Koefisien Korelasi Validitas Instrumen Tes Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik	54
Tabel 3.4 Hasil Perhitungan Koefisien Korelasi Reliabilitas Instrumen Tes Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik	56
Tabel 3.5 Klasifikasi Daya Pembeda	57
Tabel 3.6 Hasil Perhitungan Tingkat Daya Pembeda Instrumen Tes Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik Siswa	57
Tabel 3.7 Kriteria Indeks Kesukaran	58
Tabel 3.4 Hasil Perhitungan Tingkat Kesukaran Instrumen Tes Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik Siswa	59
Tabel 4.1 Statistik Deskriptif Skor Kemampuan Penalaran Matematik Kelompok Jigsaw II dan Kelompok Konvensional	65
Tabel 4.2 Hasil Uji Normalitas Kemampuan Penalaran Matematik Kelompok Jigsaw II dan Kelompok Konvensional	66
Tabel 4.3 Hasil Pengujian Dua Sampel <i>Independent</i> Terhadap Skor Kemampuan Penalaran Matematik Kelompok Jigsaw II dan Kelompok Konvensional	69

Tabel 4.4	Statistik Deskriptif Skor Kemampuan Komunikasi Matematik Kelompok Jigsaw II dan Kelompok Konvensional	70
Tabel 4.5	Hasil Uji Normalitas Kemampuan Komunikasi Matematik Kelompok Jigsaw II dan Kelompok Konvensional	71
Tabel 4.6	Hasil Pengujian Dua Sampel <i>Independent</i> Terhadap Skor Kemampuan Komunikasi Matematik Kelompok Jigsaw II dan Kelompok Konvensional	73

Universitas Terbuka

DAFTAR GAMBAR

	Halaman
Gambar 2.1 Posisi siswa dalam model Jigsaw II	20

Universitas Terbuka

DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
Lampiran A (Biodata Mahasiswa)	93
A.1 Biodata Mahasiswa	94
Lampiran B (Instrumen Penelitian)	95
B.1 Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw II	96
B.2 Lembar Kerja Siswa	144
B.3 Kisi-Kisi Instrumen Tes Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik	215
B.4 Naskah Instrumen Tes Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik Siswa	220
B.5 Kunci Jawaban dan Pedoman Pemberian Skor Instrumen Tes Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik Siswa	222
B.6 Validasi Butir Instrumen Tes Kemampuan Penalaran Matematik	235
B.7 Validasi Butir Instrumen Tes Kemampuan Komunikasi Matematik	236
Lampiran C (Hasil Pengumpulan Data)	237
C.1 Nilai Semester Ganjil Siswa Kelas XI SMA Negeri 1 Terbanggi Besar Tahun Pelajaran 2012/2013	238
C.2 Data Skor Uji Coba Instrumen Tes Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik Siswa Kelas XI IPA 1	239
C.3 Data Skor Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik Siswa Kelompok Jigsaw II	241
C.4 Data Skor Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik Siswa Kelompok Konvensional	243

Lampiran D (Hasil Pengolahan Data)	245
D.1 Statistik Deskriptif Instrumen Tes Kemampuan Penalaran Matematik Siswa	246
D.2 Hasil Perhitungan Validitas Instrumen Tes Kemampuan Penalaran Matematik Siswa	247
D.3 Hasil Perhitungan Reliabilitas Instrumen Tes Kemampuan Penalaran Matematik Siswa	248
D.4 Hasil Perhitungan Daya Pembeda Instrumen Tes Kemampuan Penalaran Matematik Siswa	249
D.5 Hasil Perhitungan Tingkat Kesukaran Instrumen Tes Kemampuan Penalaran Matematik Siswa	250
D.6 Hasil Perhitungan Uji Normalitas Skor Tes Kemampuan Penalaran Matematik Siswa Kelompok Jigsaw II.....	251
D.7 Hasil Perhitungan Uji Normalitas Skor Tes Kemampuan Penalaran Matematik Siswa Kelompok Konvensional	253
D.8 Hasil Perhitungan Uji Homogenitas Skor Tes Kemampuan Penalaran Matematik Siswa Kelompok Jigsaw II dan Konvensional	255
D.9 Hasil Perhitungan Uji Hipotesis Statistik dengan Menggunakan <i>Independent Samples T-Test</i> Skor Tes Kemampuan Penalaran Matematik Siswa Kelompok Jigsaw II dan Konvensional	256
D.10 Statistik Deskriptif Instrumen Tes Kemampuan Penalaran Matematik Siswa	257
D.11 Hasil Perhitungan Validitas Instrumen Tes Kemampuan Penalaran Matematik Siswa	258
D.12 Hasil Perhitungan Reliabilitas Instrumen Tes Kemampuan Penalaran Matematik Siswa	259
D.13 Hasil Perhitungan Daya Pembeda Instrumen Tes Kemampuan Penalaran Matematik Siswa	260
D.14 Hasil Perhitungan Tingkat Kesukaran Instrumen Tes Kemampuan Penalaran Matematik Siswa	261

D.15 Hasil Perhitungan Uji Normalitas Skor Tes Kemampuan Penalaran Matematik Siswa Kelompok Jigsaw II.....	262
D.16 Hasil Perhitungan Uji Normalitas Skor Tes Kemampuan Penalaran Matematik Siswa Kelompok Konvensional	264
D.17 Hasil Perhitungan Uji Homogenitas Skor Tes Kemampuan Penalaran Matematik Siswa Kelompok Jigsaw II dan Konvensional	266
D.18 Hasil Perhitungan Uji Hipotesis Statistik dengan Menggunakan Independet Samples T-Test Skor Tes Kemampuan Penalaran Matematik Siswa Kelompok Jigsaw II dan Konvensional	267
Lampiran E (Administrasi)	268
E.1 Tabel Nilai-Nilai r Product Moment	269
E.2 Surat Keterangan Penelitian	270
E.3 Kartu Bimbingan Tesis	271
E.4 Surat Pernyataan	273
E.5 Contoh Hasil LKS Siswa dengan Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw II	274
E.6 Contoh Hasil <i>Post-Test</i> Instrumen Tes Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik Siswa	281

BABI

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang Masalah

Kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi yang semakin pesat menyebabkan persaingan pun semakin ketat, baik persaingan antar individu maupun persaingan antar negara. Dalam persaingan ini, kita harus menjadikan diri kita seorang pribadi yang berkualitas dan unggul. Kualitas dan keunggulan suatu bangsa dapat dilihat dari karakter yang tercermin dari masing-masing pemuda dan pemudinya, yang berakhlak mulia, jujur, cerdas, dan percaya diri. Karakter tersebut akan diperoleh melalui proses pendidikan.

Pendidikan yang tercantum dalam Undang-Undang Republik Indonesia nomor 20 tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional dalam pasal 1 ayat 1 adalah usaha yang terencana untuk mewujudkan suasana belajar dan pembelajaran yang mendukung siswa mengembangkan potensi dirinya untuk memiliki kekuatan spiritual keagamaan, pengendalian diri, kepribadian, kecerdasan, akhlak mulia, serta keterampilan yang diperlukan dirinya, masyarakat, bangsa, dan negara. Masih dalam Undang-Undang Nomor 20 Tahun 2003 dalam pasal 3 menyatakan bahwa pendidikan nasional berfungsi untuk mengembangkan kemampuan dan membentuk watak serta peradaban bangsa yang bermartabat dalam rangka mencerdaskan kehidupan bangsa dan untuk berkembangnya siswa agar menjadi manusia yang beriman dan bertaqwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, berakhlak

mulia, sehat, berilmu, cakap, kreatif, mandiri, dan menjadi warga negara yang demokratis, serta bertanggung jawab.

Pemerintah telah memberlakukan Undang-Undang nomor 20 tahun 2003, namun kenyataannya mutu pendidikan Indonesia masih termasuk kategori rendah jika dibandingkan dengan negara-negara lain. Berdasarkan penelitian PISA (*Program of International Student Assessment*) (dalam OECD, 2010) dideskripsikan bahwa rata-rata kemampuan matematika siswa di Indonesia berada di 10 besar dari urutan bawah yaitu peringkat 61 dari 65 negara yang ikut serta.

Sedangkan menurut data *Human Development Index* atau HDI (dalam Human Development Report, 2012), mutu pendidikan negara-negara di kawasan ASEAN ditampilkan dalam Tabel 1.1.

Tabel 1.1
Data *Human Development Index* (HDI) pada tahun 2012

Nama Negara	Peringkat
Singapura	18
Brunai	30
Malaysia	64
Sri Lanka	92
Thailand	103
Filipina	114
Indonesia	121
Vietnam	127
Timor Leste	134
Myanmar	149

Data tersebut menunjukkan bahwa daya saing Indonesia masih berada di bawah jika dibandingkan dengan negara-negara di ASEAN, yang menunjukkan

bahwa prestasi siswa di Indonesia masih rendah jika dibandingkan dengan negara-negara ASEAN yaitu Singapura, Brunai, Malaysia, Sri Lanka, Thailand dan Filipina. Rendahnya daya saing dan prestasi siswa Indonesia karena mutu pendidikan Indonesia masih termasuk kategori rendah dibandingkan negara-negara di kawasan ASEAN. Oleh karena itu mutu pendidikan di Indonesia masih harus terus diperbaiki oleh pemerintah, baik oleh pemerintah pusat maupun pemerintah daerah yang memegang kebijakan tentang pendidikan.

Peningkatan mutu pendidikan merupakan salah satu faktor yang sangat berpengaruh terhadap mutu suatu negara, karena dengan meningkatnya mutu pendidikan suatu negara maka akan sejalan dengan meningkatnya mutu sumber daya manusia di negara tersebut. Sumber daya manusia yang bermutu ditandai dengan kemampuannya beradaptasi menghadapi perubahan zaman yang semakin hari semakin maju, sehingga menuntut kemampuan untuk menguasai ilmu pengetahuan dan teknologi (IPTEK).

Perkembangan IPTEK yang semakin pesat menuntut sumber daya manusia di suatu negara untuk menguasai dan menciptakan teknologi yang lebih canggih. Perkembangan teknologi yang lebih canggih membutuhkan penguasaan matematika sejak dini. Hal ini karena matematika adalah salah satu pelajaran di sekolah yang merupakan dasar dari ilmu-ilmu yang lain dan sangat dibutuhkan dalam kehidupan kita sehari-hari di berbagai bidang. Matematika merupakan ilmu yang universal yang mempunyai peranan yang penting dalam berbagai ilmu pengetahuan dan menjadi dasar perkembangna teknologi. Hal ini sejalan dengan pendapat Jacobs (dalam Dahlan, 2011) yang menyebutkan bahwa matematika adalah bahasa universal.

Matematika sangat berperan pada kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi. Hal ini sejalan dengan pendapat Riedesel *et al.* (dalam Putri, 2012) yang menyatakan bahwa matematika merupakan ilmu pengetahuan yang berkembang secara dinamik. Perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi yang semakin pesat menyebabkan manusia semakin berkembang pula pola pikir dan kehidupannya. Hal ini menyebabkan pandangan terhadap matematika juga mulai bergeser dari pandangan matematika sebagai ilmu yang statis menjadi matematika sebagai ilmu yang dinamis.

Pembelajaran matematika akan bermakna apabila kompetensi dasar matematika termuat di dalam pembelajaran matematika. Menurut NCTM (2000) kemampuan matematika yang harus termuat dalam pembelajaran matematika adalah pemecahan masalah (*problem solving*), penalaran (*reasoning*), komunikasi (*communication*), koneksi (*connection*), representasi (*representation*). Di dalam Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan Matematika (KTSP, 2006) disebutkan bahwa tujuan pembelajaran matematika di Indonesia yaitu:

1. Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antar konsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah.
2. Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika.
3. Memecahkan masalah.
4. Mengkomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah.
5. Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, sikap rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.

Berdasarkan tujuan pembelajaran matematika di Indonesia di atas, tujuan kedua dan keempat menunjukkan bahwa kemampuan penalaran dan komunikasi matematik merupakan dua kemampuan dasar matematika yang harus dikuasai

oleh siswa. Kemampuan komunikasi matematik siswa perlu untuk dikembangkan dalam pembelajaran matematika karena kemampuan komunikasi matematik diperlukan untuk mempelajari bahasa dan simbol-simbol matematika serta mengekspresikan ide-ide matematik. Disamping itu komunikasi juga bermanfaat untuk melatih siswa untuk mengemukakan gagasan secara jujur berdasarkan fakta, rasional, serta meyakinkan orang lain dalam rangka memperoleh pemahaman bersama. Sebagaimana dikemukakan oleh Lindquist (dalam Yohandi, 2011) yaitu matematika sebagai bahasa terbaik dalam komunitasnya sehingga komunikasi matematik merupakan esensi dari mengajar, belajar, dan mengakses matematika.

Menurut Dantzig (dalam Dahlan, 2011), matematika adalah alat untuk membantu berpikir, menemukan pola, menyelesaikan masalah, dan membuat kesimpulan. Matematika juga merupakan alat yang tak terhingga nilainya untuk mengkomunikasikan berbagai ide dengan jelas, tepat, dan ringkas. Hal itulah yang menyebabkan matematika merupakan suatu bahasa, yakni “bahasa sains”. Matematika menurut Dahlan (2011), selain sebagai bahasa, matematika merupakan aktivitas sosial (*social activity*). Akibatnya pembelajaran matematika pun menjadi satu kesatuan yang tak terpisah dari aktivitas sosial, sesuai dengan pendapat Schoenfeld (dalam Dahlan, 2011) yang menyebutkan bahwa pembelajaran matematika tak terpisahkan dari aktivitas sosial.

Komunikasi memegang peran penting dalam pembelajaran matematika sebagaimana aktivitas sosial siswa di masyarakat karena interaksi antar siswa, juga komunikasi antara guru dengan siswa merupakan hal yang penting dalam perkembangan kemampuan matematik siswa.

Dalam pembelajaran matematika, penalaran merupakan salah satu kemampuan matematika yang harus dimiliki oleh siswa. Menurut Shurter dan Pierce (dalam Dahlan, 2011), istilah penalaran diterjemahkan dari *reasoning* yang didefinisikan sebagai proses pencapaian kesimpulan logis berdasarkan fakta dan sumber yang relevan.

Pembelajaran matematika diharapkan tidak hanya menghasilkan kemampuan kognitif namun juga kemampuan afektif dan psikomotor. Dalam pembelajaran matematika, kemampuan penalaran matematika pada siswa diperlukan untuk menghantarkan siswa kepada pencapaian kesimpulan. Matematika merupakan alat untuk membantu berpikir, menemukan pola, menyelesaikan masalah, dan membuat kesimpulan. Matematika juga merupakan alat yang tak terhingga nilainya untuk mengkomunikasikan berbagai ide dengan jelas, tepat dan ringkas. Siswa yang memiliki kemampuan penalaran dan komunikasi matematik yang baik dapat membantu temannya untuk dapat memahami bahasa matematika sesuai dengan bahasa mereka. Oleh karena itu kemampuan penalaran dan komunikasi matematik diperlukan untuk dapat mentransfer konsep matematika yang bertaburan dengan simbol.

Kemampuan penalaran dan komunikasi matematika perlu untuk dikembangkan melalui pembelajaran matematika karena matematika tak hanya sebagai bahasa yang menjadi alat bantu dalam berpikir, menemukan pola, menyelesaikan masalah, dan membuat kesimpulan, namun matematika juga merupakan aktivitas sosial yang berupa interaksi antar siswa, juga komunikasi antara guru dengan siswa yang merupakan hal penting dalam membantu kemampuan pemahaman konsep matematika pada siswa.

Penalaran matematika erat kaitannya dengan komunikasi matematik. Siswa yang sudah mempunyai kemampuan penalaran matematik dituntut untuk dapat mengkomunikasikannya agar penalarannya bisa bermanfaat. Siswa yang memiliki kemampuan komunikasi matematik yang baik akan lebih memudahkan dalam menemukan alternatif penyelesaian dari suatu permasalahan yang berakibat pada meningkatnya kemampuan penalaran matematik.

Ada upaya untuk meningkatkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa, dalam hal ini guru merupakan salah satu komponen yang memegang peranan yang sangat penting. Guru berperan mengolah pembelajaran agar menarik dan dapat meningkatkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa. Menurut Clark (dalam Tamur, 2012) menyatakan bahwa untuk mengembangkan kemampuan komunikasi matematik siswa dapat diberikan 4 strategi, yaitu: (1) memberikan tugas-tugas yang cukup memadai (untuk membuat siswa maupun kelompok diskusi lebih aktif, (2) menciptakan lingkungan yang kondusif agar siswa bisa dengan leluasa untuk mengungkapkan gagasan-gagasannya, (3) mengarahkan siswa untuk menjelaskan dan memberi argumentasi pada hasil yang diberikan dan gagasan-gagasan yang difikirkan, (4) mengarahkan siswa agar aktif memproses berbagai macam ide dan gagasan.

Salah satu model pembelajaran yang dapat mengembangkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematika adalah model pembelajaran kooperatif. Menurut Slavin (2011) penggunaan pembelajaran kooperatif untuk meningkatkan pencapaian prestasi belajar siswa, dan juga berakibat positif yang dapat mengembangkan hubungan antar kelompok, penerimaan terhadap teman sekelas yang lemah dalam bidang akademik, dan meningkatkan rasa percaya diri. Masih

menurut Slavin (2011), alasan lain penggunaan pembelajaran kooperatif adalah tumbuhnya kesadaran bahwa para siswa perlu belajar untuk berpikir, menyelesaikan masalah, mengintegrasikan serta mengaplikasikan kemampuan pengetahuan mereka.

Salah satu model pembelajaran kooperatif yang diharapkan mampu mengembangkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematika pada siswa adalah model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II. Pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II merupakan modifikasi dari Jigsaw I. Robert Slavin menciptakan Jigsaw II yang merupakan modifikasi dari Jigsaw I yang dikembangkan oleh Elliot Aronson dan rekannya. Menurut Sutawidjaja (2011) dalam Jigsaw II, para siswa bekerja dalam tim yang heterogen, sebagaimana teknik kooperatif lainnya.

Pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II, memberi kesempatan kepada siswa untuk mentransfer materi kepada temannya dengan menggunakan bahasa mereka sendiri. Biasanya bahasa teman akan lebih mudah dipahami daripada bahasa guru. Pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II mengutamakan keberhasilan bersama dalam peningkatan hasil belajar dan memaksimalkan keaktifan siswa. Pembelajaran kooperatif tipe jigsaw II menekankan adanya kerjasama antar siswa dalam kelompok dalam proses pembelajaran. Melalui pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II, guru berperan sebagai fasilitator dan siswa berperan aktif dalam proses pembelajaran.

Siswa di kelas XI IPA SMA Negeri 1 Terbanggi Besar umumnya masih belajar secara individual dan belum terbiasa untuk belajar secara berkelompok. Para siswa umumnya enggan untuk bekerja sama menyelesaikan tugas secara berkelompok dari guru. Para siswa sering mengeluh dan tak jarang protes, apabila

guru memberikan tugas berkelompok dan guru menentukan anggota dalam kelompok. Alasan yang diutarakan para siswa karena kurang cocok antar anggota dalam kelompok yang telah ditentukan guru, hal ini karena kebanyakan siswa masih memilih-milih teman. Kebanyakan siswa yang pandai kurang mau bekerja sama dengan siswa yang kurang pandai, begitu pula siswa yang kurang pandai enggan untuk bekerja sama dengan siswa yang pandai karena merasa rendah diri. Kondisi ini kurang baik jika dibiarkan, akibat yang dapat ditimbulkan adalah siswa yang kurang pandai akan semakin tertinggal kemampuan kognitifnya jika dibandingkan dengan siswa yang pandai. Hal ini juga akan berdampak kurang baik terhadap kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa.

Berdasarkan hal tersebut di atas, maka diperlukan suatu penelitian eksperimen yang dapat membantu menyelesaikan permasalahan tersebut yaitu dengan menerapkan pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II. Harapan yang ingin dicapai adalah agar siswa dapat lebih aktif dalam pembelajaran, dapat bekerja sama, dan tidak lagi membedakan antara yang pandai dan yang kurang pandai, sehingga para siswa dapat saling membantu satu dengan yang lain untuk memahami suatu materi. Hal ini karena pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II memberikan kesempatan kepada siswa untuk berdiskusi. Selain itu juga Jigsaw II juga memberi kesempatan kepada siswa untuk membaca, menulis dan mengkomunikasikan materi yang telah mereka diskusikan. Melalui pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II membuka peluang untuk siswa mengembangkan dan meningkatkan kemampuan penalaran matematika dengan membaca dan merangkai materi berdasarkan pemahaman mereka sendiri dan siswa bertugas untuk menyampaikan materi yang mereka pelajari dan diskusikan kepada teman

mereka dengan bahasa mereka sendiri. Siswa dapat mengembangkan dan meningkatkan kemampuan komunikasi matematik dengan menyampaikan materi yang mereka pahami kepada teman mereka dengan menggunakan bahasa mereka. Berdasarkan uraian tersebut, pada penelitian ini penulis ingin meneliti apakah model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II berpengaruh terhadap kemampuan penalaran matematik siswa dan terhadap kemampuan komunikasi matematik siswa.

B. Perumusan Masalah

Rumusan masalah pada penelitian ini secara umum adalah:

1. Apakah model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II berpengaruh terhadap kemampuan penalaran matematik siswa?
2. Apakah model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II berpengaruh terhadap kemampuan komunikasi matematik siswa?

Sedangkan rumusan masalah pada penelitian ini secara operasional atau khusus adalah :

1. Apakah kemampuan penalaran matematik siswa yang memperoleh pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II lebih baik dari siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional?
2. Apakah kemampuan komunikasi matematik siswa yang memperoleh pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II lebih baik dari siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional?

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah, tujuan yang ingin dicapai pada penelitian ini secara umum adalah :

1. Mengetahui pengaruh model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II terhadap kemampuan penalaran matematik siswa.
2. Mengetahui pengaruh model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II terhadap kemampuan komunikasi matematik siswa.

Sedangkan tujuan yang ingin dicapai pada penelitian ini secara operasional atau khusus adalah :

1. Mengetahui kemampuan penalaran matematik siswa yang memperoleh pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II jika dibandingkan dengan siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional.
2. Mengetahui kemampuan komunikasi matematik siswa yang memperoleh pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II jika dibandingkan dengan siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional.

D. Kegunaan Penelitian

Secara teoritis penelitian ini diharapkan mampu memberikan sumbangan terutama terhadap studi pengembangan kemampuan penalaran dan komunikasi matematik, serta memberikan khazanah pengetahuan tentang sistem pembelajaran yaitu dengan menggunakan model kooperatif tipe Jigsaw II.

Hasil penelitian ini secara praktis diharapkan juga bisa memberikan manfaat antara lain:

1. Memberikan pemahaman yang baik bagi guru untuk suatu materi tertentu, sehingga siswa bisa lebih memahami konsep materi tersebut dan menjadi rujukan yang bermanfaat bagi guru.
2. Model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II merupakan alternatif yang dapat diimplementasikan di sekolah, khususnya pada mata pelajaran matematika.
3. Menjadi rujukan yang bermanfaat bagi guru karena model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II merupakan alternatif yang dapat diimplementasikan di sekolah, khususnya pada mata pelajaran matematika.

Universitas Terbuka

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

A. Kajian Teori

1. Teori Belajar Konstruktivisme

Menurut Piaget (dalam Winataputra, 2008), proses berpikir melibatkan dua jenis proses yang saling berhubungan, yaitu mengorganisasikan (*organizing*) dan mengadaptasi/mengubah (*adapting*) informasi dan pengetahuan. Masih menurut Piaget (dalam Winataputra, 2008), ketika mengorganisasikan pengetahuan, yang dilakukan siswa adalah membedakan informasi yang penting dari yang tidak penting atau konsep utama dan jabarannya serta melihat saling keterkaitan antara satu konsep dengan konsep lainnya. Siswa akan melakukan proses adaptasi ketika belajar yaitu melalui asimilasi dengan cara mengaitkan pengetahuan baru dengan struktur kognitif yang telah dimiliki atau melalui proses akomodasi terhadap pengetahuan baru dengan sedikit banyak mengubah struktur kognitif yang telah dimiliki. Sedangkan Vygotsky (dalam Winataputra, 2008) berpendapat bahwa pengetahuan dibangun secara sosial, yang berarti bahwa peserta yang terlibat dalam suatu interaksi sosial akan memberikan kontribusi dan membangun bersama makna suatu pengetahuan.

Menurut Piaget (dalam Sutawidjaja, 2011) menyatakan bahwa siswa secara aktif terlibat dalam proses mendapatkan informasi dan membangun pengetahuannya sendiri karena pengetahuan tidak tetap statis melainkan terus berkembang dan berubah ketika seseorang atau siswa menghadapi pengalaman

baru yang mendorong mereka terus membangun dan memodifikasi pengetahuan sebelumnya. Sedangkan Vygotsky (dalam Sutawidjaja, 2011) menyatakan bahwa pengetahuan tidak dapat ditransfer dari pikiran seseorang ke pikiran orang lain, melainkan orang atau siswa sendiri yang membangun pengetahuan tersebut di dalam pikirannya dan siswa dapat secara efektif mengkonstruksi pengetahuan apabila ia berinteraksi dengan orang lain yang telah menguasai pengetahuan yang sedang dipelajari.

Sejalan dengan pendapat Vygotsky tersebut, Piaget (dalam Sutawidjaja, 2011) mengemukakan bahwa pentingnya interaksi dalam belajar karena dengan berinteraksi dengan orang lain kemungkinan besar siswa akan mengalami konflik kognitif (*cognitive conflict*) yang menimbulkan ketidakstabilan dalam pikirannya sehingga memicu terjadinya akomodasi. Masih menurut Piaget (dalam Sutawidjaja, 2011), konflik kognitif (*cognitive conflict*) adalah keadaan dalam pikiran orang yang telah memaknai sesuatu yang berbeda dengan yang sekarang diperoleh, sehingga terdapat suatu pertentangan dalam pikiran tentang sesuatu tersebut.

Hal tersebut juga didukung oleh pendapat Vygotsky (dalam Karwono, 2010) yang menekankan pentingnya aspek sosial dalam pembelajaran karena dengan interaksi sosial dengan orang lain menjadikan individu tersebut membangun ide-ide barunya sehingga tercapai perkembangan kognitifnya. Masih menurut Vygotsky (dalam Karwono, 2010) yang mengatakan bahwa dalam belajar terjadi proses perkembangan internal dan itu terjadi ketika seorang siswa berinteraksi dengan orang lain di dalam lingkungannya dan bekerja sama dengan teman sebayanya.

Gauvin (dalam Santrock, 2007) mengatakan bahwa keterlibatan dengan orang lain membuka kesempatan bagi siswa untuk mengevaluasi dan memperbaiki pemahaman mereka saat mereka bertemu dengan pemikiran orang lain dan saat mereka berpartisipasi dalam pencarian pemahaman bersama. Hal ini didukung dengan pendapat Johnson & Johnson (dalam Santrock, 2007) bahwa dengan cara ini, pengalaman dalam konteks sosial memberikan mekanisme penting untuk perkembangan pemikiran siswa.

Menurut Santrock (2007), dalam pendekatan konstruktivis Piaget, siswa mengkonstruksi pengetahuan dengan mentransformasikan, mengorganisasikan, dan mereorganisasikan pengetahuan dan informasi sebelumnya, sedangkan Vygotsky menekankan bahwa siswa mengkonstruksi pengetahuan melalui interaksi sosial dengan orang lain, yang dipengaruhi oleh kultur di mana siswa tinggal, yang mencakup bahasa, keyakinan, dan keahlian atau keterampilan.

Pendapat lain dikemukakan oleh Winataputra (2008) bahwa pembelajaran dapat juga dikemas sebagai suatu kegiatan kerja sama (*cooperative efforts*). Sedangkan Ames (dalam Winataputra, 2008) berpendapat bahwa dalam tim, siswa bekerja sama untuk mengkonstruksi suatu hasil kerja bersama. Dalam suasana kerja sama siswa biasanya merasa lebih termotivasi untuk belajar dan berprestasi karena mereka beranggapan kemungkinan untuk berhasil lebih besar.

Sejalan dengan pendapat Ames tersebut, Winataputra (2008) berpendapat bahwa dalam proses belajar bersama, siswa berpikir, bekerja sama, dan saling mengamati atau bahkan meniru strategi pemecahan masalah dari teman yang lain. Mereka berbagi informasi dan saling mengoreksi, bahkan berperan sebagai tutor sebaya (*peer tutoring*) untuk temannya. Dalam proses seperti ini jelas bahwa

pemahaman yang dihasilkan akan lebih baik dibandingkan dengan pemahaman seorang siswa yang belajar sendiri.

Peran guru menurut Piaget (dalam Santrock, 2007) adalah memberi dukungan bagi siswa untuk mengeksplorasi dan mengembangkan pemahaman. Sedangkan Vygotsky (dalam Santrock, 2007) mengatakan bahwa guru harus menciptakan banyak kesempatan bagi siswa, untuk belajar dengan guru dan teman sebaya dalam mengkonstruksi pengetahuan bersama. Hal ini didukung oleh pendapat Marshall (dalam Santrock, 2007), yang mengatakan bahwa dalam model Piaget dan Vygotsky, guru berfungsi sebagai fasilitator dan membimbing bukan sebagai pengatur dan pembentuk pembelajaran siswa. Masih menurut Santrock (2007), yang mengatakan bahwa jika guru menciptakan *brainstorming* bagi siswa untuk memperoleh strategi memori yang baik, maka di sini jelas ada interaksi sosial.

Menurut Sutawidjaja (2011) berdasarkan pendapat Vygotsky mengatakan bahwa peran guru bukan mengirim pengetahuan kepada siswa akan tetapi sebagai pemberi motivasi (*motivator*), pemberi fasilitas atau kemudahan (*fasilitator*), penengah (*mediator*), pelaksana evaluasi (*evaluator*), dan pelaku intervensi (*intervensionis*) dalam membantu siswa mencapai kemampuan potensialnya. Hal ini diperkuat oleh pendapat Piaget (dalam Karwono, 2010) yang menyatakan bahwa pengetahuan tidak dapat ditrasfer oleh guru yang dianggap serba tahu oleh siswa tanpa siswa tersebut mengolah dan membentuknya sendiri. Pendapat tersebut didukung oleh pendapat Bruner (dalam Sutawidjaja, 2011) yang mengenalkan konsep *scaffolding* yaitu bantuan seperlunya yang diberikan oleh

guru kepada siswa yang kemudian secara bertahap dikurangi sehingga akhirnya siswa dapat berdiri sendiri dalam melakukan aktivitas belajar.

Prinsip dasar yang harus diperhatikan dalam pengembangan pembelajaran konstruktivisme menurut Suprijono (2011) adalah:

a. *Prior Knowledge/Previous Experience*

Salah satu faktor yang sangat mempengaruhi proses belajar adalah pengetahuan yang telah diketahui oleh siswa karena konstruksi pengetahuan tidak berangkat dari “pikiran kosong” (*blank mind*) sehingga siswa harus memiliki pengetahuan awal (*prior knowledge*).

b. *Conceptual-Change Process*

Proses perubahan konseptual (*conceptual-change process*) merupakan proses pemikiran yang terjadi pada diri siswa ketika peta konsep yang dimilikinya dihadapkan dengan situasi dunia nyata. Dalam proses ini siswa melakukan analisis, sintesis, berargumentasi, mengambil keputusan, dan menarik kesimpulan sekalipun bersifat tentatif. Konstruksi pengetahuan yang dihasilkan bersifat *viabilitas* yang artinya konsep yang telah terkonstruksi dapat tergeser oleh konsep lain yang lebih dapat diterima.

2. Model Pembelajaran Kooperatif

Menurut Johnson (2010), kerja sama adalah sesuatu yang alami, kelompok dapat maju dengan baik, setiap bagian kelompok saling berhubungan sedemikian rupa sehingga pengetahuan yang dipunyai seseorang akan menjadi *output* bagi yang lain, dan *output* ini akan menjadi *input* bagi yang lainnya lagi. Johnson (2010) juga menyebutkan bahwa kerja sama yang erat lahir terutama dari komunikasi yang kuat di antara para anggota kelompok.

Masih menurut Johnson (2010), belajar dengan kerja sama memungkinkan siswa untuk mendengarkan suara anggota kelompok yang lain, dengan pola belajar ini membantu siswa untuk menemukan bahwa ternyata cara pandang mereka hanyalah satu diantara cara pandang yang lain dan cara mereka melakukan sesuatu hanyalah satu kemungkinan dari berbagai kemungkinan yang lain.

Johnson (2010) juga berpendapat bahwa kesuksesan lebih mudah dicapai oleh para anggota kelompok yang bekerja sama daripada kesuksesan yang diraih seseorang yang berusaha sendirian dan persahabatan menghasilkan wawasan yang lebih kaya daripada yang dapat dihasilkan satu orang.

Menurut Slavin (2011) penggunaan pembelajaran kooperatif adalah untuk meningkatkan pencapaian prestasi belajar siswa, dan juga berakibat positif yang dapat mengembangkan hubungan antar kelompok, penerimaan terhadap teman sekelas yang lemah dalam bidang akademik, dan meningkatkan rasa percaya diri. Masih menurut Slavin (2011) penggunaan pembelajaran kooperatif adalah tumbuhnya kesadaran bahwa para siswa perlu belajar untuk berpikir, menyelesaikan masalah, mengintegrasikan serta mengaplikasikan kemampuan pengetahuan mereka.

Pendapat Lie (2002) menyebut *cooperative learning* dengan istilah pembelajaran gotong-royong, yaitu sistem pembelajaran yang memberi kesempatan kepada siswa untuk bekerjasama dengan siswa lain dalam tugas-tugas yang terstruktur. Pembelajaran kooperatif menurut Johnson & Johnson (dalam Isjoni, 2010) adalah mengelompokkan siswa di dalam kelas ke dalam suatu kelompok kecil agar siswa dapat bekerja sama dengan kemampuan maksimal yang mereka miliki dan mempelajari materi serta bertukar pendapat satu sama lain dalam kelompok tersebut.

Pembelajaran kooperatif menurut Slavin (2011) merupakan model pembelajaran di mana guru mendorong para siswa untuk melakukan kerja sama dalam kegiatan-kegiatan tertentu seperti diskusi atau pengajaran oleh teman sebaya (*peer teaching*), dalam proses pembelajaran guru tidak lagi mendominasi

sehingga siswa dituntut untuk berbagi informasi dengan siswa yang lainnya dan saling belajar mengajar sesama mereka. Sedangkan pembelajaran kooperatif menurut Sanjaya (2010) merupakan salah satu model pembelajaran yang menggunakan sistem pengelompokan dengan tim kecil, yang beranggotakan empat sampai enam orang yang mempunyai latar belakang yang heterogen dilihat dari kemampuan akademis, jenis kelamin, ras atau suku yang berbeda. Sedangkan Suprijono (2009) menyatakan bahwa pembelajaran kooperatif merupakan serangkaian strategi yang khusus dirancang untuk memberi dorongan kepada siswa agar bekerja sama dan saling membantu satu dengan yang lain selama berlangsungnya pembelajaran untuk mencapai tujuan pembelajaran yang telah ditentukan.

Menurut Lie (2002) bahwa yang mendasari model pembelajaran kooperatif adalah pembelajaran gotong-royong, yang didasari pada falsafah *homo homini socius* yang menekankan bahwa manusia adalah makhluk sosial yang memerlukan kerja sama antara sesama manusia. Sherman (dalam Santrock, 2007) dikatakan bahwa pembelajaran kooperatif terjadi ketika siswa bekerja sama dalam kelompok kecil (kelompok belajar) untuk saling membantu dalam belajar.

Sanjaya (2010) mengatakan bahwa dalam pembelajaran kooperatif sistem penilaian yang dilakukan adalah penilaian kelompok. Setiap kelompok akan memperoleh penghargaan atau *reward* apabila kelompok mampu menunjukkan prestasi sesuai dengan kriteria tertentu. Dengan demikian, setiap anggota kelompok memiliki ketergantungan positif, yang akan memunculkan rasa tanggung jawab masing-masing individu terhadap kelompok dan juga memunculkan keterampilan interpersonal dari setiap anggota kelompok.

Disamping itu, setiap individu dalam kelompok akan dapat saling membantu dan saling termotivasi untuk keberhasilan kelompok, yang memberikan kesempatan yang sama kepada setiap anggota kelompok untuk memberikan kontribusi dalam keberhasilan kelompok.

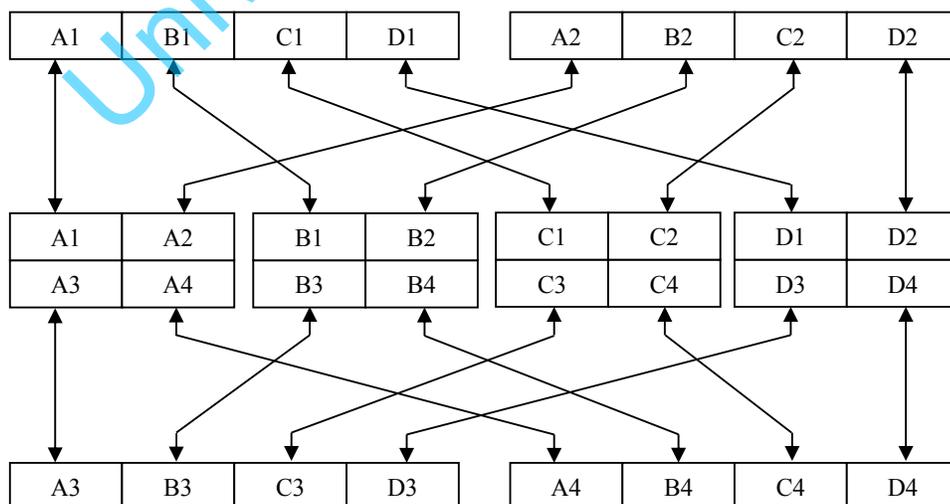
2. Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw II

Jigsaw II sebagaimana dikatakan oleh Slavin (2011) adalah adaptasi dari teknik teka-teki yang dikembangkan oleh Elliot Aronson. Lie (2002) menyatakan bahwa teknik mengajar Jigsaw dikembangkan oleh Aronson *et al* sebagai metode pembelajaran kooperatif yang bisa digunakan dalam pengajaran membaca, menulis, mendengarkan, ataupun berbicara. Masih menurut Lie (2002), Jigsaw II menggabungkan kegiatan membaca, menulis, mendengarkan, dan berbicara dan bisa pula digunakan dalam beberapa mata pelajaran, seperti ilmu pengetahuan alam, ilmu pengetahuan sosial, matematika, agama, dan bahasa dan cocok untuk semua kelas atau tingkatan.

Menurut Lie (dalam Nyeneng, 2012) mengatakan bahwa dalam pembelajaran menggunakan Jigsaw, guru memperhatikan latar belakang pengalaman siswa dan membantu siswa agar belajar menjadi lebih bermakna. Selain itu dalam Jigsaw, siswa juga belajar bersama dengan teman sekelompoknya dalam suasana gotong royong dan mempunyai banyak kesempatan untuk mengolah informasi untuk meningkatkan kemampuan berkomunikasi. Pannen (dalam Nyeneng, 2012) menyatakan bahwa dalam pembelajaran dengan Jigsaw, sesuatu yang penting adalah kemampuan masing-masing siswa untuk menjadi *peer-tutor* untuk teman sekelompoknya.

Menurut Slavin (2011), dalam Jigsaw II para siswa bekerja dalam tim yang heterogen, sebagaimana teknik kooperatif lainnya. Para siswa tersebut diberikan tugas untuk membaca beberapa bab atau unit, dan diberikan “lembar ahli” yang terdiri atas topik-topik berbeda yang harus menjadi fokus perhatian masing-masing anggota tim saat mereka membaca. Setelah semua siswa selesai membaca, siswa-siswa dari tim yang berbeda yang mempunyai fokus topik yang sama bertemu dalam “kelompok ahli” untuk mendiskusikan topik mereka sekitar tiga puluh menit. Para ahli tersebut kemudian kembali kepada tim mereka dan secara bergantian mengajari teman satu timnya mengenai topik yang menjadi ahlinya. Terakhir, para siswa menerima penilaian yang mencakup seluruh topik, dan skor kuis akan menjadi skor tim.

Berdasarkan pendapat di atas, masing-masing anggota kelompok asal bertemu dalam diskusi kelompok ahli untuk membahas materi yang diberikan. Setelah selesai mereka kembali ke kelompok asal untuk menjelaskan kepada teman sekelompoknya, sebagaimana yang diungkapkan oleh Komalasari (2010) yang digambarkan pada Gambar 2.1.



Gambar 2.1. Posisi Siswa dalam Model Jigsaw II

Langkah-langkah pembelajaran Jigsaw menurut Komalasari (2010) adalah sebagai berikut:

1. Siswa dikelompokkan ke dalam 4 orang per tim.
2. Tiap orang dalam tim diberi materi yang berbeda.
3. Tiap orang dalam tim diberi materi yang ditugaskan.
4. Anggota dari tim yang berbeda yang telah mempelajari bagian/subbab yang sama bertemu dalam kelompok baru (kelompok ahli) untuk mendiskusikan subbab mereka.
5. Setelah selesai diskusi sebagai tim ahli, tiap anggota kembali ke kelompok asal dan bergantian mengajar teman satu tim mereka tentang subbab yang mereka kuasai dan tiap anggota lainnya mendengarkan dengan sungguh-sungguh.
6. Tiap tim ahli mempresentasikan hasil diskusi.
7. Guru memberi evaluasi.
8. Penutup

Mel Silberman (dalam Setyono, 2008) menyebutkan jika materi yang akan dipelajari dapat dibagi menjadi beberapa bagian dan tidak mengharuskan urutan penyampaiannya maka strategi pembelajaran Jigsaw ini menarik untuk digunakan dalam KBM. Masih menurut Mel Silberman (dalam Setyono, 2008), strategi pembelajaran ini dapat dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

- a. Pilih materi pelajaran yang dapat dibagi menjadi beberapa bagian.
- b. Siswa dibagi menjadi beberapa kelompok sesuai dengan jumlah bagian materi yang ada.
- c. Setiap siswa diberi tugas membaca dan memahami materi pelajaran yang berbeda-beda.
- d. Setiap kelompok mengirimkan anggotanya ke kelompok lain untuk menyampaikan apa yang telah mereka pelajari di kelompoknya.
- e. Kembalikan suasana kelas seperti semula, kemudian tanyakan sekiranya ada persoalan-persoalan yang tidak terpecahkan dalam kelompok.
- f. Sampaikan beberapa pertanyaan kepada siswa untuk mengecek pemahaman mereka terhadap materi.

Menurut Slavin (2011), pada Jigsaw II skor-skor yang dikontribusikan para siswa kepada timnya didasarkan pada sistem skor perkembangan individual dan para siswa yang timnya meraih skor tertinggi menerima sertifikat. Sehingga, para siswa termotivasi untuk mempelajari materi dengan baik dan terdorong untuk

bekerja keras dalam kelompok ahli sehingga dapat membantu timnya dalam melaksanakan tugasnya dengan baik. Menurut Lie (2002) dalam Jigsaw, guru memperhatikan skemata atau latar belakang pengalaman siswa dan membantu siswa mengaktifkan skemata ini agar bahan pelajaran menjadi lebih bermakna. Selain itu, siswa bekerja dengan sesama siswa dalam suasana gotong royong dan mempunyai banyak kesempatan untuk mengolah informasi dan meningkatkan keterampilan berkomunikasi.

Sejalan dengan itu, menurut Slavin (2011) kunci metode Jigsaw adalah tiap siswa bergantung kepada teman satu timnya agar dapat saling memberikan informasi agar dapat mendapatkan hasil yang baik saat penilaian. Sedangkan kegiatan-kegiatan pengajaran dalam Jigsaw II menurut Slavin (2011) terdiri atas membaca, diskusi, laporan tim, tes, penghargaan atau *reward*.

Berdasarkan pendapat para ahli Jigsaw II merupakan salah satu model pembelajaran di mana setiap siswa bergantung kepada satu timnya untuk dapat memberikan informasi yang diperlukan supaya dapat bekerja dengan baik dalam proses pembelajaran.

3. Teori Belajar Behaviorisme

Menurut Winataputra (2008) yang mengatakan bahwa menurut teori belajar behaviorisme, belajar merupakan perubahan tingkah laku yang merupakan hasil interaksi antara stimulus dan respon, yaitu proses manusia untuk memberikan respon tertentu berdasarkan stimulus yang datang dari luar. Menurut Karwono & Mularsih (2010), seseorang dianggap telah belajar sesuatu jika dapat menunjukkan perubahan perilakunya karena behaviorisme merupakan salah satu pendekatan untuk memahami perilaku individu baik verbal maupun non verbal

yang dapat diamati secara langsung dengan menggunakan metode pelatihan, pembiasaan, dan pengalaman. Pendapat lain menurut Winataputra (2008), teori belajar behavioristik sangat menekankan pada hasil belajar (*outcome*), yaitu perubahan tingkah laku yang dapat dilihat dan tidak begitu memperhatikan apa yang terjadi di dalam otak manusia karena hal tersebut tidak dapat dilihat.

Faktor lain yang dianggap penting oleh aliran behaviorisme menurut Pavlov & Thorndike (dalam Winataputra, 2008) adalah faktor penguatan (*reinforcement*) dan hukuman (*punishment*), jika penguatan ditambah (*positive reinforcement*) maka respon yang diharapkan akan semakin kuat, dan jika penguatan dikurangi atau dihilangkan (*negative reinforcement*) maka respon juga berkurang, begitu juga jika hukuman diberikan maka respon yang diharapkan akan semakin kuat dan respon yang tidak diharapkan akan semakin menghilang.

Menurut Santrock (2007), hukuman adalah konsekuensi yang menurunkan kemungkinan terjadinya suatu perilaku negatif, penguatan positif adalah penguatan berdasarkan prinsip bahwa frekuensi respon akan meningkat karena diikuti dengan stimulus yang mendukung (*rewarding*), sedangkan penguatan negatif adalah penguatan berdasarkan prinsip bahwa frekuensi respon meningkat karena diikuti dengan stimulus yang berkurang atau menghilang yang merugikan atau tidak menyenangkan. Hal tersebut digambarkan oleh Santrock (2007) dalam Tabel 2.1.

Tabel 2.1
Penguatan dan Hukuman

Jenis	Perilaku	Konsekuensi	Perilaku ke Depan yang Diharapkan
Penguatan Positif	Siswa mengajukan pertanyaan yang baik	Guru menguji siswa	Siswa mengajukan pertanyaan lebih banyak
Penguatan Negatif	Siswa menyerahkan PR atau tugas tepat waktu	Guru berhenti menegur siswa	Siswa semakin sering menyerahkan PR tepat waktu
Hukuman	Siswa menyela atau membantah guru	Guru menegur siswa	Siswa berhenti menyela atau membantah guru

4. Pembelajaran Konvensional

Pembelajaran konvensional atau biasa juga disebut dengan pembelajaran tradisional menurut Ruseffendi (2010) adalah pembelajaran yang biasanya diterapkan oleh guru yang pada umumnya memiliki ciri khas tertentu, misalnya mengutamakan hafalan daripada pengertian, menekankan pada keterampilan berhitung, mengutamakan hasil daripada proses dan pengajaran berpusat pada guru. Dalam penelitian ini yang dimaksudkan dengan pembelajaran konvensional adalah pembelajaran langsung dimana guru lebih mendominasi pembelajaran atau dengan kata lain pembelajaran berpusat pada guru.

Dalam suatu studi landasan teori oleh Vygotsky (dalam Santrock, 2007), dikatakan bahwa siswa yang berasal dari sekolah tradisional jarang diberi kesempatan untuk bekerja sama saat mereka belajar, sedangkan siswa yang berasal dari sekolah yang menekankan kolaborasi di sepanjang jam pelajaran

sekolah lebih sering membangun pemahaman secara kolaboratif ketimbang siswa dari sekolah tradisional, karena siswa yang berasal dari sekolah tradisional biasanya menggunakan pedoman soal berdasarkan pada pertanyaan yang sudah diketahui jawabannya dan sengaja menyembunyikan informasi untuk menguji pemahaman.

Model pembelajaran langsung menurut Sutawidjaja (2011) merupakan model mengajar yang dirancang khusus untuk menunjang proses belajar yang berkaitan dengan pengetahuan yang dapat diajarkan dengan pola kegiatan bertahap, selangkah demi selangkah. Pengajaran langsung (*direct instruction*) menurut Arends (dalam Sutawidjaja, 2011) dimaksudkan untuk membantu siswa mempelajari berbagai keterampilan dan pengetahuan dasar yang dapat diajarkan langsung setahap demi setahap.

Masih menurut Arends (dalam Sutawidjaja, 2011) model pembelajaran langsung dapat diterapkan pada semua mata pelajaran, akan tetapi lebih tepat untuk mata pelajaran yang berorientasi kinerja (seperti membaca, menulis, matematika, dan olah raga), selain itu cocok juga untuk mata pelajaran yang berorientasi informasi (seperti sejarah dan sains). Langkah-langkah atau sintaks pembelajaran langsung menurut Kardi & Nur (dalam Sutawidjaja, 2011) yaitu menetapkan tujuan-tujuan pembelajaran, penjelasan dan demonstrasi, latihan terbimbing, umpan balik dan latihan perluasan.

Menurut Sutawidjaja (2011), model pembelajaran langsung dilaksanakan melalui beberapa tahap atau fase. Fase pertama menyampaikan tujuan dan memberikan dasar pemikiran dan motivasi terhadap materi yang akan diajarkan. Setelah itu fase presentasi materi dan demonstrasi keterampilan tertentu yang

diajarkan, pada fase ini guru memberikan kesempatan untuk praktik dan bimbingan dan guru memberikan umpan balik, lalu diakhiri dengan transfer keterampilan. Perilaku guru pada setiap fasenya menurut Sutawidjaja (2011) dapat dilihat pada Tabel 2.2.

Tabel 2.2
Perilaku Guru pada Setiap Fase

Fase	Tahapan	Perilaku Guru
Fase 1	Menyampaikan tujuan dan <i>establishing set</i>	Menyiapkan siswa untuk belajar dengan menjelaskan tujuan-tujuan pelajaran, memberikan informasi latar belakang, dan menjelaskan mengapa pelajaran itu penting
Fase 2	Presentasi dan mendemonstrasikan pengetahuan dan keterampilan	Mendemonstrasikan keterampilan dengan benar atau mempresentasikan informasi langkah demi langkah
Fase 3	Memberikan praktik dan bimbingan	Menstrukturisasikan praktik awal
Fase 4	Memeriksa pemahaman siswa dan memberikan umpan balik	Memeriksa untuk melihat apakah siswa dapat melakukan keterampilan yang diajarkan dengan benar dan memberikan umpan balik kepada siswa
Fase 5	Memberikan praktik dan transfer yang diperluas	Menetapkan syarat-syarat untuk extended practice dengan memperhatikan transfer keterampilan ke situasi-situasi yang lebih kompleks

Menurut Ruseffendi (2010), manfaat dari pembelajaran langsung adalah dalam penyampaian materi bisa diberi ramu-ramu sehingga pelajaran menjadi menarik, selain itu dengan pembelajaran langsung pelajaran akan efisien karena

lebih berorientasi pada sasarannya dan tidak membiarkan pembelajaran keluar dari sasaran sehingga belajar lebih bermakna. Namun ada kelemahan pembelajaran langsung menurut Ruseffendi (2010) antara lain materi yang sampai kepada siswa tidak akan banyak yang diingat karena bila sesuatu disampaikan melalui pendengaran yang dapat diingat oleh pendengar hanya 20%, bila melalui penglihatan yang diingat 50% dan bila melalui perbuatan yang teringat 75%

5. Kemampuan Penalaran Matematik

Menurut Shurter dan Pierce (dalam Sugandi, 2011) mendefinisikan penalaran sebagai proses pencapaian kesimpulan logis berdasarkan fakta dan sumber yang relevan. Menurut Galloti (dalam Dahlan, 2011) penalaran merupakan proses transformasi yang diberikan dalam urutan tertentu untuk menjangkau kesimpulan. Penalaran matematik dalam NCTM (2000) adalah mengenal penalaran dan pembuktian sebagai dasar dalam matematika, membuat dan menyelidiki konjektur matematik, mengembangkan dan mengevaluasi argumen dan bukti matematika, memilih dan mengembangkan berbagai jenis penalaran dan pembuktian.

Definisi penalaran yang dijelaskan oleh Copi (dalam Wildani, 2011) merupakan kegiatan, proses atau aktivitas berpikir untuk menarik suatu kesimpulan atau membuat suatu pernyataan baru berdasarkan pada beberapa pernyataan yang diketahui benar ataupun yang dianggap benar. Sejalan dengan itu, Shadiq (dalam Wildani, 2011) mengatakan bahwa penalaran merupakan suatu kegiatan, suatu proses, atau suatu aktivitas berpikir untuk menarik kesimpulan atau membuat suatu pernyataan yang baru dan benar berdasarkan pada beberapa pernyataan yang kebenarannya telah dibuktikan atau diasumsikan sebelumnya.

Sedangkan Keraf (dalam Armiati, 2011) menyatakan bahwa penalaran adalah proses berfikir yang berusaha menghubungkan fakta-fakta atau evidensi-evidensi yang diketahui menuju kepada suatu kesimpulan. Selanjutnya menurut Awaludin (2007), penalaran adalah proses berpikir untuk menarik kesimpulan berupa pengetahuan dengan menggunakan logika tertentu berdasarkan informasi yang diberikan, dimana seorang siswa harus memberikan argumen atau alasan yang logis sebagai bukti kebenaran dari kesimpulan tersebut. Berdasarkan pendapat tersebut, kemampuan penalaran matematika merupakan salah satu aktivitas mengembangkan pikiran logis yang menuntun siswa untuk mencapai sebuah kesimpulan.

Penalaran menurut Gie (dalam Armiati, 2011) adalah proses pemikiran manusia yang berusaha tiba pada pernyataan baru yang merupakan kelanjutan runtut dari pernyataan lain yang diketahui. Selanjutnya Peressini dan Webb (dalam Wildani, 2011) memandang penalaran matematika sebagai aktivitas dinamik yang melibatkan keragaman model berpikir.

Menurut Shurter dan Pierce (dalam Dahlan, 2011) penalaran dibagi ke dalam dua jenis, yaitu penalaran induktif dan penalaran deduktif. Masih menurut Shurter dan Pierce (dalam Dahlan, 2011) mendefinisikan induksi sebagai proses penalaran yang menurunkan prinsip atau aturan umum dari pengamatan hal-hal atau contoh-contoh khusus, proses ini disebut generalisasi induktif yaitu proses khusus ke umum. Sedangkan deduksi didefinisikan sebagai proses penalaran dari pengetahuan prinsip atau pengalaman yang umum yang menuntun kita memperoleh kesimpulan untuk sesuatu yang khusus.

Menurut Ross (dalam Sugandi, 2011) menyatakan bahwa salah satu tujuan terpenting dari pembelajaran matematika adalah mengajarkan kepada siswa penalaran logika (*logical reasoning*). Sedangkan Armiami (2011) mengatakan bahwa penalaran matematik tidak hanya diperlukan dalam bidang matematika, tetapi juga bidang lain yaitu diperlukan untuk membuat pertimbangan atau mengevaluasi pernyataan sebelum membuat keputusan dan juga diperlukan untuk memilah dan memilih agar mendapatkan suatu kesimpulan yang benar sehingga diperoleh suatu keputusan yang valid.

Proses matematika dalam penarikan kesimpulan menurut Schoenfeld (dalam Sumarmo, 2002) merupakan kegiatan yang membutuhkan pemikiran dan penalaran tinggi. Menurut Heningsen dan Stein (dalam Sumarmo, 2002) mengatakan bahwa beberapa kegiatan matematika yang berfikir dan bernalar tinggi diantaranya adalah menemukan pola, memahami struktur dan hubungan matematika, menggunakan data, merumuskan dan menyelesaikan masalah, bernalar analogis, mengestimasi, menyusun alasan rasional, menggeneralisasi, mengkomunikasikan ide matematika dan memeriksa kebenaran jawaban.

Menurut Herdian (2011), ciri-ciri penalaran adalah adanya suatu pola pikir yang disebut logika, proses berpikirnya bersifat analitik. Penalaran merupakan suatu kegiatan yang mengandalkan diri pada suatu analitik. Adapun kemampuan penalaran meliputi penalaran umum yang berhubungan dengan kemampuan untuk menemukan penyelesaian atau pemecahan masalah, kemampuan yang berhubungan dengan penarikan kesimpulan seperti pada silogisme, dan yang berhubungan dengan kemampuan menilai implikasi dari suatu argumentasi, kemampuan untuk melihat hubungan-hubungan, tidak hanya hubungan antara

benda-benda tetapi juga hubungan antara ide-ide, dan kemudian mempergunakan hubungan itu untuk memperoleh benda-benda atau ide-ide lain.

Indikator penalaran matematis dalam pembelajaran matematika menurut Sumarmo (2006), antara lain siswa dapat menarik kesimpulan logik, memberikan penjelasan dengan menggunakan model, memperkirakan jawaban dan proses solusi, menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematik, menyusun dan menguji konjektur, merumuskan lawan contoh, mengikuti aturan inferensi dan memeriksa validitas argumen, menyusun argumen yang valid, dan menyusun pembuktian langsung dan menggunakan induksi matematika.

Berdasarkan pendapat di atas, kemampuan penalaran matematika dapat dilihat dari siswa dapat menarik kesimpulan, memberikan penjelasan baik kepada guru maupun teman, memperkirakan jawaban dan proses penyelesaiannya, melihat hubungan-hubungan dan membuat pola untuk menganalisis situasi matematik, merumuskan lawan contoh (*counter example*), memeriksa validitas argumen, menyusun argumen yang valid, dan menyusun pembuktian langsung.

Baroody (dalam Dahlan, 2011), menemukan beberapa keuntungan apabila anak diperkenalkan dengan penalaran, yaitu:

- 1) Pengalaman yang nyata dalam melihat pola, memformulasikan dugaan tentang pola yang telah diketahui, dan mengevaluasinya sehingga dapat menolong siswa lebih memahami proses yang disiapkan pada *doing mathematics* dan eksplorasi dari matematika.
- 2) Mendorong siswa dalam melakukan *guessing*. Sering siswa merasa takut dan cemas ketika ditanya oleh gurunya dan tidak bisa menjawab. Kecemasan dan ketakutan dalam pembelajaran matematika merupakan hal yang paling sering dialami oleh siswa, akibatnya siswa jadi malas untuk belajar matematika.
- 3) Menolong siswa memahami nilai balikan yang negatif (*negative feedback*) dalam memutuskan suatu jawaban. Anak perlu untuk memahami bahwa tebakan yang salah dapat menghilangkan kemungkinan yang pasti dari berbagai pertimbangan lebih jauh dan dapat melihat informasi yang tak bernilai (*invaluable*). Anak juga perlu

memahami bahwa keefektifan dari suatu tebakan tergantung pada banyaknya kemungkinan yang dapat dihilangkan.

- 4) Secara khusus dalam matematika, anak harus memahami bahwa penalaran intuisi, penalaran induktif dan pendugaan, serta pembuktian logis atau penalaran deduktif memainkan peranan yang penting. Mereka harus menyadari bahwa intuisi merupakan dasar untuk kemampuan tingkat tinggi dalam matematika dan juga ilmu pengetahuan lainnya. Anak juga harus ditolong untuk dapat memahami bahwa intuisi diperlukan secara substantif dalam membuat contoh, mengumpulkan data dan dalam menggunakan logika deduktif. Selain itu anak juga perlu memahami bahwa penemuan pola dari berbagai contoh yang luas selalu terdapat kemungkinan ditemukannya suatu kekecualian sehingga dapat dijustifikasi suatu pola dan pada akhirnya dapat dibuktikan secara deduktif.

Tujuan diberikannya kegiatan penalaran menurut Priatna (2003), adalah:

- a. Membuka kesempatan untuk siswa agar mereka mampu mengaplikasikan penggunaan keterampilan penalaran dan pembuatan konjektur-konjektur.
- b. Membuat siswa lebih terdorong untuk membuat tebakan yang edukatif.
- c. Menolong siswa mudah mencerna nilai jawaban negatif dalam membuat suatu jawaban.
- d. Siswa harus paham bahwa inti pelajaran matematika adalah pencarian pola, keteraturan hubungan serta urutan.

6. Kemampuan Komunikasi Matematik

Komunikasi matematik menurut Ulya (2007) adalah kemampuan siswa untuk berkomunikasi yang meliputi membaca, menulis, menyimak, menelaah, menginterpretasikan, dan mengevaluasi ide, simbol, istilah serta informasi matematika. Salah satu ciri utama matematika menurut Soedjadi (1999) adalah adanya penggunaan simbol-simbol untuk menyatakan sesuatu yang memiliki makna.

Menurut Within (dalam Aguspinal, 2011) menyatakan bahwa kemampuan komunikasi menjadi penting ketika diskusi antar siswa dilakukan, dimana siswa diharapkan mampu menyatakan, menjelaskan, menggambarkan, mendengar, menanyakan dan bekerjasama sehingga dapat membawa siswa pada pemahaman

yang mendalam tentang matematika. Sedangkan pentingnya komunikasi matematika dalam *Ontario Ministry of Education* (2005) adalah dengan melalui kemampuan komunikasi matematik, siswa akan merenungkan, memperjelas dan memperluas ide, pola, hubungan, dan pemahaman matematika. Qohar (2011) mengatakan bahwa komunikasi diperlukan untuk memahami ide-ide matematika dengan benar, karena kemampuan komunikasi matematik yang lemah akan berakibat lemahnya kemampuan matematika yang lainnya.

Di dalam NCTM (2000) menyatakan bahwa ketika anak-anak berpikir, menanggapi, berdiskusi, menjelaskan, menulis, membaca, mendengarkan, dan menanyakan tentang konsep-konsep matematika, mereka menuai manfaat ganda yaitu mereka berkomunikasi untuk belajar matematika, dan mereka belajar untuk berkomunikasi secara matematis. Sedangkan di dalam *National Research Council* (dalam Edgington, 2001) menyatakan bahwa melalui komunikasi, ide baru muncul melalui hasil refleksi, perbaikan, diskusi dan perubahan. Ketika siswa dituntut untuk berfikir secara nalar tentang matematika dan untuk mengkomunikasikan ide atau gagasannya kepada orang lain secara lisan atau tertulis, mereka belajar untuk mempertanggungjawabkan ide dan gagasan mereka. Mereka juga belajar untuk mendengarkan pendapat orang lain, dan memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengembangkan kemampuan mereka sendiri. Berdasarkan pendapat ahli, kemampuan komunikasi matematika adalah kemampuan siswa berpikir, menanggapi, berdiskusi, menjelaskan, menulis, membaca, mendengarkan, dan menanyakan tentang konsep-konsep matematika.

Pendapat Lindquist (dalam NCTM, 1989) bahwa matematika merupakan bahasa dan bahasa tersebut sebagai bahasa terbaik dalam komunitasnya, sehingga

mudah dipahami bahwa komunikasi merupakan esensi dari mengajar, belajar dan mengassess matematika. Sedangkan menurut Turmudi (dalam Fachrurazi, 2011) bahwa proses komunikasi membantu membangun makna dan kelengkapan gagasan dan membuat hal ini menjadi milik publik.

Kemampuan komunikasi matematika menurut Baroody (dalam Dahlan, 2011) dibagi dalam lima bagian, yakni representasi (*representation*), mendengarkan (*listening*), membaca (*reading*), diskusi (*discussion*), dan menulis (*writing*). Di dalam NCTM (2000) menyatakan bahwa standar komunikasi matematik adalah penekanan pengajaran matematika pada kemampuan peserta didik dalam hal mengorganisasikan dan mengkonsolidasikan berfikir matematik (*mathematical thinking*) siswa, mengkomunikasikan berfikir matematik siswa dengan tersusun secara logis dan jelas kepada teman-temannya, guru, dan orang lain, menganalisis dan mengevaluasi berfikir matematik dan strategi yang dipakai orang lain, menggunakan bahasa matematika untuk mengekspresikan ide-ide matematika secara benar.

Sedangkan di dalam *Ontario Ministry of Education* (2005) kategori komunikasi matematik meliputi mengekspresikan ide-ide matematika dengan jelas dan logis dengan menggunakan lisan dan tulisan dalam bentuk gambar dan grafik, berdiskusi dengan teman atau guru untuk menyajikan data, mendapatkan solusi, mengungkapkan pendapat dalam bentuk lisan dan tulisan, dan menggunakan istilah dan simbol secara lisan dan tulisan.

Komunikasi matematik yang diungkapkan oleh Greenes dan Schulman (dalam Aguspinal, 2011) bukan hanya sekedar menyatakan ide melalui tulisan tetapi lebih luas lagi yaitu kemampuan siswa dalam hal bercakap, menjelaskan,

mendengar, menanyakan, kualifikasi, bekerjasama, menulis, dan akhirnya melaporkan apa yang telah dipelajari. Masih menurut Greenes dan Schulman (dalam Aguspinal, 2011) komunikasi matematik adalah menyatakan ide matematik melalui ucapan, tulisan, demonstrasi, dan melukiskan secara visual dalam tipe yang berbeda, memahami, menafsirkan, dan menilai ide yang disajikan dalam tulisan, lisan, atau bentuk visual, dan mengkonstruksi, menafsirkan, menghubungkan bermacam-macam representasi ide dan hubungannya.

Kemampuan komunikasi menurut Jacob (2002) mencakup beberapa hal, yaitu merepresentasi yang meliputi kemampuan menunjukkan kembali suatu ide matematika dalam bentuk yang baru, mendengar yang meliputi kemampuan mendengar dengan teliti sehingga dapat merekonstruksi pengetahuan matematik yang lebih lengkap, membaca yang meliputi kemampuan melihat serta memahami isi dari sesuatu yang dituliskan, berdiskusi yang meliputi kemampuan bertukar pikiran mengenai suatu permasalahan matematika, menulis yang meliputi kemampuan menulis yang lebih ditekankan pada mengekspresikan ide-ide matematik.

Di dalam NCTM (dalam Dahlan, 2011) memberikan kemampuan dalam matematika sebagai:

- 1) Kemampuan dalam mengekspresikan ide-ide matematika melalui lisan, tertulis, dan mendemonstrasikannya, serta menggambarannya secara visual.
- 2) Kemampuan memahami, menginterpretasikan, dan mengevaluasi ide-ide matematika melalui lisan, tulisan maupun bentuk visual lainnya.
- 3) Kemampuan dalam menggunakan istilah, notasi matematika, dan struktur-strukturnya untuk menyajikan ide-ide, menggambarkan hubungan-hubungan, serta model-model situasi.

Di lain pihak, Sumarmo (dalam Dahlan, 2011) mengungkapkan beberapa indikator yang dapat mengukur kemampuan komunikasi matematika siswa, antara

lain menghubungkan benda nyata, gambar dan diagram ke dalam ide matematika, menjelaskan ide, situasi, dan relasi matematika secara lisan atau tulisan dengan benda nyata, gambar, grafik, atau bentuk aljabar, menyatakan peristiwa sehari-hari dalam bahasa atau simbol matematika, mendengarkan, berdiskusi, dan menulis tentang matematika, membaca presentasi matematika tertulis dan menyusun pertanyaan yang relevan, serta membuat konjektur, menyusun argumen, merumuskan definisi, dan generalisasi.

Berdasarkan pendapat di atas, kemampuan komunikasi matematik dapat dilihat melalui kemampuan siswa memahami dan menghubungkan benda yang ada di sekitar mereka yang biasa mereka temui ke dalam sebuah pernyataan matematika dan menyatakannya dalam simbol matematika, menjelaskan ide dan gagasan matematika secara lisan maupun tulisan, membaca, menyusun pertanyaan yang relevan, berdiskusi, mendengarkan pendapat orang lain atau teman, menulis, menyusun argumen dan merumuskan definisi.

7. Hubungan Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw II dengan Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik

Menurut Clarke (dalam *Schreyer Institute for Teaching Excellence*, 2007) dikatakan bahwa struktur Jigsaw agak rumit. Ini mungkin paling cocok untuk saat siswa nyaman dengan kerja kelompok. Ada harapan yang tinggi dan tanggung jawab ditempatkan pada siswa. Mengajar siswa dalam kelompok asli bisa menjadi pengalaman bagi siswa. Hal ini dapat diatasi jika struktur Jigsaw diubah sehingga dua anggota kelompok berbagi sama bagian dan kemudian bergabung dengan siswa yang lain, jika bagian yang lebih *open-ended* sehingga ada jawaban yang tepat tunggal, atau jika siswa didorong untuk mencatat saat kelompok fokus untuk

memberikan dukungan ketika kelompok asli kembali.

Berdasarkan pendapat di atas, siswa hanya akan nyaman belajar dengan pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II apabila siswa merasa nyaman dengan belajar kelompok, hal ini karena struktur Jigsaw II yang rumit. Dalam kelompok siswa juga dapat saling mendukung dan mendapat kesempatan untuk berdiskusi, serta memiliki kesempatan untuk menemukan jawaban dari permasalahan yang lebih luas.

Menurut Lucas (dalam Sahin, 2010) menyatakan bahwa Jigsaw memungkinkan siswa untuk berpartisipasi aktif dalam proses pembelajaran. Dengan metode ini, mereka harus merasa lebih nyaman tentang peran mereka. Cara mengevaluasi kelompok dapat meningkatkan efektivitas teknik Jigsaw dengan membuat masing-masing siswa memiliki rasa tanggung jawab untuk kelompok mereka. Sedangkan Doymus (dalam Sahin, 2010) mengatakan Jigsaw mendukung pembelajaran kooperatif dengan memberikan setiap siswa tanggung jawab untuk mengajar bagian materi. Dalam teknik ini, ada anggota dari dua kelompok yang berbeda, 'kelompok asal' dan 'kelompok ahli' .

Dari pendapat di atas, pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw meminta siswa untuk belajar dalam kelompok dan mereka juga diminta untuk merasa nyaman dalam kelompoknya. Dalam kelompok tersebut siswa diberi tanggung jawab untuk dapat menyampaikan sub bagian materi kepada temannya. Hal ini memungkinkan siswa untuk belajar tentang tanggung jawab. Tanggung jawab siswa berupa cara mengkomunikasikan materi kepada temannya.

Menurut Brenner (dalam Tamur, 2012) pembentukan kelompok-kelompok kecil memudahkan pengembangan kemampuan komunikasi matematik karena

dengan adanya kelompok-kelompok kecil maka intensitas seorang siswa dalam mengungkapkan pendapatnya akan semakin tinggi, sehingga memberi peluang yang besar bagi siswa untuk mengembangkan kemampuan komunikasi matematikanya. Clark (dalam Tamur, 2012) mengungkapkan bahwa ada 4 strategi yang bisa diberikan kepada siswa untuk mengembangkan kemampuan komunikasi matematik siswa, yaitu memberikan tugas-tugas yang cukup memadai untuk membuat siswa maupun kelompok diskusi lebih aktif, menciptakan lingkungan yang kondusif agar siswa leluasa untuk mengungkapkan pendapatnya, mengarahkan siswa untuk menjelaskan dan memberi pendapat dari hasil yang diberikan dan gagasan-gagasan yang difikirkan, mengarahkan siswa untuk aktif memproses ide dan gagasan.

Menurut Shadiq (dalam Wildani, 2011) menjelaskan bahwa untuk meningkatkan kemampuan penalaran dalam matematika, pembelajaran yang dilakukan adalah pembelajaran yang mengaktifkan siswa, dalam hal ini inti materi tidak diberikan dalam bentuk yang sudah jadi namun ditemukan sendiri oleh siswa dengan menggunakan penalaran meskipun dengan fasilitas dan bantuan guru sehingga siswa lebih mengenali penalaran sebagai aspek yang sangat mendasar dalam matematika. Masih menurut Shadiq (dalam Wildani, 2011) seni bernalar memang sangat dibutuhkan di setiap segi dan setiap sisi kehidupan ini agar setiap orang dapat menemukan, menunjukkan dan menganalisis setiap masalah yang muncul secara jernih, disamping itu dapat mengemukakan pendapat maupun idenya secara urut dan logis.

8. Kajian Terdahulu

Menurut Diana (2012) yang melakukan penelitian tindakan kelas menunjukkan hasil penelitian bahwa penerapan model pembelajaran whole group Jigsaw dapat menjadi salah satu alternatif untuk meningkatkan kualitas dan hasil belajar mahasiswa. Dalam penelitian sebelumnya yang dilakukan oleh Wibowo, (2010) terdapat pengaruh yang positif antara metode *cooperative learning* teknik jigsaw dengan prestasi belajar, sehingga diperoleh kesimpulan bahwa prestasi belajar dipengaruhi oleh metode *cooperative learning* teknik jigsaw.

Menurut penelitian Sari (2011) memperoleh hasil bahwa pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw dapat meningkatkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematik dan memberi saran bagi guru matematika agar dapat mengembangkan pembelajaran dengan model pembelajaran kooperatif, terutama tipe Jigsaw dan STAD unuk meningkatkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematika. Berdasarkan penelitian oleh Thalhhah mendapatkan kesimpulan seperti disajikan pada Tabel 2.1.

Tabel 2.1
Kesimpulan penelitian oleh Thalhhah

Tahap komunikasi dan penalaran matematika siswa	Siswa dengan kemampuan matematika kategori tinggi	Siswa dengan kemampuan matematika kategori sedang	Siswa dengan kemampuan matematika kategori rendah
Membaca	membaca dengan suara keras untuk diperdengarkan pada teman satu kelompoknya, sambil membuat catatan penting	membaca materi sambil membuat catatan penting. Namun, terkadang ada siswa yang mencari informasi dengan meminta temannya untuk menjelaskan tentang materi pelajaran tersebut	malas membaca

Tahap komunikasi dan penalaran matematika siswa	Siswa dengan kemampuan matematika kategori tinggi	Siswa dengan kemampuan matematika kategori sedang	Siswa dengan kemampuan matematika kategori rendah
Diskusi kelompok ahli	lebih dominan melakukan komunikasi dan penalaran matematika pada indikator menjelaskan pernyataan matematika secara lisan disertai dengan gambar dan catatan	lebih dominan melakukan komunikasi dan penalaran matematika pada indikator mendengar pernyataan matematika secara hati-hati dari siswa kategori tinggi dan mendengar pertanyaan matematika secara hati-hati dari siswa kategori rendah	lebih dominan hanya sekedar mendengar pernyataan matematika dari kategori tinggi dan sedang
Diskusi kelompok asal	menjelaskan pernyataan matematika secara lisan disertai dengan gambar dan catatan dalam menyampaikan materi ahlinya, kemudian membantu temannya menyelesaikan masalah matematika yang terkait dengan materi ahlinya. Selanjutnya mendengar pernyataan matematika tentang materi yang berbeda dari temannya sambil memberi komentar dan kritikan jika materi yang disampaikan tidak sesuai dengan konsep matematika	menjelaskan pernyataan matematika secara lisan kemudian membantu temannya menyelesaikan masalah matematika yang terkait dengan materi ahlinya. Selanjutnya, mereka mendengar pernyataan matematika dan penjelasan matematika dengan baik dan tetap membantu siswa dengan kategori rendah dalam menyelesaikan masalah matematika	merasa memiliki tanggung jawab untuk menjelaskan materi ahlinya maka mereka berusaha untuk menjelaskan materi sesuai kemampuan mereka namun hanya menjelaskan secara terbatas

Penelitian yang dilakukan oleh Andrianto (2011) mendapatkan hasil kemampuan komunikasi matematik kelas STAD dan Jigsaw lebih baik dari kelas konvensional, serta tidak ada perbedaan yang signifikan antara kelas STAD dengan kelas Jigsaw. Hal ini berarti dengan menggunakan model *cooperative learning* tipe STAD dan Jigsaw dapat meningkatkan kemampuan komunikasi matematik siswa.

Berdasarkan penelitian Sulastri (2011) diperoleh temuan melalui pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw diperoleh hasil tes siswa sudah memenuhi ketuntasan belajar dengan jumlah siswa yang tuntas belajar sebanyak 89,74% dan adanya peningkatan skor post tes siswa dibandingkan dengan pre tes dengan perbedaan yang signifikan, ini menunjukkan adanya peningkatan penguasaan konsep siswa. Berdasarkan skor gain ternormalisasi pembelajaran ini mempunyai nilai 0,44 yang tergolong kategori efektivitas sedang. Hal ini menunjukkan bahwa model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw yang dikembangkan pada penelitian ini cukup efektif.

Penelitian Suwanto (2011) membuktikan bahwa pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw adalah salah satu pembelajaran yang efektif untuk meningkatkan aktivitas siswa. Dengan pembelajaran tipe Jigsaw siswa akan lebih aktif meningkatkan kemampuan berpikir mereka yang mengakibatkan pada peningkatan hasil belajar yang termasuk di dalamnya adalah peningkatan nilai pendidikan karakter bangsa atau pendidikan berkarakter.

Dalam Jurnal Penelitian Pendidikan Universitas Pendidikan Indonesia, Vol. VI No. 16 Februari 2010, penelitian yang dilakukan oleh Siregar dkk (2010) diperoleh kesimpulan bahwa penerapan model pembelajaran *cooperative learning*

tipe Jigsaw II dapat meningkatkan aktivitas dan hasil belajar siswa. Mulyanto (2007) melakukan penelitian tindakan kelas yang hasilnya antara lain: (1) pendekatan *cooperative learning* teknik jigsaw dapat meningkatkan penguasaan operasi penjumlahan dan pengurangan pecahan tak senama di SDN Paseh I, (2) perbaikan pembelajaran matematika SD dapat dilakukan melalui penelitian tindakan kelas dengan menggunakan pendekatan *cooperative learning* teknik jigsaw, (3) penggunaan pendekatan *cooperative learning* teknik jigsaw efektif meningkatkan keterampilan dan kreativitas guru.

B. Kerangka Berpikir

Dalam pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II siswa diberikan kesempatan untuk membaca dan memahami materi yang terdapat dalam lembar ahli. Kemudian siswa diberi kesempatan untuk mengkomunikasikan materi yang mereka telah pahami kepada teman sekelompoknya baik di dalam kelompok asal maupun kelompok ahli. Proses membaca dan memahami materi menuntun siswa pada kemampuan penalaran matematika, sehingga siswa dapat menarik kesimpulan dari materi yang telah dipelajari.

Dalam pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II, siswa juga mendapat kesempatan untuk dapat menyampaikan atau mengkomunikasikan materi kepada temannya, hal ini juga menuntun siswa pada kemampuan penalaran matematika dimana siswa mampu memberikan penjelasan dengan menggunakan model, fakta, sifat, dan hubungan. Ketika siswa menjelaskan materi kepada teman sekelompoknya, siswa juga dituntun untuk mampu menyusun argumen yang valid. Dan ketika siswa menjelaskan kepada temannya dengan bahasa tulisan, siswa akan dituntun untuk menyusun dan menguji konjektur. Di akhir pertemuan

siswa diberikan tes akhir atau *post-test* yang menuntun siswa untuk mampu memperkirakan jawaban dan proses solusi.

Berdasarkan uraian di atas melalui pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II, siswa dituntun untuk mampu menarik kesimpulan logik, memberikan penjelasan dengan menggunakan model, menyusun argumen yang valid, menyusun dan menguji konjektur, memperkirakan jawaban dan proses solusi, menggunakan pola dan hubungan untuk menganalisis situasi matematik, dan mengikuti aturan inferensi untuk memeriksa validitas argumen sehingga pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II memberi kesempatan bagi siswa untuk meningkatkan kemampuan penalaran matematika.

Ketika siswa berpikir, menanggapi, berdiskusi, menjelaskan, menulis, membaca, mendengarkan, dan menanyakan tentang konsep-konsep matematika, mereka menuai manfaat ganda yaitu mereka berkomunikasi untuk belajar matematika, dan mereka belajar untuk berkomunikasi secara matematis. Artinya ketika siswa memahami apa yang sedang mereka pelajari dengan melalui kegiatan berpikir, menanggapi, berdiskusi, menjelaskan, menulis, membaca, mendengarkan, dan menanyakan tentang konsep-konsep matematika, sesungguhnya mereka telah menggunakan kemampuan komunikasi matematika. Siswa dituntun menggunakan bahasa verbal ataupun bahasa tulisan untuk mengkomunikasikan apa yang mereka pikirkan dan pahami.

Pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II memberikan kesempatan bagi siswa untuk berpikir, menanggapi, berdiskusi, menjelaskan, menulis, membaca, mendengarkan, dan menanyakan tentang konsep-konsep matematika. Pada pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II, siswa dikelompokkan dalam kelompok-

kelompok kecil, di mana setiap kelompok beranggotakan 4-5 orang yang heterogen. Dalam kelompok yang heterogen siswa diberi kesempatan untuk membaca lembar ahli. Pada pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II siswa juga diberi kesempatan untuk memahami, mendiskusikan, menjelaskan, juga menulis materi yang terdapat dalam lembar ahli.

Ketika siswa dituntut untuk berfikir secara nalar tentang matematika dan untuk mengkomunikasikan ide atau gagasannya kepada orang lain secara lisan atau tertulis, mereka belajar untuk mempertanggungjawabkan ide dan gagasan mereka. Mereka juga belajar untuk mendengarkan pendapat orang lain, dan memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengembangkan kemampuan mereka sendiri. Kegiatan dalam pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II akan lebih efektif jika siswa mampu untuk bekerja sama dalam kelompoknya dan siswa juga mempunyai banyak kesempatan untuk mengolah informasi yang mereka dapatkan untuk mereka komunikasikan kembali kepada teman sekelompoknya sehingga pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II memberi kesempatan bagi siswa untuk meningkatkan kemampuan komunikasi matematika.

C. Definisi Operasional

1. Model Pembelajaran Jigsaw II merupakan model pembelajaran kooperatif yang berlandaskan pada pendekatan konstruktivisme, di mana siswa belajar dan bekerja sama dalam kelompok-kelompok kecil yang anggotanya terdiri dari empat sampai lima yang heterogen dalam hal kemampuan kognitif, jenis kelamin, suku dan aspek-aspek yang lainnya. Langkah-langkah dalam pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II yaitu : (1) Siswa berkelompok dengan anggota 4-5 orang tiap kelompok yang disebut kelompok asal, (2) Siswa

berkelompok dalam kelompok ahli yang terdiri dari 4-5 orang, (3) Siswa menerima lembar ahli dan membacanya, (4) Siswa berdiskusi dalam kelompok ahli untuk menyelesaikan latihan soal yang terdapat dalam lembar ahli dengan berpedoman pada materi yang telah tertulis pada lembar ahli dengan bantuan guru apabila kesulitan, (5) Setelah selesai diskusi kelompok ahli, siswa kembali ke kelompok asal dan masing-masing siswa menyampaikan materi dan cara menyelesaikan soal-soal yang terdapat dalam lembar ahli masing-masing, (6) Siswa membuat kesimpulan tentang materi pelajaran yang telah dipelajari, (7) Guru mengulas kembali dan membimbing siswa untuk membuat kesimpulan yang benar, (8) Siswa mengerjakan tes akhir pertemuan yang dikerjakan secara individu.

2. Penalaran matematik didefinisikan sebagai proses pencapaian kesimpulan logis berdasarkan fakta dan sumber yang relevan. Dalam penelitian ini kemampuan penalaran matematik yang diteliti meliputi kemampuan siswa untuk: (1) menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada, (2) menarik kesimpulan secara logis.
3. Komunikasi matematik adalah kemampuan siswa untuk berkomunikasi yang meliputi membaca, menulis, menyimak, menelaah, menginterpretasikan, dan mengevaluasi ide, simbol, istilah, serta informasi matematika. Dalam penelitian ini kemampuan komunikasi matematik yang diteliti adalah kemampuan siswa untuk: (1) menyatakan peristiwa sehari-hari dalam model matematika, (2) menjelaskan ide matematika secara tertulis.

D. HIPOTESIS

Hipotesis penelitian ini adalah:

1. Kemampuan penalaran matematik siswa yang memperoleh pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II lebih baik dari siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional.
2. Kemampuan komunikasi matematik siswa yang memperoleh pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II lebih baik dari siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional.

Universitas Terbuka

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

A. Desain Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian kuasi eksperimen (*quasi experiment*). Menurut Sugilar (2011) penelitian dengan metode kuasi eksperimen memiliki ciri-ciri adanya intervensi atau tindakan, seperti yang dilakukan pada penelitian eksperimen sesungguhnya.

Desain eksperimen yang digunakan dalam penelitian ini adalah *post-test only control group design*. *Post-test* dilakukan untuk mendapatkan skor kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa setelah diberi perlakuan model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II.

B. Variabel Penelitian

Penelitian ini mempunyai dua variabel yaitu variabel bebas dan variabel terikat. Menurut Sugilar (2011) variabel bebas atau variabel independen adalah variabel yang tidak tergantung pada variabel lain dan diperkirakan akan mempengaruhi variabel lainnya, sedangkan variabel terikat adalah variabel yang nilainya dipengaruhi atau ditentukan oleh variabel bebas. Variabel bebas dalam penelitian ini adalah model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II. Variabel terikat dalam penelitian ini adalah kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa.

C. Populasi Dan Sampel

1. Populasi

Menurut Sugilar (2011), populasi adalah kumpulan semua (totalitas) subjek atau hasil suatu pengamatan yang mempunyai karakteristik tertentu. Populasi pada penelitian ini adalah seluruh siswa kelas XI IPA SMA Negeri 1 Terbanggi Besar, Lampung Tengah, tahun pelajaran 2012/2013. Penelitian dilaksanakan mulai bulan Februari sampai bulan Maret 2013. Banyak siswa kelas XI IPA SMA Negeri 1 Terbanggi Besar, Lampung Tengah keseluruhan adalah 131 siswa, yang didistribusikan ke dalam 4 kelas yang disajikan pada Tabel 3.1.

Tabel 3.1
Rekapitulasi Data Hasil Ulangan Semester Ganjil Tahun Pelajaran 2012/2013,
Mata Pelajaran Matematika, Kelas XI IPA SMA Negeri 1 Terbanggi Besar,
Lampung Tengah

Kelas	Banyak Siswa	Rata-Rata
XI IPA 1	33	5,52
XI IPA 2	32	5,54
XI IPA 3	33	5,55
XI IPA 4	33	5,61
Total Siswa	131	-
Rata-Rata Populasi	-	5,56

Sumber: Dokumentasi Tata Usaha SMAN 1 Terbanggi Besar, Lampung Tengah

Pemilihan siswa kelas XI IPA SMA Negeri 1 Terbanggi Besar sebagai populasi didasarkan pada pertimbangan bahwa SMA Negeri 1 Terbanggi Besar merupakan salah satu SMA Negeri yang banyak diminati oleh siswa-siswa di SMP/MTs di Terbanggi Besar. Akan tetapi, walaupun SMA Negeri 1 Terbanggi Besar banyak diminati oleh siswa, hasil belajar matematika di SMA Negeri 1 Terbanggi Besar masih rendah. Hal ini dapat dilihat dari hasil ulangan semester

ganjil tahun pelajaran 2012/2013 yang tercantum pada Tabel 3.1, sehingga perlu adanya penelitian untuk mengatasi hal tersebut.

Hal lain yang menjadi pertimbangan pemilihan siswa kelas XI IPA SMA Negeri 1 Terbanggi Besar sebagai populasi adalah siswa kelas XI IPA sudah harus dibekali dengan kemampuan penalaran dan komunikasi matematik. Hal ini bertujuan ketika siswa berada di jenjang berikutnya yaitu kelas XII atau bahkan perguruan tinggi, siswa sudah lebih matang dan siap untuk menyelesaikan masalah yang lebih rumit.

2. Sampel

Menurut Sugilar (2011), sebagian anggota populasi dinamakan sampel, agar penelitian terhadap sampel memberikan hasil yang baik maka sampel yang dipilih untuk diteliti haruslah yang benar-benar mewakili populasinya. Menurut Sugiyono (dalam putri, 2012), prosedur pengambilan sampel menggunakan teknik "*Purposive Sampling*" yaitu teknik pengambilan sampel berdasarkan pertimbangan tertentu. Pada penelitian ini, penentuan kelas eksperimen dan kelas kontrol berdasarkan pertimbangan perbandingan rata-rata nilai ulangan semester ganjil tahun pelajaran 2012/2013 antara rata-rata nilai populasi dengan rata-rata nilai masing-masing kelas.

Teknik pengambilan sampel pada penelitian ini yaitu dari keempat kelas yaitu XI IPA 1, XI IPA 2, XI IPA 3, dan XI IPA 4 dipilih 2 kelas yang memiliki rata-rata nilai yang mendekati rata-rata nilai populasi dengan berdasarkan pertimbangan nilai ulangan semester ganjil tahun pelajaran 2012/2013. Dengan pemilihan sampel seperti cara tersebut diharapkan kelas yang terpilih sebagai sampel penelitian merupakan sampel yang representatif. Hasil dari pemilihan

sampel diperoleh kelas XI IPA 3 sebagai kelas eksperimen dan kelas XI IPA 4 sebagai kelas kontrol.

Pada penelitian ini peneliti menerima keadaan kelas apa adanya sesuai dengan yang telah ditetapkan oleh sekolah tempat penelitian. Hal ini berdasarkan pertimbangan, dengan pembentukan kelas baru akan menyebabkan perubahan jadwal pelajaran yang telah ditetapkan di sekolah, dan hal ini dapat mengganggu kelancaran proses pembelajaran di sekolah.

D. Instrumen Penelitian

Instrumen dalam penelitian ini adalah instrumen tes kemampuan penalaran dan komunikasi matematik. Instrumen digunakan untuk mengukur kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa. Instrumen yang digunakan adalah tes tertulis dengan bentuk soal uraian yang terdiri dari 6 soal untuk mengukur kemampuan penalaran matematik dan komunikasi matematik. Adapun tahap-tahap penyusunan instrumen adalah:

- 1) Menganalisis standar kompetensi (SK), kompetensi dasar (KD), indikator kemampuan penalaran dan komunikasi matematik.
- 2) Membuat kisi-kisi instrumen yang berupa instrumen untuk mengukur kemampuan penalaran matematik dan komunikasi matematik.
- 3) Mengembangkan kisi-kisi tersebut ke dalam bentuk soal, yang terdiri dari 6 soal untuk mengukur kemampuan penalaran matematik dan komunikasi matematik.
- 4) Menyusun naskah soal dan jawabannya disertai dengan pedoman pemberian skor kemampuan representasi dan pemecahan masalah matematis.

- 5) Mengkonsultasikan instrumen tes dan pedoman pemberian skor kepada guru pamong yaitu Bapak Dewa Made Sutadyana.

Pemberian skor kemampuan penalaran dan komunikasi matematik menggunakan metode penskoran holistik (*holistic scoring rubrics*). Pemberian skor menggunakan metode penskoran holistik (*holistic scoring rubrics*) bertujuan untuk menilai keluasan, kedalaman dan kualitas masing-masing unsur atau langkah-langkah penyelesaian yang ada pada jawaban peserta tes dan memberi skor sesuai dengan pedoman kriteria pemberian skor yang telah ditentukan (Tamur, 2012). Adapun pedoman pemberian skor instrumen tes kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa tercantum pada Tabel 3.2.

Tabel 3.2
Pedoman Pemberian Skor Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik Siswa Menggunakan *Holistic Scoring Rubrics*

Skor	Indikator	
	Kemampuan Penalaran Matematik Siswa	Kemampuan Komunikasi Matematik Siswa
0	Tidak ada jawaban atau menjawab tidak sesuai dengan pertanyaan atau tidak ada jawaban yang benar	Tidak ada jawaban atau menjawab tidak sesuai dengan pertanyaan atau tidak ada jawaban yang benar
1	Hanya sedikit dari menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada dan menarik kesimpulan logis di jawab dengan benar	Hanya sedikit dari menyatakan peristiwa sehari-hari dalam model matematika dan menjelaskan ide matematika secara tertulis di jawab dengan benar
2	Beberapa dari menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada dan menarik kesimpulan logis di jawab dengan benar	Beberapa dari menyatakan peristiwa sehari-hari dalam model matematika dan menjelaskan ide matematika secara tertulis di jawab dengan benar

Skor	Indikator	
	Kemampuan Penalaran Matematik Siswa	Kemampuan Komunikasi Matematik Siswa
3	Hampir semua dari menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada dan menarik kesimpulan logis di jawab dengan benar	Hampir semua dari menyatakan peristiwa sehari-hari dalam model matematika dan menjelaskan ide matematika secara tertulis di jawab dengan benar
4	Semua dari menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada dan menarik kesimpulan logis di jawab dengan lengkap atau jelas dan benar	Semua dari menyatakan peristiwa sehari-hari dalam model matematika dan menjelaskan ide matematika secara tertulis di jawab dengan lengkap atau jelas dan benar
	Skor maksimum = 4	Skor maksimum = 4

diadaptasi dari Quasar General Rubric (Source: Lane, *The Conceptual Framework for Mathematics Performance Assessment Instrument, Educational Measurement: Issues and Practice, Summer 1993*)

Sebelum penelitian dilaksanakan, instrumen tes diuji coba terlebih dahulu pada kelas XI IPA 1 yang sebelumnya telah menerima materi yang akan digunakan dalam penelitian. Uji coba instrumen tes dilakukan untuk memperoleh reliabilitas, validitas, daya pembeda dan tingkat kesukaran soal.

1. Validitas instrumen tes

Menurut Azwar (2012), validitas berasal dari kata *validity* yang berarti seberapa akurasi suatu tes dalam pengukuran. Pengukuran dikatakan mempunyai validitas yang tinggi jika menghasilkan data yang akurat dan memberikan gambaran variabel yang diukur sesuai dengan yang dikehendaki tujuan pengukuran.

Sebelum instrumen digunakan, peneliti memprediksi validitas isi dan validitas konstruk instrumen tes. Pengujian validitas isi dalam penelitian ini

dilakukan dengan cara membandingkan kesesuaian antara isi item-item instrumen tes dengan standar isi (Standar Kompetensi, Kompetensi Dasar, dan indikator) serta indikator kemampuan penalaran dan komunikasi matematik yang terdapat dalam kisi-kisi instrumen tes. Sedangkan pengujian validitas konstruk dilakukan dengan menelaah kesesuaian setiap item instrumen tes dengan kisi-kisi instrumen tes dalam hal konstruksinya. Pengujian validitas isi dan validitas konstruk dilakukan dengan meminta bantuan kepada guru senior yaitu guru pamong atau guru mata pelajaran matematika di SMA Negeri 1 Terbanggi Besar yaitu Bapak Dewa Made Sutadyana.

Hasil dari validitas isi dan konstruk instrumen tes yang dilakukan mendapatkan hasil bahwa semua butir instrumen tes telah memenuhi validitas isi dan validitas konstruk sehingga layak untuk digunakan, dengan kata lain semua butir soal telah sesuai dengan indikator Standar Kompetensi, Kompetensi Dasar, dan indikator kemampuan penalaran dan komunikasi matematik, serta telah sesuai dengan kisi-kisi instrumen tes. Hasil pengujian validitas isi dan validitas konstruk selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran B.6 dan B.7.

Setelah validitas isi dan konstruk terpenuhi, selanjutnya instrumen tes diuji coba pada kelas XI IPA 1. Hasil uji coba instrumen tes tersebut kemudian dianalisis dengan menggunakan analisis butir soal, yaitu menghitung korelasi antara skor butir dengan skor total. Rumus yang digunakan adalah rumus *product moment* sebagai berikut:

$$r_{xy} = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{\{N \sum X^2 - (\sum X)^2\} \{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2\}}} \quad (\text{dalam Gufron dan Utama, 2011})$$

Keterangan:

r_{xy} : koefisien validitas, N: jumlah peserta, X: variabel bebas, Y: variabel terikat

Taraf signifikansi yang digunakan $\alpha = 5\%$, jika $r_{hitung} > r_{tabel}$ dan $dk = n-2$.
menunjukkan bahwa instrumen tes yang dibuat valid (dalam Gufron & Utama, 2011).

Dari uji coba instrumen tes kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa kelas XI IPA 1, diperoleh data hasil uji coba instrumen tes. Selanjutnya data diolah dengan menggunakan rumus *product moment* dengan bantuan SPSS versi 16.00 untuk mengetahui validitas item tes dan diperoleh hasil seperti terlihat dalam Tabel 3.3.

Tabel 3.3
Hasil Perhitungan Koefisien Korelasi Validitas Instrumen Tes Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik

Instrumen Tes	Nomor Soal	Nilai Hitung r_{xy}	R_{tabel} Pada Taraf Signifikansi = 0,05	Kesimpulan
Kemampuan Penalaran Matematik	1	0,662	0,361	Valid
	2	0,840	0,361	Valid
	3	0,848	0,361	Valid
	4	0,691	0,361	Valid
	5	0,895	0,361	Valid
	6	0,828	0,361	Valid
Kemampuan Komunikasi Matematik	1	0,648	0,361	Valid
	2	0,705	0,361	Valid
	3	0,688	0,361	Valid
	4	0,562	0,361	Valid
	5	0,531	0,361	Valid
	6	0,471	0,361	Valid

Dari hasil perhitungan seperti yang terlihat pada Tabel 3.3, dari keenam instrumen tes kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa diperoleh nilai hitung r_{xy} lebih dari $r_{tabel} = 0,361$, sehingga disimpulkan keenam instrumen tes kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa semuanya valid. Cara perhitungan validitas instrumen tes kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa selengkapnya terdapat pada Lampiran D.1 dan D.2.

2. Reliabilitas instrumen tes

Menurut Azwar (2012), reliabilitas merupakan penerjemahan dari kata *reliability*. Suatu pengukuran yang reliabel apabila pengukuran tersebut mampu menghasilkan data yang memiliki tingkat reliabilitas yang tinggi, yaitu hanya apabila dalam beberapa kali pelaksanaan pengukuran terhadap kelompok subjek yang sama diperoleh hasil yang relatif sama, selama aspek yang diukur memang belum berubah.

Instrumen tes yang digunakan adalah instrumen tes dengan jumlah soal genap. Rumus yang digunakan adalah metode *Alpha Cronbach* sebagai berikut.

$$r_{11} = \left(\frac{n}{n-1} \right) \left(1 - \frac{\sum s_i^2}{\sum s_t^2} \right) \quad (\text{dalam Gufron dan Utama, 2011})$$

Keterangan:

r_{11} : koefisien reliabilitas, n : jumlah butir, s_i^2 : varians butir, s_t^2 : varians total.

Taraf signifikansi yang digunakan $\alpha = 5\%$, bila $r_{11} > r_{tabel}$ dengan $dk=n-2$ maka dapat dikatakan bahwa soal reliabel. (dalam Gufron & Utama, 2011).

Dari uji coba instrumen tes kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa kelas XI IPA 1 diperoleh data hasil uji coba instrumen tes.

Selanjutnya data diolah dengan menggunakan metode *Alpha Cronbach* dengan bantuan SPSS versi 16.00 dan diperoleh hasil seperti terlihat pada Tabel 3.4.

Tabel 3.4
Hasil Perhitungan Koefisien Korelasi Reliabilitas Instrumen Tes Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik

Jenis Instrumen Tes	Nilai Hitung r_{11}	Nilai r_{tabel}	Kesimpulan
Kemampuan Penalaran Matematik Siswa	0,882	0,361	Reliabel
Kemampuan Komunikasi Matematik Siswa	0,637	0,361	Reliabel

Dari hasil perhitungan diperoleh nilai hitung r_{11} instrumen tes kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa lebih dari $t_{tabel} = 0,361$ sehinggadisimpulkan instrumen tes kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa secara keseluruhan reliabel. Cara perhitungan reliabilitas instrumen tes kemampuan penalaran dan komunikasi matematik selengkapnya terdapat dalam Lampiran D.3.

3. Daya pembeda instrumen tes

Untuk mengetahui daya pembeda instrumen tes, digunakan rumus sebagai berikut:

$$D = \frac{B_a - B_b}{0,5 T} \quad (\text{dalam Arikunto, 2011})$$

Keterangan:

D: daya pembeda, B_a : jumlah kelompok atas yang menjawab benar, B_b : jumlah kelompok bawah yang menjawab benar, T: jumlah peserta tes (bila jumlah peserta tes ganjil maka, T: jumlah peserta tes kurang satu).

Daya pembeda uji coba instrumen tes kemampuan penalaran dan komunikasi matematik didasarkan pada klasifikasi daya pembeda menurut Arikunto (2011) sebagai berikut:

Tabel 3.5
Klasifikasi Daya Pembeda

Nilai D	Klasifikasi Daya Pembeda
0,00 – 0,20	Jelek
0,21 – 0,40	Cukup
0,41 – 0,70	Baik
0,71 – 1,00	Baik Sekali

Setelah dilakukan uji coba instrumen tes kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa kelas XI IPA 1, diperoleh data hasil uji coba instrumen tes. Selanjutnya data diolah dengan bantuan *Microsoft Excel* 2010 untuk mengetahui daya pembeda instrumen tes dan diperoleh hasil pada Tabel 3.6. sedangkan perhitungan selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran D.4 dan D.13.

Tabel 3.6
Hasil Perhitungan Tingkat Daya Pembeda Instrumen Tes Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik Siswa

No	Instrumen Tes Kemampuan Penalaran Matematik Siswa		Instrumen Tes Kemampuan Komunikasi Matematik Siswa	
	Nilai D	Klasifikasi	Nilai D	Klasifikasi
1	0,39	Cukup	0,27	Cukup
2	0,47	Baik	0,38	Cukup
3	0,45	Baik	0,19	Cukup
4	0,38	Cukup	0,33	Cukup
5	0,52	Baik	0,20	Cukup
6	0,47	Baik	0,23	Cukup

4. Tingkat kesukaran instrumen tes

Kita perlu menganalisis instrumen tes untuk mengetahui derajat kesukaran instrumen tes yang dibuat. Analisis tingkat kesukaran instrumen tes dihitung menggunakan rumus tingkat kesukaran (P) sebagai berikut:

$$P = \frac{\text{jumlah yang menjawab benar}}{\text{jumlah seluruh peserta tes}} \quad (\text{dalam Gufron \& Utama, 2011})$$

Keterangan :

P = Tingkat kesukaran instrumen tes kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa

Hasil perhitungan tingkat kesukaran diinterpretasikan menggunakan klasifikasi indeks kesukaran menurut Gufron & Utama (2011) seperti tersaji pada Tabel 3.7.

Tabel 3.7
Kriteria Indeks Kesukaran

Nilai P	Indeks Kesukaran
0,00 – 0,25	Sukar
0,26 – 0,75	Sedang
0,76 – 1,00	Mudah

Setelah dilakukan uji coba instrumen tes kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa kelas XI IPA 1, diperoleh data hasil uji coba instrumen tes. Selanjutnya data diolah dengan bantuan *Microsoft Excel 2010* untuk mengetahui tingkat kesukaran instrumen tes dan diperoleh hasil pada Tabel 3.8. sedangkan perhitungan selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran D.5 dan D.14.

Tabel 3.8
 Hasil Perhitungan Tingkat Kesukaran Instrumen Tes Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik Siswa

No	Instrumen Tes Kemampuan Penalaran Matematik Siswa		Instrumen Tes Kemampuan Komunikasi Matematik Siswa	
	Nilai P	Klasifikasi	Nilai P	Klasifikasi
1	0,48	Sedang	0,55	Sedang
2	0,73	Sedang	0,72	Sedang
3	0,71	Sedang	0,71	Sedang
4	0,73	Sedang	0,73	Sedang
5	0,74	Sedang	0,73	Sedang
6	0,72	Sedang	0,60	Sedang

E. Prosedur Pengumpulan Data

Teknik pengumpulan data dilakukan dengan menggunakan tes yang disajikan dalam bentuk uraian. Soal yang disajikan merupakan tes kemampuan penalaran dan komunikasi matematik. Tes diberikan untuk melihat kemampuan kognitif siswa dalam menyelesaikan kemampuan penalaran dan komunikasi matematik secara tertulis.

F. Metode Analisis Data

Data hasil *post-test* kemampuan penalaran dan komunikasi matematik dianalisis dengan menggunakan uji statistik. Sebelum data dianalisis sebelumnya dilakukan uji normalitas dan uji homogenitas.

Tahap-tahap analisis data yang dilakukan peneliti dalam penelitian adalah:

1. Setelah *post-test* dilakukan terhadap kelas uji coba, hasil *post-test* diperiksa dan diberi skor sesuai dengan pedoman pemberian skor.
2. Skor *post-test* dimasukkan ke dalam tabel skor kemampuan penalaran dan komunikasi matematik.

3. Menghitung skor maksimum, skor minimum, rata-rata dan variansi.
4. Skor *post-test* kemampuan penalaran matematik siswa kelompok Jigsaw II dan kelompok konvensional diuji asumsi dasar yaitu uji normalitas, uji dengan uji homogenitas kemudian diuji hipotesisnya. Berikutnya skor *post-test* kemampuan komunikasi matematik siswa kelompok Jigsaw II dan kelompok konvensional juga diuji asumsi dasar yaitu uji normalitas, uji homogenitas lalu diuji hipotesisnya.

1. Uji Normalitas

Menurut Siregar (2013), uji normalitas terhadap serangkaian data dilakukan dengan tujuan untuk mengetahui apakah populasi data berdistribusi normal atau tidak. Bila data berdistribusi normal, maka dapat digunakan uji statistik berjenis parametrik, sedangkan bila data berdistribusi tidak normal, maka digunakan uji statistik nonparametrik. Pada penelitian ini metode yang digunakan untuk menguji normalitas data adalah dengan uji *Kolmogorov-Smirnov*.

Masih menurut Siregar (2013), metode *Kolmogorov-Smirnov* prinsip kerjanya membandingkan frekuensi kumulatif distribusi teoritik dengan frekuensi kumulatif distribusi empirik (observasi).

Rumusan hipotesis yang akan diuji adalah:

H₀: Data berdistribusi normal

H₁: Data berdistribusi tidak normal

Dengan taraf signifikansi $\alpha = 0,05$, kaidah pengujiannya adalah berdasarkan pada perhitungan menggunakan SPSS versi 16.00, jika probabilitas (sig) >

0,05 maka H_0 diterima. (Siregar, 2013). Menghitung nilai *probability* (p) dengan rumus:

$$p = \frac{t_i - \bar{t}}{s}, \text{ dengan } \bar{t} = \frac{\sum t_i}{n} \text{ dan } s = \sqrt{\frac{\sum (t_i - \bar{t})^2}{n-1}} \quad (\text{dalam Siregar, 2013})$$

Keterangan:

t_i : nilai sampel ke- i ; \bar{t} : nilai rata-rata; s : standar deviasi; n : jumlah data

- **Uji Homogenitas**

Apabila data kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa untuk kelompok yang mendapatkan pembelajaran Jigsaw II dan kelompok yang mendapatkan pembelajaran konvensional berdistribusi normal, maka dilanjutkan dengan uji homogenitas untuk kedua kelompok data.

Menurut Siregar (2013), pengujian homogenitas bertujuan untuk mengetahui apakah objek yang diteliti mempunyai varians yang sama. Bila objek yang diteliti tidak mempunyai varians yang sama, maka uji *anova* tidak dapat diberlakukan. Metode uji homogenitas yang digunakan dalam penelitian ini adalah uji-F dengan cara membandingkan varians terbesar dengan varians terkecil.

Rumusan hipotesis yang akan diuji adalah:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 \quad (\text{Ada perbedaan varians dari dua kelompok data})$$

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2 \quad (\text{Tidak ada perbedaan varians dari dua kelompok data})$$

Taraf signifikansi yang digunakan adalah $\alpha = 0,05$, dengan kriteria penilaian berdasarkan dengan perhitungan menggunakan SPSS versi 16.00, jika probabilitas (sig) $> 0,05$ maka H_0 diterima. (Siregar, 2013). Menghitung nilai varians kelompok sampel dengan menggunakan rumus:

$$S_i^2 = \sum \frac{(X_i - \bar{X}_i)^2}{n-1} \quad (\text{dalam Siregar, 2013})$$

Keterangan:

\bar{X}_i : nilai rata-rata sampel ke-i; X_i : data pada sampel ke-i; n: jumlah data

• Uji Hipotesis

Untuk mengetahui ada atau tidaknya pengaruh model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II terhadap kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa, dilakukan pengujian hipotesis berdasarkan data hasil *post-test* kemampuan penalaran matematik dan data hasil *post-test* kemampuan komunikasi matematik siswa. Apabila kedua data berdistribusi normal, maka dapat dilanjutkan dengan melakukan uji kesamaan dua rata-rata. Adapun rumusan hipotesis yang diuji adalah:

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ (Kemampuan penalaran atau komunikasi matematik siswa kelompok Jigsaw II tidak berbeda dengan kelompok konvensional)

$H_1: \mu_1 > \mu_2$ (Kemampuan penalaran atau komunikasi matematik siswa kelompok Jigsaw II lebih baik dari kelompok konvensional)

Taraf signifikansi yang digunakan adalah $\alpha = 0,05$, dengan kriteria penilaian jika nilai signifikansi (sig) $< 0,05$ maka H_1 diterima.

Terdapat beberapa kemungkinan yang terjadi yaitu:

1. Apabila data skor *post-test* berdistribusi normal dan homogen maka dapat dilakukan uji statistik parametrik yaitu uji-t dengan rumus:

$$t_{\text{hitung}} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} \quad (\text{dalam Siregar, 2013})$$

$$\text{Dengan } S_i^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X}_i)^2}{n_i - 1}$$

Keterangan:

\bar{X}_i : nilai rata-rata sampel; s: varians; n: banyaknya sampel

2. Apabila data skor *post-test* berdistribusi normal tetapi tidak homogen maka dilakukan uji statistik parametrik menggunakan uji-t' dengan rumus:

$$t' = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left(\frac{s_1^2}{n_1}\right) + \left(\frac{s_2^2}{n_2}\right)}} \quad (\text{dalam Sudjana, 2002})$$

Dalam hal ini, kriteria pengujian adalah tolak H_0 jika:

$$t' \geq \frac{w_1 t_1 + w_2 t_2}{w_1 + w_2}$$

Dan terima H_0 jika terjadi sebaliknya, dengan $w_1 = \frac{s_1^2}{n_1}$, $w_2 = \frac{s_2^2}{n_2}$,

$t_1 = t_{(1-\alpha), (n_1-1)}$ dan $t_2 = t_{(1-\alpha), (n_2-1)}$. Peluang untuk penggunaan daftar distribusi t ialah $(1-\alpha)$ sedangkan dk-nya masing-masing (n_1-1) dan (n_2-1) .

3. Apabila data skor *post-test* berdistribusi tidak normal, maka dilakukan uji non-parametrik dengan menggunakan uji *Mann-Whitney* atau uji-U. Mencari nilai U untuk masing-masing variabel dengan rumus:

$$U_1 = n_1 \cdot n_2 + \left[\frac{1}{2} \cdot n_1 (n_1 + 1) - R_1 \right]$$

$$U_2 = n_1 \cdot n_2 + \left[\frac{1}{2} \cdot n_2 (n_2 + 1) - R_2 \right] \quad (\text{dalam Santoso, 2012})$$

Keterangan:

n_1 : jumlah variabel 1, n_2 : jumlah variabel 2, R_1 : jumlah rangking variabel 1, R_2 : jumlah rangking variabel 2

BAB IV

TEMUAN DAN PEMBAHASAN

Pada bab-bab sebelumnya telah diuraikan bahwa penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa yang mendapat pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II dan siswa yang mendapat pembelajaran konvensional. Pada bagian ini akan disajikan hasil analisis data secara komprehensif tentang pengaruh model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II terhadap kemampuan penalaran matematik dan disajikan pula analisis data secara komprehensif tentang pengaruh model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II terhadap kemampuan komunikasi matematik.

A. Temuan Penelitian

Data pada penelitian ini adalah data kuantitatif. Data kuantitatif diperoleh melalui data skor kemampuan penalaran matematik dan kemampuan komunikasi matematik. Sampel penelitian ini terdiri dari 33 siswa eksperimen yang belajar dengan menggunakan pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II dan 33 siswa yang belajar secara konvensional. Seluruh perhitungan statistika dalam analisis ini menggunakan perangkat lunak SPSS versi 16.00.

Data penelitian ini diperoleh melalui tes tertulis dalam bentuk uraian. Data yang dianalisis dalam penelitian ini berupa skor pada aspek kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa kelas XI IPA dalam pembelajaran matematika pada materi Limit Fungsi, baik di kelompok eksperimen maupun di kelompok

kontrol. Dimana kelompok eksperimen mendapatkan pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II sedangkan kelompok kontrol dengan pembelajaran konvensional.

Uji statistik dilakukan dengan terlebih dahulu dilakukan uji prasyarat, yaitu uji normalitas dan uji homogenitas varians. Hasil lengkap semua uji statistik tersebut dapat dilihat pada lampiran. Pada Bab IV ini disajikan rangkuman hasil-hasil analisis data dari semua pengujian tersebut dan pembahasannya. Secara rinci data tersebut dapat dijelaskan sebagai berikut.

1. Kemampuan Penalaran Matematik Siswa

Setelah dilakukan pengolahan data skor kemampuan penalaran matematik diperoleh skor terendah (x_{min}), skor tertinggi (x_{maks}), rata-rata dan standar deviasi (s) untuk kelompok Jigsaw II dan kelompok konvensional. Adapun rangkuman hasil analisis deskriptif data skor kemampuan penalaran matematik siswa pada kedua kelompok disajikan pada Tabel 4.1 berikut yang selengkapnya dapat dilihat pada lampiran.

Tabel 4.1
Statistik Deskriptif Skor Kemampuan Penalaran Matematik Kelompok Jigsaw II dan Kelompok Konvensional

Kelompok	Kemampuan Penalaran Matematik				
	Skor Ideal	x_{min}	x_{maks}	Rata-rata	s
Jigsaw II	24	9	21	14,67	2,483
Konvensional	24	7	20	12,24	3,031

Dari data pada Tabel 4.1 di atas, tampak bahwa rata-rata skor kemampuan penalaran matematik siswa pada kedua kelompok berbeda. Nilai minimum dan maksimumnya pun berbeda. Terlihat bahwa rata-rata skor kemampuan penalaran

matematik pada kelompok Jigsaw II lebih dari rata-rata kelompok konvensional. Untuk penyebaran data data, kemampuan penalaran matematik kelompok konvensional lebih menyebar daripada kelompok Jigsaw II karena standar deviasi kelompok konvensional lebih dari kelompok Jigsaw II.

Walaupun demikian, secara statistik harus dibuktikan bahwa rata-rata skor kemampuan penalaran matematik kedua kelompok berbeda. Oleh sebab itu, dilakukan uji statistik yaitu uji kesamaan dua nilai rata-rata dengan menggunakan uji-t. uji-t dilakukan apabila kedua data berdistribusi normal dan memiliki varians yang homogen. Jadi sebelum melakukan uji statistik tersebut, terlebih dahulu dilakukan uji prasyarat, yaitu uji normalitas dan uji homogenitas varians.

a. Uji normalitas kemampuan penalaran matematik siswa

Uji normalitas kemampuan penalaran matematik siswa menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* karena jumlah sampel lebih dari 66 orang. Hasil perhitungan uji normalitas data skor kemampuan penalaran matematik kelompok Jigsaw II dan kelompok konvensional selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran D dan hasil *Output Test of Normality* disajikan dalam Tabel 4.2.

Tabel 4.2
Hasil Uji Normalitas Skor Kemampuan Penalaran Matematik Kelompok Jigsaw II dan Kelompok Konvensional

Data yang dianalisis	<i>Kolmogorov-Smirnov</i>		
	<i>Statistic</i>	<i>df</i>	<i>Sig.</i>
Skor Kemampuan Penalaran Matematik Kelompok Jigsaw II	0,129	33	0,177
Skor Kemampuan Penalaran Matematik Kelompok Konvensional	0,144	33	0,081

Pada Bab III, taraf signifikansi (α) yang digunakan adalah 0,05 dengan kriteria nilai signifikansi (Sig.) lebih dari α , maka dapat disimpulkan sampel berdistribusi normal. Berdasarkan data pada Tabel 4.2 terlihat bahwa data skor kemampuan penalaran matematik kelompok Jigsaw II memiliki signifikansi (sig) uji *Kolmogorov-Smirnov* sebesar 0,177. Nilai signifikansi tersebut lebih dari α yang digunakan yaitu 0,05 sehingga H_0 diterima. Berdasarkan uji *Kolmogorov-Smirnov* dapat disimpulkan bahwa data skor kemampuan penalaran matematik kelompok Jigsaw II berdistribusi normal. Dari Tabel 4.2 terlihat bahwa data skor kemampuan penalaran matematik kelompok konvensional memiliki taraf signifikansi (sig) uji *Kolmogorov-Smirnov* sebesar 0,081. Nilai signifikansi tersebut lebih dari tingkat α yang digunakan 0,05, sehingga H_0 diterima. Berdasarkan uji *Kolmogorov-Smirnov* dapat disimpulkan bahwa data skor kemampuan penalaran matematik kelompok konvensional berdistribusi normal.

Selain uji normalitas, uji prasyarat yang harus dipenuhi adalah uji homogenitas. Setelah uji normalitas memenuhi syarat maka dapat dilanjutkan ke uji prasyarat selanjutnya yaitu uji homogenitas.

b. Uji homogenitas kemampuan penalaran matematik siswa

Uji homogenitas kemampuan penalaran matematik siswa menggunakan uji *Levene's Test*. Hasil perhitungannya selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran D. Hasil perhitungan uji homogenitas varians data skor kemampuan penalaran matematik kelompok Jigsaw II dan kelompok konvensional diperoleh signifikansi (sig) uji statistik *Levene* sebesar 0,156. Nilai signifikansi tersebut lebih dari taraf signifikansi 0,05 sehingga H_0 yang menyatakan bahwa tidak terdapat perbedaan varians antara kelompok Jigsaw II dan konvensional dapat diterima, dengan

demikian disimpulkan bahwa skor kelompok Jigsaw II dan kelompok konvensional homogen.

c. Uji hipotesis statistik

Data skor kemampuan penalaran matematik kelompok Jigsaw II dan kelompok konvensional berdistribusi normal dan homogen, maka untuk mengetahui perbedaan rata-rata skor kemampuan penalaran matematik siswa antara kedua kelompok data, data tersebut dihitung dengan uji statistik yaitu uji-t. Untuk menguji hipotesis dua sampel tidak berhubungan maka digunakan uji *Independent Samples T Test*. Menurut Siregar (2013), uji dua sampel tidak berhubungan (*Independent Samples T Test*) dilakukan apabila kedua sampel dinyatakan tidak berkorelasi (*independent*) dan sampel-sampel yang menjadi objek penelitian dapat dipisahkan secara tegas. Sedangkan menurut Priyatno (2010), *Independent Samples T Test* digunakan untuk mengetahui ada atau tidaknya perbedaan rata-rata antara dua kelompok sampel yang tidak berhubungan.

Hasil perhitungan pengujian perbedaan rata-rata dua sampel selengkapnya tersaji dalam Lampiran D. Adapun hasil perhitungan uji-t dua sampel *independent* terangkum dalam Tabel 4.3.

Tabel 4.3
Hasil Pengujian Dua Sampel *Independent* Terhadap Skor Kemampuan Penalaran
Matematik Kelompok Jigsaw II dan Kelompok Konvensional

		<i>t-test for Equality of Means</i>						
		t	df	Sig	<i>Mean Difference</i>	<i>Std. Error Difference</i>	<i>95% Confidence Interval of the Difference</i>	
							<i>Lower</i>	<i>Upper</i>
Skor Kemampuan Penalaran Matematik Kelompok Jigsaw II dan Kelompok Konvensional	<i>Equal variances assumed</i>	3,554	64	0,001	2,424	0,682	1,061	3,787
	<i>Equal variances not assumed</i>	3,554	61,613	0,001	2,424	0,682	1,060	3,788

Dari Tabel 4.3 nilai t_{hitung} sebesar 3,554 dan nilai signifikansi ($Sig.$) = 0,001, karena uji hipotesis satu pihak maka $sig = \frac{0,001}{2} = 0,0005$. Nilai signifikansi lebih kecil dari taraf signifikansi 0,05 sehingga H_1 diterima. Ini berarti bahwa rata-rata kemampuan penalaran matematik kelompok Jigsaw II lebih dari kelompok konvensional. Hal ini bermakna bahwa ada pengaruh model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II terhadap kemampuan penalaran matematik siswa. Hasil penelitian tersebut sesuai dengan pendapat Sari (2011) yang menyatakan bahwa model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw dapat meningkatkan kemampuan penalaran matematik siswa pada materi persamaan garis lurus kelas VIII.

2. Kemampuan Komunikasi Matematik Siswa

Setelah dilakukan pengolahan data skor kemampuan komunikasi matematik diperoleh skor terendah (x_{min}), skor tertinggi (x_{maks}), rata-rata dan standar deviasi

(s) untuk kelompok Jigsaw II dan kelompok konvensional. Adapun rangkuman hasil analisis deskriptif data skor kemampuan penalaran matematik siswa pada kedua kelompok disajikan pada Tabel 4.4.

Tabel 4.4
Statistik Deskriptif Skor *Post-test* Kemampuan Komunikasi Matematik Kelompok Jigsaw II dan Kelompok Konvensional

Kelompok	Kemampuan Komunikasi Matematik				
	Skor Ideal	x_{\min}	x_{\max}	Rata-rata	s
Jigsaw II	24	9	20	15,21	2,619
Konvensional	24	9	19	13,12	2,260

Dari data pada Tabel 4.4 dapat dilihat, rata-rata skor kemampuan komunikasi matematik pada kelompok Jigsaw II lebih dari rata-rata kelompok konvensional. Untuk penyebaran data, kemampuan komunikasi matematik kelompok konvensional lebih menyebar daripada kelompok Jigsaw II karena standar deviasi kelompok konvensional lebih dari kelompok Jigsaw II.

Walaupun demikian, secara statistik harus dibuktikan bahwa rata-rata skor kemampuan komunikasi matematik kedua kelompok berbeda. Oleh sebab itu, dilakukan uji statistik yaitu uji kesamaan dua nilai rata-rata dengan menggunakan uji-t. Uji-t dilakukan apabila kedua data berdistribusi normal dan memiliki varians yang homogen. Jadi sebelum melakukan uji statistik tersebut, terlebih dahulu dilakukan uji prasyarat, yaitu uji normalitas dan uji homogenitas varians.

a. Uji normalitas kemampuan komunikasi matematik siswa

Uji normalitas kemampuan komunikasi matematik siswa menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov*. Hasil perhitungan uji normalitas data skor kemampuan

komunikasi matematik kelompok Jigsaw II selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran D dan hasil *output Test of Normality* disajikan dalam Tabel 4.5.

Tabel 4.5
Hasil Uji Normalitas Skor Kemampuan Komunikasi Matematik Kelompok Jigsaw II dan Kelompok Konvensional

	<i>Kolmogorov-Smirnov</i>		
	<i>Statistic</i>	<i>df</i>	<i>Sig.</i>
Skor Kemampuan Komunikasi Matematik Kelompok Jigsaw II	0,147	33	0,070
Skor Kemampuan Komunikasi Matematik Kelompok Konvensional	0,127	33	0,190

Dari Tabel 4.5 terlihat bahwa data skor kemampuan komunikasi matematik kelompok Jigsaw II memiliki signifikansi (*sig*) uji *Kolmogorov-Smirnov* sebesar 0,070. Nilai signifikansi tersebut lebih dari α yang digunakan yaitu 0,05 sehingga H_0 diterima. Berdasarkan uji *Kolmogorov-Smirnov* dapat disimpulkan bahwa data skor kemampuan komunikasi matematik kelompok Jigsaw II berdistribusi normal. Dari Tabel 4.5 juga terlihat bahwa skor kemampuan komunikasi matematik kelompok konvensional memiliki taraf signifikansi (*sig*) sebesar 0,190. Nilai signifikansi tersebut lebih dari α yang digunakan 0,05, sehingga H_0 diterima. Berdasarkan uji *Kolmogorov-Smirnov* dapat disimpulkan bahwa data skor kemampuan komunikasi matematik kelompok konvensional berdistribusi normal.

Selain uji normalitas, uji prasyarat yang harus dipenuhi adalah uji homogenitas. Setelah uji normalitas memenuhi syarat maka dapat dilanjutkan ke uji prasyarat selanjutnya yaitu uji homogenitas.

b. Uji homogenitas kemampuan komunikasi matematik siswa

Uji homogenitas kemampuan komunikasi matematik siswa menggunakan uji *Levene's Test*. Hasil perhitungannya selengkapnya dapat dilihat pada Lampiran D. Hasil uji homogenitas varians data skor kemampuan komunikasi matematik kelompok Jigsaw II dan kelompok konvensional diperoleh bahwa signifikansi (sig) uji statistik *Levene* sebesar 0,362. Nilai signifikansi tersebut lebih dari taraf signifikansi 0,05 sehingga H_0 yang menyatakan bahwa tidak terdapat perbedaan varians antara kemampuan komunikasi matematik kelompok Jigsaw II dan kelompok konvensional dapat diterima, dengan demikian disimpulkan bahwa data skor kemampuan komunikasi matematik kelompok Jigsaw II dan kelompok konvensional homogen.

c. Uji hipotesis statistik

Data skor kemampuan komunikasi matematik kelompok Jigsaw II dan kelompok konvensional berdistribusi normal dan homogen, maka untuk mengetahui perbedaan rata-rata skor kemampuan komunikasi matematik siswa antara kedua kelompok data, data tersebut dihitung dengan uji statistik yaitu uji-t dua sampel *independent*. Hasil perhitungan pengujian perbedaan rata-rata dua sampel selengkapnya tersaji dalam Lampiran. Adapun hasil perhitungan uji-t dua sampel *independent* terangkum dalam Tabel 4.6.

Tabel 4.6
 Hasil Pengujian Dua Sampel *Independent* Terhadap Skor Kemampuan Komunikasi Matematik Kelompok Jigsaw II dan Kelompok Konvensional

		<i>t-test for Equality of Means</i>						
		t	df	Sig	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
							Lower	Upper
Skor Kemampuan Komunikasi Matematik Kelompok Jigsaw II dan Kelompok Konvensional	<i>Equal variances assumed</i>	3,472	64	0,001	2,091	0,602	0,888	3,294
	<i>Equal variances not assumed</i>	3,472	62,661	0,001	2,091	0,602	0,887	3,295

Dari Tabel 4.6 diperoleh nilai t_{hitung} sebesar 3,472 dan nilai signifikansi (*Sig.*) = 0,001 karena uji hipotesis satu pihak maka $sig = \frac{0,001}{2} = 0,0005$. Nilai signifikansi lebih kecil dari taraf signifikansi 0,05 sehingga H_1 diterima. Ini berarti bahwa ada perbedaan rata-rata antara kemampuan komunikasi matematik kelompok Jigsaw II dengan kelompok konvensional. Hal ini bermakna bahwa ada pengaruh model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II terhadap kemampuan komunikasi matematik siswa. Hasil penelitian tersebut sesuai dengan pendapat Andrianto (2011) bahwa model kooperatif tipe Jigsaw dapat meningkatkan kemampuan komunikasi matematik siswa.

B. Pembahasan

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui pengaruh model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II terhadap kemampuan penalaran dan

komunikasi matematik. Pada bagian ini akan dibahas pengaruh pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II dengan kemampuan penalaran dan komunikasi matematika.

Secara umum pelaksanaan pembelajaran matematika dengan menggunakan model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II berjalan sesuai dengan yang diharapkan. Ada beberapa hal yang peneliti temukan dalam pelaksanaan penelitian pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II, yaitu selama pembelajaran interaksi terjadi antara siswa di dalam kelompok asal maupun di dalam kelompok ahli. Dalam hal ini guru hanya mengarahkan siswa dan melayani siswa atau kelompok yang mengalami kesulitan. Lembar kerja siswa untuk setiap pertemuan secara rata-rata dilakukan dengan baik oleh siswa. Berdasarkan pengamatan, proses diskusi siswa baik di kelompok asal maupun di kelompok ahli juga dilakukan dengan baik oleh siswa.

Pada proses membaca, siswa yang memiliki kemampuan tinggi membaca dengan suara keras untuk diperdengarkan pada teman satu kelompoknya, sambil membuat catatan penting. Siswa dengan kemampuan sedang membaca materi sambil membuat catatan penting. Namun, terkadang ada siswa yang mencari informasi dengan meminta temannya untuk menjelaskan materi yang sedang dipelajari. Sedangkan siswa dengan kemampuan rendah cenderung malas membaca.

Pada diskusi kelompok ahli, siswa saling membantu satu dengan yang lain untuk menyelesaikan persoalan yang terdapat di lembar kerja. Apabila ada siswa yang kesulitan, maka siswa yang lain akan membantu. Namun tak jarang juga siswa bertanya pada guru, apabila persoalan yang ditemui kesulitan untuk

diselesaikan. Berdasarkan pengamatan ditemukan untuk siswa yang memiliki kemampuan tinggi menjelaskan pernyataan matematika secara lisan disertai dengan catatan. Siswa yang memiliki kemampuan sedang mendengar pernyataan matematika secara hati-hati dari siswa kategori tinggi dan mendengar pertanyaan. Sedangkan siswa dengan kemampuan rendah hanya sekedar mendengar pernyataan matematika dari kategori tinggi dan sedang.

Pada diskusi kelompok asal, pada awalnya siswa dari ahli 1 sampai ahli 4 secara berturut-turut dan bergantian menjelaskan materi yang terdapat pada masing-masing lembar ahli. Namun tak jarang juga terdapat siswa yang kurang ahli dalam bidangnya, sehingga anggota kelompok yang lain kembali berdiskusi untuk memahami materi pada lembar ahli tersebut, dan jika merasa kesulitan siswa bertanya kepada guru. Namun kasus siswa yang kurang ahli ini hanya terjadi pada satu kali pertemuan saja yaitu pada pertemuan pertama. Hal ini mungkin disebabkan siswa tersebut masih belum terbiasa dengan pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw, ketika pembelajaran sudah berlanjut pada pertemuan kedua ternyata siswa tersebut sudah dapat mengikuti dan dapat menjadi ahli pada bidangnya.

Pada diskusi kelompok asal peneliti juga menemukan pada siswa yang memiliki kemampuan tinggi mereka menjelaskan pernyataan matematika secara lisan disertai dengan catatan dalam menyampaikan materi ahlinya, kemudian membantu temannya menyelesaikan masalah matematika yang terkait dengan materi ahlinya. Selanjutnya mendengar pernyataan matematika tentang materi yang berbeda dari temannya sambil memberi komentar dan kritikan jika materi yang disampaikan tidak sesuai dengan konsep matematika. Siswa dengan

kemampuan sedang, menjelaskan pernyataan matematika secara lisan kemudian membantu temannya menyelesaikan masalah matematika yang terkait dengan materi ahlinya. Selanjutnya, mereka mendengar pernyataan matematika dan penjelasan matematika dengan baik dan tetap membantu siswa dengan kategori rendah dalam menyelesaikan masalah matematika. Sedangkan siswa dengan kemampuan rendah merasa memiliki tanggung jawab untuk menjelaskan materi ahlinya maka mereka berusaha untuk menjelaskan materi sesuai kemampuan mereka namun hanya menjelaskan secara terbatas.

Di akhir pembelajaran siswa dalam kelompok asal diminta untuk membuat kesimpulan dari materi yang sudah dipelajari tersebut. Jika masih ada dari suatu materi yang belum dipahami siswa, dalam hal ini guru memberi kesempatan untuk bertanya dan melaksanakan refleksi terhadap proses diskusi di kelompok ahli, diskusi di kelompok asal dan proses pembuatan kesimpulan.

Pada tahap tes, siswa yang memiliki kemampuan tinggi mampu mendapatkan skor 4 yang artinya siswa memberi jawaban lengkap dan benar. Siswa dengan kemampuan sedang sebagian dapat mendapatkan skor 4 sampai 3. Skor 3 yang artinya siswa memberi jawaban hampir lengkap dan benar, namun ada sedikit kesalahan. Sedangkan siswa dengan kemampuan rendah hanya mendapatkan skor 2 sampai 1. Skor 2 artinya siswa memberi jawaban sebagian lengkap dan benar, skor 1 artinya siswa memberi jawaban samar-samar dan skor 0 artinya jawaban salah dan tidak detail.

Pembelajaran matematika dengan model kooperatif tipe Jigsaw II, pernah dilaksanakan di sekolah tersebut, namun pelaksanaannya tidak merata pada siswa dan proses pelaksanaannya sudah hampir dilupakan siswa karena pelaksanaannya

sudah lama dilakukan. Pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II memungkinkan siswa untuk berdiskusi, berpindah-pindah tempat dan mengekspresikan diri mereka, sehingga siswa merasa senang karena sebelumnya terbiasa dengan pembelajaran yang konvensional.

Pada pertemuan pertama, aktivitas siswa belum berjalan dengan baik, seperti siswa masih belum beradaptasi dengan kelompoknya, siswa masih bingung dengan pengisian LKS, masih ada siswa yang bekerja secara individu. Pada pertemuan kedua, kekurangan yang terjadi pada pertemuan pertama sudah mulai diperbaiki. Siswa dapat bekerjasama dengan anggota kelompoknya, siswa yang belum mengerti bertanya kepada teman satu kelompoknya. Pada pertemuan selanjutnya, siswa terlihat aktif dan serius dalam berdiskusi, masing-masing kelompok ahli berdiskusi sembari menyelesaikan tugas LKS yang diberikan, siswa bertanya kepada guru apabila siswa tidak dapat menemukan penyelesaian setelah mendiskusikannya dalam kelompok, siswa mengikuti pembelajaran dengan baik.

Siswa yang cerdas sangat membantu terlaksananya tujuan pembelajaran dan rencana pembelajaran baik dari segi waktu maupun segi kemampuan penalaran dan komunikasi matematik pada siswa, sehingga ketuntasan belajar dapat dipenuhi. Disamping itu, siswa yang cerdas mempunyai dampak yang positif bagi siswa dalam menumbuhkan rasa percaya diri bagi siswa yang kemampuan penalaran dan komunikasi matematiknya belum terasah dengan baik, karena siswa diberi kesempatan untuk berdiskusi dan di dalam proses diskusi tersebut siswa dapat mengemukakan pendapatnya, bertukar pikiran dan juga bertanya.

Penelitian ini masih belum secara mendalam menggali kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa karena pada dasarnya pembelajaran dengan model kooperatif tipe Jigsaw Ii membutuhkan waktu yang banyak. Dalam hal ini, walaupun guru sudah dapat mengatur waktu dengan baik, masih saja diperlukan tambahan waktu untuk lebih memperdalam kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa.

Peneliti memperoleh keuntungan yaitu dapat meningkatkan pengetahuan matematika, karena ternyata dalam pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II dapat meningkatkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa. Dalam hal ini guru dituntut memiliki pengetahuan ilmu matematika yang luas yang meliputi *knowing-that*, *knowing-why*, dan *knowing-how* hingga sampai pada *knowing-to* yang akhirnya akan memunculkan *belief* guru. Hal ini sesuai dengan yang disampaikan oleh Mason & Spence (dalam Aguspinal, 2011) yaitu keyakinan guru atas pengetahuan dan instruksi-instruksi guru dalam pembelajaran konsep-konsep matematika termasuk di dalamnya teknik mengajar dan belajar matematika serta memahami kesulitan-kesulitan siswa dalam belajar matematika.

Berdasarkan uraian di atas, pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II dapat berpengaruh terhadap kemampuan penalaran matematik siswa karena dalam pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II memungkinkan siswa untuk membangun konsep yang baru dengan sendiri dalam kelompok kecil. Ketika siswa membangun konsep dalam kelompok kecil itu, terjadi suatu proses diskusi dengan teman satu kelompoknya sehingga siswa dapat membangun pengetahuannya sendiri. Dalam hal ini, guru hanyalah sebagai fasilitator yang mengarahkan siswa

agar dapat menemukan dan mengkonstruksi sendiri konsep dari materi yang dipelajari.

Kemampuan penalaran matematik ditinjau secara keseluruhan menghasilkan data bahwa rata-rata kemampuan penalaran matematik antara siswa yang memperoleh pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II Jigsaw lebih dari kemampuan penalaran siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional. Hal ini berarti ada pengaruh pembelajaran Jigsaw II terhadap kemampuan penalaran matematik siswa. Hasil yang diperoleh belum memuaskan tetapi pembelajaran dengan menggunakan model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II berhasil mempengaruhi kemampuan penalaran matematik siswa dibandingkan dengan pembelajaran konvensional.

Walaupun temuan penelitian ini belum menunjukkan hasil yang memuaskan, namun untuk pembelajaran yang sangat jarang ditemui siswa atau bahkan baru dikenal siswa, temuan tersebut merupakan kondisi yang baik. Dikatakan baru dikenal siswa karena sebelumnya siswa terbiasa belajar dengan pembelajaran konvensional, pembelajaran yang terpusat pada guru yang pada umumnya siswa belajar dari yang dijelaskan guru dan meniru cara penyelesaian dari contoh soal yang diberikan oleh guru.

Pada pembelajaran konvensional guru menjelaskan konsep, menjelaskan contoh soal, memberikan soal-soal latihan, dan guru memberi skor terhadap pekerjaan siswa. Dimana siswa dikatakan berhasil mendapatkan skor maksimal apabila siswa mengerjakan soal sesuai dengan langkah-langkah penyelesaian yang telah diberikan oleh guru. Apabila hal tersebut terjadi maka proses belajar yang dialami dan dilakukan siswa akan menjadi kurang bermakna. Ausubel (dalam

Santrock, 2007) mengungkapkan bahwa dengan belajar bermakna memungkinkan siswa mampu mengaitkan konsep yang baru dengan konsep yang telah dimiliki oleh siswa. Apabila siswa tidak mampu mengaitkan antara konsep yang baru dengan konsep yang telah dimiliki oleh siswa, maka akan memungkinkan siswa menerima konsep yang baru secara tidak utuh atau terpisah-pisah.

Kemampuan komunikasi matematik ditinjau secara keseluruhan menghasilkan data bahwa rata-rata kemampuan komunikasi matematik antara siswa yang memperoleh pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II lebih dari kemampuan komunikasi matematik siswa yang memperoleh pembelajaran konvensional. Hal ini berarti ada pengaruh pembelajaran Jigsaw II terhadap kemampuan komunikasi matematik siswa.

Hasil penelitian yang dilakukan menunjukkan bahwa siswa yang belajar dengan model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II berhasil mempengaruhi kemampuan komunikasi matematik siswa. Namun demikian hasil tersebut belum memuaskan, hal ini disebabkan waktu penelitian yang terlalu singkat sehingga siswa kurang mampu untuk menyatakan peristiwa sehari-hari dalam model matematika. Selain itu, siswa sebagian besar merasa kaget dengan tipe soal yang lain dari yang biasanya mereka temui dalam pembelajaran sehari-hari. Hal ini karena siswa sebelumnya belum terbiasa dengan soal matematika dalam bentuk soal cerita dimana siswa diminta untuk membuat suatu model matematika dari suatu soal cerita.

Hal tersebut juga diperkuat oleh siswa, yang sebagian besar mengeluh ketika mendapatkan soal dalam bentuk soal cerita, dimana siswa diminta untuk membuat sendiri model matematika dari peristiwa yang disajikan. Hal ini

disebabkan karena selama ini siswa terbiasa untuk langsung menyelesaikan soal yang sudah dituliskan model matematikanya. Hal ini juga diperkuat dengan rata-rata *post-test* kemampuan komunikasi matematik siswa pada kelompok eksperimen lebih baik daripada kelompok kelompok konvensional. Hal ini dikarenakan pada kelompok kelompok konvensional siswa tidak terbiasa untuk membangun konsep sendiri sehingga ketika diberikan soal yang berbeda dengan soal yang biasa mereka temui, kebanyakan siswa pada kelompok konvensional kurang mampu membuat model matematika dan menyelesaikannya terhadap soal yang disajikan.

Hasil penelitian menunjukkan ada pengaruh pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II terhadap kemampuan penalaran dan komunikasi matematik. Namun pada kenyataannya siswa masih ada yang belum menguasai materi Limit Fungsi. Berdasarkan hasil kerja siswa ternyata hampir sebagian besar siswa pada kelas yang mendapat perlakuan model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II belum dapat menyatakan model matematika. Hal ini disebabkan karena siswa sebelumnya terbiasa untuk menyelesaikan soal yang tidak perlu membuat model matematika terlebih dahulu karena sudah dicantumkan dalam naskah soal. Kemampuan siswa dalam menjelaskan ide matematika secara tertulis sebagian siswa sudah baik, begitu pula kemampuan siswa untuk menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada dan kemampuan siswa untuk membuat kesimpulan logis sudah cukup baik.

Sedangkan pada kelompok yang mendapatkan pembelajaran konvensional, kemampuan siswa untuk menyatakan masalah dalam model matematika masih kurang. Akan tetapi untuk kemampuan dalam menjelaskan ide matematika secara

tertulis, kemampuan siswa untuk menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada dan kemampuan siswa untuk membuat kesimpulan logis sudah cukup baik. Akan tetapi ternyata ditemui ada beberapa siswa, baik di kelas yang mendapat pembelajaran Jigsaw II ataupun kelas yang mendapatkan pembelajaran konvensional masih belum menguasai konsep Limit Fungsi, sehingga perlu untuk dilakukan remedial.

Penelitian ini memiliki keterbatasan, yaitu perlakuan terhadap subjek penelitian dilakukan dalam kurang lebih hanya satu bulan, sehingga pelayanan terhadap masing-masing siswa tidak optimal. Media pembelajaran dalam penelitian ini dikembangkan sendiri oleh penulis dengan dibantu dengan dosen pembimbing, sehingga ada beberapa keahlian yang masih kurang dikuasai oleh penulis sebagai pengembang media pembelajaran. Penelitian hanya dilakukan pada satu kompetensi saja yaitu limit fungsi aljabar dan trigonometri, sehingga keberhasilan belajar yang ditunjukkan siswa belum maksimal. Indikator penelitian untuk aspek kemampuan penalaran dan komunikasi matematik tidak semuanya diteliti, hanya masing-masing dua indikator saja, sehingga penelitian ini belum dapat digeneralisasikan untuk semua materi matematika.

BAB V

SIMPULAN DAN SARAN

A. SIMPULAN

Berdasarkan hasil temuan yang diperoleh dalam penelitian ini, maka dapat disimpulkan bahwa :

1. Model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II berpengaruh terhadap kemampuan penalaran matematik siswa karena kemampuan penalaran matematik siswa yang mendapatkan pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II lebih baik dari siswa yang mendapatkan pembelajaran konvensional.
2. Model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II berpengaruh terhadap kemampuan komunikasi matematik siswa karena kemampuan komunikasi matematik siswa yang mendapatkan pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II lebih baik dari siswa yang mendapatkan pembelajaran konvensional.

B. SARAN

Berdasarkan hasil penelitian, berikut ini beberapa saran yang penulis ajukan terhadap pembelajaran dengan menggunakan model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II, yaitu:

1. Pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II sangat direkomendasikan untuk guru dalam praktek pembelajaran di kelas untuk meningkatkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa.
2. Para peneliti selanjutnya diharapkan dapat menerapkan pembelajaran dengan model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II pada materi dan kompetensi

yang berbeda, waktu yang cukup dalam melakukan penelitian, dan melakukan bimbingan yang optimal kepada siswa, serta mengembangkan aspek kemampuan matematik yang lainnya.

3. Dalam meningkatkan kemampuan penalaran dan komunikasi matematik siswa perlu adanya peran dan dukungan dari semua pihak di lingkungan sekolah untuk menerapkan model pembelajaran kooperatif tipe Jigsaw II serta model-model pembelajaran kooperatif yang lain menjadi pembelajaran yang sehari-hari dapat diterapkan di sekolah.

Universitas Terbuka

DAFTAR PUSTAKA

- Aguspinal. (2011). Peningkatan Kemampuan Berpikir Kreatif dan Komunikasi Matematis Siswa SMA melalui Pendekatan Open-Ended dengan Strategi Group-To-Group: Studi Eksperimen Di SMA Negeri Plus Provinsi Riau. *Tesis*, Universitas Pendidikan Indonesia. Bandung. Diambil 23 November 2012, dari situs World Wide Web http://repository.upi.edu/tesisview.php?no_tesis=1423
- Andrianto, F. (2011). Keefektifan Pembelajaran Matematika dengan Model Cooperative Learning tipe STAD dan Jigsaw terhadap Pemahaman Matematis Siswa Kelas X SMA Negeri 1 Mayong pada Materi Ajar Sistem Persamaan Linear. *Tesis*, Universitas Negeri Semarang. Semarang. Diambil 13 Juni 2013, dari situs World Wide Web <http://lib.unnes.ac.id/6478/>
- Arikunto, S. (2011). *Dasar-Dasar Evaluasi Pendidikan*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Armia. (2011). Peningkatan Kemampuan Penalaran Matematis, Komunikasi Matematis dan Kecerdasan Emosional Mahasiswa Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah. *Disertasi*, Program Doktor pada Sekolah Pascasarjana. Universitas Pendidikan Indonesia. Bandung. Diambil 13 Juni 2013, dari situs World Wide Web http://repository.upi.edu/disertasiview.php?no_disertasi=226
- Awaludin. (2007). Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kreatif dan Penalaran Matematis pada Siswa dengan Kemampuan Matematis Rendah melalui Pembelajaran Open Ended dalam Kelompok Kecil dengan Pemberian Tugas Tambahan. *Tesis*, Sekolah Pascasarjana Universitas Pendidikan Indonesia. Bandung.
- Azwar, S. (2012). *Reliabilitas dan Validitas*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Dahlan, J.A. (2011). *Analisis Kurikulum Matematika*. Jakarta: Penerbit Universitas Terbuka.
- Diana, S. (2011). Penerapan Model Pembelajaran Whole Group Jigsaw dalam Perkuliahan Embriologi Tumbuhan. *Jurnal Pengajaran MIPA*, 17 (2), 190-199.
- Edgington, A. & Dick, R.F. Using Writing to Learn Mathematics. (2011). Diambil 23 November 2012, dari Situs World Wide Web <http://louisville.edu/provost/wroffice/math72.html>

- Fachrurazi. (2011) Penerapan Pembelajaran Berbasis Masalah untuk Meningkatkan Kemampuan Berpikir Kritis dan Komunikasi Matematis Siswa Sekolah Dasar. Diambil 23 November 2012, dari situs World Wide Web <http://fachruraziabbas.blogspot.com/2011/07/penerapan-pembelajaran-berbasis-masalah.html>
- Ghufron, A. & Utama. (2011). *Evaluasi Pembelajaran Matematika*. Jakarta: Penerbit Universitas Terbuka.
- Herdian. (2011). Indikator Penalaran Matematik. Diambil 23 November 2012, dari Situs World Wide Web <http://www.scribd.com/doc/97373145/INDIKATOR-PENALARAN-MATEMATIKA>
- Human Development Report. (2012). Human Development Index (HDI) - 2012 Rankings. United Nations Development Programme. Diambil 23 November 2012, dari situs World Wide Web <http://hdr.undp.org/en/statistics/>
- Isjoni. (2010). *Cooperative Learning Efektivitas Pembelajaran Kelompok*. Bandung: Alfabeta.
- Jacob, C. (2002). Matematika sebagai Komunikasi. *Prosiding Konferensi Matematika XI UM Malang*, VIII (1), 378-382.
- Johnson, E.B. (2010). *Contextual Teaching and Learning: Menjadikan Kegiatan Belajar-Mengajar Mengasikkan dan Bermakna, diterjemahkan dari Contextual Teaching and Learning: what it is and why it's here to stay*. Diterjemahkan oleh Ibnu Setiawan. Bandung: Kaifa.
- Karwono & Mularsih, H. (2010). *Belajar dan Pembelajaran Serta Pemanfaatan Sumber Belajar*. Jakarta: Cerdas Jaya.
- Komalasari, K. (2010). *Pembelajaran Kontekstual, Konsep dan Aplikasi*. Bandung: Refika Aditama.
- Lane, S. (1993). The Conceptual Framework for the Development of a Mathematics Performance Assessment Instrument, QUASAR General Rubric, Chicago Public Schools Bureau of Student Assessment. Educational Measurement: Issues and Practice, Summer 1993, 16-23. Diambil 23 November 2012, dari Situs World Wide Web http://web.njit.edu/~ronkowitz/teaching/rubrics/samples/math_probsolv_chicago.pdf
- Lie, A. (2002). *Cooperative Learning Mempraktikan Cooperative Learning di Ruang-Ruang Kelas*. Jakarta: Grasindo.

- Mulyanto, R. (2007). Pendekatan Cooperative Learning Teknik Jigsaw untuk Meningkatkan Penguasaan Operasi Pecahan di SDN Paseh I Kabupaten Sumedang. *Jurnal Penelitian Pendidikan Universitas Pendidikan Indonesia*, V (7). Diambil 13 Juni 2013, dari Situs World Wide Web <http://jurnal.upi.edu/saung-guru/view/83/pendekatan-cooperative-learning-teknik-jigsawuntuk-meningkatkan-penguasaan-operasi-pecahandi-sdn-paseh-i-kabupaten-sumedang.html>
- National Council of Teacher Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM
- _____. (2000). *Principles and Standards for School*. Reston, VA: NCTM
- Nyeneng, I.D.P. (2012). Studi Perbandingan Hasil Belajar Fisika Modern dengan Menggunakan STAD dan Jigsaw pada Mahasiswa Program Studi Pendidikan Fisika. *Jurnal Pendidikan MIPA*, 13 (2), 135-143.
- OECD. (2010). Presentation of the PISA 2010 Results. Washington. Diambil 23 November 2012, dari situs World Wide Web <http://www.oecd.org/unitedstates/presentationofthepisa2010results.htm>
- Ontario Ministry of Education. (2010). Capacity Building Series. Diambil 13 Juni 2013, dari Situs World Wide Web http://www.edu.gov.on.ca/eng/literacynumeracy/inspire/research/cbs_communication_mathematics.pdf
- Putri, F.M. (2012). Pengaruh Pembelajaran Matematika Realistik Terhadap Kemampuan Penalaran Dan Koneksi Matematis Siswa SMP. *Tesis*, Universitas Pendidikan Indonesia. Bandung. Diambil 23 November 2012, dari Situs World Wide Web http://repository.upi.edu/tesisview.php?no_tesis=1722
- Priatna, N. (2003). Kemampuan Penalaran dan Pemahaman Matematika Siswa kelas 3 Sekolah Lanjutan Tingkat Pertama Negeri di Kota Bandung. *Desertasi*, Program Doktor pada Sekolah Pasca Sarjana Universitas Pendidikan Indonesia. Bandung.
- Qohar, A. (2011). Asosiasi Kemampuan Pemahaman, Komunikasi Matematik, dan Kemandirian Belajar Siswa dalam Pembelajaran Matematika dengan Pendekatan Reciprocal Teaching. *Jurnal Pendidikan MIPA*, 12 (2), 1-7.
- Ruseffendi, H.E.T. (2010). *Perkembangan Pendidikan Matematika*. Jakarta: Penerbit Universitas Terbuka.
- Sahin, A. (2010). Effect of Jigsaw II Technique on Academic Achievement and Attitudes to Written Expression Course. *Jurnal Educational Research and Reviews*, 5 (12), 777-787. Diambil dari situs World Wide Web <http://www.academicjournals.org/ERR>.

- Sanjaya, W. (2010). *Kurikulum dan Pembelajaran: Teori dan Praktik Pengembangan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan*. Jakarta: Kencana.
- Santoso, S. (2012). *Aplikasi SPSS pada Statistik Non Parametrik*. Jakarta: PT Elex Media Komputindo.
- Santrock, J.W. (2007). *Psikologi Pendidikan*. Edisi Ke-2. Diterjemahkan oleh Tri Wibowo B.S. Jakarta: Kencana.
- Sari, D.K. (2011). Implementasi Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw dan STAD untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematika pada Materi Persamaan Garis Lurus Kelas VIII. *Skripsi*, Universitas Negeri Semarang. Semarang. Diambil 13 Juni 2013, dari situs World Wide Web <http://lib.unnes.ac.id/968/>
- Schreyer Institute for Teaching Excellence. (2007). Jigsaw Strategy. Diambil 9 Oktober 2012, dari situs World Wide Web <http://www.schreyerinstitute.psu.edu/pdf/alex/jigsaw.pdf>
- Setyono. (2008). Peningkatan Kemampuan Penalaran Siswa dalam Pembelajaran Matematika. Diambil 13 Juni 2013, dari situs World Wide Web http://setyono.blogspot.com/2008/07/bab-i-pendahuluan_09.html
- Siregar, S., Karo, U.K. & Rahmadani, T.E. (2010). Penerapan Model Pembelajaran Cooperative Learning Tipe Jigsaw II untuk Meningkatkan Aktivitas dan Hasil Belajar Siswa pada Mata Pelajaran Dasar Teknik Mesin. *Jurnal Penelitian Pendidikan Universitas Pendidikan Indonesia*, VI (16). Diambil 13 Juni 2013, dari Situs World Wide Web <http://jurnal.upi.edu/penelitian-pendidikan/view/276/PENERAPAN%20MODEL%20PEMBELAJARAN%20COOPERATIVE%20LEARNING%20TIPE%20JIGSAW%20II%20UNTUK%20MENINGKATKAN%20AKTIVITAS%20DAN%20HASIL%20BELAJAR%20SISWA%20PADA%20MATA%20PELAJARAN%20DASAR%20TEKNIK%20MESIN>
- Siregar, S. (2013). *Statistik Parametrik untuk Penelitian Kuantitatif Dilengkapi dengan Perhitungan Manual dan Aplikasi SPSS Versi 17.00*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Soedjadi, R. (1999). *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia: Konstataasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan*. Jakarta: Direktorat Jendral Pendidikan Tinggi, Departemen Pendidikan Nasional.
- Sudjana. (2002). *Metoda Statistika*. Bandung: Tarsito.

- Sugandi, A.I. (2011). Pengaruh Pembelajaran Berbasis Masalah dengan Setting Kooperatif Jigsaw Terhadap Kemampuan Berpikir Kritis dan Kreatif. Makalah disajikan pada *Seminar Nasional Pendidikan MIPA tanggal 26 November 2011*. Lampung: Universitas Lampung. Diambil 23 November 2012, dari Situs World Wide Web
<http://semnaspemdmpa.files.wordpress.com/2012/02/prosiding-seminar-nasional-pendidikan-mipa-2011.pdf>
- Sugilar, D.J. (2011). *Metode Penelitian Pendidikan Matematika*. Jakarta: Penerbit Universitas Terbuka.
- Sumarmo, U. (2002). Alternatif Pembelajaran Matematika dalam Menerapkan Kurikulum Berbasis Kompetensi. Makalah disajikan pada *Seminar Nasional FPMIPA UPI*. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.
- _____. (2006). Berpikir Matematika Tingkat Tinggi: Apa, Mengapa, dan Bagaimana Dikembangkan pada Siswa Sekolah Menengah dan Mahasiswa Calon Guru. Makalah disajikan pada *Seminar Pendidikan Matematika di Jurusan Matematika FMIPA Universitas Padjajaran Tanggal 22 April 2006*. Bandung.
- Suprijono, A. (2009). Kumpulan Metode Pembelajaran PAIKEM, Teori dan Aplikasi. Diambil 23 November 2012, dari Situs World Wide Web
<http://slam3tsubagyo.files.wordpress.com/2011/06/kumpulanmetodepembelajaran-paikemteoridanaplikasi.pdf>
- Sutawidjaja, A. & Dahlan, J.A. (2011). *Pembelajaran Matematika*. Jakarta: Penerbit Universitas Terbuka.
- Slavin, R.E. (2011). *Cooperative Learning: Teori, Riset dan Praktik*. Bandung: Nusa Media
- Sulastri, Y. & Rochintaniawati, D. (2011). Pengaruh Penggunaan Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw dalam Pembelajaran Biologi di SMPN 2 Cimalaka. *Jurnal Penelitian Pendidikan Universitas Pendidikan Indonesia*, XII (2). Diambil 13 Juni 2013 dari situs World Wide Web
<http://jurnal.upi.edu/penelitian-pendidikan/view/1134/Pengaruh%20Penggunaan%20Pembelajaran%20Kooperatif%20Tipe%20Jigsaw%20dalam%20Pembelajaran%20Biologi%20di%20SMPN%202%20Cimalaka>

- Suwarto. (2011). Effort to Improve Activities, Social Science Study Result, and Implementation of The Integrated Nation Character Education Values by Cooperative Study Jigsaw Type at The Fifth Grade Students of SDN 126 Bayan Surakarta year 2011. *Jurnal Penelitian Pendidikan Universitas Pendidikan Indonesia*, XII (2). Diambil 13 Juni 2013 dari situs World Wide Web <http://jurnal.upi.edu/penelitian-pendidikan/view/1412/Effort%20to%20Improve%20Activities,%20Social%20Science%20Study%20Result,%20and%20Implementation%20of%20The%20Integrated%20Nation%20Character%20Education%20Values%20by%20Cooperative%20Study%20Jigsaw%20Type%20at%20The%20Fifth%20Grade%20Students%20of%20SDN%20126%20Bayan%20Surakarta%20year%202011%3Cbr%20/%3E>
- Tamur, M. (2012). Pembelajaran Kooperatif Tipe STAD Berbasis Etnomatematika Sebagai Upaya Meningkatkan Kemampuan Pemahaman Dan Komunikasi Matematis Mahasiswa PGSD: Mengintegrasikan Tarian Caci Ke Dalam Bahan Ajar Di STKIP St Paulus Ruteng - Flores NTT. *Tesis*, Universitas Pendidikan Indonesia. Bandung. Diambil 23 November 2012, dari situs World Wide Web http://repository.upi.edu/tesisview.php?no_tesis=1978
- Tim Penyusun. *Undang-Undang Nomor 20 tahun 2003 tentang Sistem Pendidikan Nasional*. Jakarta: Sinar Grafika.
- Tim Penyusun Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan. (2006). *Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan SMP*. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional.
- Thalhah, S.Z. (2012). Exploring The Mathematical Reasoning And Communication In The Jigsaw Type Of Cooperative Learning Model On Grade VIII Students Of SMP Pesantren Immim Putra Makassar. *Skripsi*, Universitas Negeri Malang. Malang. Diambil 13 Juni 2013, dari situs World Wide Web <http://blog.unm.ac.id/hamzahupu/2012/03/12/exploring-the-mathematical-reasoning-and-communication-in-the-jigsaw-type-of-cooperative-learning-model-on-grade-viii-students-of-smp-pesantren-immim-putra-makassar/feed/>
- Ulya, N. (2007). Upaya Meningkatkan Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik Siswa SMP/MTs Melalui Pembelajaran Kooperatif Tipe Teams-Games-Tournament (TGT). *Disertasi*, Universitas Pendidikan Indonesia. Bandung. Diambil 23 November 2012, dari situs World Wide Web http://repository.upi.edu/disertasiview.php?no_disertasi=138

- Wibowo, L.A. (2010). Pengaruh Metode Cooperative Learning Teknik Jigsaw Terhadap Prestasi Belajar Mahasiswa. *Jurnal Penelitian Pendidikan Universitas Pendidikan Indonesia*, VI (17). Diambil 13 Juni 2013 dari situs World Wide <http://jurnal.upi.edu/penelitian-pendidikan/view/260/PENGARUH%20METODE%20COOPERATIVE%20LEARNING%20%20TEKNIK%20JIGSAW%20TERHADAP%20PRESTASI%20BELAJAR%20MAHASISWA>
- Wildani, I. (2011). Penerapan Model Pembelajaran Kolaboratif Murder Untuk Meningkatkan Kemampuan Penalaran Dan Pemecahan Masalah Matematis, Studi Pada Mata Pelajaran Matematika Di Madrasah Aliyah Kabupaten Kampar Provinsi Riau. *Disertasi*, Universitas Pendidikan Indonesia. Bandung. Diambil 23 November 2012, dari situs World Wide Web http://repository.upi.edu/tesisview.php?no_tesis=1777
- Winataputra, U.S. (2008). *Teori Belajar dan Pembelajaran*. Jakarta: Penerbit Universitas Terbuka.
- Yonandi. (2011). Meningkatkan Kemampuan Komunikasi dan Pemecahan Masalah Matematik Melalui Pembelajaran Kontekstual Berbantuan Komputer pada Siswa SMA. *Disertasi*, Universitas Pendidikan Indonesia. Bandung. Diambil 23 November 2012, dari situs World Wide Web http://repository.upi.edu/disertasiview.php?no_disertasi=138

LAMPIRAN A

BIODATA MAHASISWA

Universitas Terbuka

Lampiran A.1

BIODATA MAHASISWA

Nama : Siti Qomariyah
N I M : 017987851
Tempat dan tanggal lahir : Metro, 5 Agustus 1986
Registrasi Pertama : 2011.2
Riwayat Pendidikan :
- TK Aisyiah Metro tahun 1991-1992
- SD Al Qur'an Metro tahun 1992-1998
- SMP Al Qur'an Metro tahun 1998-2001
- SMAN 1 Metro tahun 2001-2004
- FKIP, PMIPA, Pendidikan Matematika, UNILA tahun 2004-2009
Riwayat Pekerjaan :
- Guru honorer di Sekolah Dasar Islam Terpadu (SDIT) Wahdatul Ummah Metro tahun 2009-2011
- Guru honorer di Sekolah Menengah Pertama Islam Terpadu (SMPIT) Bina Insani Metro tahun 2011-2012
Alamat : Jalan AH. Nasution No.301, Kelurahan Yosodadi, Kecamatan Metro Timur, Kota Metro, Kode Pos 34112
No Hp : 0857 6838 4086 / 0852 7991 6804
Alamat Email : sitiqomariyah.ut@gmail.com

Bandar Lampung, Juni 2013

Siti Qomariyah
NIM.017987851

LAMPIRAN B

INSTRUMEN PENELITIAN

Universitas Terbuka

Lampiran B.1

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)
MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE JIGSAW II
PERTEMUAN KE-1

Nama Sekolah	: SMA Negeri 1 Terbanggi Besar
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas/Semester	: XI IPA / 2 (Genap)
Materi	: Limit Fungsi
Alokasi Waktu	: 2 x 45 menit

Standar Kompetensi: Menggunakan konsep limit fungsi dan turunan fungsi dalam pemecahan masalah.

Kompetensi Dasar : Menjelaskan arti limit fungsi di suatu titik dan di tak hingga.

Indikator :

a. Kognitif

1. Memahami pengertian limit fungsi dengan menggambarkan grafik
2. Menghitung limit fungsi dengan cara substitusi langsung

b. Afektif

1. Karakter
 - a) Dapat dipercaya
 - b) Menghargai
 - c) Tanggung awab individu
 - d) Tanggung jawab sosial
 - e) Aktif
 - f) Kreatif
 - g) Jujur
 - h) Peduli

2. Keterampilan Sosial

- a) Bertanya
- b) Memberikan ide atau pendapat
- c) Menjadi pendengar yang baik
- d) Kerjasama

A. Tujuan Pembelajaran

a. Kognitif

1. Jika diberikan uraian materi tentang pengertian limit fungsi, siswa dapat menyatakannya dalam model matematika dan dapat menjelaskan ide matematika secara tertulis.
2. Jika diberikan kegiatan untuk menghitung limit fungsi dengan cara substitusi langsung siswa dapat menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada dan dapat mengambil kesimpulan secara logis

b. Afektif

1. Karakter

Semua siswa terlibat dalam proses pembelajaran yang berpusat kepada siswa, dan siswa diberi kesempatan melakukan penilaian diri terhadap kesadaran dalam menunjukkan karakter:

- a) **Dapat dipercaya:** diantaranya adalah siswa jujur, mampu mengikuti komitmen, mencoba melakukan tugas yang diberikan, menjadi teman yang baik dan membantu orang lain.
- b) **Menghargai:** diantaranya adalah siswa memperlakukan teman/guru dengan baik, sopan dan hormat, peka terhadap perasaan orang lain, tidak pernah menghina atau mempermainkan teman/guru, tidak pernah mempermalukan teman/guru.
- c) **Tanggung jawab individu:** diantaranya siswa mengerjakan tugas-tugas yang diberikan, tidak pernah membuat alasan atau menyalahkan orang lain atas perbuatannya.

- d) **Tanggung jawab sosial:** diantaranya siswa mengerjakan tugas kelompok untuk kepentingan bersama, secara sukarela membantu teman/guru.
 - e) **Aktif:** diantaranya siswa selalumerespon dengan terhadap apa yang terjadi di kelas baik dengan cara menjawab pertanyaan maupun menanggapi pernyataan.
 - f) **Kreatif:** diantaranya siswa memiliki ide untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi.
 - g) **Jujur:** diantaranya siswa tidak pernah curang, menyontek hasil kerja siswa/kelompok lain, bermain/berbuat berdasarkan aturan.
 - h) **Peduli:** diantaranya siswa peka terhadap perasaan orang lain, mencoba untuk membantu siswa/guru yang membutuhkan.
2. Keterampilan Sosial
- Terlibat dalam proses belajar mengajar berpusat pada siswa, dan siswa diberi kesempatan melakukan penilaian diri terhadap kesadaran dalam menunjukkan keterampilan sosial:
- a) Dalam mengerjakan LKS siswa aktif dan kreatif mencari jawabannya.
 - b) Dalam diskusi kelompok, siswa aktif mengajukan pertanyaan.
 - c) Dalam diskusi kelompok, siswa aktif memberikan ide atau pendapat.
 - d) Dalam proses pembelajaran di kelas, siswa dapat menjadi pendengar yang baik.
 - e) Dalam diskusi kelompok, siswa dapat bekerja sama dalam menyelesaikan tugas kelompok.

B. Model Pembelajaran : Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw II

C. Strategi : Diskusi Kelompok

D. Media dan Sumber Pembelajaran : Lembar Ahli, buku paket, buku penunjang, kalkulator

E. Langkah-langkah Kegiatan

I. Pendahuluan

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa diberikan motivasi oleh guru	1. Aktif memberikan ide atau pendapat 2. Aktif mengajukan pertanyaan 3. Menjadi pendengar yang baik	5 menit
2.	Siswa mendengarkan penjelasan guru tentang indikator belajar	1. Aktif memberikan ide atau pendapat 2. Menjadi pendengar yang baik	
3.	Siswa berkelompok menjadi 8 kelompok yang terdiri dari 4-5 orang yang disebut kelompok asal	Tanggung jawab individu	

II. Kegiatan Inti

Tahap Membaca

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa berkelompok dalam kelompok ahli yang terdiri dari 4-5 orang, sehingga terdapat dua kelompok ahli yang membahas materi yang sama	Tanggung jawab individu	10 menit
2.	Siswa menerima lembar ahli dan membacanya	1. Dapat dipercaya 2. Tanggung jawab individu	

Tahap Diskusi Kelompok Ahli (4-5 orang)

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa berdiskusi dalam kelompok ahli yang terdiri dari 4-5 orang tentang materi pengertian limit fungsi, cara menentukan limit kiri dan kanan, dan cara menghitung limit fungsi dengan substitusi langsung	<ol style="list-style-type: none"> 1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat 	15 menit
2.	Siswa saling membantu dalam kelompok ahli untuk memahami materi yang terdapat dalam lembar ahli	<ol style="list-style-type: none"> 1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat 3. Peduli 4. Kerjasama 	
3.	Siswa mengerjakan tugas yang terdapat dalam lembar ahli	<ol style="list-style-type: none"> 1. Tanggung jawab individu/kelompok 2. Kreatif 	
4.	Siswa bertanya kepada guru jika mengalami kesulitan, guru membimbing siswa dan mengarahkan siswa	Aktif mengajukan pertanyaan	

Tahap Diskusi Kelompok Ahli (8-9 orang)

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Kedua kelompok ahli saling bertemu dan saling bertukar pikiran tentang hasil diskusi yang telah dilakukan dalam kelompok ahli sebelumnya	<ol style="list-style-type: none"> 1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat 	20 menit

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
2.	Siswa saling membantu dalam kelompok ahli untuk memahami materi yang terdapat dalam lembar ahli	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat 3. Peduli 4. Kerjasama	
3.	Siswa saling mencocokkan hasil tugas yang telah dikerjakan	1. Tanggung jawab individu/kelompok 2. Kreatif	
4.	Siswa bertanya kepada guru jika mengalami kesulitan, guru membimbing siswa dan mengarahkan siswa	Aktif mengajukan pertanyaan	

Tahap Diskusi Kelompok Asal

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa kembali ke kelompok asal dan masing-masing siswa menyampaikan materi yang terdapat dalam lembar ahli masing-masing	1. Tanggung jawab sosial 2. Dapat dipercaya 3. Menghargai 4. Peduli	20 menit
2.	Siswa bertanya kepada guru jika mengalami kesulitan, guru membimbing siswa dan mengarahkan siswa	Aktif mengajukan pertanyaan	

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
3.	Siswa membuat kesimpulan tentang materi pengertian limit fungsi, cara menentukan limit kiri dan kanan, dan cara menghitung limit fungsi dengan substitusi langsung	Aktif memberikan ide atau pendapat	
4.	Guru mengulas kembali kesimpulan yang telah dibuat siswa, jika terdapat kesimpulan siswa yang belum benar, guru membimbing siswa untuk mendapat kesimpulan yang benar	Aktif mengajukan pertanyaan	

III. Penutup

Tahap Tes

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa mengerjakan tes akhir pertemuan yang dikerjakan secara individu	1. Jujur 2. Tanggung jawab individu 3. Dapat dipercaya	20 menit
2.	Guru memotivasi siswa untuk belajar dengan tugas-tugas yang terpilih, menantang, dan menarik.	1. Aktif memberikan ide atau pendapat 2. Menjadi pendengar yang baik	

VI. Penilaian

Contoh instrumen:

Diketahui fungsi $f(x)$ dirumuskan sebagai berikut

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{untuk } x \leq 3 \\ x - 1 & \text{untuk } x > 3 \end{cases}$$

- Buatlah grafik fungsi $f(x)$.
- Apakah $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ada? Jika ada hitunglah nilai $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.
- Apakah fungsi $f(x)$ mempunyai imit kiri dan limit kanan yang sama? Tentukan nilai limit kiri dan limit kanan nya.
- Apa yang dapat kalian simpulkan berdasarkan permasalahan tersebut?

Terbanggi Besar, 27 Februari 2013

Peneliti

Siti Qomariyah
NIM.017987851

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)
MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE JIGSAW II
PERTEMUAN KE-2

Nama Sekolah : SMA Negeri 1 Terbanggi Besar
Mata Pelajaran : Matematika
Kelas/Semester : XI IPA / 2 (Genap)
Materi : Limit Fungsi
Alokasi Waktu : 2 x 45 menit

Standar Kompetensi: Menggunakan konsep limit fungsi dan turunan fungsi dalam pemecahan masalah.

Kompetensi Dasar : Menggunakan sifat limit fungsi untuk menghitung bentuk tak tentu fungsi aljabar dan trigonometri

Indikator :

a. Kognitif

1. Menentukan limit fungsi aljabar (rasional dan irrasional) dengan faktorisasi
2. Menentukan limit fungsi aljabar (irrasional) dengan merasionalkan pembilang dan penyebut bentuk akar

b. Afektif

1. Karakter
 - a) Dapat dipercaya
 - b) Menghargai
 - c) Tanggung awab individu
 - d) Tanggung jawab sosial
 - e) Aktif
 - f) Kreatif
 - g) Jujur
 - h) Peduli

2. Keterampilan Sosial

- a) Bertanya
- b) Memberikan ide atau pendapat
- c) Menjadi pendengar yang baik
- d) Kerjasama

A. Tujuan Pembelajaran

a. Kognitif

1. Jika diberikan uraian materi tentang cara menentukan limit fungsi aljabar dengan faktorisasi, siswa dapat menyatakannya dalam model matematika dan dapat menjelaskan ide matematika secara tertulis.
2. Jika diberikan kegiatan untuk menentukan limit fungsi aljabar dengan faktorisasi siswa dapat menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada dan dapat mengambil kesimpulan secara logis.
3. Jika diberikan uraian materi tentang cara menentukan limit fungsi aljabar dengan merasionalkan pembilang dan penyebut bentuk akar, siswa dapat menyatakannya dalam model matematika dan dapat menjelaskan ide matematika secara tertulis.
4. Jika diberikan kegiatan untuk menentukan limit fungsi aljabar dengan merasionalkan pembilang dan penyebut bentuk akar siswa dapat menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada dan dapat mengambil kesimpulan secara logis.

b. Afektif

1. Karakter

Semua siswa terlibat dalam proses pembelajaran yang berpusat kepada siswa, dan siswa diberi kesempatan melakukan penilaian diri terhadap kesadaran dalam menunjukkan karakter:

- a) **Dapat dipercaya:** diantaranya adalah siswa jujur, mampu mengikuti komitmen, mencoba melakukan tugas yang diberikan, menjadi teman yang baik dan membantu orang lain.

- b) **Menghargai:** diantaranya adalah siswa memperlakukan teman/guru dengan baik, sopan dan hormat, peka terhadap perasaan orang lain, tidak pernah menghina atau mempermainkan teman/guru, tidak pernah mempermalukan teman/guru.
- c) **Tanggung jawab individu:** diantaranya siswa mengerjakan tugas-tugas yang diberikan, tidak pernah membuat alasan atau menyalahkan orang lain atas perbuatannya.
- d) **Tanggung jawab sosial:** diantaranya siswa mengerjakan tugas kelompok untuk kepentingan bersama, secara sukarela membantu teman/guru.
- e) **Aktif:** diantaranya siswa selalumerespon dengan terhadap apa yang terjadi di kelas baik dengan cara menjawab pertanyaan maupun menanggapi pernyataan.
- f) **Kreatif:** diantaranya siswa memiliki ide untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi.
- g) **Jujur:** diantaranya siswa tidak pernah curang, menyontek hasil kerja siswa/kelompok lain, bermain/berbuat berdasarkan aturan.
- h) **Peduli:** diantaranya siswa peka terhadap perasaan orang lain, mencoba untuk membantu siswa/guru yang membutuhkan.

2. Keterampilan Sosial

Terlibat dalam proses belajar mengajar berpusat pada siswa, dan siswa diberi kesempatan melakukan penilaian diri terhadap kesadaran dalam menunjukkan keterampilan sosial:

- a) Dalam mengerjakan LKS siswa aktif dan kreatif mencari jawabannya.
- b) Dalam diskusi kelompok, siswa aktif mengajukan pertanyaan.
- c) Dalam diskusi kelompok, siswa aktif memberikan ide atau pendapat.
- d) Dalam proses pembelajaran di kelas, siswa dapat menjadi pendengar yang baik.
- e) Dalam diskusi kelompok, siswa dapat bekerja sama dalam menyelesaikan tugas kelompok.

B. Model Pembelajaran : Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw II

C. Strategi : Diskusi Kelompok

D. Media dan Sumber Pembelajaran : Lembar Ahli, buku paket, buku penunjang, kalkulator

E. Langkah-langkah Kegiatan

I. Pendahuluan

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa diberikan motivasi oleh guru	1. Aktif memberikan ide atau pendapat 2. Aktif mengajukan pertanyaan 3. Menjadi pendengar yang baik	5 menit
2.	Siswa mendengarkan penjelasan guru tentang indikator belajar	1. Aktif memberikan ide atau pendapat 2. Menjadi pendengar yang baik	
3.	Siswa berkelompok menjadi 8 kelompok yang terdiri dari 4-5 orang yang disebut kelompok asal	Tanggung jawab individu	

II. Kegiatan Inti

Tahap Membaca

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa berkelompok dalam kelompok ahli yang terdiri dari 4-5 orang, sehingga terdapat dua kelompok ahli yang membahas materi yang sama	Tanggung jawab individu	10 menit

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
2.	Siswa menerima lembar ahli dan membacanya	1. Dapat dipercaya 2. Tanggung jawab individu	

Tahap Diskusi Kelompok Ahli (4-5 orang)

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa berdiskusi dalam kelompok ahli yang terdiri dari 4-5 orang tentang materi menentukan limit fungsi aljabar dengan cara faktorisasi dan merasionalkan pembilang dan penyebut bentuk akar	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat	15 menit
2.	Siswa saling membantu dalam kelompok ahli untuk memahami materi yang terdapat dalam lembar ahli	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat 3. Peduli 4. Kerjasama	
3.	Siswa mengerjakan tugas yang terdapat dalam lembar ahli	1. Tanggung jawab individu/kelompok 2. Kreatif	
4.	Siswa bertanya kepada guru jika mengalami kesulitan, guru membimbing siswa dan mengarahkan siswa	Aktif mengajukan pertanyaan	

Tahap Diskusi Kelompok Ahli (8-9 orang)

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Kedua kelompok ahli saling bertemu dan saling bertukar pikiran tentang hasil diskusi yang telah dilakukan dalam kelompok ahli sebelumnya	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat	20 menit
2.	Siswa saling membantu dalam kelompok ahli untuk memahami materi yang terdapat dalam lembar ahli	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat 3. Peduli 4. Kerjasama	
3.	Siswa saling mencocokkan hasil tugas yang telah dikerjakan	1. Tanggung jawab individu/kelompok 2. Kreatif	
4.	Siswa bertanya kepada guru jika mengalami kesulitan, guru membimbing siswa dan mengarahkan siswa	Aktif mengajukan pertanyaan	

Tahap Diskusi Kelompok Asal

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa kembali ke kelompok asal dan masing-masing siswa menyampaikan materi yang terdapat dalam lembar ahli masing-masing	1. Tanggung jawab sosial 2. Dapat dipercaya 3. Menghargai 4. Peduli	20 menit
2.	Siswa bertanya kepada guru jika mengalami kesulitan, guru membimbing siswa dan mengarahkan siswa	Aktif mengajukan pertanyaan	

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
3.	Siswa membuat kesimpulan tentang materi pengertian limit fungsi, cara menentukan limit kiri dan kanan, dan cara menghitung limit fungsi dengan substitusi langsung	Aktif memberikan ide atau pendapat	
4.	Guru mengulas kembali kesimpulan yang telah dibuat siswa, jika terdapat kesimpulan siswa yang belum benar, guru membimbing siswa untuk mendapat kesimpulan yang benar	Aktif mengajukan pertanyaan	

III. Penutup

Tahap Tes

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa mengerjakan tes akhir pertemuan yang dikerjakan secara individu	1. Jujur 2. Tanggung jawab individu 3. Dapat dipercaya	20 menit
2.	Guru memotivasi siswa untuk belajar dengan tugas-tugas yang terpilih, menantang, dan menarik.	1. Aktif memberikan ide atau pendapat 2. Menjadi pendengar yang baik	

VI. Penilaian

Contoh instrumen:

1. Hitunglah $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 2x}{x^2 + x}$ dengan cara faktorisasi.
2. Hitunglah $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x^2 + 7} - 4}$ dengan cara merasionalkan bentuk akar.

Terbanggi Besar, 5 Maret 2013
Peneliti

Siti Qomariyah
NIM.017987851

Universitas Terbuka

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)
MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE JIGSAW II
PERTEMUAN KE-3

Nama Sekolah	: SMA Negeri 1 Terbanggi Besar
Mata Pelajaran	: Matematika
Kelas/Semester	: XI IPA / 2 (Genap)
Materi	: Limit Fungsi
Alokasi Waktu	: 2 x 45 menit

Standar Kompetensi: Menggunakan konsep limit fungsi dan turunan fungsi dalam pemecahan masalah.

Kompetensi Dasar : Menggunakan sifat limit fungsi untuk menghitung bentuk tak tentu fungsi aljabar dan trigonometri

Indikator :

a. Kognitif

1. Mengidentifikasi sifat-sifat limit fungsi
2. Menentukan limit fungsi aljabar dengan menggunakan sifat-sifat limit fungsi
3. Menentukan limit fungsi trigonometri di satu titik

b. Afektif

1. Karakter
 - a) Dapat dipercaya
 - b) Menghargai
 - c) Tanggung awab individu
 - d) Tanggung jawab sosial
 - e) Aktif
 - f) Kreatif
 - g) Jujur
 - h) Peduli

2. Keterampilan Sosial
 - a) Bertanya
 - b) Memberikan ide atau pendapat
 - c) Menjadi pendengar yang baik
 - d) Kerjasama

A. Tujuan Pembelajaran

a. Kognitif

1. Jika diberikan uraian materi tentang identifikasi sifat-sifat limit fungsi dan cara menentukan limit fungsi dengan menggunakan sifat-sifat limit fungsi, siswa dapat menyatakannya dalam model matematika dan dapat menjelaskan ide matematika secara tertulis.
2. Jika diberikan kegiatan untuk mengidentifikasi sifat-sifat limit fungsi dan menentukan limit fungsi aljabar dengan menggunakan sifat-sifat limit fungsi siswa dapat menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada dan dapat mengambil kesimpulan secara logis.
3. Jika diberikan uraian materi tentang cara menentukan limit fungsi trigonometri di satu titik, siswa dapat menyatakannya dalam model matematika dan dapat menjelaskan ide matematika secara tertulis.
4. Jika diberikan kegiatan untuk menentukan limit fungsi trigonometri di satu titik siswa dapat menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada dan dapat mengambil kesimpulan secara logis.

b. Afektif

1. Karakter

Semua siswa terlibat dalam proses pembelajaran yang berpusat kepada siswa, dan siswa diberi kesempatan melakukan penilaian diri terhadap kesadaran dalam menunjukkan karakter:

 - a) **Dapat dipercaya:** diantaranya adalah siswa jujur, mampu mengikuti komitmen, mencoba melakukan tugas yang diberikan, menjadi teman yang baik dan membantu orang lain.

- b) **Menghargai:** diantaranya adalah siswa memperlakukan teman/guru dengan baik, sopan dan hormat, peka terhadap perasaan orang lain, tidak pernah menghina atau mempermainkan teman/guru, tidak pernah mempermalukan teman/guru.
- c) **Tanggung jawab individu:** diantaranya siswa mengerjakan tugas-tugas yang diberikan, tidak pernah membuat alasan atau menyalahkan orang lain atas perbuatannya.
- d) **Tanggung jawab sosial:** diantaranya siswa mengerjakan tugas kelompok untuk kepentingan bersama, secara sukarela membantu teman/guru.
- e) **Aktif:** diantaranya siswa selalumerespon dengan terhadap apa yang terjadi di kelas baik dengan cara menjawab pertanyaan maupun menanggapi pernyataan.
- f) **Kreatif:** diantaranya siswa memiliki ide untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi.
- g) **Jujur:** diantaranya siswa tidak pernah curang, menyontek hasil kerja siswa/kelompok lain, bermain/berbuat berdasarkan aturan.
- h) **Peduli:** diantaranya siswa peka terhadap perasaan orang lain, mencoba untuk membantu siswa/guru yang membutuhkan.

2. Keterampilan Sosial

Terlibat dalam proses belajar mengajar berpusat pada siswa, dan siswa diberi kesempatan melakukan penilaian diri terhadap kesadaran dalam menunjukkan keterampilan sosial:

- a) Dalam mengerjakan LKS siswa aktif dan kreatif mencari jawabannya.
- b) Dalam diskusi kelompok, siswa aktif mengajukan pertanyaan.
- c) Dalam diskusi kelompok, siswa aktif memberikan ide atau pendapat.
- d) Dalam proses pembelajaran di kelas, siswa dapat menjadi pendengar yang baik.
- e) Dalam diskusi kelompok, siswa dapat bekerja sama dalam menyelesaikan tugas kelompok.

B. Model Pembelajaran : Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw II

C. Strategi : Diskusi Kelompok

D. Media dan Sumber Pembelajaran : Lembar Ahli, buku paket, buku penunjang, kalkulator

E. Langkah-langkah Kegiatan

I. Pendahuluan

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa diberikan motivasi oleh guru	1. Aktif memberikan ide atau pendapat 2. Aktif mengajukan pertanyaan 3. Menjadi pendengar yang baik	5 menit
2.	Siswa mendengarkan penjelasan guru tentang indikator belajar	1. Aktif memberikan ide atau pendapat 2. Menjadi pendengar yang baik	
3.	Siswa berkelompok menjadi 8 kelompok yang terdiri dari 4-5 orang yang disebut kelompok asal	Tanggung jawab individu	

II. Kegiatan Inti

Tahap Membaca

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa berkelompok dalam kelompok ahli yang terdiri dari 4-5 orang, sehingga terdapat dua kelompok ahli yang membahas materi yang sama	Tanggung jawab individu	10 menit

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
2.	Siswa menerima lembar ahli dan membacanya	1. Dapat dipercaya 2. Tanggung jawab individu	

Tahap Diskusi Kelompok Ahli (4-5 orang)

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa berdiskusi dalam kelompok ahli yang terdiri dari 4-5 orang tentang materi identifikasi sifat-sifat limit fungsi, menentukan limit fungsi aljabar dengan menggunakan sifat-sifat limit fungsi dan menentukan limit fungsi trigonometri di satu titik	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat	15 menit
2.	Siswa saling membantu dalam kelompok ahli untuk memahami materi yang terdapat dalam lembar ahli	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat 3. Peduli 4. Kerjasama	
3.	Siswa mengerjakan tugas yang terdapat dalam lembar ahli	1. Tanggung jawab individu/kelompok 2. Kreatif	
4.	Siswa bertanya kepada guru jika mengalami kesulitan, guru membimbing siswa dan mengarahkan siswa	Aktif mengajukan pertanyaan	

Tahap Diskusi Kelompok Ahli (8-9 orang)

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Kedua kelompok ahli saling bertemu dan saling bertukar pikiran tentang hasil diskusi yang telah dilakukan dalam kelompok ahli sebelumnya	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat	20 menit
2.	Siswa saling membantu dalam kelompok ahli untuk memahami materi yang terdapat dalam lembar ahli	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat 3. Peduli 4. Kerjasama	
3.	Siswa saling mencocokkan hasil tugas yang telah dikerjakan	1. Tanggung jawab individu/kelompok 2. Kreatif	
4.	Siswa bertanya kepada guru jika mengalami kesulitan, guru membimbing siswa dan mengarahkan siswa	Aktif mengajukan pertanyaan	

Tahap Diskusi Kelompok Asal

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa kembali ke kelompok asal dan masing-masing siswa menyampaikan materi yang terdapat dalam lembar ahli masing-masing	1. Tanggung jawab sosial 2. Dapat dipercaya 3. Menghargai 4. Peduli	20 menit
2.	Siswa bertanya kepada guru jika mengalami kesulitan, guru membimbing siswa dan mengarahkan siswa	Aktif mengajukan pertanyaan	

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
3.	Siswa membuat kesimpulan tentang materi pengertian limit fungsi, cara menentukan limit kiri dan kanan, dan cara menghitung limit fungsi dengan substitusi langsung	Aktif memberikan ide atau pendapat	
4.	Guru mengulas kembali kesimpulan yang telah dibuat siswa, jika terdapat kesimpulan siswa yang belum benar, guru membimbing siswa untuk mendapat kesimpulan yang benar	Aktif mengajukan pertanyaan	

III. Penutup

Tahap Tes

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa mengerjakan tes akhir pertemuan yang dikerjakan secara individu	1. Jujur 2. Tanggung jawab individu 3. Dapat dipercaya	20 menit
2.	Guru memotivasi siswa untuk belajar dengan tugas-tugas yang terpilih, menantang, dan menarik.	1. Aktif memberikan ide atau pendapat 2. Menjadi pendengar yang baik	

VI. Penilaian

Contoh instrumen:

1. Hitunglah nilai limit fungsi trigonometri $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{5x}$
2. Hitunglah nilai limit fungsi trigonometri $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^3 - 7x + 12)\sin(x - 3)}{(x^2 - x - 6)^2}$

Terbanggi Besar, 5 Maret 2013
Peneliti

Siti Qomariyah
NIM.017987851

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)
MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE JIGSAW II
PERTEMUAN KE-4

Tingkat satuan Pendidikan : SMA Negeri 1 Terbanggi Besar

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas/Semester : XI IPA / 2 (Genap)

Materi : Limit Fungsi

Alokasi Waktu : 2 x 45 menit

Standar Kompetensi: Menggunakan konsep limit fungsi dan turunan fungsi dalam pemecahan masalah.

Kompetensi Dasar : Menggunakan sifat limit fungsi untuk menghitung bentuk tak tentu fungsi aljabar dan trigonometri

Indikator :

a. Kognitif

1. Menentukan limit fungsi rasional bentuk tak tentu dengan membagi pembilang dan penyebut dengan variabel pangkat tertinggi dari penyebut
2. Menentukan limit fungsi rasional bentuk tak tentu dengan mengalikan dengan bentuk sekawan

b. Afektif

1. Karakter
 - a) Dapat dipercaya
 - b) Menghargai
 - c) Tanggung awab individu
 - d) Tanggung jawab sosial
 - e) Aktif
 - f) Kreatif
 - g) Jujur

- h) Peduli
- 2. Keterampilan Sosial
 - a) Bertanya
 - b) Memberikan ide atau pendapat
 - c) Menjadi pendengar yang baik
 - d) Kerjasama

A. Tujuan Pembelajaran

a. Kognitif

1. Jika diberikan uraian materi tentang cara menentukan limit fungsi aljabar bentuk tak tentu dengan membagi pembilang dan penyebut dengan variabel pangkat tertinggi dari penyebut, siswa dapat menyatakannya dalam model matematika dan dapat menjelaskan ide matematika secara tertulis.
2. Jika diberikan kegiatan untuk menentukan limit fungsi aljabar bentuk tak tentu dengan membagi pembilang dan penyebut dengan variabel pangkat tertinggi dari penyebut siswa dapat menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada dan dapat mengambil kesimpulan secara logis.
3. Jika diberikan uraian materi tentang cara menentukan limit fungsi aljabar bentuk tak tentu dengan mengalikan dengan bentuk sekawan, siswa dapat menyatakannya dalam model matematika dan dapat menjelaskan ide matematika secara tertulis.
4. Jika diberikan kegiatan untuk menentukan limit fungsi aljabar bentuk tak tentu dengan mengalikan dengan bentuk sekawan siswa dapat menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada dan dapat mengambil kesimpulan secara logis.

b. Afektif

1. Karakter

Semua siswa terlibat dalam proses pembelajaran yang berpusat kepada siswa, dan siswa diberi kesempatan melakukan penilaian diri terhadap kesadaran dalam menunjukkan karakter:

- a) **Dapat dipercaya:** diantaranya adalah siswa jujur, mampu mengikuti komitmen, mencoba melakukan tugas yang diberikan, menjadi teman yang baik dan membantu orang lain.
- b) **Menghargai:** diantaranya adalah siswa memperlakukan teman/guru dengan baik, sopan dan hormat, peka terhadap perasaan orang lain, tidak pernah menghina atau mempermainkan teman/guru, tidak pernah mempermalukan teman/guru.
- c) **Tanggung jawab individu:** diantaranya siswa mengerjakan tugas-tugas yang diberikan, tidak pernah membuat alasan atau menyalahkan orang lain atas perbuatannya.
- d) **Tanggung jawab sosial:** diantaranya siswa mengerjakan tugas kelompok untuk kepentingan bersama, secara sukarela membantu teman/guru.
- e) **Aktif:** diantaranya siswa selalumerespon dengan terhadap apa yang terjadi di kelas baik dengan cara menjawab pertanyaan maupun menanggapi pernyataan.
- f) **Kreatif:** diantaranya siswa memiliki ide untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi.
- g) **Jujur:** diantaranya siswa tidak pernah curang, menyontek hasil kerja siswa/kelompok lain, bermain/berbuat berdasarkan aturan.
- h) **Peduli:** diantaranya siswa peka terhadap perasaan orang lain, mencoba untuk membantu siswa/guru yang membutuhkan.

2. Keterampilan Sosial

Terlibat dalam proses belajar mengajar berpusat pada siswa, dan siswa diberi kesempatan melakukan penilaian diri terhadap kesadaran dalam menunjukkan keterampilan sosial:

- a) Dalam mengerjakan LKS siswa aktif dan kreatif mencari jawabannya.
- b) Dalam diskusi kelompok, siswa aktif mengajukan pertanyaan.
- c) Dalam diskusi kelompok, siswa aktif memberikan ide atau pendapat.
- d) Dalam proses pembelajaran di kelas, siswa dapat menjadi pendengar yang baik.
- e) Dalam diskusi kelompok, siswa dapat bekerja sama dalam menyelesaikan tugas kelompok.

B. Model Pembelajaran : Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw II

C. Strategi : Diskusi Kelompok

D. Media dan Sumber Pembelajaran : Lembar Ahli, buku paket, buku penunjang, kalkulator

E. Langkah-langkah Kegiatan

I. Pendahuluan

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa diberikan motivasi oleh guru	1. Aktif memberikan ide atau pendapat 2. Aktif mengajukan pertanyaan 3. Menjadi pendengar yang baik	5 menit
2.	Siswa mendengarkan penjelasan guru tentang indikator belajar	1. Aktif memberikan ide atau pendapat 2. Menjadi pendengar yang baik	
3.	Siswa berkelompok menjadi 8 kelompok yang terdiri dari 4-5 orang yang disebut kelompok asal	Tanggung jawab individu	

II. Kegiatan Inti

Tahap Membaca

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa berkelompok dalam kelompok ahli yang terdiri dari 4-5 orang, sehingga terdapat dua kelompok ahli yang membahas materi yang sama	Tanggung jawab individu	10 menit
2.	Siswa menerima lembar ahli dan membacanya	1. Dapat dipercaya 2. Tanggung jawab individu	

Tahap Diskusi Kelompok Ahli (4-5 orang)

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa berdiskusi dalam kelompok ahli yang terdiri dari 4-5 orang tentang materi identifikasi sifat-sifat limit fungsi, menentukan limit fungsi aljabar dengan menggunakan sifat-sifat limit fungsi dan menentukan limit fungsi trigonometri di satu titik	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat	15 menit
2.	Siswa saling membantu dalam kelompok ahli untuk memahami materi yang terdapat dalam lembar ahli	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat 3. Peduli 4. Kerjasama	

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
3.	Siswa mengerjakan tugas yang terdapat dalam lembar ahli	1. Tanggung jawab individu/kelompok 2. Kreatif	
4.	Siswa bertanya kepada guru jika mengalami kesulitan, guru membimbing siswa dan mengarahkan siswa	Aktif mengajukan pertanyaan	

Tahap Diskusi Kelompok Ahli (8-9 orang)

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Kedua kelompok ahli saling bertemu dan saling bertukar pikiran tentang hasil diskusi yang telah dilakukan dalam kelompok ahli sebelumnya	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat	20 menit
2.	Siswa saling membantu dalam kelompok ahli untuk memahami materi yang terdapat dalam lembar ahli	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat 3. Peduli 4. Kerjasama	
3.	Siswa saling mencocokkan hasil tugas yang telah dikerjakan	1. Tanggung jawab individu/kelompok 2. Kreatif	
4.	Siswa bertanya kepada guru jika mengalami kesulitan, guru membimbing siswa dan mengarahkan siswa	Aktif mengajukan pertanyaan	

Tahap Diskusi Kelompok Asal

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa kembali ke kelompok asal dan masing-masing siswa menyampaikan materi yang terdapat dalam lembar ahli masing-masing	1. Tanggung jawab sosial 2. Dapat dipercaya 3. Menghargai 4. Peduli	20 menit
2.	Siswa bertanya kepada guru jika mengalami kesulitan, guru membimbing siswa dan mengarahkan siswa	Aktif mengajukan pertanyaan	
3.	Siswa membuat kesimpulan tentang materi pengertian limit fungsi, cara menentukan limit kiri dan kanan, dan cara menghitung limit fungsi dengan substitusi langsung	Aktif memberikan ide atau pendapat	
4.	Guru mengulas kembali kesimpulan yang telah dibuat siswa, jika terdapat kesimpulan siswa yang belum benar, guru membimbing siswa untuk mendapat kesimpulan yang benar	Aktif mengajukan pertanyaan	

III. Penutup

Tahap Tes

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa mengerjakan tes akhir pertemuan yang dikerjakan secara individu	1. Jujur 2. Tanggung jawab individu 3. Dapat dipercaya	20 menit
2.	Guru memotivasi siswa untuk belajar dengan tugas-tugas yang terpilih, menantang, dan menarik.	1. Aktif memberikan ide atau pendapat 2. Menjadi pendengar yang baik	

VI. Penilaian

Contoh instrumen:

1. Hitunglah nilai limit $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5}{x^3 - 8}$.
2. Hitunglah nilai limit $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x-1} - \sqrt{3x+5})$.

Terbanggi Besar, 25 Maret 2013
Peneliti

Siti Qomariyah
NIM.017987851

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)
MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE JIGSAW II
PERTEMUAN KE-5

Tingkat satuan Pendidikan : SMA Negeri 1 Terbanggi Besar

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas/Semester : XI IPA / 2 (Genap)

Materi : Limit Fungsi

Alokasi Waktu : 2 x 45 menit

Standar Kompetensi: Menggunakan konsep limit fungsi dan turunan fungsi dalam pemecahan masalah.

Kompetensi Dasar : Menggunakan sifat limit fungsi untuk menghitung bentuk tak tentu fungsi aljabar dan trigonometri

Indikator :

a. Kognitif

Menentukan limit fungsi dengan bentuk aplikasi limit fungsi di $x \rightarrow a$

b. Afektif

1. Karakter

- a) Dapat dipercaya
- b) Menghargai
- c) Tanggung awab individu
- d) Tanggung jawab sosial
- e) Aktif
- f) Kreatif
- g) Jujur
- h) Peduli

2. Keterampilan Sosial

- a) Bertanya
- b) Memberikan ide atau pendapat
- c) Menjadi pendengar yang baik
- d) Kerjasama

A. Tujuan Pembelajaran

a. Kognitif

1. Jika diberikan uraian materi tentang cara menentukan limit fungsi dengan bentuk aplikasi limit fungsi untuk menentukan kecepatan sesaat dari fungsi posisi, siswa dapat menyatakannya dalam model matematika dan dapat menjelaskan ide matematika secara tertulis.
2. Jika diberikan kegiatan untuk menentukan limit fungsi dengan bentuk aplikasi limit fungsi untuk menentukan kecepatan sesaat dari fungsi posisi siswa dapat menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada dan dapat mengambil kesimpulan secara logis.
3. Jika diberikan uraian materi tentang cara menentukan limit fungsi dengan bentuk aplikasi limit fungsi untuk menentukan gradien garis singgung kurva, siswa dapat menyatakannya dalam model matematika dan dapat menjelaskan ide matematika secara tertulis.
4. Jika diberikan kegiatan untuk menentukan limit fungsi dengan bentuk aplikasi limit fungsi untuk menentukan gradien garis singgung kurva siswa dapat menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada dan dapat mengambil kesimpulan secara logis.

b. Afektif

1. Karakter

Semua siswa terlibat dalam proses pembelajaran yang berpusat kepada siswa, dan siswa diberi kesempatan melakukan penilaian diri terhadap kesadaran dalam menunjukkan karakter:

- a) **Dapat dipercaya:** diantaranya adalah siswa jujur, mampu mengikuti komitmen, mencoba melakukan tugas yang diberikan, menjadi teman yang baik dan membantu orang lain.
- b) **Menghargai:** diantaranya adalah siswa memperlakukan teman/guru dengan baik, sopan dan hormat, peka terhadap perasaan orang lain, tidak pernah menghina atau mempermainkan teman/guru, tidak pernah mempermalukan teman/guru.
- c) **Tanggung jawab individu:** diantaranya siswa mengerjakan tugas-tugas yang diberikan, tidak pernah membuat alasan atau menyalahkan orang lain atas perbuatannya.
- d) **Tanggung jawab sosial:** diantaranya siswa mengerjakan tugas kelompok untuk kepentingan bersama, secara sukarela membantu teman/guru.
- e) **Aktif:** diantaranya siswa selalumerespon dengan terhadap apa yang terjadi di kelas baik dengan cara menjawab pertanyaan maupun menanggapi pernyataan.
- f) **Kreatif:** diantaranya siswa memiliki ide untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi.
- g) **Jujur:** diantaranya siswa tidak pernah curang, menyontek hasil kerja siswa/kelompok lain, bermain/berbuat berdasarkan aturan.
- h) **Peduli:** diantaranya siswa peka terhadap perasaan orang lain, mencoba untuk membantu siswa/guru yang membutuhkan.

2. Keterampilan Sosial

Terlibat dalam proses belajar mengajar berpusat pada siswa, dan siswa diberi kesempatan melakukan penilaian diri terhadap kesadaran dalam menunjukkan keterampilan sosial:

- a) Dalam mengerjakan LKS siswa aktif dan kreatif mencari jawabannya.
- b) Dalam diskusi kelompok, siswa aktif mengajukan pertanyaan.
- c) Dalam diskusi kelompok, siswa aktif memberikan ide atau pendapat.

d) Dalam proses pembelajaran di kelas, siswa dapat menjadi pendengar yang baik.

e) Dalam diskusi kelompok, siswa dapat bekerja sama dalam menyelesaikan tugas kelompok.

B. Model Pembelajaran : Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw II

C. Strategi : Diskusi Kelompok

D. Media dan Sumber Pembelajaran : Lembar Ahli, buku paket, buku penunjang, kalkulator

E. Langkah-langkah Kegiatan

I. Pendahuluan

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa diberikan motivasi oleh guru	1. Aktif memberikan ide atau pendapat 2. Aktif mengajukan pertanyaan 3. Menjadi pendengar yang baik	5 menit
2.	Siswa mendengarkan penjelasan guru tentang indikator belajar	1. Aktif memberikan ide atau pendapat 2. Menjadi pendengar yang baik	
3.	Siswa berkelompok menjadi 8 kelompok yang terdiri dari 4-5 orang yang disebut kelompok asal	Tanggung jawab individu	

II. Kegiatan Inti

Tahap Membaca

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa berkelompok dalam kelompok ahli yang terdiri dari 4-5 orang, sehingga terdapat dua kelompok ahli yang membahas materi yang sama	Tanggung jawab individu	10 menit
2.	Siswa menerima lembar ahli dan membacanya	1. Dapat dipercaya 2. Tanggung jawab individu	

Tahap Diskusi Kelompok Ahli (4-5 orang)

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa berdiskusi dalam kelompok ahli yang terdiri dari 4-5 orang tentang materi menentukan limit fungsi dengan bentuk aplikasi limit fungsi limit fungsi di $x \rightarrow a$	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat	15 menit
2.	Siswa saling membantu dalam kelompok ahli untuk memahami materi yang terdapat dalam lembar ahli	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat 3. Peduli 4. Kerjasama	

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
3.	Siswa mengerjakan tugas yang terdapat dalam lembar ahli	1. Tanggung jawab individu/kelompok 2. Kreatif	
4.	Siswa bertanya kepada guru jika mengalami kesulitan, guru membimbing siswa dan mengarahkan siswa	Aktif mengajukan pertanyaan	

Tahap Diskusi Kelompok Ahli (8-9 orang)

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Kedua kelompok ahli saling bertemu dan saling bertukar pikiran tentang hasil diskusi yang telah dilakukan dalam kelompok ahli sebelumnya	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat	20 menit
2.	Siswa saling membantu dalam kelompok ahli untuk memahami materi yang terdapat dalam lembar ahli	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat 3. Peduli 4. Kerjasama	
3.	Siswa saling mencocokkan hasil tugas yang telah dikerjakan	1. Tanggung jawab individu/kelompok 2. Kreatif	
4.	Siswa bertanya kepada guru jika mengalami kesulitan, guru membimbing siswa dan mengarahkan siswa	Aktif mengajukan pertanyaan	

Tahap Diskusi Kelompok Asal

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa kembali ke kelompok asal dan masing-masing siswa menyampaikan materi yang terdapat dalam lembar ahli masing-masing	1. Tanggung jawab sosial 2. Dapat dipercaya 3. Menghargai 4. Peduli	20 menit
2.	Siswa bertanya kepada guru jika mengalami kesulitan, guru membimbing siswa dan mengarahkan siswa	Aktif mengajukan pertanyaan	
3.	Siswa membuat kesimpulan tentang materi menentukan limit fungsi dengan bentuk aplikasi limit fungsi limit fungsi di $x \rightarrow a$	Aktif memberikan ide atau pendapat	
4.	Guru mengulas kembali kesimpulan yang telah dibuat siswa, jika terdapat kesimpulan siswa yang belum benar, guru membimbing siswa untuk mendapat kesimpulan yang benar	Aktif mengajukan pertanyaan	

III. Penutup

Tahap Tes

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa mengerjakan tes akhir pertemuan yang dikerjakan secara individu	1. Jujur 2. Tanggung jawab individu 3. Dapat dipercaya	20 menit
2.	Guru memotivasi siswa untuk belajar dengan tugas-tugas yang terpilih, menantang, dan menarik.	1. Aktif memberikan ide atau pendapat 2. Menjadi pendengar yang baik	

VI. Penilaian

Contoh instrumen:

Limbah Beracun. Sebuah kota besar dicemari oleh berbagai limbah beracun. Untuk menetralkan $x\%$ limbah beracun tersebut, diperlukan biaya yang memenuhi

$$C(x) = \frac{0.5x}{100 - x} \quad (0 \leq x < 100)$$

Hitunglah $\lim_{x \rightarrow 100} \frac{0.5x}{100 - x}$ dan interpretasikan hasil yang Anda peroleh.

Terbanggi Besar, 27 Maret 2013

Peneliti

Siti Qomariyah

NIM.017987851

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)
MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE JIGSAW II
PERTEMUAN KE-6

Tingkat satuan Pendidikan : SMA Negeri 1 Terbanggi Besar

Mata Pelajaran : Matematika

Kelas/Semester : XI IPA / 2 (Genap)

Materi : Limit Fungsi

Alokasi Waktu : 2 x 45 menit

Standar Kompetensi: Menggunakan konsep limit fungsi dan turunan fungsi dalam pemecahan masalah.

Kompetensi Dasar : Menggunakan sifat limit fungsi untuk menghitung bentuk tak tentu fungsi aljabar dan trigonometri

Indikator :

a. Kognitif

Menentukan limit fungsi dengan bentuk aplikasi limit fungsi di $x \rightarrow \infty$

b. Afektif

1. Karakter

- a) Dapat dipercaya
- b) Menghargai
- c) Tanggung awab individu
- d) Tanggung jawab sosial
- e) Aktif
- f) Kreatif
- g) Jujur
- h) Peduli

2. Keterampilan Sosial

- a) Bertanya
- b) Memberikan ide atau pendapat
- c) Menjadi pendengar yang baik
- d) Kerjasama

A. Tujuan Pembelajaran

a. Kognitif

1. Jika diberikan uraian materi tentang aplikasi limit fungsi di $x \rightarrow \infty$, dan aplikasi limit fungsi pada barisan dan deret, siswa dapat menyatakannya dalam model matematika dan dapat menjelaskan ide matematika secara tertulis.
2. Jika diberikan kegiatan tentang aplikasi limit fungsi di $x \rightarrow \infty$, dan aplikasi limit fungsi pada barisan dan deret siswa dapat menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada dan dapat mengambil kesimpulan secara logis.

b. Afektif

1. Karakter

Semua siswa terlibat dalam proses pembelajaran yang berpusat kepada siswa, dan siswa diberi kesempatan melakukan penilaian diri terhadap kesadaran dalam menunjukkan karakter:

- a) **Dapat dipercaya:** diantaranya adalah siswa jujur, mampu mengikuti komitmen, mencoba melakukan tugas yang diberikan, menjadi teman yang baik dan membantu orang lain.
- b) **Menghargai:** diantaranya adalah siswa memperlakukan teman/guru dengan baik, sopan dan hormat, peka terhadap perasaan orang lain, tidak pernah menghina atau mempermainkan teman/guru, tidak pernah mempermalukan teman/guru.
- c) **Tanggung jawab individu:** diantaranya siswa mengerjakan tugas-tugas yang diberikan, tidak pernah membuat alasan atau menyalahkan orang lain atas perbuatannya.

- d) **Tanggung jawab sosial:** diantaranya siswa mengerjakan tugas kelompok untuk kepentingan bersama, secara sukarela membantu teman/guru.
- e) **Aktif:** diantaranya siswa selalumerespon dengan terhadap apa yang terjadi di kelas baik dengan cara menjawab pertanyaan maupun menanggapi pernyataan.
- f) **Kreatif:** diantaranya siswa memiliki ide untuk menyelesaikan permasalahan yang dihadapi.
- g) **Jujur:** diantaranya siswa tidak pernah curang, menyontek hasil kerja siswa/kelompok lain, bermain/berbuat berdasarkan aturan.
- h) **Peduli:** diantaranya siswa peka terhadap perasaan orang lain, mencoba untuk membantu siswa/guru yang membutuhkan.

2. Keterampilan Sosial

Terlibat dalam proses belajar mengajar berpusat pada siswa, dan siswa diberi kesempatan melakukan penilaian diri terhadap kesadaran dalam menunjukkan keterampilan sosial:

- a) Dalam mengerjakan LKS siswa aktif dan kreatif mencari jawabannya.
- b) Dalam diskusi kelompok, siswa aktif mengajukan pertanyaan.
- c) Dalam diskusi kelompok, siswa aktif memberikan ide atau pendapat.
- d) Dalam proses pembelajaran di kelas, siswa dapat menjadi pendengar yang baik.
- e) Dalam diskusi kelompok, siswa dapat bekerja sama dalam menyelesaikan tugas kelompok.

B. Model Pembelajaran : Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw II

C. Strategi : Diskusi Kelompok

D. Media dan Sumber Pembelajaran : Lembar Ahli, buku paket, buku penunjang, kalkulator

E. Langkah-langkah Kegiatan

I. Pendahuluan

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa diberikan motivasi oleh guru	1. Aktif memberikan ide atau pendapat 2. Aktif mengajukan pertanyaan 3. Menjadi pendengar yang baik	5 menit
2.	Siswa mendengarkan penjelasan guru tentang indikator belajar	1. Aktif memberikan ide atau pendapat 2. Menjadi pendengar yang baik	
3.	Siswa berkelompok menjadi 8 kelompok yang terdiri dari 4-5 orang yang disebut kelompok asal	Tanggung jawab individu	

II. Kegiatan Inti

Tahap Membaca

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa berkelompok dalam kelompok ahli yang terdiri dari 4-5 orang, sehingga terdapat dua kelompok ahli yang membahas materi yang sama	Tanggung jawab individu	10 menit

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
2.	Siswa menerima lembar ahli dan membacanya	1. Dapat dipercaya 2. Tanggung jawab individu	

Tahap Diskusi Kelompok Ahli (4-5 orang)

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa berdiskusi dalam kelompok ahli yang terdiri dari 4-5 orang tentang menentukan limit fungsi dengan bentuk aplikasi limit fungsi di $x \rightarrow \infty$	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat	15 menit
2.	Siswa saling membantu dalam kelompok ahli untuk memahami materi yang terdapat dalam lembar ahli	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat 3. Peduli 4. Kerjasama	
3.	Siswa mengerjakan tugas yang terdapat dalam lembar ahli	1. Tanggung jawab individu/kelompok 2. Kreatif	
4.	Siswa bertanya kepada guru jika mengalami kesulitan, guru membimbing siswa dan mengarahkan siswa	Aktif mengajukan pertanyaan	

Tahap Diskusi Kelompok Ahli (8-9 orang)

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Kedua kelompok ahli saling bertemu dan saling bertukar pikiran tentang hasil diskusi yang telah dilakukan dalam kelompok ahli sebelumnya	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat	20 menit
2.	Siswa saling membantu dalam kelompok ahli untuk memahami materi yang terdapat dalam lembar ahli	1. Tanggung jawab sosial 2. Aktif memberikan ide atau pendapat 3. Peduli 4. Kerjasama	
3.	Siswa saling mencocokkan hasil tugas yang telah dikerjakan	1. Tanggung jawab individu/kelompok 2. Kreatif	
4.	Siswa bertanya kepada guru jika mengalami kesulitan, guru membimbing siswa dan mengarahkan siswa	Aktif mengajukan pertanyaan	

Tahap Diskusi Kelompok Asal

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa kembali ke kelompok asal dan masing-masing siswa menyampaikan materi yang terdapat dalam lembar ahli masing-masing	1. Tanggung jawab sosial 2. Dapat dipercaya 3. Menghargai 4. Peduli	20 menit
2.	Siswa bertanya kepada guru jika mengalami kesulitan, guru membimbing siswa dan mengarahkan siswa	Aktif mengajukan pertanyaan	

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
3.	Siswa membuat kesimpulan tentang menentukan limit fungsi dengan bentuk aplikasi limit fungsi di $x \rightarrow \infty$	Aktif memberikan ide atau pendapat	
4.	Guru mengulas kembali kesimpulan yang telah dibuat siswa, jika terdapat kesimpulan siswa yang belum benar, guru membimbing siswa untuk mendapat kesimpulan yang benar	Aktif mengajukan pertanyaan	

III. Penutup

Tahap Tes

No	Kegiatan	Karakter/Keterampilan Sosial	Alokasi Waktu
1.	Siswa mengerjakan tes akhir pertemuan yang dikerjakan secara individu	1. Jujur 2. Tanggung jawab individu 3. Dapat dipercaya	20 menit
2.	Guru memotivasi siswa untuk belajar dengan tugas-tugas yang terpilih, menantang, dan menarik.	1. Aktif memberikan ide atau pendapat 2. Menjadi pendengar yang baik	

VI. Penilaian

Contoh instrumen:

Limbah Beracun. Sebuah kota besar dicemari oleh berbagai limbah beracun.

Untuk menetralkan $x\%$ limbah beracun tersebut, diperlukan biaya yang memenuhi

$$C(x) = \frac{0,5x}{100 - x} \quad (0 \leq x \leq 100)$$

Hitunglah $\lim_{x \rightarrow 100} \frac{0,5x}{100 - x}$ dan interpretasikan hasil yang Anda peroleh.

Terbanggi Besar, 2 April 2013
Peneliti

Siti Qomariyah
NIM.017987851

Lampiran B.2

LEMBAR AHLI PERTEMUAN KE-1

Nama : _____

Materi Pokok : Pengertian Limit Fungsi

Waktu : 2 x 45 menit

Pada Lembar Ahli ini kalian akan belajar:

1. Memahami arti limit fungsi di satu titik
2. Menjelaskan arti limit fungsi dengan pengamatan grafik fungsi
3. Memahami limit kiri dan limit kanan fungsi
4. Menghitung limit kiri dan limit kanan fungsi melalui sketsa grafik

Petunjuk pengisian Lembar Ahli ini :

1. Baca dan pahami materi yang disajikan dalam Lembar Ahli ini. Kemudian diskusikan kepada teman sekelompok dalam kelompok ahli. Setelah itu kalian akan diberikan kesempatan untuk mentransfer materi yang kalian pelajari di kelompok ahli ke kelompok asal.
2. Diskusikan juga dengan temanmu dalam kelompok ahli bagaimana menyelesaikan soal-soal yang tersedia dengan mengisi titik-titik di tempat yang telah disediakan
3. Catatlah hal-hal penting yang sudah dimengerti ataupun belum dimengerti di tempat yang telah disediakan
4. Diskusikan hasil pemikiranmu dengan teman sekelompok, kemudian bahaslah hal-hal yang dirasa perlu untuk memperoleh pemahaman dan pengertian yang sama terhadap materi yang disajikan
5. Jika masih terdapat materi yang tidak dapat diselesaikan dengan diskusi kelompok, tanyakan kepada guru.

APERSEPSI

Kalian sering mendengar kata-kata “hampir” atau “mendekati”. Misalnya, kecepatan mobil itu hampir mencapai 200km/jam, anak kecil itu hampir tertabrak mobil, patung hasil karya pemahat itu mendekati sempurna, dan sebagainya. Nah, kata “mendekati” atau “hampir” dalam matematika disebut limit. Limit sangat penting dipelajari karena limit menjadikan sesuatu yang tidak terdefinisi menjadi sesuatu yang ada nilainya.

LEMBAR AHLI 1

Nama : _____

Materi Pokok : Pengertian Limit Fungsi

Waktu : 2 x 45 menit

Pada Lembar Ahli 1 ini kalian akan belajar tentang pengertian limit fungsi di sekitar $x = a$. Untuk memahami pengertian limit fungsi di satu titik, kalian perlu menyelidiki nilai fungsi di sekitar titik tersebut.

KEGIATAN 1

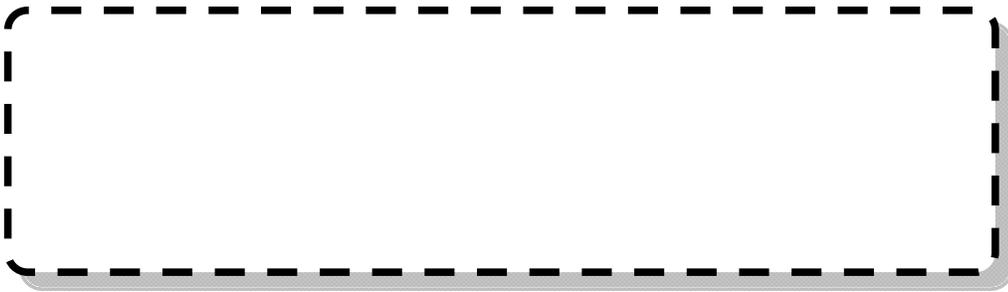
Misalkan diberikan fungsi $f(x) = x^2$. Bagaimana nilai fungsi $f(x) = x^2$ di sekitar $x=2$? Nah, kita akan mengetahui nilai $f(x)$ di sekitar $x=2$ dengan menentukan nilai $f(x)$ untuk nilai-nilai x di sekitar titik $x=2$. Coba kalian perhatikan table dan gambar grafik berikut.

x	1	1,5	1,9	1,99	1,999	$\rightarrow 2 \leftarrow$	2,001	2,01	2,1	2,5	3
$f(x)=x^2$	1	$\rightarrow 4 \leftarrow$	9

Amatilah kecenderungan nilai $f(x)$ untuk x mendekati 2 dari kiri ($x < 2$) dan nilai $f(x)$ untuk x mendekati 2 dari kanan pada table di atas. Pada table di atas, terlihat bahwa jika nilai x mendekati 2 (dari kiri maupun dari kanan) maka nilai $f(x)=x^2$ mendekati 4. Dikatakan bahwa limit x^2 untuk x mendekati 2 adalah 4, ditulis $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 4$

Nah,... coba kalian gambarkan grafik $f(x)=x^2$, pada tempat yang telah disediakan di bawah ini.

Apa yang dapat kalian simpulkan dari gambar tersebut?



Dari gambar grafik tersebut, ternyata grafik $f(x)=x^2$ untuk $x<2$ dan grafik untuk $x>2$ bersambungan (tidak terjadi lompatan). Ini adalah ciri grafik fungsi yang memiliki nilai limit untuk $x \rightarrow a$ (dengan $a=2$). Oleh karena itu, grafik $f(x)=x^2$ bersambungan di $x=2$, nilai limit untuk $f(x)=x^2$ untuk $x=2$ dapat dengan mudah dihitung. Kalian cukup mensubstitusikan $x=2$ ke dalam fungsi $f(x)=x^2$ sehingga

$$\text{diperoleh } \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} x^2 = 2^2 = 4$$

Uraian di atas menggambarkan pengertian limit fungsi di satu titik. Sehingga dapat diambil kesimpulan sebagai berikut :

Jika nilai fungsi $f(x)$ mendekati suatu bilangan real L untuk x mendekati a , tetapi $x \neq a$ maka L merupakan nilai limit fungsi $f(x)$ di $x=a$. dapat ditulis

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \dots \text{ atau jika } x \rightarrow a \text{ maka } f(x) \rightarrow \dots$$

Setelah kalian mempelajari materi tentang pengertian limit fungsi, Catatlah hal-hal penting yang sudah dimengerti ataupun belum dimengerti di tempat yang telah disediakan di bawah ini dan jika ada yang masih belum dimengerti dan dipahami tanyakan kepada guru.

LEMBAR AHLI 2

Nama : _____

Materi Pokok : Pengertian Limit Fungsi

Waktu : 2 x 45 menit

Pada lembar ahli 2 ini kalian akan diajak untuk lebih memahami konsep dasar limit, khususnya tentang limit kiri dan limit kanan fungsi. Pembahasan tentang limit kiri dan limit kanan berguna untuk menyelidiki keberadaan limit fungsi di sekitar titik tertentu.

Secara umum, limit kiri dan limit kanan suatu fungsi dapat ditulis sebagai berikut:

➤ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = K$

$x \rightarrow a^-$, dibaca “x mendekati a dari kiri”, artinya $x \rightarrow a$ dengan $x < a$.
Dalam hal ini, K merupakan nilai limit kiri fungsi $f(x)$.

➤ $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$

$x \rightarrow a^+$, dibaca “x mendekati a dari kanan”, artinya $x \rightarrow a$ dengan $x > a$.
Dalam hal ini, L merupakan nilai limit kanan fungsi $f(x)$.

Sekarang kalian akan menyelidiki keberadaan limit suatu fungsi di sekitar titik $x=a$ melalui kegiatan 2 berikut.

KEGIATAN 2

Pada kegiatan ini kalian akan menyelidiki keberadaan limit fungsi berikut di titik $x=a$.

$$f(x) = \begin{cases} 2x & \text{untuk } x \leq 4 \\ 2x+3 & \text{untuk } x > 4 \end{cases}$$

Langkah Kerja :

1. Lengkapilah table di bawah ini. Gunakanlah kalkulator untuk memudahkan perhitungan.

$x \leq 4$	3	3,5	3,8	3,9	3,95	3,99	$x > 4$	4,01	4,05	4,1	4,3	4,5	5
$f(x)=2x$	6	$f(x)=2x+3$	13

2. Dengan melihat data pada table, dapatkah kalian menaksir nilai dari $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ untuk nilai x mendekati 4 ?
3. Berikutnya kalian dapat menggambarkan grafik $f(x)$ terhadap x .
4. Perhatikanlah grafik yang telah kalian buat dengan seksama. Jika nilai x mendekati 4 dari kiri, maka nilai $f(x)$ mendekati Akan tetapi jika nilai x

mendekati 4 dari kanan maka nilai $f(x)$ mendekati Pernyataan tersebut dapat ditulis sebagai $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 8$ dan $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 11$.

5. Dengan demikian kalian dapat menaksir $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$. Grafik fungsi $f(x)$ untuk $x \leq 4$ dan $x > 4$ tidak bersambungan (ada lompatan di titik $x = \dots$). Ini merupakan ciri grafik yang tidak mempunyai limit di satu titik.

$$\text{Jadi, } f(x) = \begin{cases} 2x & \text{untuk } x \leq 4 \\ 2x+3 & \text{untuk } x > 4 \end{cases} \quad \text{tidak memiliki limit untuk nilai } x \text{ yang mendekati}$$

4.

6. Setelah mengikuti langkah-langkah kerja di atas, apa yang dapat kalian simpulkan ?

.....

.....

.....

.....

Dari kegiatan 2 di atas, diperoleh bahwa $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) \dots \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$ sehingga nilai fungsi limit $f(x)$ di titik $x=4$ Hal ini sesuai dengan ketentuan keberadaan limit suatu fungsi.

Agar suatu limit fungsi $f(x)$ di $x=a$ ada, nilai limit kiri dan limit kanan fungsi tersebut harus ada dan nilainya sama, ditulis $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \dots \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \dots \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$

Setelah kalian mempelajari materi tentang limit kiri dan limit kanan fungsi, Catatlah hal-hal penting yang sudah dimengerti ataupun belum dimengerti di tempat yang telah disediakan di bawah ini dan jika ada yang masih belum dimengerti dan dipahami tanyakan kepada guru.

LEMBAR AHLI 3

Nama : _____

Materi Pokok : Pengertian Limit Fungsi

Waktu : 2 x 45 menit

Pada lembar ahli 3 ini, kalian akan mempelajari bagaimana cara menghitung limit kiri dan kanan suatu fungsi. Kalian dapat menentukan keberadaan limit suatu fungsi di satu titik dengan cara mengamati kisaran nilai fungsi di sekitar fungsi tersebut. Kisaran nilai fungsi dapat dilihat dengan menghitung limit kiri dan limit kanan fungsi tersebut.

Secara umum, limit kiri dan limit kanan suatu fungsi dapat ditulis sebagai berikut:

➤ $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = K$

$x \rightarrow a^-$, dibaca “x mendekati a dari kiri”, artinya $x \rightarrow a$ dengan $x < a$.

Dalam hal ini, K merupakan nilai limit kiri fungsi $f(x)$.

➤ $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$

$x \rightarrow a^+$, dibaca “x mendekati a dari kanan”, artinya $x \rightarrow a$ dengan $x > a$.

Dalam hal ini, L merupakan nilai limit kanan fungsi $f(x)$.

Selanjutnya kalian dapat mempelajari bagaimana menghitung limit kiri dan limit kanan fungsi dengan mempelajari kegiatan berikut ini.

KEGIATAN 3

Buatlah sketsa grafik dari fungsi $f(x) = 2x - 1$, di $x = -\frac{1}{2}$. Kemudian tentukanlah nilai limit kiri dan limit kanannya.

Langkah penyelesaian :

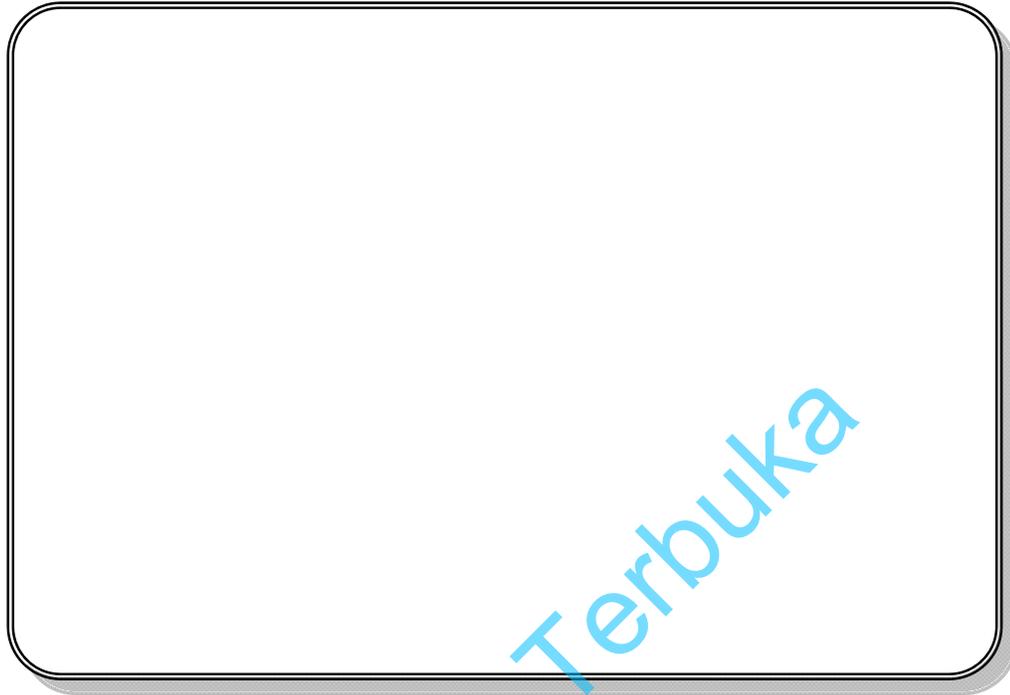
Langkah 1.

Buatlah tabel untuk nilai x dan $f(x)$.

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	1	2
f(x)

Langkah 2.

Dari data pada tabel tersebut, dapat kalian buat grafiknya.

**Langkah 3.**

Perhatikanlah grafik fungsi $f(x)$ di sekitar $x = -\frac{1}{2}$. Jika nilai x mendekati $-\frac{1}{2}$ dari kiri, maka nilai $f(x)$ mendekati -2.

Begitu pula jika nilai x mendekati $-\frac{1}{2}$ dari kanan, nilai $f(x)$ mendekati -2.

$$\text{Jadi, } \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^-} (2x - 1) = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}^+} (2x - 1) = \dots$$

Fungsi ini memiliki limit kiri dan limit kanan yang bernilai sama, yaitu ... Apa yang dapat kalian simpulkan ?



Buatlah sketsa grafik dari fungsi $f(x) = \begin{cases} x, & \text{jika } x < 1 \\ 2x, & \text{jika } x \geq 1 \end{cases}$, di $x=1$

Kemudian, tentukanlah limit kiri dan limit kanannya.

Langkah penyelesaian :

Langkah 1.

Buatlah tabel untuk nilai x dan $f(x)$.

x	-1	0	1	2	3
$f(x)$

Langkah 2.

Dari data pada tabel tersebut, dapat kalian buat grafiknya.



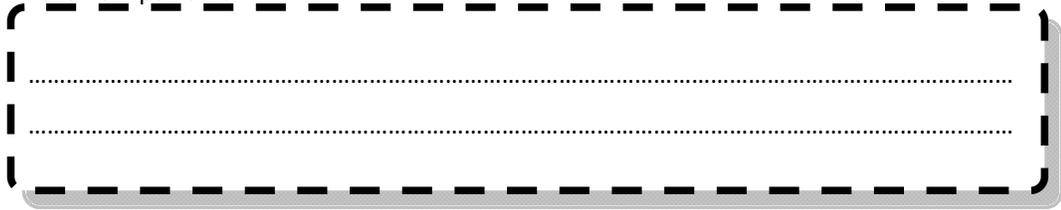
Langkah 3.

Perhatikanlah grafik fungsi $f(x)$ di sekitar $x = 1$. Jika nilai x mendekati 1 dari kiri, maka nilai $f(x)$ mendekati

Begitu pula jika nilai x mendekati 1 dari kanan, nilai $f(x)$ mendekati

Jadi, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \dots$ dan $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \dots$

Fungsi ini memiliki limit kiri dan limit kanan yang berbeda nilainya. Apa yang dapat kalian simpulkan ?



Setelah kalian mempelajari cara menghitung limit kiri dan limit kanan fungsi, Catatlah hal-hal penting yang sudah dimengerti ataupun belum dimengerti di tempat yang telah disediakan di bawah ini dan jika ada yang masih belum dimengerti dan dipahami tanyakan kepada guru.



LEMBAR AHLI 4

Nama : _____

Materi Pokok : Pengertian Limit Fungsi

Waktu : 2 x 45 menit

Pada lembar ahli 4 ini kalian akan mempelajari cara menghitung limit fungsi dengan cara substitusi langsung.

Ada berbagai cara untuk menghitung limit fungsi, misalnya $f(x)$, untuk suatu harga x tertentu. Salah satu cara untuk menghitung limit fungsi adalah dengan cara substitusi langsung.

Jika nilai limit fungsi $f(x)$, untuk $x=a$ ada, maka limit fungsi tersebut dapat dihitung dengan cara menyubstitusikan $x=a$ ke dalam fungsi tersebut. Untuk lebih jelasnya mari kalian pelajari kegiatan berikut ini.

KEGIATAN 5

Tentukanlah limit fungsi berikut :

a. $\lim_{x \rightarrow 5} (3x - 7)$

Langkah penyelesaian :

Cara menyelesaikan $\lim_{x \rightarrow 5} (3x - 7)$

dengan cara menyubstitusikan $x=5$ ke dalam fungsi $f(x)=3x-7$, jadi

$$\lim_{x \rightarrow 5} (3x - 7) = 3(5) - 7 = \dots$$

b. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 6}{x + 2}$

Langkah penyelesaian :

Cara menyelesaikan $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 6}{x + 2}$

Dengan cara menyubstitusikan $x=2$ ke dalam fungsi $f(x)=\frac{3x - 6}{x + 2}$, jadi

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x - 6}{x + 2} = \frac{3(\dots) - 6}{\dots + 2} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

c. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{2x + 4}$

Langkah penyelesaian :

Cara menyelesaikan $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{2x + 4}$

Dengan cara mnyubstitusikan $x=2$ ke dalam fungsi $f(x) = \frac{x - 2}{2x + 4}$, jadi

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{2x + 4} = \frac{\dots - 2}{2(\dots) + 4} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

Setelah kalian mempelajari cara menghitung limit fungsi dengan cara substitusi langsung, Catatlah hal-hal penting yang sudah dimengerti ataupun belum dimengerti di tempat yang telah disediakan di bawah ini dan jika ada yang masih belum dimengerti dan dipahami tanyakan kepada guru.

Universitas Terbuka

CATATAN**Materi Pokok : Pengertian Limit Fungsi****Waktu : 2 x 45 menit****Kelompok : _____**

Setelah kalian mempelajari materi di dalam lembar ahli, dari lembar ahli 1, lembar ahli2, lembar ahli 3, dan lembar ahli 4, Catatlah hal-hal penting yang dapat kalian simpulkan dari pembelajaran pada pertemuan ini. Apabila ada saran dan masukan silahkan kalian tuliskan pada tempat di bawah ini.

Universitas Terbuka

LEMBAR AHLI PERTEMUAN KE-2

Nama : _____

Materi Pokok : Limit Fungsi Aljabar

Waktu : 2 x 45 menit

Lembar ahli ini terbagi mejadi 4, yaitu lembar ahli 1, lembar ahli 2, lembar ahli 3, dan lembar ahli 4.

Pada Lembar Ahli ini kalian akan belajar menentukan Limit Fungsi Aljabar Berbentuk $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ dengan cara :

1. Faktorisasi (pada lembar ahli 1 dan lembar ahli 2)
2. Merasionalkan pembilang dan penyebut bentuk akar (pada lembar ahli 3, dan lembar ahli 4)

Petunjuk pengisian Lembar Ahli ini :

6. Baca dan pahami materi yang disajikan dalam Lembar Ahli ini. Kemudian diskusikan kepada teman sekelompok dalam kelompok ahli. Setelah itu kalian akan diberikan kesempatan untuk mentransfer materi yang kalian pelajari di kelompok ahli ke kelompok asal.
7. Diskusikan juga dengan temanmu dalam kelompok ahli bagaimana menyelesaikan soal-soal yang tersedia dengan mengisi titik-titik di tempat yang telah disediakan
8. Catatlah hal-hal penting yang sudah dimengerti ataupun belum dimengerti di tempat yang telah disediakan
9. Diskusikan hasil pemikiranmu dengan teman sekelompok, kemudian bahaslah hal-hal yang dirasa perlu untuk memperoleh pemahaman dan pengertian yang sama terhadap materi yang disajikan
10. Jika masih terdapat materi yang tidak dapat diselesaikan dengan diskusi kelompok, tanyakan kepada guru.

APERSEPSI

Pada materi sebelumnya, jika kalian menyubstitusikan nilai $x=a$ ke dalam $f(x)$

untuk menghitung $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, kemudian kalian memperoleh bentuk $\frac{0}{0}$ maka kalian

harus melakukan penyelidikan lanjutan. Penyelidikan lanjutan dapat dilakukan dengan menggunakan tabel/grafik. Pada bagian ini, kalian akan mempelajari perhitungan limit fungsi aljabar berbentuk $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ tanpa menggunakan

tabel/grafik.

LEMBAR AHLI 1

Nama : _____

Materi Pokok : Limit Fungsi Aljabar

Waktu : 2 x 45 menit

Pada lembar ahli ini kalian akan belajar menentukan limit fungsi aljabar berbentuk $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ dengan menggunakan cara faktorisasi.

Secara umum, cara penyelesaian limit $f(x)$ untuk $x \rightarrow a$ dengan cara faktorisasi adalah sebagai berikut :

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-a)u(x)}{(x-a)v(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{u(x)}{v(x)} = \frac{u(x)}{v(x)}$$

Di kelas X, kalian sudah mempelajari konsep pemfaktoran suatu fungsi. Nah, berikut kalian akan diingatkan kembali beberapa pemfaktoran istimewa seperti berikut :

- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

Untuk lebih memahami cara menghitung limit fungsi aljabar berbentuk $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, mari pelajari kegiatan berikut.

KEGIATAN 1

Tentukan limit fungsi $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 + 6x}{x^2 + 2x}$.

Langkah penyelesaian :

Dengan menyubstitusikan $x = 0$, akan diperoleh

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 + 6x}{x^2 + 2x} = \frac{(\dots)^3 - 3(\dots)^2 + 6(\dots)}{(\dots)^2 + 2(\dots)} = \frac{\dots}{\dots}$$

Fungsi $\frac{x^3 - 3x^2 + 6x}{x^2 + 2x}$ memiliki faktor bersama (pembilang dan penyebut) yaitu x .

Oleh karena itu,

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 + 6x}{x^2 + 2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(\dots - \dots + \dots)}{x(\dots + \dots)}$$

Pembilang dan penyebut sama-sama dibagi dengan x , sehingga diperoleh

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{x}(\dots - \dots + \dots)}{\cancel{x}(\dots + \dots)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\dots - \dots + \dots}{\dots + \dots}$$

Substitusikan $x = 0$ ke $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\dots - \dots + \dots}{\dots + \dots}$, sehingga diperoleh

$$= \frac{(\dots)^2 - \dots(\dots) + \dots}{(\dots) + \dots}$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

$$= \dots$$

Jadi, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 3x^2 + 6x}{x^2 + 2x} = \dots$

Setelah kalian mempelajari materi tentang menentukan limit fungsi aljabar berbentuk $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ dengan menggunakan cara faktorisasi.

Catatlah hal-hal penting yang sudah dimengerti ataupun belum dimengerti di tempat yang telah disediakan di bawah ini dan jika ada yang masih belum dimengerti dan dipahami tanyakan kepada guru.



LEMBAR AHLI 2

Nama : _____

Materi Pokok : Limit Fungsi Aljabar

Waktu : 2 x 45 menit

Pada lembar ahli ini kalian akan belajar menentukan limit fungsi aljabar berbentuk $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ dengan menggunakan cara faktorisasi.

Secara umum, cara penyelesaian limit $f(x)$ untuk $x \rightarrow a$ dengan cara faktorisasi adalah sebagai berikut :

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\cancel{(x-a)}u(x)}{\cancel{(x-a)}v(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{u(x)}{v(x)} = \frac{u(x)}{v(x)}$$

Di kelas X, kalian sudah mempelajari konsep pemfaktoran suatu fungsi. Nah, berikut kalian akan diingatkan kembali beberapa pemfaktoran istimewa seperti berikut :

- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
- $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

Untuk lebih memahami cara menghitung limit fungsi aljabar berbentuk $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, mari pelajari kegiatan berikut.

KEGIATAN 2

Tentukan limit fungsi $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 8x + 4}{2x^3 - 5x^2 - x + 6}$

Langkah penyelesaian :

Suabtitusikan $x = 2$ sehingga diperoleh

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 8x + 4}{2x^3 - 5x^2 - x + 6} &= \frac{3(\dots)^2 - 8(\dots) + 4}{2(\dots)^3 - 5(\dots)^2 - (\dots) + 6} \\ &= \frac{\dots - \dots + 4}{\dots - \dots - \dots + 6} \\ &= \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$

Fungsi $\frac{3x^2 - 8x + 4}{2x^3 - 5x^2 - x + 6}$ memiliki faktor bersama (pembilang dan penyebut) yaitu
(.....)

Dengan demikian,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 8x + 4}{2x^3 - 5x^2 - x + 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - \dots)f(x)}{(x - \dots)g(x)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - \dots)(ax + b)}{(x - \dots)(px^2 + qx + r)}$$

Akan kita tentukan $f(x)$ dan $g(x)$, dengan cara sebagai berikut :

➤ Cara menentukan $f(x) \Rightarrow ax + b$

Dengan menggunakan cara faktorisasi dapat kalian peroleh

$$3x^2 - 8x + 4 = (x - \dots)(ax + b)$$

$$\text{Suku } x^2 \Rightarrow 3x^2 = ax^2 \Leftrightarrow a = \dots$$

$$\text{Tetapan} \Rightarrow 4 = -2b \Leftrightarrow b = \dots$$

$$f(x) = ax + b = \dots$$

$$\text{Jadi, } 3x^2 - 8x + 4 = (x - \dots)(\dots)$$

➤ Cara menentukan $g(x) \Rightarrow px^2 + qx + r$

Kalian dapat menggunakan pembagian dengan cara sebagai berikut :

$$x - \dots \overline{) \begin{array}{r} \dots x^2 - \dots - \dots \quad \rightarrow g(x) \\ 2x^3 - 5x^2 - x + 6 \\ \underline{2x^3 - \dots - \dots} \\ -x^2 - \dots \\ \underline{-x^2 + \dots -} \\ -3x + \dots \\ \underline{-3x + \dots -} \\ 0 \end{array}}$$

$$g(x) = px^2 + qx + r = \dots x^2 - \dots - \dots$$

$$\text{Jadi, } 2x^3 - 5x^2 - x + 6 = (x - \dots)(\dots x^2 - \dots - \dots)$$

Dengan demikian,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 8x + 4}{2x^3 - 5x^2 - x + 6} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - \dots)f(x)}{(x - \dots)g(x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - \dots)(ax + b)}{(x - \dots)(px^2 + qx + r)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - \dots)(\dots)}{(x - \dots)(\dots x^2 - x - \dots)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\dots}{\dots x^2 - x - \dots} \end{aligned}$$

Substitusikan $x = 2$, sehingga diperoleh

$$= \frac{\dots(\dots) - \dots}{\dots(\dots)^2 - (\dots) - \dots}$$

$$= \frac{\dots}{\dots}$$

Jadi, $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 8x + 4}{2x^3 - 5x^2 - x + 6} = \frac{\dots}{\dots}$

Setelah kalian mempelajari materi menentukan limit fungsi aljabar berbentuk $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ dengan menggunakan cara faktorisasi.

Catatlah hal-hal penting yang sudah dimengerti ataupun belum dimengerti di tempat yang telah disediakan di bawah ini dan jika ada yang masih belum dimengerti dan dipahami tanyakan kepada guru.



LEMBAR AHLI 3

Nama : _____

Materi Pokok : Limit Fungsi Aljabar

Waktu : 2 x 45 menit

Pada lembar ahli ini kalian akan belajar menentukan limit fungsi aljabar berbentuk $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ dengan menggunakan cara merasionalkan pembilang dan penyebut bentuk akar.

Bagaimana jika kalian berhadapan dengan soal limit yang pada pembilang atau penyebutnya terdapat bentuk akar yang mengandung variabel limit? Misalnya, $\sqrt{x+9}$ atau $\sqrt{x+1}$ dengan x sebagai variabel. Untuk masalah seperti ini, hilangkan bentuk akar terlebih dahulu dengan cara mengalikannya dengan bentuk sekawan. Setelah bentuk akarnya hilang, akan mudah bagi kalian untuk memfaktorkan pembilang dan penyebut yang mengandung faktor penyebab $\frac{0}{0}$.

BENTUK SEKAWAN

$x - a$ bentuk sekawan dari $x + a$
 $\sqrt{x} - a$ bentuk sekawan dari $\sqrt{x} + a$
 $\sqrt{x} - \sqrt{a}$ bentuk sekawan dari $\sqrt{x} + \sqrt{a}$
 $\sqrt{x+a} + b$ bentuk sekawan dari $\sqrt{x+a} - b$

Perkalian dengan bentuk sekawan bertujuan menghilangkan bentuk akar. Coba kalian perhatikan perkalian-perkalian berikut :

- $(x-a)(x+a) = x^2 - a^2$
- $(\sqrt{x}-a)(\sqrt{x}+a) = (\sqrt{x})^2 - (a)^2 = x - a^2$
- $(\sqrt{x+a}+b)(\sqrt{x+a}-b) = (\sqrt{x+a})^2 - (b)^2 = x+a-b^2$

Agar lebih memahami perhitungan limit fungsi dengan cara merasionalkan bentuk akar, mari ikutilah kegiatan berikut ini.

KEGIATAN 3

Tentukan limit fungsi $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{x+9}}{x}$.

Langkah penyelesaian :

Dengan menysubstitusikan $x = 0$, akan diperoleh

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{x+9}}{x} = \frac{3 - \sqrt{0+9}}{0} = \frac{0}{0}$$

Untuk menghilangkan bentuk akar $3 - \sqrt{x+9}$, kalikanlah pembilang dan penyebut dengan bentuk sekawannya, yaitu $3 + \sqrt{x+9}$.

Langkah-langkah penyelesaiannya adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{x+9}}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{x+9}}{x} \times \frac{(3 + \sqrt{x+9})}{(3 + \sqrt{x+9})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3(\dots) - \sqrt{x+9}(\dots)}{x(\dots + \sqrt{\dots})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3(\dots) + 3(\sqrt{\dots}) - \sqrt{x+9}(\dots) - \sqrt{x+9}(\sqrt{\dots})}{x(\dots + \sqrt{\dots})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3(\dots) + 3(\sqrt{\dots}) - \sqrt{x+9}(\dots) - \sqrt{x+9}(\sqrt{\dots})}{x(\dots + \sqrt{\dots})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3(\dots) - \sqrt{x+9}(\sqrt{\dots})}{x(\dots + \sqrt{\dots})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\dots)^2 - (\dots + \dots)}{x(\dots + \sqrt{\dots})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\dots - \dots}{x(\dots + \sqrt{\dots})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-x}{x(\dots + \sqrt{\dots})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{-x}}{\cancel{x}(\dots + \sqrt{\dots})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{\dots + \sqrt{\dots}} \\ &= \frac{-1}{\dots + \sqrt{\dots}} \\ &= \frac{-1}{3 + \sqrt{(0)+9}} \\ &= \frac{-1}{3 + \sqrt{9}} \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 - \sqrt{x+9}}{x} = \frac{\dots}{\dots}$$

Setelah kalian mempelajari cara menentukan limit fungsi aljabar berbentuk $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ dengan menggunakan cara merasionalkan pembilang dan penyebut bentuk akar, Catatlah hal-hal penting yang sudah dimengerti ataupun belum dimengerti di tempat yang telah disediakan di bawah ini dan jika ada yang masih belum dimengerti dan dipahami tanyakan kepada guru.



LEMBAR AHLI 4

Nama : _____

Materi Pokok : Limit Fungsi Aljabar

Waktu : 2 x 45 menit

Pada lembar ahli ini kalian akan belajar menentukan limit fungsi aljabar berbentuk $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ dengan menggunakan cara merasionalkan pembilang dan penyebut bentuk akar.

Bagaimana jika kalian berhadapan dengan soal limit yang pada pembilang atau penyebutnya terdapat bentuk akar yang mengandung variabel limit? Misalnya, $\sqrt{x+9}$ atau $\sqrt{x+1}$ dengan x sebagai variabel. Untuk masalah seperti ini, hilangkan bentuk akar terlebih dahulu dengan cara mengalikannya dengan bentuk sekawan. Setelah bentuk akarnya hilang, akan mudah bagi kalian untuk memfaktorkan pembilang dan penyebut yang mengandung faktor penyebab $\frac{0}{0}$.

BENTUK SEKAWAN

$x - a$ bentuk sekawan dari $x + a$
 $\sqrt{x} - a$ bentuk sekawan dari $\sqrt{x} + a$
 $\sqrt{x} - \sqrt{a}$ bentuk sekawan dari $\sqrt{x} + \sqrt{a}$
 $\sqrt{x+a} + b$ bentuk sekawan dari $\sqrt{x+a} - b$

Perkalian dengan bentuk sekawan bertujuan menghilangkan bentuk akar.

Coba kalian perhatikan perkalian-perkalian berikut :

- $(x-a)(x+a) = x^2 - a^2$
- $(\sqrt{x}-a)(\sqrt{x}+a) = (\sqrt{x})^2 - (a)^2 = x - a^2$
- $(\sqrt{x+a}+b)(\sqrt{x+a}-b) = (\sqrt{x+a})^2 - (b)^2 = x+a-b^2$

Agar lebih memahami perhitungan limit fungsi dengan cara merasionalkan bentuk akar, mari ikutilah kegiatan berikut ini.

KEGIATAN 4

Tentukan limit fungsi $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{3x-1} - \sqrt{2x+1}}$.

Langkah penyelesaian :

Dengan menyubstitusikan $x = 2$, akan diperoleh

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{3x-1} - \sqrt{2x+1}} = \frac{(\dots)^2 - 4}{\sqrt{3(\dots)-1} - \sqrt{2(\dots)+1}} = \frac{\dots - 4}{\sqrt{\dots} - \sqrt{\dots}} = \frac{0}{0}$$

Untuk menghilangkan bentuk akar $(\sqrt{3x-1}-\sqrt{2x+1})$, kalikanlah pembilang dan penyebut dengan bentuk sekawannya, yaitu $(\sqrt{3x-1}+\sqrt{2x+1})$.

Langkah-langkah penyelesaiannya adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{3x-1} - \sqrt{2x+1}} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{3x-1} - \sqrt{2x+1}} \times \frac{(\sqrt{3x-1} + \sqrt{2x+1})}{(\sqrt{3x-1} + \sqrt{2x+1})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4)(\sqrt{\dots} - \dots + \sqrt{\dots} + \dots)}{(3x-1) - (\dots + \dots)}\end{aligned}$$

Substitusikan nilai $x = 2$ ke bentuk sekawan $(\sqrt{3x-1} + \sqrt{2x+1})$

$$\begin{aligned}&= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4)(\sqrt{3(2)-1} + \sqrt{2(2)+1})}{3x-1-2x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4)(\sqrt{\dots} + \sqrt{\dots})}{x - \dots} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 4)(2\sqrt{\dots})}{x - \dots}\end{aligned}$$

Faktorkan $(x^2 - 4) = (x - \dots)(x + \dots)$

$$\begin{aligned}&= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - \dots)(x + \dots)(2\sqrt{\dots})}{x - \dots} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{(x - \dots)}(x + \dots)(2\sqrt{\dots})}{\cancel{x - \dots}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} (x + \dots)(2\sqrt{\dots})\end{aligned}$$

Substitusikan $x = 2$ ke dalam fungsi $(x + 2)(2\sqrt{5})$

$$\begin{aligned}&= ((\dots) + 2)(2\sqrt{5}) \\ &= \dots(2\sqrt{5}) \\ &= \dots\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{\sqrt{3x-1} - \sqrt{2x+1}} = \dots\sqrt{5}$$

Setelah kalian mempelajari cara menentukan limit fungsi aljabar berbentuk $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ dengan menggunakan cara merasionalkan pembilang dan penyebut bentuk akar, Catatlah hal-hal penting yang sudah dimengerti ataupun belum dimengerti di tempat yang telah disediakan di bawah ini dan jika ada yang masih belum dimengerti dan dipahami tanyakan kepada guru.



CATATAN

Materi Pokok : Limit Fungsi Aljabar
Waktu : 2 x 45 menit
Kelompok : _____

Setelah kalian mempelajari materi di dalam lembar ahli, dari lembar ahli 1, lembar ahli 2, lembar ahli 3, dan lembar ahli 4, Catatlah hal-hal penting yang dapat kalian simpulkan dari pembelajaran pada pertemuan ini. Apabila ada saran dan masukan silahkan kalian tuliskan pada tempat di bawah ini.



Universitas Terbuka

LEMBAR AHLI PERTEMUAN KE-3

Nama : _____

Materi Pokok : Teorema Limit Fungsi

Waktu : 2 x 45 menit

Lembar ahli ini terbagi mejadi 4, yaitu lembar ahli 1, lembar ahli 2, lembar ahli 3, dan lembar ahli 4.

Pada Lembar Ahli ini kalian akan belajar tentang **teorema limit**.

Petunjuk pengisian Lembar Ahli ini :

11. Baca dan pahami materi yang disajikan dalam Lembar Ahli ini. Kemudian diskusikan kepada teman sekelompok dalam kelompok ahli. Setelah itu kalian akan diberikan kesempatan untuk mentransfer materi yang kalian pelajari di kelompok ahli ke kelompok asal.
12. Diskusikan juga dengan temanmu dalam kelompok ahli bagaimana menyelesaikan soal-soal yang tersedia dengan mengisi titik-titik di tempat yang telah disediakan
13. Catatlah hal-hal penting yang sudah dimengerti ataupun belum dimengerti di tempat yang telah disediakan
14. Diskusikan hasil pemikiranmu dengan teman sekelompok, kemudian bahaslah hal-hal yang dirasa perlu untuk memperoleh pemahaman dan pengertian yang sama terhadap materi yang disajikan
15. Jika masih terdapat materi yang tidak dapat diselesaikan dengan diskusi kelompok, tanyakan kepada guru.

APERSEPSI

Untuk mempermudah perhitungan limit suatu fungsi, kalian dapat menggunakan sifat-sifat dasar limit fungsi. Sifat-sifat dasar ini terangkum dalam suatu teorema yang disebut **Teorema Limit**. Berikut ini diuraikan beberapa teorema limit. Pembuktian untuk teorema ini tidak dibahas di sini. Nanti, jika kalian masuk perguruan tinggi, hal ini dapat dibuktikan.

LEMBAR AHLI 1

Nama : _____

Materi Pokok : Teorema Limit Fungsi

Waktu : 2 x 45 menit

Pada lembar ahli ini kalian akan belajar tentang sifat-sifat limit fungsi yang terangkum dalam Teorema Limit sebagai berikut :

1. $\lim_{x \rightarrow a} k = k$ (untuk setiap k konstan dan a bilangan real)
Dikatakan :
Nilai limit suatu fungsi konstan sama dengan konstanta itu.
2. $\lim_{x \rightarrow a} x = a$ (untuk setiap a bilangan real)
Dikatakan :
Nilai limit suatu fungsi identitas sama dengan nilai pendekatan peubahnya.
3. $\lim_{x \rightarrow a} x^n = a^n$ (untuk setiap a bilangan real)
Dikatakan :
Nilai limit suatu fungsi identitas pangkat n sama dengan nilai pangkat n pendekatan peubahnya.
4. $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
Dikatakan :
Limit jumlah fungsi-fungsi sama dengan jumlah masing-masing limit fungsi.
5. $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) - g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
Dikatakan :
Limit selisih fungsi-fungsi sama dengan selisih masing-masing limit fungsi.
6. Jika k konstanta, maka $\lim_{x \rightarrow a} k \cdot f(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x)$
Dikatakan :
Limit hasil kali konstanta dengan fungsi sama dengan hasil kali konstanta dengan limit fungsi itu.
7. $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) \cdot g(x)\} = \left\{ \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right\} \cdot \left\{ \lim_{x \rightarrow a} g(x) \right\}$
Dikatakan :
Limit hasil kali fungsi-fungsi sama dengan hasil kali masing-masing limit fungsi.

$$8. \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

Dikatakan :

Limit hasil bagi fungsi-fungsi sama dengan hasil bagi masing-masing limitnya dengan catatan limit penyebut tidak boleh sama dengan nol.

$$9. \lim_{x \rightarrow a} \{f(x)\}^n = \{\lim_{x \rightarrow a} f(x)\}^n$$

Dikatakan :

Limit fungsi pangkat n sama dengan pangkat n dari limit fungsi itu.

$$10. \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}, \text{ dengan catatan } \lim_{x \rightarrow a} f(x) \geq 0 \text{ untuk } n \text{ genap.}$$

Dikatakan :

Limit akar pangkat n dari suatu fungsi sama dengan akar pangkat n dari limit fungsi itu, dengan catatan limit fungsi tersebut tidak negatif untuk n

genap dan $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)}$ dan $\sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$ terdefinisi.

Agar lebih memahami dan terampil menyelesaikan limit fungsi dengan menggunakan teorema limit, simaklah beberapa kegiatan berikut ini.

KEGIATAN 1

Hitunglah nilai limit fungsi $\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 5)$ dengan menggunakan teorema limit.

Penyelesaian :

$$\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 5) = \lim_{x \rightarrow 2} \dots - \lim_{x \rightarrow 2} \dots \quad \text{teorema } \dots$$

$$= \dots \lim_{x \rightarrow 2} \dots - \lim_{x \rightarrow 2} \dots \quad \text{teorema } \dots$$

$$= \dots (\dots) - \dots \quad \text{teorema } \dots$$

$$= \dots$$

Jadi $\lim_{x \rightarrow 2} (2x - 5) = \dots$

KEGIATAN 2

Hitunglah nilai limit fungsi $\lim_{x \rightarrow 3} 4x^2$ dengan menggunakan teorema limit.

Penyelesaian :

$$\lim_{x \rightarrow 3} 4x^2 = \dots \lim_{x \rightarrow 3} \dots \quad \text{teorema } \dots$$

$$= \dots (\lim_{x \rightarrow 3} \dots)^2 \quad \text{teorema } \dots$$

$$= \dots (\dots)^2 \quad \text{teorema } \dots$$

$$= \dots$$

Jadi $\lim_{x \rightarrow 3} 4x^2 = \dots$

KEGIATAN 3

Hitunglah nilai limit fungsi $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 5)$ dengan menggunakan teorema limit.

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 5) &= \lim_{x \rightarrow 1} \dots - \lim_{x \rightarrow 1} \dots + \lim_{x \rightarrow 1} \dots && \text{teorema } \dots \\ &= \dots \lim_{x \rightarrow 1} \dots - \lim_{x \rightarrow 1} \dots + \lim_{x \rightarrow 1} \dots && \text{teorema } \dots \\ &= \dots (\lim_{x \rightarrow 1} \dots)^2 - \dots \lim_{x \rightarrow 1} \dots + \lim_{x \rightarrow 1} \dots && \text{teorema } \dots \\ &= \dots (\dots)^2 - \dots (\dots) + \dots && \text{teorema } \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$

Jadi $\lim_{x \rightarrow 1} (3x^2 - 2x + 5) = \dots$

KEGIATAN 4

Hitunglah nilai limit fungsi $\lim_{x \rightarrow 2} x^3(x^2 + 4)$ dengan menggunakan teorema limit.

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} x^3(x^2 + 4) &= [\lim_{x \rightarrow 2} \dots] \times [\lim_{x \rightarrow 2} (\dots + \dots)] && \text{teorema } \dots \\ &= [\dots] \times [\lim_{x \rightarrow 2} \dots + \lim_{x \rightarrow 2} \dots] && \text{teorema } \dots \\ &= \dots \times (\dots + \dots) && \text{teorema } \dots \\ &= \dots \times \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$

Jadi $\lim_{x \rightarrow 2} x^3(x^2 + 4) = \dots$

KEGIATAN 5

Hitunglah nilai limit fungsi $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-5}{x^2}$ dengan menggunakan teorema limit.

Penyelesaian :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-5}{x^2} &= \frac{\lim_{x \rightarrow 4} (\dots)}{\lim_{x \rightarrow 4} \dots} && \text{teorema } \dots \\ &= \frac{\lim_{x \rightarrow 4} \dots - \lim_{x \rightarrow 4} \dots}{\dots^2} && \text{teorema } \dots \\ &= \frac{\dots - \dots}{\dots} && \text{teorema } \dots \\ &= \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$

Jadi $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-5}{x^2} = \dots$

LEMBAR AHLI 2

Nama : _____

Materi Pokok : Teorema Limit Fungsi

Waktu : 2 x 45 menit

Pada lembar ahli ini kalian akan belajar tentang sifat-sifat limit fungsi yang terangkum dalam Teorema Limit sebagai berikut :

1. $\lim_{x \rightarrow a} k = k$ (untuk setiap k konstan dan a bilangan real)
 Dikatakan :
 Nilai limit suatu fungsi konstan sama dengan konstanta itu.
2. $\lim_{x \rightarrow a} x = a$ (untuk setiap a bilangan real)
 Dikatakan :
 Nilai limit suatu fungsi identitas sama dengan nilai pendekatan peubahnya.
3. $\lim_{x \rightarrow a} x^n = a^n$ (untuk setiap a bilangan real)
 Dikatakan :
 Nilai limit suatu fungsi identitas pangkat n sama dengan nilai pangkat n pendekatan peubahnya.
4. $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) + g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
 Dikatakan :
 Limit jumlah fungsi-fungsi sama dengan jumlah masing-masing limit fungsi.
5. $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) - g(x)\} = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
 Dikatakan :
 Limit selisih fungsi-fungsi sama dengan selisih masing-masing limit fungsi.
6. Jika k konstanta, maka $\lim_{x \rightarrow a} k \cdot f(x) = k \lim_{x \rightarrow a} f(x)$
 Dikatakan :
 Limit hasil kali konstanta dengan fungsi sama dengan hasil kali konstanta dengan limit fungsi itu.
7. $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x) \cdot g(x)\} = \left\{ \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right\} \cdot \left\{ \lim_{x \rightarrow a} g(x) \right\}$
 Dikatakan :
 Limit hasil kali fungsi-fungsi sama dengan hasil kali masing-masing limit fungsi.

$$8. \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

Dikatakan :

Limit hasil bagi fungsi-fungsi sama dengan hasil bagi masing-masing limitnya dengan catatan limit penyebut tidak boleh sama dengan nol.

$$9. \lim_{x \rightarrow a} \{f(x)\}^n = \{\lim_{x \rightarrow a} f(x)\}^n$$

Dikatakan :

Limit fungsi pangkat n sama dengan pangkat n dari limit fungsi itu.

$$10. \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}, \text{ dengan catatan } \lim_{x \rightarrow a} f(x) \geq 0 \text{ untuk } n \text{ genap.}$$

Dikatakan :

Limit akar pangkat n dari suatu fungsi sama dengan akar pangkat n dari limit fungsi itu, dengan catatan limit fungsi tersebut tidak negatif untuk n

genap dan $\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)}$ dan $\sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}$ terdefinisi.

Agar lebih memahami dan terampil menyelesaikan limit fungsi dengan menggunakan teorema limit, simaklah beberapa kegiatan berikut ini.

KEGIATAN 6

Hitunglah nilai limit fungsi $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x^2 + 9}$ dengan menggunakan teorema limit.

Penyelesaian :

$$\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x^2 + 9} = \sqrt{\lim_{x \rightarrow 4} (\dots\dots\dots)} \quad \text{teorema } \dots\dots$$

$$= \sqrt{\lim_{x \rightarrow 4} (\dots\dots) + \lim_{x \rightarrow 4} (\dots\dots)} \quad \text{teorema } \dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots \quad \text{teorema } \dots\dots$$

$$= \dots\dots$$

$$= \dots\dots$$

Jadi $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{x^2 + 9} = \dots\dots$

KEGIATAN 7

Hitunglah nilai limit fungsi $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 7}}{x}$ dengan menggunakan teorema limit.

Penyelesaian :

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 7}}{x} = \frac{\lim_{x \rightarrow 3} \dots\dots\dots}{\lim_{x \rightarrow 3} \dots\dots} \quad \text{teorema } \dots\dots$$

$$= \frac{\sqrt{\lim_{x \rightarrow 3} \dots}}{\dots} \quad \text{teorema } \dots$$

$$= \frac{\sqrt{\lim_{x \rightarrow 3} \dots + \lim_{x \rightarrow 3} \dots}}{\dots} \quad \text{teorema } \dots$$

$$= \frac{\sqrt{(\dots)^2 + \dots}}{\dots} \quad \text{teorema } \dots$$

$$= \frac{\sqrt{\dots}}{\dots}$$

$$= \frac{\dots}{\dots}$$

$$\text{Jadi } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 7}}{x} = \frac{\dots}{\dots}$$



Diketahui fungsi-fungsi $f(x)$ dan $g(x)$ dengan $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 3$ dan $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 243$.

Hitunglah nilai dari $\lim_{x \rightarrow a} [f^2(x) \cdot \sqrt[5]{g(x)}]$.

Penyelesaian :

$$\lim_{x \rightarrow a} [f^2(x) \cdot \sqrt[5]{g(x)}] = \lim_{x \rightarrow a} f^2(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[5]{g(x)} \quad \text{teorema } \dots$$

$$= [\lim_{x \rightarrow a} \dots]^2 \cdot \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[5]{g(x)} \quad \text{teorema } \dots$$

Substitusikan $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 3$ dan $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 243$

$$= (\dots)^2 \cdot \sqrt[5]{\dots}$$

$$= \dots \times \dots$$

$$= \dots$$

Jadi untuk $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 3$ dan $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 243$ maka nilai dari $\lim_{x \rightarrow a} [f^2(x) \cdot \sqrt[5]{g(x)}] =$

.....

LEMBAR AHLI

Nama : _____
Materi Pokok : **Limit Fungsi trigonometri**
Waktu : **2 x 45 menit**

Lembar ahli ini terbagi mejadi 4, yaitu lembar ahli 1, lembar ahli 2, lembar ahli 3, dan lembar ahli 4.

Pada Lembar Ahli ini kalian akan belajar tentang **Limit Fungsi Trigonometri**.

APERSEPSI

Cara menentukan limit fungsi trigonometri pada prinsipnya sama seperti cara menentukan limit fungsi aljabar.

Pertama, kalian selesaikan terlebih dahulu soal limit tersebut dengan cara substitusi langsung. Jika hasil yang diperoleh bukan bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$, hasil

tersebut merupakan nilai limit yang dicari. Jika diperoleh bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$,

kalian dapat menggunakan rumus-rumus trigonometri yang telah kalian kenal, baik pada pembilang maupun pada penyebut untuk menyederhanakannya.

Dengan demikian, pembilang dan penyebut tersebut tidak lagi melibatkan

fungsi trigonometri yang menyebabkan bentuk $\frac{0}{0}$. Selanjutnya, dengan

substitusi langsung, kalian dapat menentukan nilai dari limit fungsi trigonometri tersebut. Jika kalian telah menyederhanakan fungsi yang menyebabkan bentuk

$\frac{0}{0}$ pada pembilang dan penyebut, kalian dapat menggunakan rumus limit

fungsi trigonometri.

LEMBAR AHLI 3

Nama : _____
Materi Pokok : **Limit Fungsi trigonometri**
Waktu : **2 x 45 menit**

Pada lembar ahli ini kalian akan belajar tentang cara menyelesaikan limit fungsi trigonometri dengan cara substitusi langsung.

Untuk menentukan limit fungsi trigonometri dengan cara substitusi langsung, kalian tinggal memasukkan harga peubah di bawah tanda limit ke dalam fungsi trigonometri tersebut. Jika hasil yang diperoleh bukan bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$, hasil tersebut merupakan jawaban. Agar kalian dapat memahaminya, pelajailah uraian kegiatan berikut.

KEGIATAN 1

Selesaikan limit fungsi trigonometri $\lim_{x \rightarrow \pi} (\sin x + \cos x)$ dengan cara substitusi langsung.

Penyelesaian :

$$\lim_{x \rightarrow \pi} (\sin x + \cos x) = \sin \dots + \cos \dots = 0 + (\dots) = \dots$$

KEGIATAN 2

Selesaikan limit fungsi trigonometri $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2x}{2 \cos x}$ dengan cara substitusi langsung.

Penyelesaian :

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \cos 2x}{2 \cos x} = \frac{1 - \cos 2\left(\frac{\dots}{\dots}\right)}{2 \cos\left(\frac{\dots}{\dots}\right)} = \frac{1 - \cos \dots}{2 \cos\left(\frac{\dots}{\dots}\right)} = \frac{1 - (\dots)}{2 (\dots)} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

KEGIATAN 3

Selesaikan limit fungsi trigonometri $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$ dengan cara substitusi langsung.

Penyelesaian :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} = \frac{\sin \dots}{\sin \dots + \cos \dots} = \frac{\dots}{\dots + \dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

LEMBAR AHLI 4

Nama : _____
Materi Pokok : **Limit Fungsi trigonometri**
Waktu : **2 x 45 menit**

Pada lembar ahli ini kalian akan belajar cara menyelesaikan limit fungsi trigonometri dengan cara menyederhanakan.

Apabila hasil yang diperoleh melalui substitusi langsung berupa bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$, kalian harus melakukan penyederhanaan terhadap fungsi trigonometri. Hal pertama yang mungkin kalian lakukan adalah menentukan fungsi trigonometri yang menyebabkan bentuk $\frac{0}{0}$.

Kemudian, kalian dapat menggunakan rumus-rumus trigonometri pada pembilang maupun penyebut sehingga keduanya mengandung fungsi penyebab $\frac{0}{0}$. Sederhanakan fungsi yang menyebabkan bentuk $\frac{0}{0}$.

Selanjutnya, kalian dapat melakukan substitusi langsung untuk mendapatkan jawabannya.

KEGIATAN 4

Selesaikan limit fungsi trigonometri $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\cos x}$ dengan cara menyederhanakan.

Penyelesaian :

Mulailah dengan substitusi langsung untuk menentukan penyebab bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\cos x} = \frac{\sin 2\left(\frac{\dots}{\dots}\right)}{\cos \dots} = \frac{\sin \dots}{\cos \dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

Penyebab $\frac{0}{0}$ yang paling sederhana untuk $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$ adalah $\cos x$.

Oleh karena itu, fungsi $\sin 2x$ dinyatakan dalam $\cos x$, yaitu $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$.
Jadi,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\cos x} &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 \sin x \cdot \cos x}{\cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= 2 \sin \left(\frac{\dots}{\dots} \right) \\
 &= \dots (\dots) \\
 &= \dots
 \end{aligned}$$



Selesaikan limit fungsi trigonometri $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{1 - \cos 4x}$ dengan cara menyederhanakan.

Penyelesaian :

Mulailah dengan substitusi langsung untuk menentukan penyebab bentuk tak tentu $\frac{0}{0}$.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{1 - \cos 4x} = \frac{1 - \cos \dots}{1 - \cos \dots} = \frac{\dots - \dots}{\dots - \dots} = \dots$$

Pada umumnya, penyebab $\frac{0}{0}$ untuk $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ adalah fungsi sinus.

Oleh karena itu, nyatakanlah fungsi $\cos 2x$ dan $\cos 4x$ dalam fungsi sinus seperti berikut.

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$$

$$\cos 4x = 1 - 2 \sin^2 2x$$

Jadi,

$$\begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{1 - \cos 4x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - (1 - \dots)}{1 - (1 - \dots)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\dots \sin^2 x}{\dots \sin^2 2x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{(\dots)^2} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\dots \sin^2 x \cos^2 x} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\dots}{\dots \cos^2 x} \\
 &= \frac{\dots}{\dots \cos^2 \dots} \\
 &= \frac{\dots}{\dots (\dots)^2} \\
 &= \dots \\
 &= \dots
 \end{aligned}$$

CATATAN

Materi Pokok : Teorema Limit Fungsi
Waktu : 2 x 45 menit
Kelompok : _____

Setelah kalian mempelajari materi di dalam lembar ahli, dari lembar ahli 1 dan lembar ahli 2. Catatlah hal-hal penting yang dapat kalian simpulkan dari pembelajaran pada pertemuan ini. Apabila ada saran dan masukan silahkan kalian tuliskan pada tempat di bawah ini.

Universitas Terbuka

CATATAN

Materi Pokok : Limit Fungsi Trigonometri
Waktu : 2 x 45 menit
Kelompok : _____

Setelah kalian mempelajari materi di dalam lembar ahli, dari lembar ahli 3 dan lembar ahli 4, Catatlah hal-hal penting yang dapat kalian simpulkan dari pembelajaran pada pertemuan ini. Apabila ada saran dan masukan silahkan kalian tuliskan pada tempat di bawah ini.

Universitas Terbuka

LEMBAR AHLI PERTEMUAN KE-4

Nama : _____

Materi Pokok : Limit fungsi aljabar

Waktu : 2 x 45 menit

Pada lembar ahli ini kalian akan belajar menyelesaikan $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\infty}{\infty}$ dengan cara membagi pembilang $f(x)$ dan penyebut $g(x)$ dengan variabel pangkat tertinggi dari penyebut.

LEMBAR AHLI 1

Penyelesaian $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\infty}{\infty}$

Untuk memahami cara penyelesaian bentuk limit ini lakukanlah **Kegiatan 1** berikut ini.

KEGIATAN 1

Menentukan Nilai Limit $f(x)$ di $x \rightarrow \infty$

Masalah:

Tentukan $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 2x^2 - 3}{8x^3 - x + 2}$.

Langkah-Langkah Penyelesaian

1. Tentukan pangkat tertinggi dari x yang terdapat pada fungsi pecahan *polinomial* tersebut. Pangkat tertinggi adalah x^3
2. Kalikan baik pembilang maupun penyebut dengan kebalikan dari pangkat tertinggi tersebut.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 + 2x^2 - 5}{8x^3 - x + 2} \times \frac{1/x^3}{1/x^3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\dots}{\dots}$$

Hasil:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 + \frac{2}{x} - \frac{5}{x^3}}{8 - \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^3}}$$

3. Substitusikan nilai $x = \infty$. Kemudian perhatikan bahwa setiap bentuk $\frac{1}{x^n}$ untuk n positif adalah nol sehingga akan diperoleh nilai limit yang ditanyakan.

$$\text{Hasil: } \frac{4 + 0 - 0}{8 - 0 + 0} = \frac{4}{8} = \dots$$

4. Carilah hubungan (kaitkan) antara hasil limit yang Kalian peroleh, yaitu $\frac{4}{8}$ dengan suku-suku yang memiliki x dengan pangkat tertinggi pada pembilang dan penyebutnya. Adakah cara singkat yang lebih mudah untuk menyelesaikan limit $\frac{f(x)}{g(x)}$ untuk $x \rightarrow \infty$?



Menentukan Limit di $x \rightarrow \infty$

Tentukan limit fungsi berikut.

a. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 2x + 4}{2x^3 + 7x - 1}$

b. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x + 8}{4x^3 - 1}$

c. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6}{x+1}$

d. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+4}{\sqrt{2x^2-4}}$

Penyelesaian:

Untuk menyelesaikannya, akan digunakan aturan yang telah dinyatakan sebelumnya, yaitu hasil limit hanya ditentukan oleh suku dengan pangkat x tertinggi.

a. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-3x+4}{2x^2+7x-1}$

b. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-x+3}{4x^2-1}$

c. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^6}{x+1}$

d. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+4}{\sqrt{2x^2-4}}$

Kesimpulan apa yang dapat kalian ambil dari kegiatan di atas?

1. Jika derajat $f(x)$ = derajat $g(x)$, maka:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\dots}{\dots}$$

2. (i) Jika derajat $f(x)$ > derajat $g(x)$ dan koefisien pangkat tertinggi $f(x)$ bernilai positif, maka:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \dots$$

(ii) Jika derajat $f(x)$ > derajat $g(x)$ dan koefisien pangkat tertinggi $f(x)$ bernilai negatif, maka:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \dots$$

3. Jika derajat $f(x)$ < derajat $g(x)$, maka:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \dots$$

KEGIATAN 3

Hitunglah nilai limit fungsi berikut ini:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 4x^2 + x + 3}{-2x^3 + 3x^2 + 4x + 8}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 1}{x + 2}$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 3x + 2x^2 - 4x^3}{x^3 + 4x - 2}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x^3 + 4x + 1}{x^4 - x^2 + 3x + 5}$$

Penyelesaian:

- a) Derajat pembilang $f(x)$ \leq derajat penyebut $g(x)$, berdasarkan ketentuan pada butir 1 maka

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^3 - 4x^2 + x + 3}{-2x^3 + 3x^2 + 4x + 8} = \frac{6}{-2} = \dots$$

- b) Derajat pembilang $f(x)$ $>$ derajat penyebut $g(x)$ dan koefisien pangkat tertinggi $f(x)$ adalah 2 (bernilai positif), berdasarkan

ketentuan pada butir 2 bagian (i) maka: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 3x - 1}{x + 2} = \dots$

- c) Derajat pembilang $f(x)$ $>$ derajat penyebut $g(x)$ dan koefisien pangkat tertinggi $f(x)$ adalah -4 (bernilai negatif), berdasarkan

ketentuan pada butir 2 bagian (ii) maka: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - 3x + 2x^2 - 4x^3}{x^3 + 4x - 2} = \dots$

- d) Derajat pembilang $f(x)$ $<$ derajat penyebut $g(x)$, berdasarkan ketentuan pada butir 3 maka:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x^3 + 4x + 1}{x^4 - x^2 + 3x + 5} = \dots$$

LEMBAR AHLI 2

Nama : _____
Materi Pokok : Limit fungsi aljabar
Waktu : 2 x 45 menit

Pada lembar ahli ini kalian akan belajar menyelesaikan $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\infty}{\infty}$ dengan cara membagi pembilang $f(x)$ dan penyebut $g(x)$ dengan variabel pangkat tertinggi dari penyebut.

Membagi dengan pangkat Tertinggi dari penyebut

Limit fungsi yang berbentuk $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ dapat diselesaikan dengan cara membagi bagian pembilang $f(x)$ dan bagian penyebut $g(x)$ dengan x^n , dan n adalah pangkat tertinggi dari $f(x)$ atau $g(x)$. Sebagai ilustrasi terdapat pada kegiatan 4.

KEGIATAN 4

Hitunglah nilai dari $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 4x + 1}{x^2 + 10x - 2}$

Penyelesaian :

Jika dihitung langsung diperoleh $\frac{\infty}{\infty}$ yang juga merupakan bentuk tak tentu. Oleh

karena itu, bentuk $\frac{3x^3 - 4x + 1}{x^2 + 10x - 2}$ diubah terlebih dulu.

Dengan mengingat bahwa bagian penyebut $g(x) = x^2 + 10x - 2$ berderajat 2, maka pembilang dan penyebut itu dibagi dengan x^2 . Dengan demikian, diperoleh:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^2 + 10x - 2} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3x^2}{x^2} - \frac{4x}{x^2} + \frac{1}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} + \frac{10x}{x^2} - \frac{2}{x^2}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 + \frac{10}{x} - \frac{2}{x^2}} \\ &= \dots - \dots + \dots \\ &= 1 + \dots - \dots \\ &= \dots \end{aligned}$$

Jadi, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^2 + 10x - 2} = \dots$



Hitunglah nilai limit fungsi berikut ini:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 10}{6x + 2}$

c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 8}{x^2 - 8}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 3x + 2}{3x^2 + 3x - 1}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 1}{x + 1}$

Penyelesaian :

a) Pangkat tertinggi dari penyebut $g(x) = 6x + 2$ berderajat 1.

Oleh karena itu, $f(x)$ dapat dibagi dengan x .

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 10}{6x + 2} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 - \frac{10}{x}}{6 + \frac{2}{x}} \\ &= \frac{3 - \dots}{6 + \dots} \\ &= \dots \end{aligned}$$

Jadi, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x - 10}{6x + 2} = \dots$

b) Pangkat tertinggi dari penyebut $g(x) = 3x^2 + 3x - 1$ berderajat

2. Oleh karena itu, $f(x)$ dan $g(x)$ dibagi dengan x^2 .

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 3x + 2}{3x^2 + 5x - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}{3 + \frac{5}{x} - \frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - \dots + \dots}{3 + \dots - \dots} = \frac{4}{3}$$

Jadi, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 3x + 2}{3x^2 + 5x - 1} = \frac{4}{3}$

- c) Pangkat tertinggi dari penyebut $g(x) = x^3 - 8$ berderajat 3. Oleh karena itu, $f(x)$ dapat dibagi dengan x^3 .

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5}{x^3 - 8} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{x} + \frac{5}{x^3}}{1 - \frac{8}{x^3}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\dots + \dots}{\dots - \dots} = \dots$$

Jadi, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5}{x^3 - 8} = \dots$

- d) Pangkat tertinggi dari penyebut $g(x) = x + 1$ berderajat 1. Oleh karena itu, $f(x)$ dan $g(x)$ dibagi dengan x .

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}}$$

$$= \frac{\dots}{1 + 0} = \dots$$

Jadi, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 1}{x + 1} = \infty$

KEGIATAN 6

Selesaikanlah

a. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 7}{3x^3 + 4x - 9} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\dots}{\dots} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 - \frac{3}{x} + \frac{7}{x^2}}{3 + \frac{4}{x} - \frac{9}{x^3}} = \frac{2 - 0 + \dots}{3 + 0 - \dots} = \frac{2}{3}$

b. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 8}{3x^2 - 4x + 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x^2 + 8}{x^2}}{\frac{3x^2 - 4x + 2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + \frac{8}{x^2}}{3 - \frac{4}{x} + \frac{2}{x^2}} = \frac{2 + \dots}{3 - \dots + \dots} = \dots$

LEMBAR AHLI 3

Nama : _____
Materi Pokok : Limit fungsi aljabar
Waktu : 2 x 45 menit

Pada lembar ahli ini kalian akan belajar menyelesaikan

$\lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x) - g(x)\} = \infty - \infty$, dengan cara mengalikan $\{f(x) - g(x)\}$

dengan satu, dalam bentuk sekawannya yaitu $\frac{f(x)+g(x)}{f(x)+g(x)}$

Penyelesaian $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - g(x)] = \infty - \infty$

Untuk memahami dan mengetahui cara penyelesaian bentuk limit seperti ini, lakukanlah **Kegiatan 7**

KEGIATAN 7

Menentukan Nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - g(x)]$ untuk $x \rightarrow \infty$

Kalian akan berusaha untuk menentukan nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{5x+1} - \sqrt{3x+7})$.

Langkah-langkah Penyelesaian

1. Kalikanlah bentuk akar dengan bentuk kawannya.

Jadi,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{5x+1} - \sqrt{3x+7}) &\times \frac{\sqrt{5x+1} + \sqrt{3x+7}}{\sqrt{5x+1} + \sqrt{3x+7}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{5x+1})^2 - (\sqrt{3x+7})^2}{(\sqrt{5x+1})^2 + (\sqrt{3x+7})^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x+1 - (3x+7)}{\sqrt{5x+1} + \sqrt{3x+7}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-6}{\sqrt{5x+1} + \sqrt{3x+7}} \end{aligned}$$

Hasil:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 6}{\sqrt{5x + 1} + \sqrt{3x + 7}}$$

2. Pada Langkah 1, masalah telah berbentuk $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ dengan $x > \infty$. Oleh karena itu, penyelesaian limit hanya bergantung pada suku yang meliki x dengan pangkat tertinggi, baik pada pembilang maupun penyebutnya.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 6}{\sqrt{5x + 1} + \sqrt{3x + 7}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{\sqrt{x} + \sqrt{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{\sqrt{x}(x + \dots)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{x}}{(x + \dots)}$$

Hasil:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2\sqrt{x}}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})}$$

3. Substitusikan $x = \infty$ sehingga diperoleh nilai limitnya, yaitu ...

Hasil: ∞

Apakah kalian dapat menyelesaikan masalah limit pada **Kegiatan 7** tersebut? Jika belum, pelajari kembali langkah penyelesaian mulai dari *langkah 1* sehingga Kalian bisa. Jika masih belum bisa juga, pelajari dahulu **Kegiatan 8**



Tentukan nilai $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 2x})$.

Penyelesaian

Jika kalian menyubtitusikan $x = \infty$ pada kedua masalah ini, akan diperoleh bentuk tak tentu $\infty - \infty$. Oleh karena itu, langkah pertama penyelesaian masalah tersebut adalah mengalikannya dengan bentuk sekawan dari bentuk akar.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 2x}) \times \frac{(x + \sqrt{x^2 - 2x})}{(x + \sqrt{x^2 - 2x})}$$

Mengalikan dengan bentuk kawan

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - (x^2 - 2x)}{(x - \sqrt{x^2 - 2x})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x - \sqrt{x^2 - 2x}}$$

Muncul bentuk $\frac{f(x)}{g(x)}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\dots}{\dots}$$

Limit bergantung pada x pangkat tertinggi

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

Sekawan dari:

$$\frac{\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 - 5x}}{\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{x^2 - 5x}}$$

Adalah

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 - 5x}) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 - 5x}) \times \left(\frac{\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{x^2 - 5x}}{\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{x^2 - 5x}} \right) \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x^2 + 3x) - (x^2 - 5x)}{(\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{x^2 - 5x})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - x^2 + 5x}{(\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{x^2 - 5x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x}{(\sqrt{x^2 + 3x} + \sqrt{x^2 - 5x})} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8}{\left(\sqrt{1 + \frac{3}{x}} + \sqrt{1 - \frac{5}{x}} \right)} \\ &= \frac{8}{(\sqrt{1 + 0} + \sqrt{1 - 0})} \\ &= \frac{8}{1 + 1} = 4 \end{aligned}$$

LEMBAR AHLI 4

Nama : _____
Materi Pokok : Limit fungsi aljabar
Waktu : 2 x 45 menit

Pada lembar ahli ini kalian akan belajar menyelesaikan $\lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x) - g(x)\} = \infty - \infty$, dengan cara mengalikan $\{f(x) - g(x)\}$ dengan satu, dalam bentuk sekawannya, yaitu $\frac{f(x) + g(x)}{f(x) + g(x)}$

Mengalikan dengan Faktor Lawan

Limit fungsi yang berbentuk $\lim_{x \rightarrow \infty} \{\sqrt{f(x)} - g(x)\}$ dapat diselesaikan dengan

cara mengalikan dengan faktotr lawan, yaitu $\frac{\sqrt{f(x)} - g(x)}{\sqrt{f(x)} + g(x)}$. Sebagai ilustrasi,

misalakan akan dihitung $\lim_{x \rightarrow \infty} \{\sqrt{x^2 - 3x + 4} - \sqrt{x^2 - 7x + 10}\}$

Jika dihitung langsung diperoleh $(\infty - \infty)$ yang juga termasuk dalam kelompok bentuk tak tentu. Oleh karena itu, bentuk tersebut diubah terlebih dahulu dengan cara mengalikan dengan faktor lawan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} & \sqrt{x^2 - 3x + 4} - \sqrt{x^2 - 7x + 10} \\ &= \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 4} - \sqrt{x^2 - 7x + 10}}{1} \times \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 4} + \sqrt{x^2 - 7x + 10}}{\sqrt{x^2 - 3x + 4} + \sqrt{x^2 - 7x + 10}} \\ &= \frac{(\sqrt{x^2 - 3x + 4})^2 - (\sqrt{x^2 - 7x + 10})^2}{\sqrt{x^2 - 3x + 4} + \sqrt{x^2 - 7x + 10}} \\ &= \frac{\dots}{\sqrt{x^2 - 3x + 4} + \sqrt{x^2 - 7x + 10}} \\ &= \frac{\dots}{\sqrt{x^2 - 3x + 4} + \sqrt{x^2 - 7x + 10}} \end{aligned}$$

Dengan demikian,

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 3x + 4} - \sqrt{x^2 - 7x + 10}) &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\dots}{\sqrt{x^2 - 3x + 4} + \sqrt{x^2 - 7x + 10}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\dots}{\sqrt{1 - \frac{3}{x} + \frac{4}{x^2}} + \sqrt{1 - \frac{7}{x} + \frac{10}{x^2}}} \\ &= \frac{\dots}{\sqrt{\dots} + \sqrt{\dots}} \\ &= \dots \end{aligned}$$

Jadi, $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 3x + 4} - \sqrt{x^2 - 7x + 10}) = \dots$

Perhatikan bahwa setelah diperoleh bentuk $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x-6}{\sqrt{x^2-3x+4}+\sqrt{x^2-7x+10}}$, selanjutnya limit ini diselesaikan dengan menggunakan cara pembagian pangkat tertinggi yang telah dibicarakan pada bagian sebelumnya, yaitu bagian pembilang dan bagian penyebut masing-masing dibagi dengan x .

KEGIATAN 9

- $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x-4})$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x-4} - \sqrt{2x+1})$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+2})$
- $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x-1} - \sqrt{3x+3})$

Penyelesaian:

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x-4})$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x-4}) \times \frac{\sqrt{x+3} + \sqrt{x-4}}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x-4}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\dots) + (\dots)}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x-4}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\dots}{\sqrt{x+3} + \sqrt{x-4}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{\dots}{\sqrt{x}}}{\sqrt{1 + \frac{3}{x}} + \sqrt{1 - \frac{4}{x}}}$$

$$= \frac{\dots}{\sqrt{1+0} + \sqrt{1-0}} = \dots$$

$$\text{Jadi, } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+3} - \sqrt{x-4}) = \dots$$

$$b) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x-4} - \sqrt{2x+1})$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x-4} - \sqrt{2x+1}) \times \frac{\sqrt{2x-4} + \sqrt{2x+1}}{\sqrt{2x-4} + \sqrt{2x+1}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\dots) + (\dots)}{\sqrt{2x-4} + \sqrt{2x+1}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\dots}{\sqrt{2x-4} + \sqrt{2x+1}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{\dots}{\sqrt{x}}}{\sqrt{2 - \frac{4}{x}} + \sqrt{2 + \frac{1}{x}}}$$

$$= \frac{\dots}{\sqrt{2-0} + \sqrt{2+0}} = \dots$$

$$\text{Jadi, } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x-4} - \sqrt{2x+1}) = \dots$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+2})$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+2}) \times \frac{\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+2}}{\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\dots) + (\dots)}{\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+2}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\dots}{\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+2}} = \dots$$

Jadi, $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x+3} - \sqrt{x+2}) = \dots$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x-1} - \sqrt{3x+5})$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x-1} - \sqrt{3x+5}) \times \frac{\sqrt{2x-1} + \sqrt{3x+5}}{\sqrt{2x-1} + \sqrt{3x+5}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x-1) + (3x+5)}{\sqrt{2x-1} + \sqrt{3x+5}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x-6}{\sqrt{2x-1} + \sqrt{3x+5}} = \dots$$

Jadi, $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x-1} - \sqrt{3x+5}) = -\infty$

Universitas Terbuka

CATATAN**Materi Pokok : Limit Fungsi Aljabar****Waktu : 2 x 45 menit****Kelompok : _____**

Setelah kalian mempelajari materi di dalam lembar ahli, dari lembar ahli 1, lembar ahli2, lembar ahli 3, dan lembar ahli 4, Catatlah hal-hal penting yang dapat kalian simpulkan dari pembelajaran pada pertemuan ini. Apabila ada saran dan masukan silahkan kalian tuliskan pada tempat di bawah ini.

Universitas Terbuka

**LEMBAR AHLI
PERTEMUAN
KE-5**

LEMBAR AHLI 1

Nama : _____
Materi Pokok : Aplikasi Limit Fungsi
Waktu : 2 x 45 menit

Pada sub ini, anda harus menguasai

Menghitung limit fungsi yang mengarah ke konsep turunan

Dalam subbab ini, akan dibahas aplikasi limit dalam pemecahan masalah, baik untuk limit fungsi aljabar (untuk $x \rightarrow a$ dan $x \rightarrow \infty$) maupun untuk limit fungsi trigonometri.

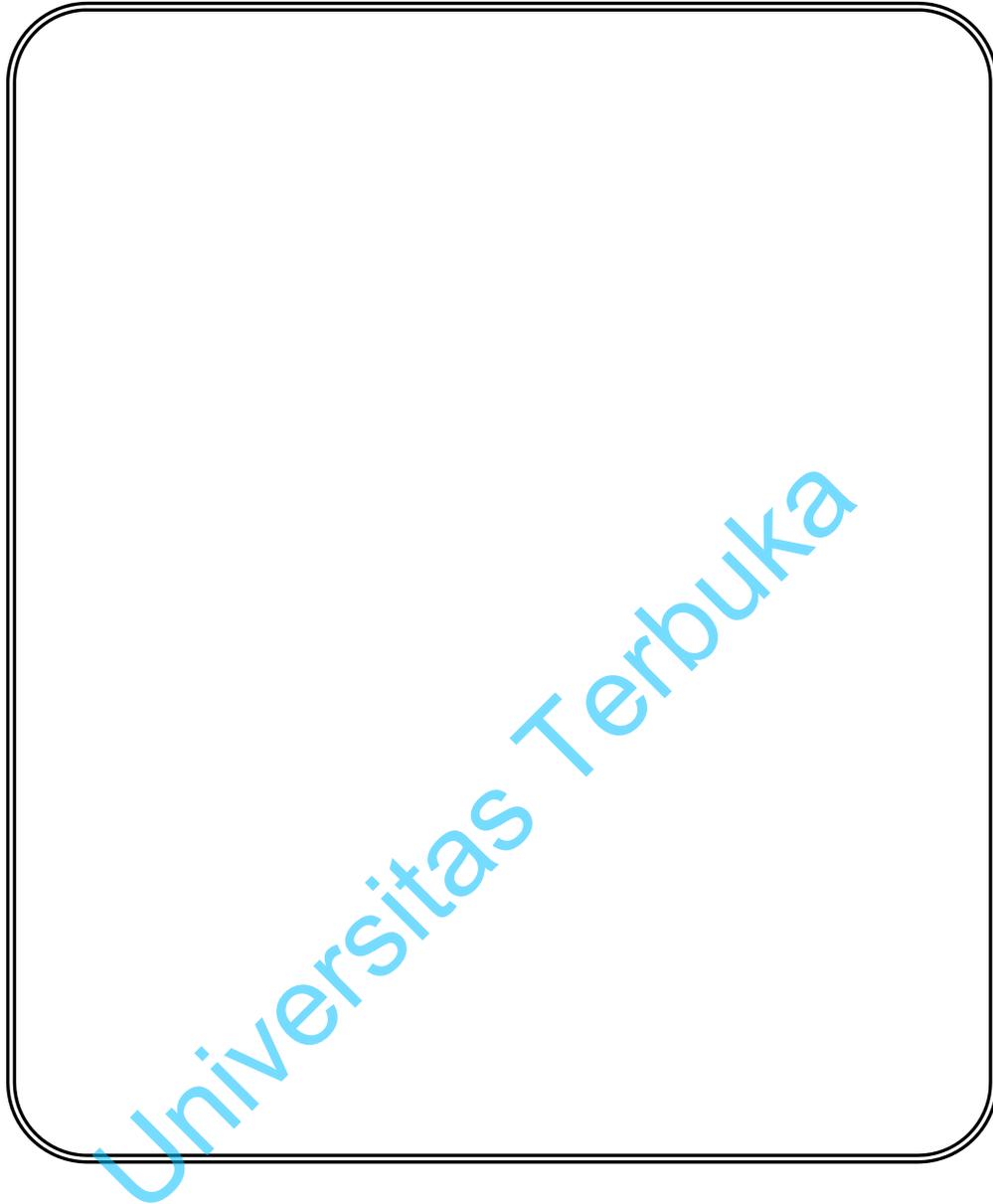
Menentukan Kecepatan Sesaat dari Fungsi Posisi

KEGIATAN 1

Misalkan, posisi subab mobil (s) dapat ditaksir sebagai fungsi waktu t , yaitu $s = f(t) = 12t^2 + 12t$ dengan $0 \leq t \leq 1$ dalam satuan jam dan s dalam satuan km.

Berapakah kecepatan mobil pada saat $t = 1$ jam ?

Penyelesaian :



LEMBAR AHLI 2

Nama : _____
 Materi Pokok : Aplikasi Limit Fungsi
 Waktu : 2 x 45 menit

Pada sub ini, anda harus menguasai
 Menghitung limit fungsi yang mengarah ke konsep turunan
 Dalam subbab ini, akan dibahas aplikasi limit dalam pemecahan masalah, baik untuk limit fungsi aljabar (untuk $x \rightarrow a$ dan $x \rightarrow \infty$) maupun untuk limit fungsi trigonometri.

Menentukan Kecepatan Sesaat dari Fungsi Posisi

KEGIATAN 2

Masalah Kecepatan Sesaat. Diketahui sebuah partikel bergerak sepanjang garis koordinat. Jarak berarah s (dalam sentimeter) yang diukur dari titik asal ke titik yang dicapai setelah t detik diberikan oleh

$$s = \sqrt{t^3 - 1}$$

Hitunglah kecepatan partikel pada akhir 2 detik.

Penyelesaian :



LEMBAR AHLI 3

Nama : _____
 Materi Pokok : Aplikasi Limit Fungsi
 Waktu : 2 x 45 menit

Pada sub ini, anda harus menguasai
 Menghitung limit fungsi yang mengarah ke konsep turunan
 Dalam subbab ini, akan dibahas aplikasi limit dalam pemecahan masalah, baik untuk limit fungsi aljabar (untuk $x \rightarrow a$ dan $x \rightarrow \infty$)

Menentukan Gradien Garis Singgung Kurva

Perhatikan, jika $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$ adalah dua titik pada kurva $y = f(x)$, garis lurus AB memiliki gradient.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Tampak bahwa, $x_2 > x_1$. Misalkan, $x_2 = x_1 + h$ atau $x_2 - x_1 = h$, dapat ditulis

$$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{h}$$

Misalkan, posisi $A(x_1, y_1)$ tetap dan posisi B Anda gerakkan sepanjang kurva mendekati posisi A. Begitu posisi B dekat ke posisi A (ditulis $x_2 \rightarrow x_1$ atau $(x_2 - x_1) \rightarrow 0$ atau $h \rightarrow 0$), garis AB menjadi sangat dekat dengan garis l (garis singgung kurva di A). Dengan demikian, gradient garis AB mendekati gradient garis singgung kurva $y = f(x)$. Secara umum, dapat ditulis sebagai berikut.

$$m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$



KEGIATAN 3

Gradien Garis Singgung Kurva di Suatu Titik

Tentukan

- $y = 2x - 6$ di titik $x = 5$
- $y = \frac{1}{x}$ di titik $(2, \frac{1}{2})$

Penyelesaian:



Universitas Terbuka

LEMBAR AHLI 4

Nama : _____
Materi Pokok : Aplikasi Limit Fungsi
Waktu : 2 x 45 menit

Pada sub ini, anda harus menguasai
 Menghitung limit fungsi yang mengarah ke konsep turunan
 Dalam subbab ini, akan dibahas aplikasi limit dalam pemecahan
 masalah, baik untuk limit fungsi aljabar (untuk $x \rightarrow a$ dan $x \rightarrow \infty$)

Menentukan Gradien Garis Singgung Kurva

Perhatikan, jika $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$ adalah dua titik pada kurva $y = f(x)$, garis lurus AB memiliki gradient.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Tampak bahwa, $x_2 > x_1$. Misalkan, $x_2 = x_1 + h$ atau $x_2 - x_1 = h$, dapat ditulis

$$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{h}$$

Misalkan, posisi $A(x_1, y_1)$ tetap dan posisi B Anda gerakkan sepanjang kurva mendekati posisi A. Begitu posisi B dekat ke posisi A (ditulis $x_2 \rightarrow x_1$ atau $(x_2 - x_1) \rightarrow 0$ atau $h \rightarrow 0$), garis AB menjadi sangat dekat dengan garis l (garis singgung kurva di A). Dengan demikian, gradient garis AB mendekati gradient garis singgung kurva $y = f(x)$. Secara umum, dapat ditulis sebagai berikut.

$$m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$



KEGIATAN 8

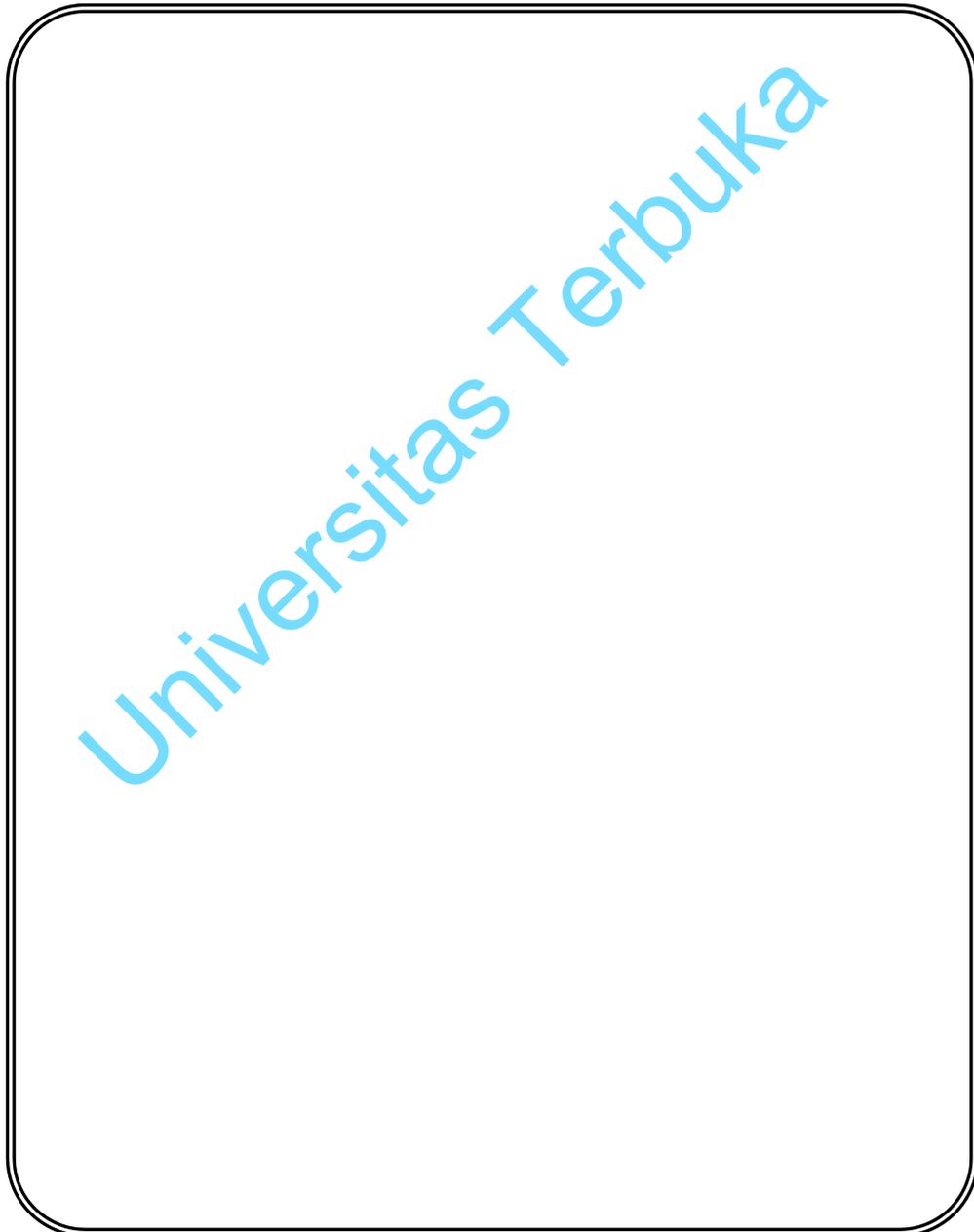
Tentukan gradien kurva berikut.

a. $y = -x^2 + 2x + 2$ di titik dengan $x = -1$ dan $x = 2$

b. $y = \frac{1}{2x}$ di titik $(\frac{1}{2}, 2)$

c. $y = \frac{1}{x+1}$ di titik $(1, \frac{1}{2})$

Penyelesaian :





CATATAN

Materi Pokok : Aplikasi Limit Fungsi
Waktu : 2 x 45 menit
Kelompok : _____

Setelah kalian mempelajari materi di dalam lembar ahli, dari lembar ahli 1, lembar ahli 2, lembar ahli 3, dan lembar ahli 4, Catatlah hal-hal penting yang dapat kalian simpulkan dari pembelajaran pada pertemuan ini. Apabila ada saran dan masukan silahkan kalian tuliskan pada tempat di bawah ini.

Universitas Terbuka

**LEMBAR AHLI
PERTEMUAN
KE-6**

LEMBAR AHLI 1

Nama : _____
 Materi Pokok : Aplikasi Limit Fungsi
 Waktu : 2 x 45 menit

Pada sub ini, anda harus menguasai
 Menghitung limit fungsi yang mengarah ke konsep turunan
 Dalam subbab ini, akan dibahas aplikasi limit dalam pemecahan
 masalah, baik untuk limit fungsi aljabar (untuk $x \rightarrow a$ dan $x \rightarrow \infty$)
 maupun untuk limit fungsi trigonometri.

Aplikasi Limit Fungsi Aljabar di $x \rightarrow \infty$

KEGIATAN 1

Jumlah penduduk di sebuah desa diperkirakan t tahun dari
sekarang akan menjadi

$$N = 20.000 + \frac{10.000}{(t+2)^2}$$

Berapakah jumlah penduduk kota tersebut dalam jangka waktu
 yang sangat panjang di masa depan ?

Penyelesaian :



LEMBAR AHLI 2

Nama : _____
 Materi Pokok : Aplikasi Limit Fungsi
 Waktu : 2 x 45 menit

Pada sub ini, anda harus menguasai

Menghitung limit fungsi yang mengarah ke konsep turunan

Dalam subbab ini, akan dibahas aplikasi limit dalam pemecahan masalah, baik untuk limit fungsi aljabar (untuk $x \rightarrow a$ dan $x \rightarrow \infty$)

maupun untuk limit fungsi trigonometri.

Hubungan Inang-Parasit

KEGIATAN 2

Untuk suatu hubungan *inang-parasit* tertentu, ditentukan bahwa ketika kerapatan inang (jumlah inang per satuan luas) adalah x , jumlah parasit selama suatu periode waktu adalah $y = \frac{830x}{10+43x}$.

Jika kerapatan inang ditingkatkan tanpa batas, berapakah nilai yang akan didekati oleh y ?

Penyelesaian:



Universitas Terbuka

LEMBAR AHLI 3

Nama : _____
 Materi Pokok : Aplikasi Limit Fungsi
 Waktu : 2 x 45 menit

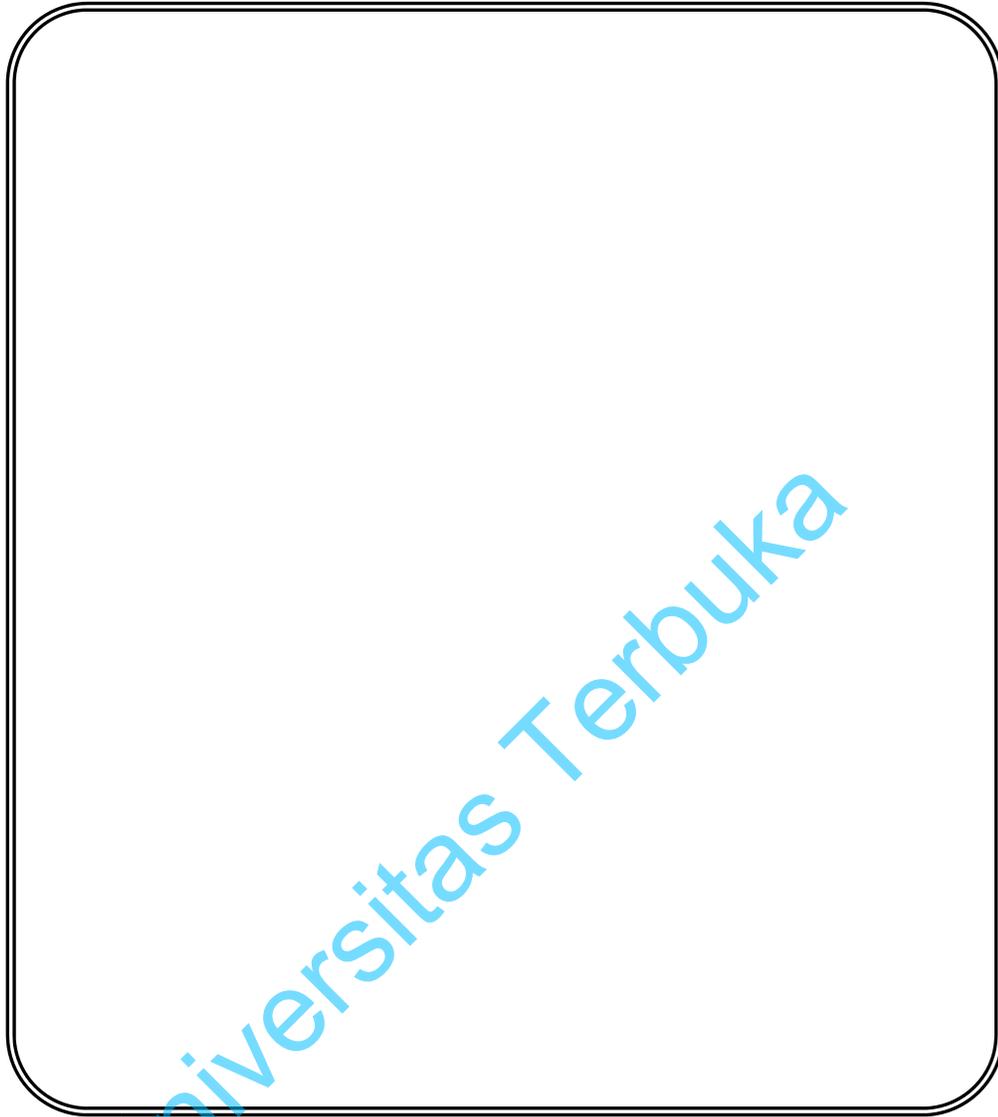
Pada sub ini, anda harus menguasai
 Menghitung limit fungsi yang mengarah ke konsep turunan
 Dalam subbab ini, akan dibahas aplikasi limit dalam pemecahan masalah, baik untuk limit fungsi aljabar (untuk $x \rightarrow a$ dan $x \rightarrow \infty$) maupun untuk limit fungsi trigonometri.

Aplikasi Limit Fungsi Aljabar di $x \rightarrow \infty$

KEGIATAN 3

Hubungan antara pemangsa dan yang dimangsa dari hewan tertentu dinyatakan sebagai berikut. Jumlah y dari mangsa yang dikonsumsi oleh seekor pemangsa selama suatu periode waktu tertentu merupakan fungsi dari kerapatan mangsa x (jumlah mangsa per satuan luas daerah) $y = f(x) = \frac{40x}{1+0,02x}$. Jika kerapatan mangsa meningkat tanpa batas, nilai yang akan didekati oleh y adalah....

Penyelesaian :



Universitas Terbuka

LEMBAR AHLI 4

Nama : _____
 Materi Pokok : Aplikasi Limit Fungsi
 Waktu : 2 x 45 menit

Pada sub ini, anda harus menguasai
 Menghitung limit fungsi yang mengarah ke konsep turunan
 Dalam subbab ini, akan dibahas aplikasi limit dalam pemecahan masalah, baik untuk limit fungsi aljabar (untuk $x \rightarrow a$ dan $x \rightarrow \infty$) maupun untuk limit fungsi trigonometri.

Aplikasi Limit Fungsi Pada Barisan dan Deret

KEGIATAN 4

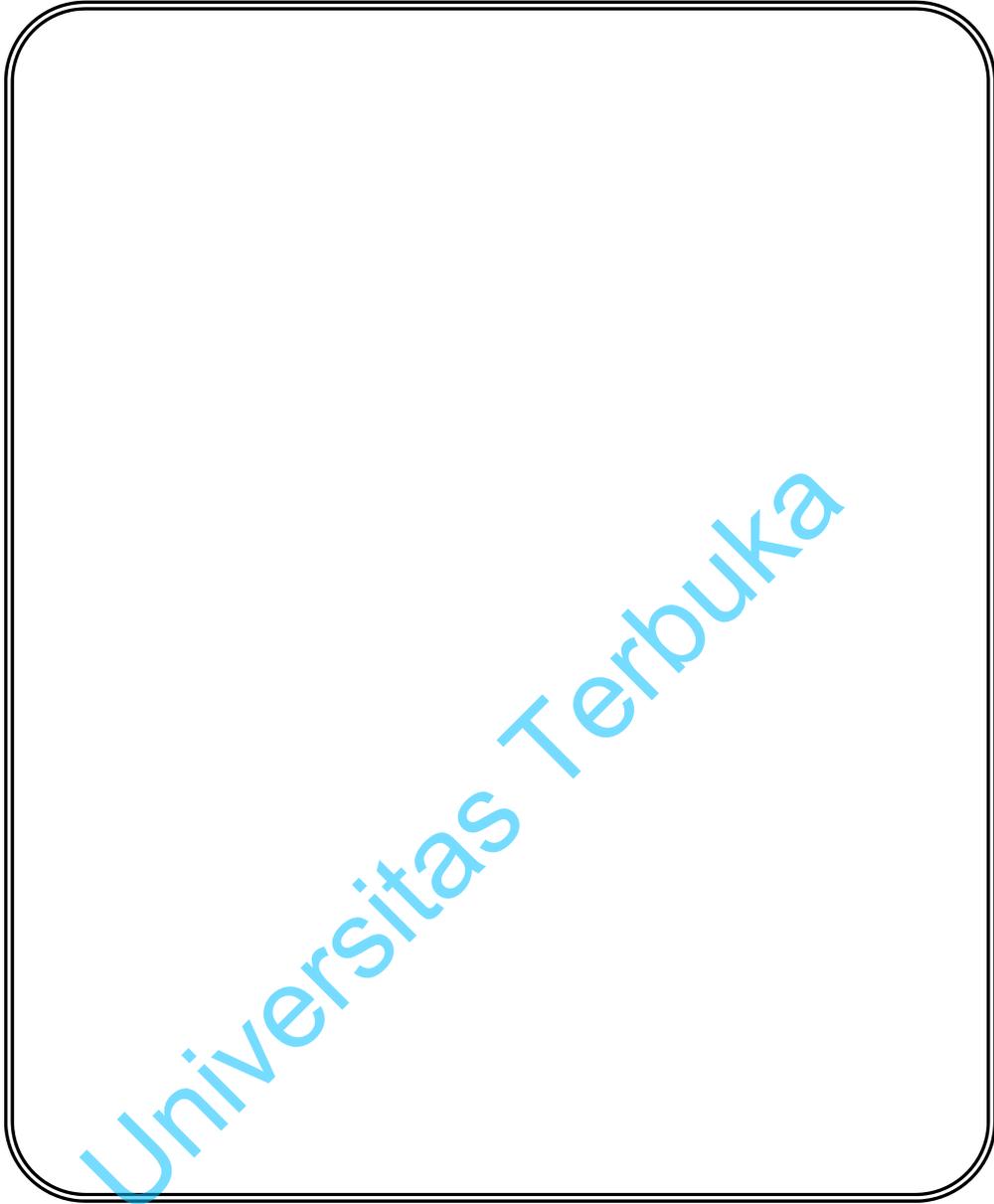
Diberikan dua buah barisan yaitu:

$2, \frac{3}{2}, \frac{5}{4}, \frac{11}{8}, \dots, U_n$ dengan U_n = suku umum

$3, 4, \frac{11}{2}, \frac{7}{2}, \dots, V_n$ dengan V_n = suku umum

Hitunglah $\lim_{n \rightarrow \infty} (U_n + V_n)$.

Penyelesaian :



CATATAN**Materi Pokok : Aplikasi Limit Fungsi****Waktu : 2 x 45 menit****Kelompok : _____**

Setelah kalian mempelajari materi di dalam lembar ahli, dari lembar ahli 1, lembar ahli2, lembar ahli 3, dan lembar ahli 4, Catatlah hal-hal penting yang dapat kalian simpulkan dari pembelajaran pada pertemuan ini. Apabila ada saran dan masukan silahkan kalian tuliskan pada tempat di bawah ini.

Universitas Terbuka

Lampiran B.3

KISI-KISI INSTRUMEN TES KEMAMPUAN PENALARAN DAN KOMUNIKASI MATEMATIK

Kelas/ Semester	: XI / 2 (genap)
Stándar Kompetensi	: Menggunakan konsep limit fungsi dan turunan fungsi dalam pemecahan masalah
Kompetensi Dasar	: 1. Menggunakan sifat limit fungsi untuk menghitung bentuk tak tentu fungsi aljabar 1.1 Menghitung limit fungsi aljabar di suatu titik 1.2 Menghitung bentuk tak tentu dari limit fungsi aljabar 1.3 Menghitung limit fungsi aljabar di tak hingga 2. Menggunakan sifat limit fungsi untuk menghitung bentuk tak tentu fungsi trigonometri 2.1 Menghitung limit fungsi trigonometri di suatu titik 2.2 Menghitung bentuk tak tentu dari limit fungsi trigonometri
Banyak Instrumen Tes	: 6 butir soal
Bentuk Instrumen Tes	: Uraian
Alokasi Waktu	: 90 menit

Kompetensi Dasar	Indikator	Indikator Soal	Kategori Komunikasi Matematik	Kategori Penalaran Matematik	Nomor Soal
1	1.1.	<p>Diberikan soal dalam bentuk cerita.</p> <ul style="list-style-type: none"> Siswa dapat menuliskan sesuatu yang diketahui yang dapat dijadikan sumber informasi untuk menyelesaikan soal dan menuliskan sesuatu yang ditanyakan dari soal Siswa dapat menuliskan model matematika limit fungsi aljabar di suatu titik dari soal cerita 	Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam model matematika		1 dan 2
	1.2	Siswa dapat menyelesaikan soal cerita dengan menggunakan sifat limit fungsi untuk menghitung limit fungsi aljabar di suatu titik	Menjelaskan ide matematika secara tertulis	Menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada	1 dan 2
		Siswa dapat membuat kesimpulan		Menarik kesimpulan logis	

Kompetensi Dasar	Indikator	Indikator Soal	Kategori Komunikasi Matematik	Kategori Penalaran Matematik	Nomor Soal
1	1.3	Diberikan soal dalam bentuk cerita. <ul style="list-style-type: none"> Siswa dapat menuliskan sesuatu yang diketahui yang dapat dijadikan sumber informasi untuk menyelesaikan soal dan menuliskan sesuatu yang ditanyakan dari soal Siswa dapat menuliskan model matematika limit fungsi aljabar di tak hingga dari soal cerita 	Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam model matematika		3 dan 4
	1.3	Siswa dapat menyelesaikan soal cerita dengan menggunakan sifat limit fungsi untuk menghitung limit fungsi aljabar di tak hingga	Menjelaskan ide matematika secara tertulis	Menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada	3 dan 4
		Siswa dapat membuat kesimpulan		Menarik kesimpulan logis	

Kompetensi Dasar	Indikator	Indikator Soal	Kategori Komunikasi Matematik	Kategori Penalaran Matematik	Nomor Soal
2	2.1	Diberikan soal dalam bentuk cerita. <ul style="list-style-type: none"> Siswa dapat menuliskan sesuatu yang diketahui yang dapat dijadikan sumber informasi untuk menyelesaikan soal dan menuliskan sesuatu yang ditanyakan dari soal Siswa dapat menuliskan model matematika limit fungsi trigonometri di suatu titik dari soal cerita 	Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam model matematika		5
	2.1	Siswa dapat menyelesaikan soal cerita dengan menggunakan sifat limit fungsi untuk menghitung limit fungsi atrigonometri di suatu titik	Menjelaskan ide matematika secara tertulis	Menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada	5
		Siswa dapat membuat kesimpulan		Menarik kesimpulan logis	

Kompetensi Dasar	Indikator	Indikator Soal	Kategori Komunikasi Matematik	Kategori Penalaran Matematik	Nomor Soal
2	2.2	<p>Diberikan soal dalam bentuk cerita.</p> <ul style="list-style-type: none"> Siswa dapat menuliskan sesuatu yang diketahui yang dapat dijadikan sumber informasi untuk menyelesaikan soal dan menuliskan sesuatu yang ditanyakan dari soal Siswa dapat menuliskan model matematika dari bentuk tak tentu limit fungsi trigonometri dari soal cerita 	Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam model matematika		6
	2.2	Siswa dapat menyelesaikan soal cerita dengan menggunakan sifat limit fungsi untuk menghitung bentuk tak tentu limit fungsi trigonometri	Menjelaskan ide matematika secara tertulis	Menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada	6
		Siswa dapat membuat kesimpulan		Menarik kesimpulan logis	

Lampiran B.4

NASKAH INSTRUMEN TES KEMAMPUAN PENALARAN DAN KOMUNIKASI MATEMATIK SISWA

KELAS / SEMESTER	: XI / 2
TAHUN PELAJARAN	: 2012/2013
BENTUK SOAL	: URAIAN
STANDAR KOMPETENSI	: MENGGUNAKAN KONSEP LIMIT FUNGSI DAN TURUNAN FUNGSI DALAM PEMECAHAN MASALAH
WAKTU	: 90 MENIT

Petunjuk Umum:

1. Bacalah setiap soal dengan teliti dan ikuti semua perintahnya.
2. Tuliskanlah terlebih dahulu model matematikanya sebelum menyelesaikannya.
3. Dalam menyelesaikan soal, langkah-langkah penyelesaiannya harus jelas.
4. Bekerjalah sendiri dengan sungguh-sungguh semaksimal mungkin.

1. Di suatu kebun binatang, banyak harimau (y) ekor dalam x tahun dari sekarang, yang diberikan dengan

$$\begin{cases} y = \frac{9-x^2}{4-\sqrt{x^2+7}}, x \neq 3 \\ y = \frac{x^2+3}{3+\sqrt{x+1}}, x = 3 \end{cases}$$

Berapakah banyak harimau tersebut dalam jangka waktu mendekati 3 tahun?

2. Diketahui sebuah partikel bergerak sepanjang garis koordinat. Jarak berarah s (dalam meter) yang diukur dari titik asal ke titik yang dicapai setelah t detik diberikan oleh $s = f(t) = \sqrt{5t-1}$. Hitunglah kecepatan partikel pada saat 2 detik!

(Petunjuk : limit kecepatan rata-rata dalam selang waktu $t=a$ dan $t=a+\Delta t$, dengan Δt mendekati nol dapat ditulis

$$v_{(t=a)} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta t) - f(a)}{\Delta t})$$

3. Untuk suatu hubungan inang dan parasit, ditentukan bahwa kerapatan inang (banyak inang per meter persegi) adalah x , banyak parasit selama suatu periode waktu adalah $y = \frac{8x + 5}{2x^2 - 9x}$. Jika kerapatan inang diturunkan tanpa batas, berapakah nilai yang akan didekati oleh y ?
4. Banyak bakteri L-casei shirota strain diperkirakan t jam dari sekarang akan menjadi $P = \sqrt{x^2 + 2x} - x$. Berapakah banyak bakteri L-casei shirota strain dalam jangka waktu yang sangat panjang ?
5. Kecepatan perpindahan planet yang dianalisis oleh para ilmuwan pada saat t detik diberikan oleh $s = \left| \frac{1 - \cos t}{t \sin t} \right|$. Berapakah nilai yang akan didekati oleh s untuk t mendekati nol ?
6. Sekelompok mahasiswa melakukan pengamatan di laboratorium terhadap dua buah partikel. Dua buah partikel bergerak dari tempat yang sama dan berpindah ke suatu tempat yang sama dalam t detik diberikan dengan

$$p = \begin{cases} \frac{(t+2)|\tan(t-3)|}{2t^2 - 5t - 3}, t \neq 3 \\ \frac{(4t-10)|\sin(t-5)|}{t^2 - 25}, t \neq 5 \end{cases}$$

Hasil pengamatan diperoleh bahwa waktu yang diperlukan masing-masing partikel untuk berpindah ke tempat yang sama adalah partikel 1 memerlukan waktu mendekati 3 detik dan partikel 2 mendekati 5 detik. Buktikanlah apakah benar bahwa perbandingan perpindahan kedua partikel ke tempat yang sama adalah 7:5!

Selamat mengerjakan...

Lampiran B.5

KUNCI JAWABAN DAN PEDOMAN PEMBERIAN SKOR INSTRUMEN TES KEMAMPUAN PENALARAN DAN KOMUNIKASI MATEMATIK SISWA

KELAS / SEMESTER : XI / 2
TAHUN PELAJARAN : 2012/2013
BENTUK SOAL : URAIAN
STANDAR KOMPETENSI : MENGGUNAKAN KONSEP LIMIT FUNGSI DAN TURUNAN FUNGSI DALAM PEMECAHAN MASALAH

No	Soal	Uraian Jawaban	Indikator Kemampuan Penalaran Matematik	Indikator Kemampuan Komunikasi Matematik	
1	<p>Di suatu kebun binatang, banyak harimau (y) ekor dalam x tahun dari sekarang, yang diberikan dengan</p> $\begin{cases} y = \frac{9-x^2}{4-\sqrt{x^2+7}}, x \neq 3 \\ y = \frac{x^2+3}{3+\sqrt{x+1}}, x = 3 \end{cases}$ <p>Berapakah banyak harimau tersebut dalam jangka waktu mendekati 3 tahun?</p>	<p>Diketahui : $y = \frac{9-x^2}{4-\sqrt{x^2+7}}, x \neq 3$</p> <p>Ditanyakan : Jumlah harimau dalam x mendekati 3</p> <p>Jawab:</p> <p>Model matematika : $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9-x^2}{4-\sqrt{x^2+7}}$</p> $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9-x^2}{4-\sqrt{x^2+7}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{9-x^2}{4-\sqrt{x^2+7}} \cdot \frac{4+\sqrt{x^2+7}}{4+\sqrt{x^2+7}}$		<p>Menjelaskan ide matematika secara tertulis</p> <p>Menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada</p>	<p>Menjelaskan ide matematika secara tertulis</p> <p>Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam model matematika</p>

No	S o a l	Uraian Jawaban	Indikator Kemampuan Penalaran Matematik	Indikator Kemampuan Komunikasi Matematik
1.		$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(9 - x^2)(4 + \sqrt{x^2 + 7})}{16 - (x^2 + 7)}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(9 - x^2)(4 + \sqrt{x^2 + 7})}{16 - x^2 - 7}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(9 - x^2)(4 + \sqrt{x^2 + 7})}{9 - x^2}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} 4 + \sqrt{x^2 + 7}$ $= 4 + \sqrt{(3)^2 + 7} = 4 + \sqrt{16} = 4 + 4 = 8$		
		<p>Jadi, $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9 - x^2}{4 - \sqrt{x^2 + 7}} = 8$</p> <p>sehingga banyak harimau di kebun binatang tersebut dalam jangka waktu mendekati 3 tahun adalah 8 ekor.</p>	Menarik kesimpulan logis	
Skor maksimal			4	4

No	Soal	Uraian Jawaban	Indikator Kemampuan Penalaran Matematik	Indikator Kemampuan Komunikasi Matematik
2.	<p>Diketahui sebuah partikel bergerak sepanjang garis koordinat. Jarak berarah s (dalam meter) yang diukur dari titik asal ke titik yang dicapai setelah t detik diberikan oleh $s = f(t) = \sqrt{5t - 1}$. Hitunglah kecepatan partikel pada saat 2 detik!</p>	<p>Diketahui : Jarak $s = f(t) = \sqrt{5t - 1}$ Ditanyakan : v pada akhir $t = 2$ detik</p> <p>Jawab : Model matematika : $v_{(t=a)} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta t) - f(a)}{\Delta t}$ $t = 2 \text{ detik}$ $f(2 + \Delta t) = \sqrt{5(2 + \Delta t) - 1}$ $= \sqrt{10 + 5\Delta t - 1} = \sqrt{9 + 5\Delta t}$ $f(2) = \sqrt{5(2) - 1} = \sqrt{10 - 1} = \sqrt{9} = 3$ $v_{(t=a)} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta t) - f(a)}{\Delta t}$ $= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{f(2 + \Delta t) - f(2)}{\Delta t}$ $v_{(t=a)} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9 + 5\Delta t} - 3}{\Delta t}$</p>	<p>Menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada</p>	<p>Menjelaskan ide matematika secara tertulis</p> <p>Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam model matematika</p>

No	S o a l	Uraian Jawaban	Indikator Kemampuan Penalaran Matematik	Indikator Kemampuan Komunikasi Matematik
2.		$= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+5\Delta t} - 3}{\Delta t} \cdot \frac{\sqrt{9+5\Delta t} + 3}{\sqrt{9+5\Delta t} + 3}$ $= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{9+5\Delta t - 9}{\Delta t(\sqrt{9+5\Delta t} + 3)}$ $= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{5\Delta t}{\Delta t(\sqrt{9+5\Delta t} + 3)}$ $= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{5}{\sqrt{9+5\Delta t} + 3}$ $= \frac{5}{\sqrt{9+5(0)} + 3} = \frac{5}{\sqrt{9+3}} = \frac{5}{3+3} = \frac{5}{6}$		
		<p>Jadi, $v_{(t=a)} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+5\Delta t} - 3}{\Delta t} = \frac{5}{6}$</p> <p>sehingga kecepatan partikel pada akhir 2 detik adalah $\frac{5}{6}$ meter/detik.</p>	Menarik kesimpulan logis	
Skor Maksimal			4	4

No	Soal	Uraian Jawaban	Indikator Kemampuan Penalaran Matematik	Indikator Kemampuan Komunikasi Matematik
3.	<p>Untuk suatu hubungan inang dan parasit, ditentukan bahwa kerapatan inang (banyak inang per meter persegi) adalah x, banyak parasit selama suatu periode waktu adalah</p> $y = \frac{8x + 5}{2x^2 - 9x}$ <p>Jika kerapatan inang diturunkan tanpa batas, berapakah nilai yang akan didekati oleh y ?</p>	<p>Diketahui : Jumlah parasit selama suatu periode waktu adalah $y = \frac{8x + 5}{2x^2 - 9x}$</p> <p>Ditanyakan : $x \rightarrow \infty$, nilai yang akan didekati oleh y</p>		Menjelaskan ide matematika secara tertulis
		<p>Jawab:</p> <p>Model matematika : $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x + 5}{2x^2 - 9x}$</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x + 5}{2x^2 - 9x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{8x}{x^2} + \frac{5}{x^2}}{\frac{2x^2}{x^2} - \frac{9x}{x^2}}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{8}{x} + \frac{5}{x^2}}{2 - \frac{9}{x}}$	Menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada	Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam model matematika

No	S o a l	Uraian Jawaban	Indikator Kemampuan Penalaran Matematik	Indikator Kemampuan Komunikasi Matematik
3.		$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{8}{x} + \frac{5}{x^2} \right)$ $= \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{8}{x} + \frac{5}{x^2} \right)}{\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{9}{x} \right)}$ $= \frac{8 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} + 5 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2}}{\lim_{x \rightarrow \infty} 2 - 9 \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x}}$ $= \frac{8(0) + 5(0)}{2 - 9(0)} = \frac{0}{2} = 0$		
		<p>Jadi, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x + 5}{2x^2 - 9x} = 0$</p> <p>sehingga nilai yang akan didekati oleh $y = \frac{8x + 5}{2x^2 - 9x}$ adalah nol.</p>	Menarik kesimpulan logis	
Skor Maksimal			4	4

No	Soal	Uraian Jawaban	Indikator Kemampuan Penalaran Matematik	Indikator Kemampuan Komunikasi Matematik
4.	<p>Banyak bakteri L-casei shirota strain diperkirakan t jam dari sekarang akan menjadi</p> $P = \sqrt{x^2 + 2x} - x$ <p>Berapakah banyak bakteri L-casei shirota strain dalam jangka waktu yang sangat panjang ?</p>	<p>Diketahui : $P = \sqrt{x^2 + 2x} - x$ Ditanyakan : Banyak bakteri ketika $x \rightarrow \infty$</p> <p>Jawab :</p> <p>Model matematika : $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x)$</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x) = \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x) \frac{\sqrt{x^2 + 2x} + x}{\sqrt{x^2 + 2x} + x}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 2x - x^2}{\sqrt{x^2 + 2x} + x}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 2x} + x}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2x}{x^2}}{\sqrt{\frac{x^2}{x^2} + \frac{2x}{x^2}} + \frac{x}{x^2}}$	<p>Menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada</p>	<p>Menjelaskan ide matematika secara tertulis</p> <p>Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam model matematika</p>

No	S o a l	Uraian Jawaban	Indikator Kemampuan Penalaran Matematik	Indikator Kemampuan Komunikasi Matematik
4.		$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2}{\sqrt{1 + \frac{2}{x}} + 1}$ $= \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} 2}{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{2}{x}} + 1}$ $= \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} 2}{\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{1 + \frac{2}{x}} + \lim_{x \rightarrow \infty} 1}$ $= \frac{2}{\sqrt{1 + 0} + 1} = \frac{2}{2} = 1$		
		<p>Jadi, $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - x) = 1$</p> <p>sehingga banyak bakteri L-casei shirota strain dalam jangka waktu yang sangat panjang adalah 1 buah.</p>	Menarik kesimpulan logis	
Skor Maksimal			4	4

No	Soal	Uraian Jawaban	Indikator Kemampuan Penalaran Matematik	Indikator Kemampuan Komunikasi Matematik
5.	<p>Perpindahan lintasan planet yang dianalisis oleh para ilmuwan pada saat t detik diberikan oleh $s = \left \frac{1 - \cos t}{t \sin t} \right$. Berapakah nilai yang akan didekati oleh s untuk t mendekati nol ?</p>	<p>Diketahui : $s = \left \frac{1 - \cos t}{t \sin t} \right$ Ditanyakan : $t \rightarrow 0$, nilai yang akan didekati oleh y Jawab : Model matematika : $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos t}{t \sin t}$ $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos t}{t \sin t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos t}{t^2} \cdot \frac{t}{\sin t}$ $= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1 - \cos t}{t^2} \cdot \lim_{t \rightarrow 0} \frac{t}{\sin t}$ $= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} t}{t^2} \cdot 1$ $= 2 \cdot \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin^2 \frac{1}{2} t}{t^2} \cdot 1$</p>	<p>Menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada</p>	<p>Menjelaskan ide matematika secara tertulis Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam model matematika</p>

No	S o a l	Uraian Jawaban	Indikator Kemampuan Penalaran Matematik	Indikator Kemampuan Komunikasi Matematik
5.		$= \frac{2}{4} \cdot \lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{\sin^2 \frac{1}{2}t}{\frac{1}{2}t} \right)^2 \cdot 1$ $= \frac{2}{4} \cdot (1)^2 \cdot 1$ $= \frac{2}{4}$ $= \frac{1}{2}$		
		<p>Jadi, $s = \left \frac{1 - \cos t}{t \sin t} \right = \frac{1}{2}$</p> <p>sehingga nilai yang akan didekati oleh s untuk t mendekati nol adalah $\frac{1}{2}$</p>	Menarik kesimpulan logis	
Skor Maksimal			4	4

No	Soal	Uraian Jawaban	Indikator Kemampuan Penalaran Matematik	Indikator Kemampuan Komunikasi Matematik
6.	<p>Sekelompok mahasiswa melakukan pengamatan di laboratorium terhadap dua buah partikel. Dua buah partikel bergerak dari tempat yang sama dan berpindah ke suatu tempat yang sama dalam t detik diberikan dengan</p> $p = \begin{cases} \frac{(t+2) \tan(t-3) }{2t^2-5t-3}, t \neq 3 \\ \frac{(4t-10) \sin(t-5) }{t^2-25}, t \neq 5 \end{cases}$ <p>Hasil pengamatan diperoleh bahwa waktu yang diperlukan masing-masing partikel untuk berpindah ke tempat yang sama adalah partikel 1 memerlukan waktu mendekati 3 detik dan partikel 2 mendekati 5 detik. Buktikanlah apakah benar bahwa perbandingan perpindahan kedua partikel ke tempat yang sama adalah 7:5!</p>	<p>Diketahui : $x = \frac{(t+2)\tan(t-3)}{2t^2-5t-3}$, $t \rightarrow 3$ dan $y = \frac{(4t-10)\sin(t-5)}{t^2-25}$, $t \rightarrow 5$</p> <p>Ditanyakan : Buktikan $x : y = 7 : 5$</p>		Menjelaskan ide matematika secara tertulis
		<p>Jawab : Model matematika :</p> $\lim_{t \rightarrow 3} x = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{(t+2)\tan(t-3)}{2t^2-5t-3}$ $\lim_{t \rightarrow 5} y = \lim_{t \rightarrow 5} \frac{(4t-10)\sin(t-5)}{t^2-25}$ <p>Jadi,</p> $\lim_{t \rightarrow 3} x = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{(t+2)\tan(t-3)}{2t^2-5t-3}$ $\lim_{t \rightarrow 3} x = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{(t+2)\tan(t-3)}{(2t+1)(t-3)}$	Menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada	Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam model matematika

No	S o a l	Uraian Jawaban	Indikator Kemampuan Penalaran Matematik	Indikator Kemampuan Komunikasi Matematik
6.		$\lim_{t \rightarrow 3} x = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{(t+2)}{(2t+1)} \cdot \frac{\tan(t-3)}{(t-3)}$ $\lim_{t \rightarrow 3} x = \lim_{t \rightarrow 3} \frac{(t+2)}{(2t+1)} \cdot \lim_{t \rightarrow 3} \frac{\tan(t-3)}{(t-3)}$ $x = \frac{3+2}{2(3)+1} \cdot 1 = \frac{5}{7}$ $\lim_{t \rightarrow 5} y = \lim_{t \rightarrow 5} \frac{(4t-10)\sin(t-5)}{t^2-25}$ $\lim_{t \rightarrow 5} y = \lim_{t \rightarrow 5} \frac{(4t-10)\sin(t-5)}{(t+5)(t-5)}$ $\lim_{t \rightarrow 5} y = \lim_{t \rightarrow 5} \frac{(4t-10)}{(t+5)} \cdot \lim_{t \rightarrow 5} \frac{\sin(t-5)}{(t-5)}$ $y = \frac{4(5)-10}{(5)+5} \cdot 1 = \frac{10}{10} = 1$		

No	S o a l	Uraian Jawaban	Indikator Kemampuan Penalaran Matematik	Indikator Kemampuan Komunikasi Matematik
6.		$\frac{y}{x} = \frac{1}{5/7}$ $\frac{y}{x} = \frac{7}{5}$ $y : x = 7 : 5 \text{ (terbukti)}$	Menarik kesimpulan logis	
		Jadi terbukti bahwa $y : x = 7 : 5$		
Skor Maksimal			4	4

Lampiran B.6

VALIDASI BUTIR INSTRUMEN TES KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIK

Bapak/Ibu diminta memvalidasi butir soal tes kemampuan penalaran matematik dengan cara memberi tanda cek list (\checkmark) jika instrumen tes telah memenuhi indikator validasi dan memberi tanda X jika instrumen tes belum memenuhi indikator validasi.
Atas bantuan Bapak/Ibu saya ucapkan terima kasih.

Validasi		Nomor Instrumen Tes					
Jenis Validasi	Indikator Validasi	1	2	3	4	5	6
Konten	1. Kesesuaian dengan Kompetensi Dasar (KD) dalam KTSP 2006						
	2. Kesesuaian dengan indikator pencapaian KD dalam silabus						
	3. Kesesuaian antara materi dengan KD dan indikator pencapaian KD						
Konstruk	Indikator kemampuan penalaran matematik adalah:						
	1. Menggunakan pola hubungan untuk menganalisis situasi dengan menggunakan rumus yang ada						
	2. Menarik kesimpulan logis						

Terbanggi Besar, 18 Maret 2013
Penilai,

.....
NIP.

Lampiran B.7

VALIDASI BUTIR INSTRUMEN TES KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIK

Bapak/Ibu diminta memvalidasi butir soal tes kemampuan komunikasi matematik dengan cara memberi tanda cek list (\checkmark) jika instrumen tes telah memenuhi indikator validasi dan memberi tanda X jika instrumen tes belum memenuhi indikator validasi.
Atas bantuan Bapak/Ibu saya ucapkan terima kasih.

Validasi		Nomor Instrumen Tes					
Jenis Validasi	Indikator Validasi	1	2	3	4	5	6
Konten	1. Kesesuaian dengan Kompetensi Dasar (KD) dalam KTSP 2006						
	2. Kesesuaian dengan indikator pencapaian KD dalam silabus						
	3. Kesesuaian antara materi dengan KD dan indikator pencapaian KD						
Konstruk	Indikator kemampuan komunikasi matematik adalah:						
	1. Menyatakan peristiwa sehari-hari dalam model matematika						
	2. Menjelaskan ide matematika secara tertulis						

Terbanggi Besar, 18 Maret 2013
Penilai,

.....
NIP.

LAMPIRAN C

HASIL PENGUMPULAN DATA

Universitas Terbuka

Lampiran C.1

**NILAI SEMESTER GANJIL SISWA KELAS XI
SMAN 1 TERBANGGI BESAR TAHUN PELAJARAN 2012/2013**

RESPONDEN	KELAS XI			
	IPA 1	IPA 2	IPA 3	IPA 4
1	5,00	6,00	6,00	5,00
2	5,25	6,25	6,75	4,00
3	5,50	4,75	6,50	6,00
4	5,25	6,00	6,00	5,50
5	6,00	5,25	6,75	5,75
6	4,75	4,25	6,50	6,25
7	4,00	4,75	6,00	5,75
8	5,50	5,75	6,00	6,00
9	5,25	4,25	6,00	4,75
10	3,25	5,75	6,00	6,25
11	6,00	5,75	6,00	6,75
12	4,75	5,25	5,75	4,00
13	6,25	6,25	6,00	5,75
14	4,00	4,75	5,75	5,75
15	5,25	5,50	6,00	6,25
16	6,75	6,25	5,00	3,75
17	6,25	6,75	4,25	5,75
18	4,75	5,50	5,25	5,25
19	6,00	5,50	5,25	6,25
20	4,75	4,25	7,00	5,75
21	6,25	5,75	6,00	6,00
22	4,25	6,00	5,00	6,25
23	6,25	6,00	5,25	5,50
24	5,00	6,00	4,75	6,25
25	6,75	6,00	5,50	6,75
26	6,00	6,25	4,00	6,00
27	7,00	6,00	5,50	4,00
28	6,75	5,50	5,50	6,50
29	5,25	5,25	4,00	6,00
30	6,75	5,75	5,00	6,50
31	5,75	5,75	4,50	5,00
32	6,00	4,25	4,00	5,00
33	5,50	-	5,50	5,00
RATA-RATA	5,52	5,54	5,55	5,61
RATA-RATA TOTAL	5,56			
NILAI MINIMAL	3,25	4,25	4,00	3,75
NILAI MAKSIMAL	7,00	6,75	7,00	6,75
STANDAR DEVIASI	0,91	0,67	0,80	0,81
VARIANS	0,82	0,45	0,65	0,66

Lampiran C.2

DATA SKOR UJI COBA INSTRUMEN TES KEMAMPUAN PENALARAN DAN KOMUNIKASI MATEMATIK SISWA KELAS XI IPA 1

RESPONDEN	INSTRUMEN TES KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIK SISWA						INSTRUMEN TES KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIK SISWA					
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
1	0	2	2	3	3	3	2	2	2	3	4	1
2	2	4	4	4	4	4	1	1	1	2	2	1
3	3	4	4	3	4	4	3	4	3	4	3	3
4	4	3	4	4	4	4	2	3	2	4	4	3
5	2	4	3	4	4	4	1	1	3	2	3	2
6	0	3	4	3	3	1	0	4	3	3	4	3
7	2	4	4	4	4	4	3	4	4	4	2	4
8	2	4	3	3	1	1	2	2	1	3	2	1
9	0	1	2	4	2	1	1	2	4	0	4	2
10	3	4	4	4	4	4	4	4	4	3	4	3
11	2	4	4	4	4	3	3	4	3	3	4	2
12	2	4	4	4	4	4	1	3	4	4	3	3
13	3	4	4	4	4	4	2	4	2	4	3	4
14	0	1	2	2	2	3	1	4	4	4	4	1
15	0	2	3	2	3	1	1	3	2	0	2	3
16	3	2	1	2	2	2	4	4	4	4	4	2

Lanjutan lampiran C.2

RESPONDEN	INSTRUMEN TES KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIK SISWA						INSTRUMEN TES KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIK SISWA					
	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
17	2	1	1	2	2	2	4	4	4	1	4	4
18	0	3	3	1	2	2	3	4	4	4	4	0
19	3	4	3	4	4	4	4	3	4	4	3	4
20	3	4	4	2	4	4	1	2	2	3	2	2
21	2	2	1	2	1	1	4	2	4	4	4	3
22	3	1	2	1	2	3	2	1	2	4	1	4
23	1	1	1	1	3	3	2	2	2	4	2	2
24	1	1	1	2	1	1	0	4	2	3	1	2
25	3	4	4	3	4	3	2	3	4	2	2	3
26	3	3	4	4	4	3	1	1	1	1	3	1
27	4	4	3	4	4	4	3	3	3	2	3	2
28	2	4	3	4	4	4	3	3	3	3	4	0
29	3	2	2	1	2	3	3	3	2	4	4	4
30	1	4	2	2	1	2	4	2	3	2	0	1
31	0	2	1	4	1	2	3	4	2	3	2	3
32	2	4	4	3	4	4	1	2	3	2	3	4
Σ	61	94	91	94	95	92	71	92	91	93	94	77
RATA-RATA	1,91	2,94	2,84	2,94	2,97	2,88	2,22	2,88	2,84	2,91	2,94	2,41

Lampiran C.3

DATA SKOR KEMAMPUAN PENALARAN DAN KOMUNIKASI MATEMATIK SISWA KELOMPOK JIGSAW II

RESPONDEN	KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIK SISWA						Σ	KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIK SISWA						Σ
	1	2	3	4	5	6		1	2	3	4	5	6	
1	3	4	3	3	3	3	19	2	3	1	4	3	3	16
2	3	2	3	2	3	3	16	3	3	3	3	2	1	15
3	2	3	2	3	0	2	12	3	3	2	3	1	2	14
4	4	3	3	3	3	0	16	3	4	3	4	3	3	20
5	3	3	3	2	2	0	13	2	3	4	3	3	2	17
6	3	3	4	3	2	1	16	4	3	3	4	1	2	17
7	2	0	2	1	2	3	10	2	3	4	2	3	3	17
8	3	3	3	3	2	1	15	4	1	3	4	1	2	15
9	4	3	3	3	3	1	17	2	1	3	3	2	2	13
10	3	2	2	3	3	3	16	2	3	3	1	3	2	14
11	3	3	4	4	4	3	21	3	4	3	3	3	3	19
12	3	3	2	3	1	2	14	2	0	2	1	2	2	9
13	3	2	4	2	0	3	14	3	3	2	2	0	4	14
14	4	3	3	3	2	0	15	3	3	4	4	4	0	18
15	3	3	3	0	3	3	15	3	3	3	3	2	1	15

Lanjutan lampiran C.3

RESPONDEN	KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIK SISWA						Σ	KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIK SISWA						Σ
	1	2	3	4	5	6		1	2	3	4	5	6	
16	3	1	3	3	3	2	15	2	4	3	1	3	2	15
17	2	2	3	3	2	0	12	2	2	3	4	4	0	15
18	4	2	3	3	3	2	17	3	3	3	3	3	2	17
19	2	3	2	3	0	1	11	0	3	1	3	2	1	10
20	2	3	3	3	2	3	16	3	2	2	2	3	2	14
21	3	2	3	1	3	0	12	3	1	3	1	2	1	11
22	3	4	4	2	1	0	14	3	4	3	3	4	0	17
23	2	3	2	3	3	0	13	2	4	3	3	0	2	14
24	3	3	3	3	0	0	12	3	3	3	2	4	0	15
25	4	3	2	3	3	1	16	2	1	3	4	2	2	14
26	2	3	3	3	3	0	14	2	3	3	4	3	2	17
27	4	3	2	0	0	0	9	3	3	3	2	0	0	11
28	3	4	3	3	0	2	15	3	4	3	3	3	2	18
29	3	3	3	4	2	0	15	4	3	3	2	3	3	18
30	3	4	4	3	0	0	14	3	3	3	4	4	0	17
31	3	4	3	3	4	0	17	3	4	3	3	3	3	19
32	2	3	3	4	3	2	17	2	3	2	2	3	2	14
33	3	3	3	4	3	0	16	4	4	0	4	1	0	13
Σ	97	93	96	89	68	41	484	88	94	90	94	80	56	502

Lampiran C.4

DATA SKOR KEMAMPUAN PENALARAN DAN KOMUNIKASI MATEMATIK SISWA KELOMPOK KONVENSIONAL

RESPONDEN	KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIK SISWA						Σ	KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIK SISWA						Σ
	1	2	3	4	5	6		1	2	3	4	5	6	
1	3	2	0	2	3	1	11	2	2	2	2	2	2	12
2	2	3	2	0	1	1	9	3	2	3	2	1	2	13
3	3	3	0	3	3	3	15	1	1	2	2	2	3	11
4	4	1	3	1	2	0	11	3	1	2	3	3	0	12
5	3	4	1	4	4	4	20	3	2	3	2	3	2	15
6	2	2	3	1	2	0	10	2	2	1	2	1	2	10
7	3	2	0	1	2	0	8	2	4	2	2	3	3	16
8	3	3	3	3	3	3	18	4	4	2	4	3	2	19
9	2	3	2	2	3	3	15	2	3	1	3	2	1	12
10	3	1	3	3	3	2	15	1	2	1	2	3	2	11
11	4	1	4	1	2	0	12	2	3	2	1	3	1	12
12	4	3	1	0	2	1	11	2	3	2	3	2	2	14
13	4	2	2	2	0	1	11	2	3	1	1	1	1	9
14	2	4	2	3	3	2	16	2	2	3	3	2	2	14
15	4	2	0	4	4	3	17	3	2	3	2	2	3	15

Lanjutan lampiran C.4

RESPONDEN	KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIK SISWA						Σ	KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIK SISWA						Σ
	1	2	3	4	5	6		1	2	3	4	5	6	
16	3	1	3	2	3	3	15	2	2	2	2	3	2	13
17	1	0	3	0	2	3	9	1	2	3	2	2	2	12
18	3	3	2	3	1	2	14	2	3	2	2	2	2	13
19	3	2	2	2	3	0	12	2	3	2	1	1	0	9
20	1	1	4	1	3	4	14	1	2	3	2	3	2	13
21	4	2	1	3	0	0	10	2	3	2	2	4	3	16
22	3	3	2	3	3	0	14	2	3	3	2	2	3	15
23	2	2	2	3	1	0	10	1	2	2	3	2	3	13
24	2	2	2	1	1	1	9	2	2	2	2	2	1	11
25	3	0	3	4	2	0	12	2	3	1	2	1	2	11
26	3	2	3	1	2	0	11	3	3	2	3	2	2	15
27	2	0	2	1	3	2	10	2	2	3	2	2	2	13
28	2	0	3	0	3	2	10	3	2	4	0	3	2	14
29	3	1	3	2	3	2	14	2	3	1	2	3	3	14
30	1	0	3	1	2	0	7	4	2	4	3	3	2	18
31	3	1	3	0	3	3	13	3	2	2	2	2	3	14
32	2	1	2	2	0	2	9	1	3	1	2	2	3	12
33	3	2	1	2	2	2	12	2	1	2	2	2	3	12
Σ	91	61	73	65	79	56	404	72	81	74	74	79	74	433

LAMPIRAN D

HASIL PENGOLAHAN DATA

Universitas Terbuka

Lampiran D.1

**STATISTIK DESKRIPTIF INSTRUMEN TES KEMAMPUAN
PENALARAN MATEMATIK SISWA****Descriptive Statistics**

	Mean	Std. Deviation	N
1	1.91	1.254	32
2	2.94	1.216	32
3	2.84	1.167	32
4	2.94	1.105	32
5	2.97	1.177	32
6	2.88	1.157	32
TOTAL	16.47	5.617	32

Universitas Terbuka

Lampiran D.2

**HASIL PERHITUNGAN VALIDITAS INSTRUMEN TES KEMAMPUAN
PENALARAN MATEMATIK SISWA**

Correlations

		1	2	3	4	5	6	TOTAL
1	Pearson Correlation	1	.440*	.365*	.228	.479**	.592**	.662**
	Sig. (2-tailed)		.012	.040	.209	.006	.000	.000
	N	32	32	32	32	32	32	32
2	Pearson Correlation	.440*	1	.788**	.573**	.629**	.567**	.840**
	Sig. (2-tailed)	.012		.000	.001	.000	.001	.000
	N	32	32	32	32	32	32	32
3	Pearson Correlation	.365*	.788**	1	.542**	.795**	.558**	.848**
	Sig. (2-tailed)	.040	.000		.001	.000	.001	.000
	N	32	32	32	32	32	32	32
4	Pearson Correlation	.228	.573**	.542**	1	.569**	.422*	.691**
	Sig. (2-tailed)	.209	.001	.001		.001	.016	.000
	N	32	32	32	32	32	32	32
5	Pearson Correlation	.479**	.629**	.795**	.569**	1	.802**	.895**
	Sig. (2-tailed)	.006	.000	.000	.001		.000	.000
	N	32	32	32	32	32	32	32
6	Pearson Correlation	.592**	.567**	.558**	.422*	.802**	1	.828**
	Sig. (2-tailed)	.000	.001	.001	.016	.000		.000
	N	32	32	32	32	32	32	32
TOTAL	Pearson Correlation	.662**	.840**	.848**	.691**	.895**	.828**	1
	Sig. (2-tailed)	.000	.000	.000	.000	.000	.000	
	N	32	32	32	32	32	32	32

*. Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Lampiran D.3

**HASIL PERHITUNGAN RELIABILITAS INSTRUMEN TES
KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIK SISWA****Case Processing Summary**

		N	%
Cases	Valid	32	68.1
	Excluded ^a	15	31.9
	Total	47	100.0

a. Listwise deletion based on all variables in the procedure.

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	N of Items
.882	6

Lampiran D.4

**HASIL PERHITUNGAN DAYA PEMBEDA INSTRUMEN TES
KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIK SISWA**

NO	RESPONDEN	INSTRUMEN TES KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIK						Σ	KET
		1	2	3	4	5	6		
1	4	4	3	4	4	4	4	23	KELOMPOK ATAS
2	10	3	4	4	4	4	4	23	
3	13	3	4	4	4	4	4	23	
4	27	4	4	3	4	4	4	23	
5	2	2	4	4	4	4	4	22	
6	3	3	4	4	3	4	4	22	
7	7	2	4	4	4	4	4	22	
8	12	2	4	4	4	4	4	22	
9	19	3	4	3	4	4	4	22	
10	26	3	3	4	4	4	3	21	
11	5	2	4	3	4	4	4	21	
12	11	2	4	4	4	4	3	21	
13	20	3	4	4	2	4	4	21	
14	25	3	4	4	3	4	3	21	
15	28	2	4	3	4	4	4	21	
16	32	2	4	4	3	4	4	21	
17	8	2	4	3	3	1	1	14	
18	6	0	3	4	3	3	1	14	
19	29	3	2	2	1	2	3	13	
20	1	0	2	2	3	3	3	13	
21	16	3	2	1	2	2	2	12	
22	22	3	1	2	1	2	3	12	
23	30	1	4	2	2	1	2	12	
24	18	0	3	3	1	2	2	11	
25	15	0	2	3	2	3	1	11	
26	23	1	1	1	1	3	3	10	
27	17	2	1	1	2	2	2	10	
28	9	0	1	2	4	2	1	10	
29	14	0	1	2	2	2	3	10	
30	31	0	2	1	4	1	2	10	
31	21	2	2	1	2	1	1	9	
32	24	1	1	1	2	1	1	7	
Σ		61	94	91	94	95	92	527	
RATA-RATA		1,91	2,94	2,84	2,94	2,97	2,88	16,47	
Ba		43	62	60	59	64	61		
Bb		18	32	31	35	31	31		
D		0,39	0,47	0,45	0,38	0,52	0,47		
KETERANGAN		CUKUP	BAIK	BAIK	CUKUP	BAIK	BAIK		

Lampiran D.5

**HASIL PERHITUNGAN TINGKAT KESUKARAN INSTRUMEN TES
KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIK SISWA**

NO	RESPONDEN	INSTRUMEN TES KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIK						Σ	KET
		1	2	3	4	5	6		
1	10	4	4	4	3	4	3	22	KELOMPOK ATAS
2	16	4	4	4	4	4	2	22	
3	19	4	3	4	4	3	4	22	
4	7	3	4	4	4	2	4	21	
5	17	4	4	4	1	4	4	21	
6	21	4	2	4	4	4	3	21	
7	3	3	4	3	4	3	3	20	
8	29	3	3	2	4	4	4	20	
9	11	3	4	3	3	4	2	19	
10	13	2	4	2	4	3	4	19	
11	18	3	4	4	4	4	0	19	
12	4	2	3	2	4	4	3	18	
13	12	1	3	4	4	3	3	18	
14	14	1	4	4	4	4	1	18	
15	6	0	4	3	3	4	3	17	
16	31	3	4	2	3	2	3	17	
17	25	2	3	4	2	2	3	16	
18	27	3	3	3	2	3	2	16	
19	28	3	3	3	3	4	0	16	
20	32	1	2	3	2	3	4	15	
21	1	2	2	2	3	4	1	14	
22	22	2	1	2	4	1	4	14	
23	23	2	2	2	4	2	2	14	
24	9	1	2	4	0	4	2	13	
25	24	0	4	2	3	1	2	12	
26	5	1	1	3	2	3	2	12	
27	20	1	2	2	3	2	2	12	
28	30	4	2	3	2	0	1	12	
29	8	2	2	1	3	2	1	11	
30	15	1	3	2	0	2	3	11	
31	2	1	1	1	2	2	1	8	
32	26	1	1	1	1	3	1	8	
Σ		71	92	91	93	94	77	518	KELOMPOK BAWAH
RATA-RATA		2,22	2,88	2,84	2,91	2,94	2,41	16,19	
Ba		44	58	53	57	56	46		
Bb		27	34	38	36	38	31		
P		0,55	0,72	0,71	0,73	0,73	0,60		
KETERANGAN		SEDANG	SEDANG	SEDANG	SEDANG	SEDANG	SEDANG		

Lampiran D.6

HASIL OUTPUT SPSS VERSI 16.00
UJI NORMALITAS SKOR KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIK
SISWA KELOMPOK JIGSAW II

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
Skor Kemampuan Penalaran Matematik Kelompok Jigsaw II	33	100.0%	0	.0%	33	100.0%

Descriptives

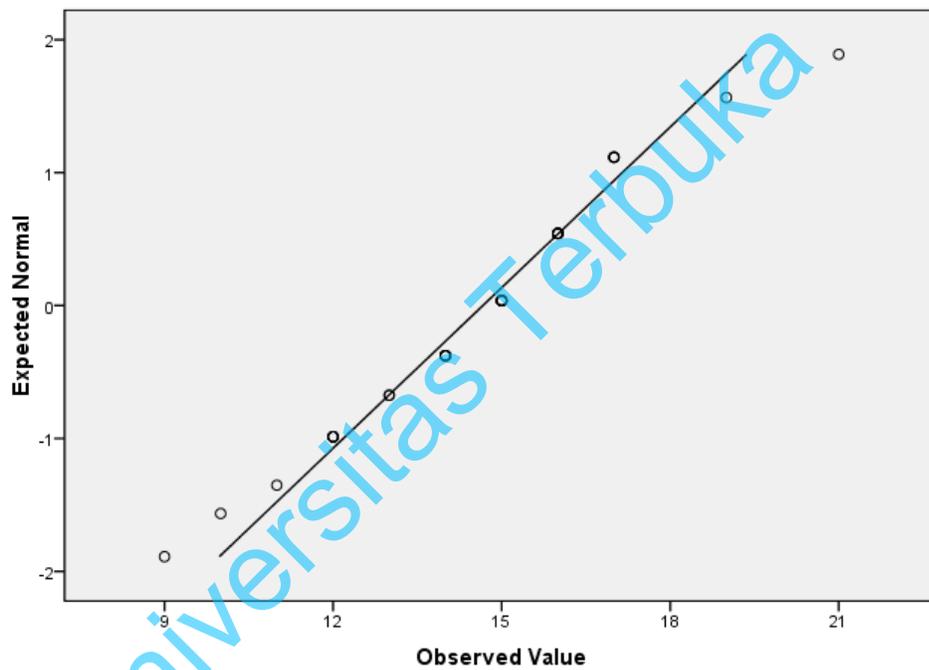
		Statistic	Std. Error	
Skor Kemampuan	Mean	14.67	.432	
Penalaran Matematik Kelompok Jigsaw II	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	13.79	
		Upper Bound	15.55	
	5% Trimmed Mean		14.65	
	Median		15.00	
	Variance		6.167	
	Std. Deviation		2.483	
	Minimum		9	
	Maximum		21	
	Range		12	
	Interquartile Range		3	
	Skewness		-.036	.409
	Kurtosis		.670	.798

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Skor Kemampuan Penalaran Matematik Kelompok Jigsaw II	.129	33	.177	.967	33	.412

a. Lilliefors Significance Correction

Normal Q-Q Plot of Skor Kemampuan Penalaran Matematik Kelompok Jigsaw II



Lampiran D.7

HASIL OUTPUT SPSS VERSI 16.00
UJI NORMALITAS SKOR KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIK
SISWA KELOMPOK KONVENSIONAL

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
Skor Kemampuan Penalaran Matematik Kelompok Konvensional	33	100.0%	0	.0%	33	100.0%

Descriptives

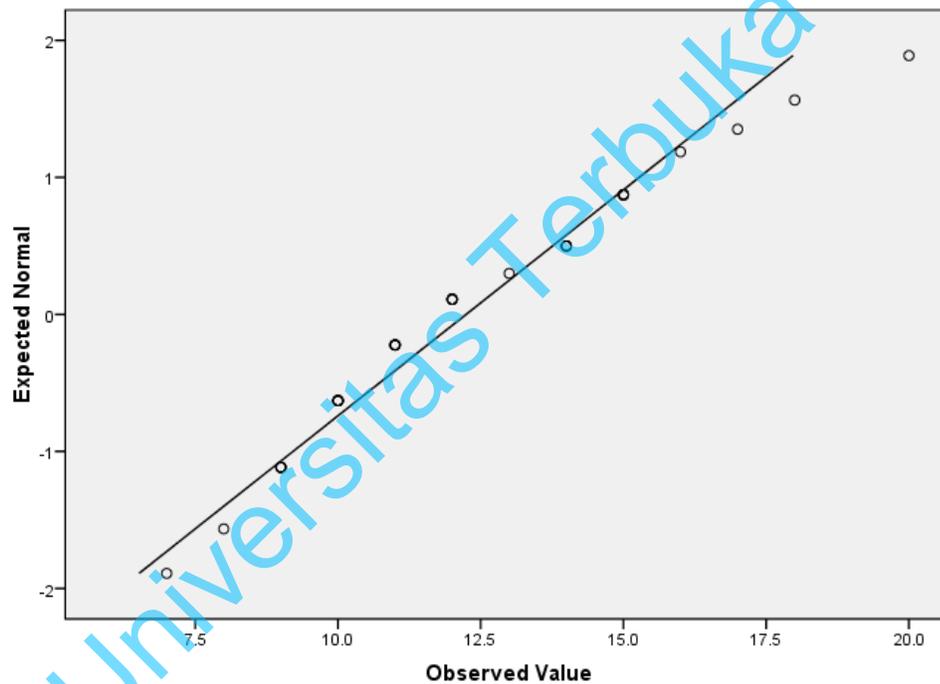
		Statistic	Std. Error
Skor Kemampuan	Mean	12.24	.528
Penalaran Matematik Kelompok Konvensional	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound	11.17
		Upper Bound	13.32
	5% Trimmed Mean	12.12	
	Median	12.00	
	Variance	9.189	
	Std. Deviation	3.031	
	Minimum	7	
	Maximum	20	
	Range	13	
	Interquartile Range	4	
	Skewness	.599	.409
	Kurtosis	-.016	.798

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Skor Kemampuan Penalaran Matematik Kelompok Konvensional	.144	33	.081	.958	33	.234

a. Lilliefors Significance Correction

Normal Q-Q Plot of Skor Kemampuan Penalaran Matematik Kelompok Konvensional



Lampiran D.8

HASIL OUTPUT SPSS VERSI 16.00
UJI HOMOGENITAS SKOR KEMAMPUAN PENALARAN
MATEMATIK SISWA KELOMPOK JIGSAW II DAN KONVENSIONAL

Test of Homogeneity of Variances

Skor Kemampuan Penalaran Matematik Kelompok Jigsaw II dan Konvensional

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
2.064	1	64	.156

ANOVA

Post-Test Kemampuan Penalaran Matematik Kelompok Eksperimen dan Kontrol

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	96.970	1	96.970	12.630	.001
Within Groups	491.394	64	7.678		
Total	588.364	65			

Lampiran D.9

HASIL OUTPUT SPSS VERSI 16.00
UJI HIPOTESIS STATISTIK DENGAN MENGGUNAKAN *INDEPENDENT SAMPLES T-TEST* SKOR KEMAMPUAN
PENALARAN MATEMATIK SISWA KELOMPOK JIGSAW II DAN KONVENSIONAL

Group Statistics

	Kelompok	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Skor Kemampuan Penalaran	Jigsaw II	33	14.67	2.483	.432
Matematik Kelompok Jigsaw II dan Konvensional	Konvensional	33	12.24	3.031	.528

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
Skor Kemampuan Penalaran Matematik Kelompok Jigsaw II dan Konvensional	Equal variances assumed	2.064	.156	3.554	64	.001	2.424	.682	1.061	3.787
	Equal variances not assumed			3.554	61.613	.001	2.424	.682	1.060	3.788

Lampiran D.10

**STATISTIK DESKRIPTIF INSTRUMEN TES KEMAMPUAN
PENALARAN MATEMATIK SISWA****Descriptive Statistics**

	Mean	Std. Deviation	N
1	2.22	1.237	32
2	2.88	1.070	32
3	2.84	1.019	32
4	2.91	1.201	32
5	2.94	1.105	32
6	2.41	1.214	32
TOTAL	16.19	4.091	32

Universitas Terbuka

Lampiran D.11

**HASIL PERHITUNGAN VALIDITAS INSTRUMEN TES KEMAMPUAN
KOMUNIKASI MATEMATIK SISWA**

Correlations

		1	2	3	4	5	6	TOTAL
1	Pearson Correlation	1	.289	.412*	.275	.175	.132	.648**
	Sig. (2-tailed)		.108	.019	.128	.337	.471	.000
	N	32	32	32	32	32	32	32
2	Pearson Correlation	.289	1	.455**	.317	.320	.214	.705**
	Sig. (2-tailed)	.108		.009	.077	.074	.239	.000
	N	32	32	32	32	32	32	32
3	Pearson Correlation	.412*	.455**	1	.119	.392*	.183	.688**
	Sig. (2-tailed)	.019	.009		.515	.027	.316	.000
	N	32	32	32	32	32	32	32
4	Pearson Correlation	.275	.317	.119	1	.117	.138	.562**
	Sig. (2-tailed)	.128	.077	.515		.524	.453	.001
	N	32	32	32	32	32	32	32
5	Pearson Correlation	.175	.320	.392*	.117	1	-.029	.531**
	Sig. (2-tailed)	.337	.074	.027	.524		.877	.002
	N	32	32	32	32	32	32	32
6	Pearson Correlation	.132	.214	.183	.138	-.029	1	.471**
	Sig. (2-tailed)	.471	.239	.316	.453	.877		.006
	N	32	32	32	32	32	32	32
TOTAL	Pearson Correlation	.648**	.705**	.688**	.562**	.531**	.471**	1
	Sig. (2-tailed)	.000	.000	.000	.001	.002	.006	
	N	32	32	32	32	32	32	32

*. Correlation is significant at the 0.05 level (2-tailed).

** . Correlation is significant at the 0.01 level (2-tailed).

Lampiran D.12

**HASIL PERHITUNGAN RELIABILITAS INSTRUMEN TES
KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIK SISWA****Case Processing Summary**

		N	%
Cases	Valid	32	68.1
	Excluded ^a	15	31.9
	Total	47	100.0

a. Listwise deletion based on all variables in the procedure.

Reliability Statistics

Cronbach's Alpha	N of Items
.637	6

Lampiran D.13

**HASIL PERHITUNGAN DAYA PEMBEDA INSTRUMEN TES
KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIK SISWA**

NO	RESPONDEN	INSTRUMEN TES KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIK						Σ	KET
		1	2	3	4	5	6		
1	10	4	4	4	3	4	3	22	KELOMPOK ATAS
2	16	4	4	4	4	4	2	22	
3	19	4	3	4	4	3	4	22	
4	7	3	4	4	4	2	4	21	
5	17	4	4	4	1	4	4	21	
6	21	4	2	4	4	4	3	21	
7	3	3	4	3	4	3	3	20	
8	29	3	3	2	4	4	4	20	
9	11	3	4	3	3	4	2	19	
10	13	2	4	2	4	3	4	19	
11	18	3	4	4	4	4	0	19	
12	4	2	3	2	4	4	3	18	
13	12	1	3	4	4	3	3	18	
14	14	1	4	4	4	4	1	18	
15	6	0	4	3	3	4	3	17	
16	31	3	4	2	3	2	3	17	
17	25	2	3	4	2	2	3	16	
18	27	3	3	3	2	3	2	16	
19	28	3	3	3	3	4	0	16	
20	32	1	2	3	2	3	4	15	
21	1	2	2	2	3	4	1	14	
22	22	2	1	2	4	1	4	14	
23	23	2	2	2	4	2	2	14	
24	9	1	2	4	0	4	2	13	
25	24	0	4	2	3	1	2	12	
26	5	1	1	3	2	3	2	12	
27	20	1	2	2	3	2	2	12	
28	30	4	2	3	2	0	1	12	
29	8	2	2	1	3	2	1	11	
30	15	1	3	2	0	2	3	11	
31	2	1	1	1	2	2	1	8	
32	26	1	1	1	1	3	1	8	
Σ		71	92	91	93	94	77	518	
RATA-RATA		2,22	2,88	2,84	2,91	2,94	2,41	16,19	
Ba		44	58	53	57	56	46		
Bb		27	34	38	36	38	31		
D		0,27	0,38	0,23	0,33	0,28	0,23		
KETERANGAN		CUKUP	CUKUP	CUKUP	CUKUP	CUKUP	CUKUP		

Lampiran D.14

HASIL PERHITUNGAN TINGKAT KESUKARAN INSTRUMEN TES KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIK SISWA

NO	RESPONDEN	INSTRUMEN TES KEMAMPUAN PENALARAN MATEMATIK						Σ	KET
		1	2	3	4	5	6		
1	27	4	4	3	4	4	4	23	KELOMPOK ATAS
2	13	3	4	4	4	4	4	23	
3	10	3	4	4	4	4	4	23	
4	4	4	3	4	4	4	4	23	
5	19	3	4	3	4	4	4	22	
6	12	2	4	4	4	4	4	22	
7	7	2	4	4	4	4	4	22	
8	3	3	4	4	3	4	4	22	
9	2	2	4	4	4	4	4	22	
10	32	2	4	4	3	4	4	21	
11	28	2	4	3	4	4	4	21	
12	26	3	3	4	4	4	3	21	
13	25	3	4	4	3	4	3	21	
14	20	3	4	4	2	4	4	21	
15	11	2	4	4	4	4	3	21	
16	5	2	4	3	4	4	4	21	
17	8	2	4	3	3	1	1	14	KELOMPOK BAWAH
18	6	0	3	4	3	3	1	14	
19	29	3	2	2	1	2	3	13	
20	1	0	2	2	3	3	3	13	
21	30	1	4	2	2	1	2	12	
22	22	3	1	2	1	2	3	12	
23	16	3	2	1	2	2	2	12	
24	18	0	3	3	1	2	2	11	
25	15	0	2	3	2	3	1	11	
26	31	0	2	1	4	1	2	10	
27	23	1	1	1	1	3	3	10	
28	17	2	1	1	2	2	2	10	
29	14	0	1	2	2	2	3	10	
30	9	0	1	2	4	2	1	10	
31	21	2	2	1	2	1	1	9	
32	24	1	1	1	2	1	1	7	
Σ		61	94	91	94	95	92	527	
RATA-RATA		1,91	2,94	2,84	2,94	2,97	2,88	16,47	
Ba		43	62	60	59	64	61		
Bb		18	32	31	35	31	31		
P		0,48	0,73	0,71	0,73	0,74	0,72		
KETERANGAN		SEDANG	SEDANG	SEDANG	SEDANG	SEDANG	SEDANG		

Lampiran D.15

HASIL OUTPUT SPSS VERSI 16.00
UJI NORMALITAS SKOR KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIK
SISWA KELOMPOK JIGSAW II

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
Skor Kemampuan Komunikasi Matematik Kelompok Jigsaw II	33	100.0%	0	.0%	33	100.0%

Descriptives

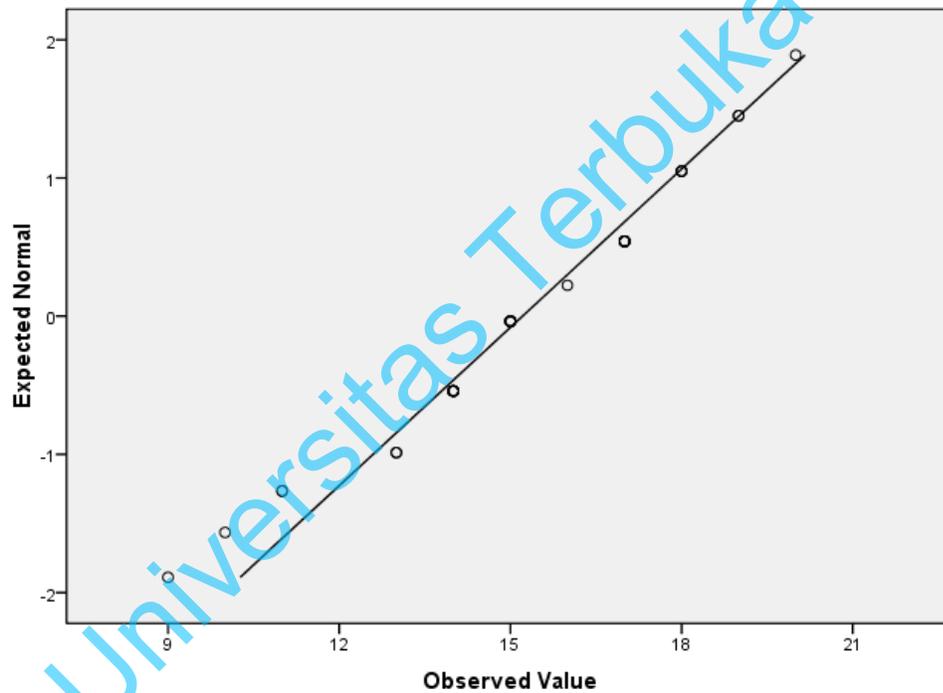
		Statistic	Std. Error
Skor Kemampuan Komunikasi Matematik Kelompok Jigsaw II	Mean	15.21	.456
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound 14.28	
		Upper Bound 16.14	
	5% Trimmed Mean	15.29	
	Median	15.00	
	Variance	6.860	
	Std. Deviation	2.619	
	Minimum	9	
	Maximum	20	
	Range	11	
	Interquartile Range	3	
	Skewness	-.446	.409
	Kurtosis	-.010	.798

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Skor Kemampuan Komunikasi Matematik Kelompok Jigsaw II	.147	33	.070	.957	33	.211

a. Lilliefors Significance Correction

Normal Q-Q Plot of Skor Kemampuan Komunikasi Matematik Kelompok Jigsaw II



Lampiran D.16

HASIL OUTPUT SPSS VERSI 16.00
UJI NORMALITAS SKOR KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATIK
SISWA KELOMPOK KONVENSIONAL

Case Processing Summary

	Cases					
	Valid		Missing		Total	
	N	Percent	N	Percent	N	Percent
Skor Kemampuan Komunikasi Matematik Kelompok Konvensional	33	100.0%	0	.0%	33	100.0%

Descriptives

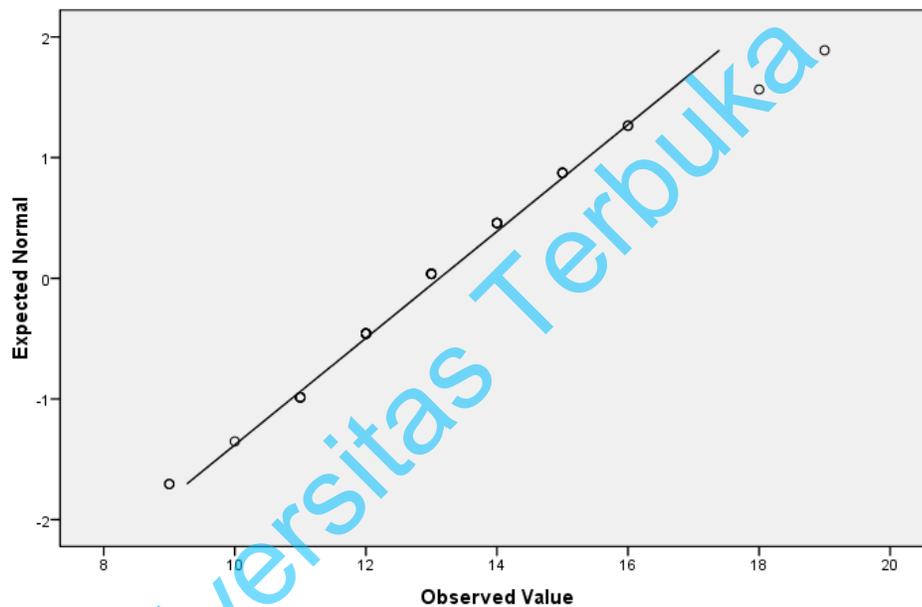
		Statistic	Std. Error
Skor Kemampuan Komunikasi Matematik Kelompok Konvensional	Mean	13.12	.394
	95% Confidence Interval for Mean	Lower Bound 12.32	
		Upper Bound 13.92	
	5% Trimmed Mean	13.05	
	Median	13.00	
	Variance	5.110	
	Std. Deviation	2.260	
	Minimum	9	
	Maximum	19	
	Range	10	
	Interquartile Range	2	
	Skewness	.514	.409
	Kurtosis	.617	.798

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Skor Kemampuan Komunikasi Matematik Kelompok Konvensional	.127	33	.190	.961	33	.282

a. Lilliefors Significance Correction

Normal Q-Q Plot of Skor Kemampuan Komunikasi Matematik Kelompok Konvensional



Lampiran D.17

HASIL OUTPUT SPSS VERSI 16.00
UJI HOMOGENITAS SKOR KEMAMPUAN KOMUNIKASI
MATEMATIK SISWA KELOMPOK JIGSAW II DAN KONVENSIONAL

Test of Homogeneity of Variances

Skor Kemampuan Komunikasi Matematik Kelompok Jigsaw II dan Konvensional

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
.842	1	64	.362

ANOVA

Skor Kemampuan Komunikasi Matematik Kelompok Jigsaw II dan Konvensional

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	72.136	1	72.136	12.053	.001
Within Groups	383.030	64	5.985		
Total	455.167	65			

Lampiran D.18

HASIL OUTPUT SPSS VERSI 16.00
UJI HIPOTESIS STATISTIK DENGAN MENGGUNAKAN *INDEPENDENT SAMPLES T-TEST* SKOR KEMAMPUAN
KOMUNIKASI MATEMATIK SISWA KELOMPOK JIGSAW II DAN KONVENSIONAL

Group Statistics

	Kelompok	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
Skor Kemampuan Komunikasi	Jigsaw II	33	15.21	2.619	.456
Matematik Kelompok Jigsaw II dan Konvensional	Konvensional	33	13.12	2.260	.394

Independent Samples Test

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
									Lower	Upper
Skor Kemampuan Komunikasi Matematik Kelompok Jigsaw II dan Konvensional	Equal variances assumed	.842	.362	3.472	64	.001	2.091	.602	.888	3.294
	Equal variances not assumed			3.472	62.661	.001	2.091	.602	.887	3.295

LAMPIRAN E

ADMINISTRASI

Universitas Terbuka

Lampiran E.1

Tabel Nilai-nilai r Product Moment

N	Taraf Signifikansi		N	Taraf Signifikansi	
	5 %	1 %		5 %	1 %
3	0,997	0,999	38	0,320	0,413
4	0,950	0,990	39	0,316	0,408
5	0,878	0,959	40	0,312	0,403
6	0,811	0,917	41	0,308	0,398
7	0,754	0,874	42	0,304	0,393
8	0,707	0,834	43	0,301	0,389
9	0,666	0,798	44	0,297	0,384
10	0,632	0,765	45	0,294	0,380
11	0,602	0,735	46	0,291	0,376
12	0,576	0,708	47	0,288	0,372
13	0,553	0,684	48	0,284	0,368
14	0,532	0,661	49	0,281	0,364
15	0,514	0,641	50	0,279	0,361
16	0,497	0,623	55	0,266	0,345
17	0,482	0,606	60	0,254	0,330
18	0,468	0,590	65	0,244	0,317
19	0,456	0,575	70	0,235	0,306
20	0,444	0,561	75	0,227	0,296
21	0,433	0,549	80	0,220	0,286
22	0,423	0,537	85	0,213	0,278
23	0,413	0,526	90	0,207	0,270
24	0,404	0,515	95	0,202	0,263
25	0,396	0,505	100	0,195	0,256
26	0,388	0,496	125	0,176	0,230
27	0,381	0,487	150	0,159	0,210
28	0,374	0,478	175	0,148	0,194
29	0,367	0,470	200	0,138	0,181
30	0,361	0,463	300	0,113	0,148
31	0,355	0,456	400	0,098	0,128
32	0,349	0,449	500	0,088	0,115
33	0,344	0,442	600	0,080	0,105
34	0,339	0,436	700	0,074	0,097
35	0,334	0,430	800	0,070	0,091
36	0,329	0,424	900	0,065	0,086
37	0,325	0,418	1000	0,062	0,081

Sumber: <http://library.walisongo.ac.id/digilib/files/disk1/10/jtptiain-gdl-s1-2005-ekhwanudin-473-LAMPIRAN-7.pdf>

Lampiran E.2



PEMERINTAH KABUPATEN LAMPUNG TENGAH
DINAS PENDIDIKAN

SMA NEGERI 1 TERBANGGI BESAR

Jl. A. Yani No. 1 Poncowati Telp./Fax (0725) 26168
LAMPUNG TENGAH 34165

Website: <http://www.smansa-gibes.sch.id> E-mail: smn1-gibes@yahoo.co.id



SURAT KETERANGAN PENELITIAN

Nomor : 420/698/04/C2/D8/KP/2013

Yang bertanda tangan dibawah ini Kepala SMA Negeri 1 Terbanggi Besar, menerangkan dengan sebenarnya bahwa :

Nama : SITI QOMARIYAH
NIM : 017987851
Program Studi : Paska Sarjana Program Pendidikan Matematika

Yang bersangkutan telah melaksanakan Penelitian, terhitung mulai 05 Februari 2013 s.d. 08 April 2013 di SMA Negeri 1 Terbanggi Besar tentang : "PENGARUH MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF TIPE JIGSAW II TERHADAP KEMAMPUAN PENALARAN DAN KOMUNIKASI MATEMATIKA".

Demikian surat keterangan ini diberikan untuk dapat dipergunakan sebagaimana mestinya.



Lampiran E.3

KARTU BIMBINGAN TESIS

NAMA MAHASISWA : SITI QOMARIYAH
NIM : 017987851
TAHUN MASUK : 2011.2
UPBJJ : BANDAR LAMPUNG
JUDUL RP/TESIS : PENGARUH MODEL PEMBELAJARAN KOOPERATIF
 TIPE JIGSAW II TERHADAP KEMAMPUAN PENALARAN
 DAN KOMUNIKASI MATEMATIKA

NO.	HARI/ TANGGAL	KEGIATAN BIMBINGAN	CATATAN/ REKOMENDASI PEMBIMBING	PARAF PEMBIMBING
1.	SABTU 19-01-2013	KONSULTASI ISI PROPOSAL	PERBAIKI PROPOSAL BAB I - III	
2.	SABTU 26-02-2013	BIMBINGAN PERBAIKAN PROPOSAL	PERBAIKAN PROPOSAL	
3.	SABTU 2-02-2013.	BIMBINGAN PERBAIKAN PROPOSAL	PERBAIKAN PROPOSAL	
4.	SABTU 9-02-2013	BIMBINGAN PERBAIKAN PROPOSAL	PERBAIKAN PROPOSAL	
5.	SABTU 16-02-2013	BIMBINGAN PERBAIKAN PROPOSAL	REVISI BAB I - BAB III SETELAH SEMINAR PROPOSAL	
6.	SABTU 2-03-2013.	BIMBINGAN PERBAIKAN PROPOSAL	MULAI MEMBUAT INSTRUMEN	
7.	SABTU 16-03-2013	KONSULTASI INSTRUMEN	REVISI INSTRUMEN	
8.	SABTU 14-04-2013	KONSULTASI HASIL UJI COBA INSTRUMEN	MULAI PERBAIKAN BAB II	

NO.	HARI/ TANGGAL	KEGIATAN BIMBINGAN	CATATAN/ REKOMENDASI PEMBIMBING	PARAF PEMBIMBING
9.	SABTU 4-05-2013	KONSULTASI BAB IV-V	PERBAIKI BAB IV-V	
10.	SABTU 18-05-2013	Seminar Hasil (BTR II)	REVISI BAB 1 - V DAN DAFTAR PUSTAKA	
11.	RABU 29-05-2013	FINALISASI TESIS	REVISI BAB IV DAN DAFTAR PUSTAKA.	
12.	SABTU 8-6-2013	FINALISASI TESIS	REVISI TESIS	
13.	SABTU 22-6-2013	FINALISASI TESIS	REVISI TESIS	

Bandar Lampung,
Mengetahui
Ka.UPBJJ-UT Bandar Lampung

Drs. Irlan Soelaeman, M.Ed.
NIP. 19570822 198811 1 001

Lampiran E.4

**UNIVERSITAS TERBUKA
PROGRAM PASCASARJANA
MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA**

PERNYATAAN

TAPM yang berjudul Pengaruh Model Pembelajaran Kooperatif Tipe Jigsaw II terhadap Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Matematik adalah hasil karya saya sendiri, dan seluruh sumber yang dikutip maupun yang dirujuk telah saya nyatakan dengan benar.

Apabila di kemudian hari ternyata ditemukan adanya penjiplakan (plagiat), maka saya bersedia menerima sanksi akademik.

Bandar Lampung, 5 Juli 2013

Yang Menyatakan



Siti Oomariyah
NIM.017987851