PENENTUAN ANUITAS JIWA BERJANGKA INDIVIDU KASUS KONTINU MENGGUNAKAN METODE *WOOLHOUSE*

Desi Ratnasari[1], Neva Satyahadewi[2], Shantika Martha[3]
[1,2,3] *Universitas Tanjungpura, Pontianak*

Email korespondensi : anzahcie11@gmail.com

Anuitas adalah serangkaian pembayaran dalam jumlah tertentu yang dilakukan setiap selang waktu dan jangka waktu tertentu secara berkala. Anuitas digunakan dalam asuransi jiwa dan berbagai bentuk asuransi lainnya. Unsur yang paling penting dalam menghitung besarnya premi dalam jangka waktu tertentu adalah anuitas. Metode Woolhouse merupakan salah satu metode yang digunakan untuk menentukan nilai tunai anuitas dengan pembayaran m kali dalam setahun. Metode Woolhouse diperoleh dari pendekatan Euler-Maclaurin. Metode Woolhouse ini memberikan pendekatan penilaian yang sesuai terhadap nilai tunai anuitas yang dibayarkan secara tahunan. Langkah-langkah dalam penelitian ini adalah menentukan nilai tunai anuitas dengan pembayaran sekali dalam setahun, dan menentukan nilai tunai anuitas dengan pembayaran m kali dalam setahun. Berdasarkan kedua persamaan tersebut, dibentuk suatu persamaan nilai tunai anuitas kontinu menggunakan metode Woolhouse. Selanjutnya persamaan tersebut digunakan untuk pendekatan penilaian anuitas. Hasil perhitungan menunjukkan bahwa penggunaan metode Woolhouse ini dapat digunakan oleh perusahaan asuransi untuk penilaian nilai tunai anuitas khususnya anuitas berjangka. Hal ini dikarenakan hasil tersebut memberikan penilaian yang sesuai terhadap nilai tunai anuitas untuk pembayaran yang dilakukan beberapa kali dalam setahun.

Kata Kunci: *nilai tunai anuitas, formula,Euler-MacLaurin*

PENDAHULUAN

Anuitas memiliki peranan yang penting dalam matematika keuangan karena banyak sekali pembayaran yang dilakukan tidak secara tunai. Pembayaran cicilan rumah misalnya yang dilakukan secara bertahap selama beberapa tahun. Cara pembayaran ini disebut anuitas. Dalam asuransi, anuitas juga digunakan yaitu pada pembayaran premi yang dilakukan oleh peserta asuransi, pembayaran pensiun pada pegawai ataupun karyawan.

Secara umum anuitas adalah suatu pembayaran dalam jumlah tertentu yang dilakukan setiap selang waktu dan jangka waktu tertentu secara berkelanjutan [1]. Anuitas ini sering disebut dengan anuitas pasti karena tidak bergantung oleh faktor-faktor yang lain, selain tingkat suku bunga dan jangka waktu pembayaran. Anuitas ini sering ditemui dalam sistem pembayaran di perbankan dan lembaga keuangan lainnya, seperti pengembalian kredit oleh pengambil kredit kepada bank atau institusi lainnya, pembayaran bunga bulanan oleh bank, dan pembayaran-pembayaran lainnya. Jadi, peranan anuitas sangat penting karena pembayaran yang dilakukan akan lebih ringan dibandingkan dengan pembayaran secara tunai.

Berdasarkan jenisnya, anuitas dapat dibedakan menjadi dua macam, yaitu anuitas pasti (*certain annuity*) dan anuitas jiwa (*life annuity*). Anuitas pasti pembayarannya dilakukan tanpa syarat. Sedangkan pada anuitas jiwa pembayarannya berkaitan dengan hidup dan meninggalnya seseorang. Anuitas jiwa merupakan suatu pembayaran jumlah tertentu yang dilakukan dalam selang waktu dan jangka waktu tertentu yang disertai dengan faktor kelangsungan hidup (*survival*). Dengan kata lain, anuitas jiwa merupakan anuitas pasti yang disertai dengan faktor kelangsungan hidup. Faktor kelangsungan hidup sangat diperhatikan dalam aktuaria, karena pembayaran dan manfaat yang diberikan dalam asuransi jiwa atau dana pensiun berkaitan dengan usia hidup seseorang.

Berdasarkan sistem pembayarannya, anuitas terbagi menjadi dua yaitu pembayaran anuitas yang dilakukan pada setiap awal periode yang disebut anuitas awal (*due annuity)* dan pembayaran anuitas yang dilakukan pada setiap akhir periode yang disebut anuitas akhir (*immediate annuity*). Didalam anuitas dapat dibedakan juga berdasarkan lamanya pembayaran, pembayaran yang dilakukan selama seseorang yang berusia x tahun masih tetap hidup dinamakan anuitas seumur hidup (*whole life annuity*), sedangkan pembayaran yang dilakukan seseorang yang berusia x tahun selama jangka waktu tertentu dinamakan anuitas berjangka (*temporary annuity*) dalam kontrak asuransi biasanya jangka waktu yang digunakan 5 tahun, 10 tahun, sampai 20 tahun.

Anuitas jiwa dapat digambarkan sebagai suatu deret pembayaran yang dilakukan oleh seseorang dengan usia x tahun. Ditinjau dari sisi manfaat kematian yang dibayarkan terdapat model asuransi jiwa dengan manfaat kematian yang dibayarkan pada awal tahun kematian (kontinu) dan model asuransi jiwa dengan manfaat kematian yang dibayarkan pada akhir tahun kematian (diskrit) [2].

Pada penelitian ini, penulis tertarik membahas bagaimana penentuan nilai tunai anuitas jiwa berjangka n tahun dengan pembayaran m kali dalam setahun untuk individu dengan metode Woolhouse. Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji metode Woolhouse dalam menentukan besarnya nilai tunai anuitas jiwa berjangka n tahun dengan pembayaran m kali dalam setahun.

Dalam penelitian ini penulis membahas asuransi jiwa berjangka n tahun, pembayaran manfaat kematian dilakukan hanya jika peserta asuransi meninggal di dalam n tahun masa kepesertaannya. Dihitung sejak peserta asuransi memutuskan terdaftar menjadi peserta asuransi.

Dickson *et al.,* (2009) menjelaskan terdapat beberapa macam metode atau asumsi yang digunakan dalam menentukan nilai tunai dari anuitas seperti asumsi *Uniform Distribution of Deaths* (UDD), Metode Woolhouse, dan akurasi secara numerik. Metode Woolhouse merupakan salah satu metode yang digunakan untuk menentukan nilai anuitas yang akan dibayarkan berdasarkan pendekatan Euler-Maclaurin. Penaksiran yang dilakukan berdasarkan metode Woolhouse dengan menggunakan faktor percepatan mortalita dan percepatan pembungaan ini efisien dalam menentukan nilai tunai anuitas.

Pada penelitian ini, penulis tertarik membahas bagaimana penentuan nilai tunai anuitas jiwa berjangka n tahun dengan pembayaran m kali dalam setahun untuk individu menggunakan metode Woolhouse. Penelitian ini bertujuan mengkaji metode Woolhouse untuk menentukan perhitungan nilai tunai anuitas jiwa berjangka n tahun dengan pembayaran m kali dalam setahun.

METODOLOGI

Penilaian nilai tunai anuitas difokuskan pada anuitas jiwa berjangka n tahun dengan pembayaran m kali dalam setahun dan anuitas yang digunakan adalah anuitas kontinu, tabel mortalita yang digunakan yaitu Tabel Mortalita Indonesia 2011 (TMI 2011) pada penelitian ini perhitungan di khususkan untuk peserta asuransi pria. Berdasarkan rapat Dewan Gubenur tanggal 8 Oktober 2013 sampai dengan 14 April 2015 tingkat suku bunga yang digunakan sebesar 7,25%, 7,50% dan 7,75%.

Penelitian ini dimulai dengan menentukan usia peserta asuransi yakni x tahun, jangka waktu pembayaran nilai tunai anuitas selama n tahun. Selanjutnya menentukan peluang hidup dan matinya tertanggung melalui tabel mortalita. Setelah diasumsikan tingkat suku bunga yang digunakan, akan ditentukan faktor diskon. Selanjutnya dihitung nilai tunai anuitas berjangka untuk pembayaran tahunan. Setelah itu, ditentukan nilai tunai anuitas berjangka untuk pembayaran m kali dalam setahun dengan metode Woolhouse.

LANDASAN TEORI

Metode Woolhouse adalah salah satu metode yang digunakan dalam menghitung nilai tunai anuitas dari anuitas yang dibayarkan beberapa kali dalam setahun. Metode ini diperoleh dari pengembangan formula Euler-Maclaurin [3]. Formula Euler-Maclaurin adalah salah satu metode integrasi numerik. Dengan menggunakan metode Woolhouse ini dapat menghasilkan pendekatan penilaian untuk nilai tunai anuitas dari peserta asuransi jiwa hingga usia yang lebih tua [6]. Khusus dalam penelitian ini hanya sampai pada turunan pertama artinya turunan kedua dan turunan tingkat tingginya diabaikan. Untuk suatu integral fungsi g dengan interval $[a,b]$, formula Euler-Maclaurin dinyatakan sebagai berikut:

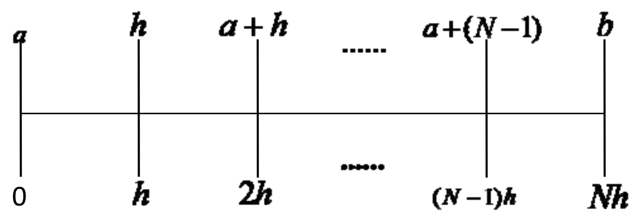
$$\int_a^b g(x)dx = h\left(\sum_{t=0}^{N} g(a+th) - \frac{1}{2}\left(g(a)+g(b)\right)\right) + \frac{h^2}{12}\left(g'(a)+g'(b)\right) - \frac{h^4}{720}\left(g''(a)-g''(b)\right) + \ldots \quad (1)$$

dengan $h = \frac{b-a}{N}$ dan N adalah bilangan bulat.

Selanjutnya akan ditentukan nilai tunai anuitas dengan pembayaran sebanyak m kali dalam setahun berdasarkan pendekatan formula Euler-Maclaurin, dimana pada penelitian ini hanya sampai pada turunan pertama saja. Sehingga Persamaan (1) dinyatakan sebagai berikut:

$$\int_a^b g(x)dx \approx h\left(\sum_{t=0}^{N} g(a+th) - \frac{1}{2}\left(g(a)+g(b)\right)\right) + \frac{h^2}{12}\left(g'(a)+g'(b)\right) \quad (2)$$

Misalkan interval $[a,b]$ menyatakan batas waktu pembayaran dengan a adalah awal waktu pembayaran dan b = n akhir waktu pembayaran, N menyatakan banyaknya periode pembayaran dan h menyatakan besar pembayaran tiap periode. sehingga dengan menggunakan garis waktu dapat diilustrasikan sebagai berikut [6]:



Gambar 1. Ilustrasi rangkaian pembayaran anuitas

Kemudian berdasarkan Persamaan (2) akan ditentukan nilai tunai anuitas dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Pada langkah pertama ini, akan dinyatakan nilai tunai anuitas dengan pembayaran sekali dalam setahun, ambil $a = 0$, $b = N = n$ maka $h = \frac{b-a}{N} = \frac{n-0}{n} = 1$ sehingga diperoleh:

$$\int_0^n g(x)dx \approx \left(\sum_{t=0}^{n} g(t) - \frac{1}{2}\left(g(0)+g(n)\right)\right) + \frac{1}{12}\left(g'(0)+g'(n)\right) \quad (3)$$

   Persamaan (3) adalah nilai tunai anuitas dengan pembayaran sekali dalam setahun berdasarkan formula Euler-Maclaurin.

2. Langkah kedua untuk nilai tunai anuitas dengan pembayaran sebanyak m kali dalam setahun, ambil $a = 0$, $b = n$ dan $N = mn$ maka $h = \frac{b-a}{N} = \frac{n-0}{mn} = \frac{1}{m}$ sehingga diperoleh

$$\int_0^n g(x)dx \approx \frac{1}{m}\left(\sum_{t=0}^{n} g(t) - \frac{1}{2}\left(g(0)+g(n)\right)\right) + \frac{1}{12m^2}\left(g'(0)+g'(n)\right) \quad (4)$$

Persamaan (4) merupakan persamaan nilai tunai anuitas dengan pembayaran sebanyak *m* kali dalam setahun.

Selanjutnya, karena Persamaan (3) dan Persamaan (4) mempunyai nilai yang kurang lebih sama, sehingga dapat dibentuk:

$$\frac{1}{m}\left(\sum_{t=0}^{n} g(t)-\frac{1}{2}\big(g(0)+g(n)\big)\right)+\frac{1}{12m^2}\big(g'(0)+g'(n)\big)\approx\sum_{t=0}^{n} g(t)-\frac{1}{2}\big(g(0)+g(n)\big)+\frac{1}{12}\big(g'(0)+g'(n)\big)$$

atau dapat diperoleh

$$\frac{1}{m}\sum_{t=0}^{n} g\left(\frac{t}{m}\right)\approx\sum_{t=0}^{n} g(t)-\frac{m-1}{2m}\big(g(0)+g(n)\big)+\frac{m^2-1}{12m^2}\big(g'(0)+g'(n)\big) \tag{5}$$

Persamaan (5) yang diperoleh merupakan metode Woolhouse yang digunakan untuk menentukan nilai tunai anuitas dimana pembayarannya dilakukan sebanyak *m* kali dalam setahun. Misalkan terdapat suatu fungsi $g(t)$ yang menyatakan nilai tunai anuitas pada waktu *t* dengan pembayaran sekali dalam setahun yang dinyatakan dengan:

$$g(t)=v^t\,{}_t p_x \tag{6}$$

Perhatikan bahwa $g(0)=1$, selanjutnya dengan menurunkan fungsi $g(t)$ dan pada saat *t* = 0 diperoleh:

$$g'(0)=-(\delta+\mu_x) \tag{7}$$

Kemudian untuk menyatakan nilai tunai anuitas seumur hidup dengan pembayaran sebanyak *m* kali dalam setahun, maka Persamaan (4) dapat ditulis menjadi:

$$\frac{1}{m}\sum_{t=0}^{\infty} v^{t/m}\,{}_{t/m} p_x\approx\sum_{t=0}^{\infty} v^t\,{}_t p_x-\frac{m-1}{2m}-\frac{m^2-1}{12m^2}(\delta+\mu_x) \tag{8}$$

$\frac{1}{m}\sum_{t=0}^{\infty} v^{t/m}\,{}_{t/m} p_x$ dinotasikan dengan $\ddot{a}_x^{(m)}$

$\sum_{t=0}^{\infty} v^t\,{}_t p_x$ dinotasikan dengan $\ddot{a}_x$

Selanjutnya Persamaan (8) dapat dituliskan dengan:

$$\ddot{a}_x^{(m)}\approx\ddot{a}_x-\frac{m-1}{2m}-\frac{m^2-1}{12m^2}(\delta+\mu_x) \tag{9}$$

Persamaan (9) adalah nilai tunai anuitas awal seumur hidup untuk seseorang yang berusia *x* tahun dengan pembayaran yang dilakukan sebanyak *m* kali. Selanjutnya untuk nilai tunai anuitas awal seumur hidup untuk peserta asuransi berusia *x* + *n* tahun adalah

$$\ddot{a}_{x+n}^{(m)}\approx\ddot{a}_{x+n}-\frac{m-1}{2m}-\frac{m^2-1}{12m^2}(\delta+\mu_{x+n}) \tag{10}$$

Kemudian dinyatakan juga hubungan antara anuitas awal seumur hidup dan anuitas awal berjangka untuk pembayaran yang dilakukan sebanyak *m* kali dalam setahun sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{(m)} = \ddot{a}_{x}^{(m)} - v^{n}\ {}_{n}p_{x}\ddot{a}_{x+n}^{(m)} \tag{11}$$

Nilai tunai anuitas awal berjangka dengan metode Woolhouse dapat diperoleh dengan mensubstitusikan Persamaan (9) dan (10) ke Persamaan (11), sehingga diperoleh:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{(m)} \approx \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \frac{m-1}{2m}\left(1-v^{n}\ {}_{n}p_{x}\right) - \frac{m^{2}-1}{12m^{2}}\left(\delta+\mu_{x}-v^{n}\ {}_{n}p_{x}\left(\delta+\mu_{x+n}\right)\right) \tag{12}$$

Hubungan antara anuitas awal berjangka dan anuitas akhir berjangka untuk pembayaran *m* kali dalam setahun sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{(m)} = a_{x:\overline{n}|}^{(m)} + \frac{1}{m}\left(1+v^{n}\ {}_{n}p_{x}\right) \tag{13}$$

Kemudian, berdasarkan hubungan diatas dapat diperoleh nilai tunai anuitas akhir berjangka dengan pembayaran sebanyak *m* kali dalam setahun selama *n* tahun menggunakan metode Woolhouse yang dinyatakan sebagai berikut:

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|}^{(m)} \approx a_{x:\overline{n}|} + \frac{m-1}{2m}\left(1-v^{n}\ {}_{n}p_{x}\right) - \frac{m^{2}-1}{12m^{2}}\left(\delta+\mu_{x}-v^{n}\ {}_{n}p_{x}\left(\delta+\mu_{x+n}\right)\right) \tag{14}$$

Pada anuitas jiwa juga terdapat cara pembayaran yang dilakukan secara kontinu. Dalam setahun, dilakukan m kali pembayaran dengan $m \to \infty$ dengan menggunakan Persamaan (9) maka anuitas seumur hidup yang kontinu dinyatakan sebagai berikut:

$$\bar{a}_{x} \approx \ddot{a}_{x} - \frac{1}{2} - \frac{1}{12}\left(\delta+\mu_{x}\right) \tag{15}$$

Misalkan jangka pembayaran asuransi n tahun, maka anuitas jiwa kontinu untuk anuitas berjangka dinotasikan dengan $\bar{a}_{x:\overline{n}|}$ untuk $m \to \infty$, dan dengan menggunakan Persamaan (11) untuk $m \to \infty$ dinyatakan sebagai berikut:

$$\bar{a}_{x:\overline{n}|} \approx \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \frac{1}{2}\left(1-v^{n}\ {}_{n}p_{x}\right) - \frac{1}{12}\left(\delta+\mu_{x}-v^{n}\ {}_{n}p_{x}\left(\delta+\mu_{x+n}\right)\right) \tag{16}$$

Penilaian nilai tunai anuitas berdasarkan metode Woolhouse juga memiliki perbedaan dengan penilaian yang lainnya, khususnya untuk percepatan mortalitas seseorang yang berusia x tahun $\left(\mu_{x}\right)$. Dimana untuk percepatan mortalitas tidak mengalami perubahan yang banyak antara umur $x-1$ tahun dan $x+1$ tahun, sehingga dapat dinyatakan bahwa [3]:

$$\mu_{x+t} \approx \mu_{x} \qquad \text{, untuk } -1 < t < 1$$

dengan

$$ {}_{2}p_{x-1} \approx e^{-\int_{-1}^{1} \mu_x dt} $$

atau dapat diperoleh

$$ \mu_x \approx -\frac{1}{2}\left(\log\left(p_{x-1}\right) + \log\left(p_x\right)\right) $$

Pendekatan penilaian nilai tunai anuitas dengan metode ini diperlukan percepatan pembungaan, percepatan mortalitas dan nilai tunai anuitas pembayaran tahunan dari peserta asuransi.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Selanjutnya akan diberikan ilustrasi penentuan nilai tunai anuitas jiwa berjangka kasus kontinu menggunakan metode Woolhouse. Dalam penyelesaian perhitungan menggunakan Tabel Mortalita Indonesia (TMI) 2011 untuk pria dan dibantu oleh Microsoft Excel. Diaplikasikan pada usia 25 – 55 tahun karena pada umumnya usia 25-55 tahun usia produktif, sudah harus mulai memperbaiki tingkat kehidupannya, dan memikirkan masa depannya serta memiliki perlindungan asuransi untuk memindahkan risiko kepada perusahaan asuransi.

Adapun ilustrasi yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah penentuan anuitas jiwa berjangka pembayaran tahunan sebesar Rp 1 dengan jangka waktu pembayaran dan tingkat suku bunga yang sama tetapi usia berbeda, nilai tunai anuitas jiwa berangka pembayaran tahunan sebesar Rp 1 dengan usia dan tingkat suku bunga sama tetapi jangka waktu pembayaran berbeda, nilai tunai anuitas pembayaran tahunan sebesar Rp 1 dengan jangka waktu pembayaran dan usia sama tetapi tingkat suku bunga berbeda dan nilai tunai anuitas jiwa berjangka pembayaran tahunan sebesar Rp 1 dengan jangka waktu pembayaran dan tingkat suku bunga berbeda tetapi usia sama.

Kasus pertama, seorang pria yang berusia 25 tahun mengikuti program asuransi berjangka selama 15 tahun, dengan tingkat bunga yang diberikan oleh perusahaan asuransi kepada peserta asuransi adalah 7,5%. Akan ditentukan nilai tunai anuitas berjangka dengan pembayaran sekali dalam setahun yang akan digunakan untuk menghitung nilai tunai anuitas kontinu menggunakan metode Woolhouse.

Langkah awal dalam perhitungan nilai tunai anuitas jiwa awal berjangka adalah menentukan faktor diskon (v).

$$ v = \frac{1}{1+i} = \frac{1}{1+0,075} = 0,93023 $$

Kemudian, dengan menggunakan Tabel Mortalita Indonesia 2011 pria akan ditentukan peluang hidup peserta tersebut yang berusia 25 tahun akan hidup 10 tahun kemudian.

$$ {}_{15}p_{25} = \frac{l_{25+15}}{l_{25}} = \frac{l_{40}}{l_{25}} = 0,98649 $$

Kemudian dapat ditentukan nilai tunai anuitas awal berjangka sekali dalam setahun.

$$ \begin{aligned} \ddot{a}_{25:\overline{15}|} &= \frac{N_{25} - N_{40}}{D_{25}} \\ &= \frac{220651{,}10763\text{-}68590{,}81597}{16099{,}02454} \\ &= 9,44531 \end{aligned} $$

Secara analog dapat dilakukan perhitungan nilai tunai anuitas awal berjangka sekali dalam setahun. Secara lengkap perhitungan nilai tunai anuitas awal sekali dalam setahun disajikan dalam Tabel 1.

Tabel 1. Nilai Tunai Anuitas Jiwa Berjangka Pembayaran Tahunan Sebesar Rp 1 dengan Jangka Waktu Pembayaran dan Tingkat Suku Bunga yang Sama tetapi Usia Berbeda

x	$\overline{a}_{x:\overline{n}|}$
25	9.11201
30	9.10356
35	9.07340
40	9.00383
45	8.87666
50	8.68020
55	8.43279

Tabel 1 menunjukkan nilai tunai anuitas berjangka dengan pembayaran sekali dalam setahun untuk peserta asuransi dengan usia dan tingkat suku bunga yang bervariasi tetapi jangka waktu pembayaran sama yaitu 15 tahun, dapat dilihat bahwa untuk usia yang semakin tua maka nilai tunai anuitasnya juga semakin kecil karena dipengaruhi oleh peluang hidup peserta asuransi jiwa.

Selanjutnya akan ditentukan terlebih dahulu percepatan pembungaan.

$$ \delta = \log(1+i) = \log(1,075) = 0,07232 $$

Kemudian percepatan mortalitas berdasarkan penilaian dengan metode Woolhouse untuk peserta asuransi jiwa yang berusia 25 tahun.

$$ \mu_{25} \approx -\frac{1}{2}\left(\log(p_{24}) + \log(p_{25})\right) \approx 0,00084 $$

dan percepatan mortalitas hingga 15 tahun berikutnya adalah

$$ \mu_{45} \approx -\frac{1}{2}\left(\log(p_{44}) + \log(p_{45})\right) \approx 0,00144 $$

Selanjutnya ditentukan nilai tunai anuitas berjangka yang kontinu untuk pembayaran sekali dalam setahun, dengan menggunakan Persamaan (18) sebagai berikut:

$$\bar{a}_{25:\overline{15}|} = \frac{\left(N_{25} - N_{25+15}\right) - \frac{1}{2}\left(D_{25} - D_{25+15}\right)}{D_{25}}$$

$$= \frac{\left(220651,10763 - 68590,81597\right) - \frac{1}{2}\left(16099,02454 - 5367,44700\right)}{16099,02454}$$

$$= 9,11201$$

Setelah menentukan anuitas berjangka yang kontinu dengan pembayaran sekali dalam setahun, selanjutnya ditentukan anuitas berjangka kontinu menggunakan metode Woolhouse, berdasarkan Persamaan (34) sebagai berikut:

$$\bar{a}_{25:\overline{15}|} \approx \ddot{a}_{25:\overline{15}|} - \frac{1}{2}\left(1 - v^{15}{}_{15}p_{25}\right) - \frac{1}{12}\left(\delta + \mu_{25} - v^{15}{}_{15}p_{25}\left(\delta + \mu_{40}\right)\right)$$

$$\bar{a}_{25:\overline{15}|} \approx 9,44531 - \frac{1}{2}\left(1 - 0,33797.0,98650\right)$$

$$- \frac{1}{12}\left(0,07232 + 0,00084 - \left(0,33797.0,98650\right)\left(0,07232 + 0,00144\right)\right)$$

$$\bar{a}_{25:\overline{15}|} \approx 9,44531 - 0,33330 - 0,00408$$

$$\bar{a}_{25:\overline{15}|} \approx 9,10796$$

Secara analog dapat dilakukan proses perhitungan nilai tunai anuitas berjangka pembayaran tahunan dan *m* kali dalam setahun. Secara lengkap dapat disajikan dalam Tabel 2.

Tabel 2 Nilai Tunai Anuitas Jiwa Berjangka Pembayaran Tahunan Sebesar Rp 1 dengan Usia dan Tingkat Suku Bunga Sama tetapi Jangka Waktu Pembayaran Berbeda

x	$n = 10$		$n = 15$		$n = 20$	
	$\bar{a}_{x:\overline{n}|}$	$\bar{a}_{x:\overline{n}|}$ Woolhouse	$\bar{a}_{x:\overline{n}|}$	$\bar{a}_{x:\overline{n}|}$ Woolhouse	$\bar{a}_{x:\overline{n}|}$	$\bar{a}_{x:\overline{n}|}$ Woolhouse
25	7.09648	7.09332	9.11201	9.10796	10.50568	10.50102
30	7.09482	7.09169	9.10356	9.09954	10.48414	10.47951
35	7.08328	7.08017	9.07340	9.06941	10.42468	10.42007
40	7.05311	7.05001	9.00383	8.99983	10.30236	10.29771
45	6.99390	6.99078	8.87666	8.87259	10.10106	10.09631
50	6.88962	6.88635	8.68020	8.67594	9.80697	9.80202
55	6.75721	6.75367	8.43279	8.42822	9.43176	9.42648

Tabel 2 menunjukkan bahwa semakin tua usia peserta asuransi jiwa maka nilai tunai anuitasnya semakin kecil dan untuk jangka waktu pembayaran. Kemudian dengan usia yang sama semakin lama jangka waktu pembayaran maka nilai tunai anuitas akan semakin membesar.

Penilaian yang lainnya adalah semakin sering pembayaran yang dilakukan dalam setahun, nilai tunai anuitas akan semakin berkurang.

Pada perhitungan nilai tunai anuias selanjutnya, akan ditentukan nilai tunai anuitas berdasarkan tingkat suku bunga yang bervariasi. Tingkat suku bunga yang digunakan berdasarkan BI Rate dari tanggal 8 Oktober 2013 sampai dengan 14 April 2015 yaitu 7.25%, 7.50% dan 7.75%. Secara lengkap perhitungan Nilai Anuitas berjangka 20 tahun dengan pembayaran premi sekali dalam setahun berdasarkan tingkat suku bunga yang yang Berbeda dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3 Nilai Tunai Anuitas Jiwa Berjangka Pembayaran Tahunan Sebesar Rp 1 dengan Jangka Waktu Pembayaran dan Usia Sama tetapi Tingkat Suku Bunga Berbeda

n	x	7.25%		7.50%		7.75%	
		$\bar{a}_{x:\overline{n}\rceil}$	$\bar{a}_{x:\overline{n}\rceil}$ Woolhouse	$\bar{a}_{x:\overline{n}\rceil}$	$\bar{a}_{x:\overline{n}\rceil}$ Woolhouse	$\bar{a}_{x:\overline{n}\rceil}$	$\bar{a}_{x:\overline{n}\rceil}$ Woolhouse
10	25	7.16945	7.16646	7.09648	7.09332	7.02474	7.02141
	30	7.16776	7.16479	7.09482	7.09169	7.02312	7.01981
	35	7.15602	7.15307	7.08328	7.08017	7.01176	7.00848
	40	7.12537	7.12244	7.05311	7.05001	6.98206	6.97878
	45	7.06523	7.06228	6.99390	6.99078	6.92376	6.92046
	50	6.95936	6.95627	6.88962	6.88635	6.82104	6.81758
	55	6.82500	6.82165	6.75721	6.75367	6.69054	6.68681

Dapat dilihat Tabel 3 perhitungan nilai tunai anuitas berdasarkan metode Woolhouse dengan tingkat bunga yang berbeda menunjukkan bahwa semakin tinggi tingkat suku bunga yang diberikan oleh perusahaan asuransi dengan jangka waktu pembayaran yang sama dan usia yang sama maka nilai tunai anuitas akan semakin kecil. Kemudian semakin tinggi tingkat suku bunga dengan jangka waktu yang semakin lama untuk usia yang sama, maka nilai tunai anuitas makin membesar.

Pada perhitungan selanjutnya, akan ditentukan nilai tunai anuitas jiwa berjangka untuk usia 25 tahun dengan tingkat bunga yang berbeda. Tingkat bunga yang digunakan adalah tingkat bunga fluktuatif. Berdasarkan BI Rate dari tanggal 8 Oktober 2013 sampai dengan 14 April 2015 yakni 7,25%, 7.50%, dan 7.75%. Secara lengkap perhitungan nilai tunai anuitas jiwa berjangka berdasarkan tingkat bunga yang berbeda dapat dilihat pada Tabel 4 berikut:

Tabel 4 Nilai Tunai Anuitas Jiwa Berjangka Pembayaran Tahunan Sebesar Rp 1 dengan Jangka Waktu Pembayaran Berbeda dan Tingkat Suku Bunga Berbeda tetapi Usia Sama

n	7,25%	7,50%	7,75%

	$\bar{a}_{x:\overline{n}\rceil}$	$\bar{a}_{x:\overline{n}\rceil}$ Woolhouse	$\bar{a}_{x:\overline{n}\rceil}$	$\bar{a}_{x:\overline{n}\rceil}$ Woolhouse	$\bar{a}_{x:\overline{n}\rceil}$	$\bar{a}_{x:\overline{n}\rceil}$ Woolhouse
10	7.16945	7.16646	7.09648	7.09332	7.02474	7.02141
15	9.24372	9.23987	9.11201	9.10796	8.98335	8.97910
20	10.69479	10.69035	10.50568	10.50102	10.32203	10.31715

Berdasarkan Tabel 4 nilai tunai anuitas berjangka dengan jangka waktu pembayaran berbeda tingkat suku bunga berbeda tetapi usia sama menunjukkan bahwa semakin besar tingkat suku bunga untuk seorang pria berusia 25 tahun maka nilai tunai anuitanya semakin murah karena dipengahui oleh peluang hidup seseorang, dan untuk jangka waktu yang berbeda untuk usia yang sama maka semakin lama jangka waktunya maka nilai tunai anuitas yang harus dibayarkan semakin mahal pula.

KESIMPULAN

Nilai tunai anuitas dengan menggunakan metode Woolhouse merupakan nilai tunai anuitas dengan pembayaran yang dilakukan sebanyak m kali dalam setahun. Penentuan nilai tunai anuitas menggunakan metode Woolhouse memerlukan percepatan pembungaan, percepatan kematian dan nilai tunai anuitas pembayaran tahunan. Metode Woolhouse ini memberikan pendekatan penilaian semakin tua usia peserta asuransi jiwa maka nilai tunai anuitas kontinu semakin kecil. Untuk jangka waktu yang lama maka nilai tunai anuitas kontinu semakin besar karena dipengaruhi oleh peluang hidup peserta asuransi jiwa dan untuk tingkat bunga yang digunakan, semakin besar tingkat suku bunga maka nilai tunai anuitas semakin kecil.

DAFTAR PUSTAKA

[1]. Futami, T., 1993, *Matematika Asuransi Jiwa, Bagian 1*. Terj. dari Seimei Hoken Sugaku, Jokan (“92 Revision), oleh Herliyanto, G. Penerbit Incorporated Foundation Oriental Life Insurance Cultural Development Center, Japan.

[2]. Bowers, N.L., Geerber, H.U., Hickman, J.C., Jones, D.A. dan Nesbitt, C.J., 1986, *Actuarial Mathematics*, Society of Actuaries, Schaumhurg.

[3]. Dickson, D.C.M., Hardy, M.R dan Waters, H.R., 2009, *Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks*, Cambridge University Pres, New York.

[4]. Sembiring, R.K., 1986, Buku *Materi Pokok Asuransi 1*, Modul ke 1-5, Karunika, Universitas Terbuka, Jakarta.

[5]. Kellison, Stephen G., 1991, *The Theory of Interest*, McGraw-Hill, New York.

Humairah, R., 2013, Anuitas Akhir Menggunakan Formula Woolhouse Untuk Status Hidup Gabungan, Fakultas MIPA Universitas Riau, Pekan Baru