

ORTHOAGONALISASI PEUBAH BEBAS YANG BERKORELASI DALAM SUATU MODEL REGRESI

Aidawayati Rangkuti 1)
Guru Besar tetap pada Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin
aidarangkuti05@Yahoo.com

ABSTRACT

The research attempts to analyze factors effecting the local transmigrant's income after relocation in South Sulawesi, by using Gram-Schmidt method in determination the orthogonal of independent variabel that the result is not zero, than analyzing by the linear multiple regression with forward and backward method. The estimation result the dominant factor's are capital, production prices.

Key word : Gram-Schmidt, linear multiple.

PENDAHULUAN

Suatu proses produksi ditunjukkan adanya hubungan antara input dan output. Hubungan antara satu atau lebih input tersebut apakah dekat atau bebas satu sama lainnya. Apabila hubungan antara input tersebut bebas satu sama lainnya maka akan menghasilkan koefisien korelasi nol, sebaliknya bila hubungannya tidak bebas dan linier maka koefisien korelasi bernilai satu atau dikatakan terjadi kolinearitas.

Untuk mengetahui terjadi tidaknya kolinearitas maka tidak cukup hanya memeriksa matriks korelasinya saja, akan tetapi harus dari model regresi linier apabila determinan ($x^T \cdot x$) mendekati nol. Namun bagaimana menentukan peubah (input) mana yang kolinier dan bagaimana apabila kolinierinya sempurna. Oleh karena itu untuk menentukan beberapa input yang berkolinier dapat dilakukan dengan cara : a) Pembatasan model ; b) Bilangan korelasi dengan menggunakan nilai eigen; c) Menentukan titik leverage bila nilai $h_{ii} > 2p/n$, dengan h_{ii} adalah unsur diagonal ke I dan matrik H dan p adalah banyaknya parameter dalam model ditambah satu dan n adalah ukuran sampel, Draper Smith (1996). Ditemukannya kolinieritas dalam suatu model regresi dapat menentukan kekeliruan dalam model karena kolinieritas akan mengakibatkan penaksir model regresi yang diperoleh tidak tunggal melainkan tidak berhingga banyaknya, R.K Sembiring (1991).

Penelitian dilakukan ini dilakukan pada empat kabupaten di Sulawesi Selatan yaitu UPT Lombo I,II,III, UPT Timusu, UPT Bulu Katoang dan UPT Pencong yang masing-masing berada pada kabupaten (Sidrap, Soppeng, Maros dan Gowa). Selanjutnya penelitian ini akan melakukan pengortogonalan terlebih dahulu dengan metode Gram-Schmith pada Unit Pemukiman Transmigrasi (UPT) Lokal di Sulawesi Selatan guna melihat kolinieritas peubah.

Tingkat pendapatan transmigran lokal menurun, hal ini disebabkan karena (1) Pendidikan transmigran rendah; (2) Sanitasi kurang; (3) Kurangnya sumber air bersih; (4) Topografi beraneka ragam; (5) Produksi hanya sampai pemenuhan kebutuhan keluarga; (6) Sarana infrastruktur kurang baik, Aidawayati R. (2008). Dengan adanya penurunan tingkat pendapatan transmigran lokal di Sulawesi Selatan maka perlu dianalisis faktor-faktor yang mempengaruhinya seperti : pendidikan, umur, jumlah keluarga, perkembangan harga sarana, perkembangan harga hasil produksi, kredit, intensitas penyuluhan pertanian, ongkos angkutan dan modal. Faktor-faktor ini akan diuji tingkat kolinieritasnya pada taraf kepercayaan 0,05, apabila sebagian atau keseluruhan peubah ini memiliki kolinieritas maka dilakukan pengorthogonalan sehingga dihasilkan koefisien korelasinya sama dengan nol. Selanjutnya dilakukan pendekatan analisis regresi linier berganda untuk memilih persamaan terbaik dengan analisis stepwise yaitu dengan metode forward dan backward.

TINJAUAN PUSTAKA

Defenisi 1: Panjang (norm) vektor

Panjang dari vektor $u = (u_1, u_2, u_3, \dots, u_n)$ didefinisikan sebagai:

$$\|u\| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_n^2} \quad (1)$$

Defenisi 2 : Vektor Orthogonal

Misalkan dua buah vektor $u = (u_1, u_2, u_3, \dots, u_n)$ dan $v = (v_1, v_2, v_3, \dots, v_n)$ dikatakan orthogonal jika $u \cdot v = 0$

Defenisi 3 : vektor normal

Suatu vektor u dinamakan vektor normal jika $\|u\| = 1$ dan setiap vektor $u \neq 0$, selalu dapat dinormalisasi dengan cara :

$$\frac{u}{\|u\|} = \frac{(u_1, u_2, u_3, \dots, u_n)}{\sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 + \dots + u_n^2}} \quad (2)$$

Defenisi 4 : Matriks Orthogonal

Matriks A disebut matriks orthogonal jika dan hanya jika $A^{-1} = A^T$.

Teorema :

Jika matriks $A = (a_{ij})$ adalah matriks yang orthogonal maka kolom-kolom matriks A membentuk vektor-vektor orthonormal.

Orthogonal kolom Gram-Schmidt

Misal diberikan persamaan linier regresi berikut : $Y = X\alpha + \varepsilon$ (3)

dengan Y merupakan vektor respon berukuran $n \times 1$

α merupakan vektor parameter berukuran $(p + 1) \times 1$

X merupakan matriks rank penuh berukuran $n \times 1$ ($p+1$)

ε merupakan suatu vektor sisa berukuran $n \times 1$ dengan $\varepsilon | \sim N(0, \sigma^2)$

Transformasi kolom dengan rumus rekursi :

$X^*k = (1 - H_k) X_k$ dengan $H_k = Z_{k-1} (Z_{k-1}^T Z_{k-1})^{-1} Z_{k-1}^T$ dengan

$Z_{k-1} = (1^T \ X^*1^T \ X^*2^T \ \dots \ X^*k-1^T)$, rumus ini dikenal sebagai rumus pengorthogonalan kolom Gram-Schmidt.

Kolinieritas

Defenisi 5 : Misalkan Z1 dan Z2 adalah dua variabel prediktor, maka korelasi antara Z1 dan Z2 didefenisikan sebagai.

$$r_{12} = \frac{\sum_{j=1}^n (z_{1j} - \bar{z}_1)(z_{2j} - \bar{z}_{21})}{\sqrt{\sum_{j=1}^n (z_{1j} - \bar{z}_1)^2} \sqrt{\sum_{j=1}^n (z_{2j} - \bar{z}_{21})^2}} \quad (4)$$

Variabel prediktor Z1 dan Z2 disebut kolinier sempurna, jika salah satu dari prediktor tersebut merupakan kombinasi dari yang lain, untuk predictor yang merupakan kombinasi linier dari prediktor $r_{12} = \pm 1$. Dalam prakteknya yang lebih sering terjadi adalah $r_{12} \approx \pm 1$ yang berarti hampir kolinier dan ini merupakan masalah yang menarik dalam regresi. Untuk selanjutnya akan digunakan kata “kolinier” untuk keadaan “hampir kolinier”

Garis Penduga Terbaik

Menurut Soekartawi (2003) bahwa asumsi dari garis penduga terbaik adalah (1) Variabel kesalahan (μ) adalah variabel acak yang riil; (2) Variabel acak μ mempunyai nilai tengah nol $E(\mu) = 0$; (3) Homoskedastisitas (ragam setiap μ_i adalah sama untuk semua nilai X yang diamati) $E(\mu_i^2) = \sigma^2$ adalah konstanta; (4) Besaran kesalahan (μ_i) menyebar secara normal $\mu_i \sim N(0, \sigma^2)$; (5) Tidak terjadi suatu autokorelasi $E(\mu_i \mu_j) = 0$ untuk $i \neq j$; (6) Nilai μ_i dan X_i adalah independent $E(\mu_i X_i) = E(\mu_i X_{2i}) = 0$; (7) Tidak ada kesalahan dalam pengamatan nilai X dan Y; (8) Tidak ada multikolinear yang sempurna.

METODOLOGI

Lokasi Penelitian

Lokasi penelitian adalah UPT Lombo I,II,III, Kecamatan Pituriase Kabupaten Sidrap, UPT Timusu, Kecamatan Marioriwawo Kabupaten Soppeng, UPT Bulu Katoang Kecamatan Tanralili Kabupaten Maros dan UPT Pencong Kecamatan Biringbulu Kabupaten Gowa di Propinsi Sulawesi Selatan.

Variabel dan Pengukuran

Variabel dan satuan yang diamati dalam penelitian ini yaitu factor umur (tahun), Pendidikan (tahun), jumlah keluarga (jiwa), perkembangan harga sarana /hasil produksi (Rp), kredit (skor), intensitas penyuluhan pertanian (skor), ongkos angkutan (Rp) dan modal (Rp).

Sumber Data

Data yang dikumpulkan pada penelitian ini yaitu data primer yang diperoleh dari hasil survey dan observasi di lapangan, serta data sekunder yang berasal dari pihak yang terkait. Pemilihan responden dilakukan dengan Sampling Proporsi dan menyebarkan 570 kuisioner pada UPT Lokal dan diperoleh sebanyak 268 kuisioner (268 KK) atau 20 % dari jumlah populasi (1340 KK) yang dianggap representatif.

Model Analisis Linier Berganda

Adapun model dugaan dari persamaan regresi bergandanya adalah :

$$\hat{Y} = a + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + b_9X_9$$

\hat{Y} = taksiran nilai pendapatan transmigran local

$X_1 - X_9$ = peubah bebas yang mempengaruhi pendapatan

- a = konstanta
- b_1 - b_9 = koefisien untuk peubah bebas yang mempengaruhi pendapatan
- e = galat (error)

Selanjutnya dilakukan metode Gram-Schmidt untuk melakukan pengorthogonalan yaitu.

Jika terdapat $\{X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9\}$ yang bebas linier maka

$$U_1 = X_1$$

$$U_2 = X_2 - \frac{X_2 U_1}{U_1 U_1} U_1$$

$$U_3 = X_3 - \frac{X_3 U_1}{U_1 U_1} U_1 - \frac{X_3 U_2}{U_2 U_2} U_2$$

$$U_9 = X_9 - \frac{X_9 U_1}{U_1 U_1} U_1 - \dots - \frac{X_9 U_8}{U_8 U_8} U_8$$

Sehingga $\{U_1, U_2, U_3, U_4, U_5, U_6, U_7, U_8, U_9\}$ orthogonal, Anton H. (1981). Selanjutnya untuk mencari persamaan regresi terbaik yang menggunakan factor-factor yang mempengaruhi pendapatan dilakukan dengan menggunakan metode Stepwise yaitu Forward dan Backward, dengan mempertimbangkan keunggulan masing-masing.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Faktor-faktor yang mempengaruhi pendapatan (Y) sebagai variabel tak bebas adalah pendidikan transmigran lokal (X1), umur/pengalaman transmigran lokal (X2), jumlah keluarga (X3), perkembangan harga sarana produksi (X4), perkembangan harga hasil produksi (X5), kredit (X6), penyuluhan pertanian lapangan (X7), ongkos angkutan transmigran lokal ke pasar (X8) dan modal (X9) yang merupakan variabel bebas dalam penelitian ini.

Kolinieritas pada UPT Lokal

Dengan menggunakan Software SPSS, seluruh variabel bebas di UPT Lombo I,II,III, UPT Timusu, UPT Bulu Katoang, UPT Pencong akan diuji tingkat korelasinya seperti ditunjukkan pada Tabel 1, dari Tabel 1 menunjukkan adanya kolinieritas pada UPT Lombo I,II,III, UPT Timusu, UPT Bulu Katoang dan UPT Pencong. Pada UPT Lombo I,II,III terjadi korelasi antara faktor pendidikan transmigran local (X1) dengan

umur/pengalaman transmigran lokal (X₂) sebesar 0,205; pendidikan transmigran local (X₁) dengan jumlah keluarga (X₃) sebesar 0,201; pendidikan transmigran local (X₁) dengan penyuluhan pertanian lapangan (X₇) sebesar 0,148; serta perkembangan harga hasil produksi(X₅) dengan modal (X₉) sebesar 0,199; yang seluruhnya signifikan pada tingkat kepercayaan 0,05.

Adanya korelasi pada variabel bebas di tiap UPT Lokal mengakibatkan variabel-variabel bebas tersebut tidak orthogonal. Untuk mengorthogonalkan seluruh variabel tersebut, digunakan metode Gram-Schmidt yang diprogramkan, (lihat Tabel 2). Hasil dari transformasi Gram-Schmidt tersebut selanjutnya akan diuji kembali tingkat korelasinya, ternyata hasil Gram-Schmidt tersebut tidak ditemukan adanya korelasi, sehingga dikatakan bahwa variabel-variabel bebas tersebut orthogonal. Selanjutnya untuk menentukan persamaan regresi terbaik antara seluruh variabel yang mempengaruhi pendapatan transmigran lokal, dilakukan dengan analisis stepwise yaitu metode Forward dan Backward dan dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 1. Kolinearitas pada tiap UPT Lokal Tahun 2008

Peubah Bebas	UPT Lokal								
	UPT Lombo I,II,III		UPT Timusu	UPT Bulu Katoang				UPT Pencong	
	X ₁	X ₅	X ₂	X ₂	X ₄	X ₅	X ₆	X ₂	X ₃
Pendidikan (X ₁)									
Umur (X ₂)	0,205								
Jumlah keluarga	0,201								
Perk. Hrg Sarana									
Perk. Hrg Hsl Produksi					0,282				
Kredit (X ₆)			0,457		0,262				
Intens. Penyl. Tani (X ₇)	0,184			0,240	0,271	0,294	0,296		

Ongks. Angkt (X ₈)							0,28 8	0,31 4	
Modal (X ₉)	0,19 9	0,1 99							0,32 7

Sumber : Data Analisis

Tabel 2. Korelasi antara variabel bebas hasil transformasi Gram-Schmidt pada tiap UPT Lokal

$$u_1 = x_1 / \text{norm}(x_1, 2)$$

$$u_2 = (x_2 - (x_2 \cdot u_1) \cdot u_1) / \text{norm}(x_2 - (x_2 \cdot u_1) \cdot u_1, 2)$$

$$u_3 = (x_3 - ((x_3 \cdot u_2) \cdot u_2) - ((x_3 \cdot u_1) \cdot u_1)) / \text{norm}(x_3 - ((x_3 \cdot u_2) \cdot u_2) - ((x_3 \cdot u_1) \cdot u_1), 2)$$

$$u_4 = (x_4 - ((x_4 \cdot u_3) \cdot u_3) - ((x_4 \cdot u_2) \cdot u_2) - ((x_4 \cdot u_1) \cdot u_1)) / \text{norm}(x_4 - ((x_4 \cdot u_3) \cdot u_3) - ((x_4 \cdot u_2) \cdot u_2) - ((x_4 \cdot u_1) \cdot u_1), 2)$$

$$u_5 = (x_5 - ((x_5 \cdot u_4) \cdot u_4) - ((x_5 \cdot u_3) \cdot u_3) - ((x_5 \cdot u_2) \cdot u_2) - ((x_5 \cdot u_1) \cdot u_1)) / \text{norm}(x_5 - ((x_5 \cdot u_4) \cdot u_4) - ((x_5 \cdot u_3) \cdot u_3) - ((x_5 \cdot u_2) \cdot u_2) - ((x_5 \cdot u_1) \cdot u_1), 2)$$

$$u_6 = (x_6 - ((x_6 \cdot u_5) \cdot u_5) - ((x_6 \cdot u_4) \cdot u_4) - ((x_6 \cdot u_3) \cdot u_3) - ((x_6 \cdot u_2) \cdot u_2) - ((x_6 \cdot u_1) \cdot u_1)) / \text{norm}(x_6 - ((x_6 \cdot u_5) \cdot u_5) - ((x_6 \cdot u_4) \cdot u_4) - ((x_6 \cdot u_3) \cdot u_3) - ((x_6 \cdot u_2) \cdot u_2) - ((x_6 \cdot u_1) \cdot u_1), 2)$$

$$u_7 = (x_7 - ((x_7 \cdot u_6) \cdot u_6) - ((x_7 \cdot u_5) \cdot u_5) - ((x_7 \cdot u_4) \cdot u_4) - ((x_7 \cdot u_3) \cdot u_3) - ((x_7 \cdot u_2) \cdot u_2) - ((x_7 \cdot u_1) \cdot u_1)) / \text{norm}(x_7 - ((x_7 \cdot u_6) \cdot u_6) - ((x_7 \cdot u_5) \cdot u_5) - ((x_7 \cdot u_4) \cdot u_4) - ((x_7 \cdot u_3) \cdot u_3) - ((x_7 \cdot u_2) \cdot u_2) - ((x_7 \cdot u_1) \cdot u_1), 2)$$

Tabel 3. Persamaan Regresi Terbaik tiap UPT Lokal

UPT Lokal	Metode	
	Forward	Backward
Lombo I,II,III	$\hat{Y} = 1351845.6 + 9677265.9X9 + 1882086X8 - 1673414X5$	$\hat{Y} = 1351845.6 - 1673414X5 + 1882086.0X8 + 9677265.9X9$
Timusu	$\hat{Y} = 1399156.8 + 734321.95X9 + 451463.37X6 - 315778.0X5 + 239042.19X4 - 225210.5X2$	$\hat{Y} = 1399156.8 - 225210.5X2 + 239042.19X4 - 315778.0X5 + 451463.37X6 + 734321.95X9$
Bulu Katoang	$\hat{Y} = 819848.68 + 4206230.4X9 + 2215896.5X2 - 925813.7X5 + 2761632X1 - 522321.1X7$	$\hat{Y} = 227251.57 + 7294870.7X1 + 3966657.4X2 + 718490.15X3 + 883937.79X4 - 830426.3X5 - 420491.6X7 + 4197450.4X9$
Pencong	$\hat{Y} = 1211540.5 + 2511923.2X9 + 892980.72X3 + 872699.52X7 - 464992.9X4$	$\hat{Y} = 501595.21 + 4736181.6X1 + 1750134.4X2 + 1204560.0X3 + 910764.47X7 + 2618011.8X9$

Sumber: Data Analisis

Dari Tabel 3 dapat dilihat dengan metode Forward dan Backward pada umumnya di UPT lokal faktor modal dan perkembangan harga hasil produksi dominan mempengaruhi pendapatan, hal ini sangat signifikan sekali.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan dapat diambil kesimpulan sebagai berikut:

1. Adanya variabel bebas yang berkorelasi pada tiap UPT Lokal, sehingga dengan menggunakan metode Gram-Schmidt dilakukan langkah pengorthogonalan agar tidak terdapat variabel bebas yang berkorelasi pada masing-masing UPT Lokal.
2. Dengan menggunakan metode Forward untuk menentukan persamaan regresi terbaik antara variabel bebas yang dominan mempengaruhi pendapatan transmigran lokal adalah modal (X9), perkembangan harga hasil produksi (X5).
3. Dengan menggunakan metode Backward untuk menentukan persamaan regresi terbaik antara variabel bebas yang dominan mempengaruhi pendapatan transmigran lokal adalah modal (X9), perkembangan harga hasil produksi (X5), umur (X2).

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Aidawayati Rangkuti, (2008) “ Optimalisasi Pemanfaatan Sumberdaya Ekonomi.
- [2] Transmigran Lokal di Sulawesi Selatan”. Universitas Hasanuddin.
- [3] Anton, H., (1981). “ Elementari Linear Algebra”. John Wiley and Sons inc.
- [4] Drapper, N. and Smith, H., (1996). “ Analisa Regresi Terapan Wiley”. New York.
- [5] R. K., Sembiring, (1991). “ Analisa Regresi”. ITB, Bandung.
- [6] Sudjana, (1989). “ Metode Statistika ”. Edisi Ke-5. Tarsito, Bandung.
- [7] Soekartawi, (2002). “ Teori Ekonomi Produksi “. Rajawali Pers, Jakarta.

[KEMBALI KE DAFTAR ISI](#)