

**MAKALAH**

**SEKELUMIT KEBENARAN MATEMATIKA DALAM  
SUDUT PANDANG ERIK STENIUS  
(SUATU TELAHAH)**

**UNIVERSITAS TERBUKA**

**OLEH : RUSTAM**

**NIP : 131 925 717**

**JURUSAN MIPA FKIP - UT**

**1995**

**SEKELUMIT KEBENARAN MATEMATIKA DARI SUDUT PANDANG****ERIK STENIUS**

(Suatu Telaah)

Oleh : *Rustam***PENDAHULUAN**

Erik Stenius adalah Profesor Filsafat pada University of Helsinki, Finlandia. Ia mendapat gelar sarjana pada bidang Matematika dan mengajar Matematika dan Filsafat selama beberapa tahun sebelum menyelesaikan program Doktornya di bidang Filsafat. Minat asalnya adalah dasar-dasar epistemologi dari Matematika yang mengantarnya bergelut dengan masalah filsafat bahasa dan dalam filsafat Kant serta Wittgenstein. Ia menulis sejumlah buku, termasuk *Das Interpretations Problem der Formalisierten Zahlen theorie und ihre Formale Widerspruchsfreiheit*, *Wittgenstein's Tractatus An Critical Exposition of Its Main Lines of Thought*, and *Critical Review*, vol. lxxiv, no. 3 (July, 1965). halaman 357-372, dengan judul *Are True Numerical Statements Analytic of Synthetic?*

**PANDANGAN STENIUS**

Sejauh yang dia ketahui, kebenaran matematika seperti juga kebenaran logika tidak berhubungan dengan observasi empiris, pandangannya ini dapat diterima secara universal di antara filosof analitis. Meskipun diterima secara

bulat, masalah kedudukan semantik dan epistemologis tentang kebenaran yang berdasar angka sebagian masih layak untuk dikaji. Tulisan ini disajikan dengan harapan akan mengundang diskusi tentang masalah yang ia percaya akan menjadi dasar baru.

Marilah kita pertimbangkan kontraversi antara pandangan kaum empirisme logis dan Kantian pada masalah yang kita bahas ini. Kant berteguh bahwa ada preposisi sintesis yang diketahui secara analitis a priori. Ia berteguh bahwa ada preposisi sintetis umum dari kebenaran yang secara pasti diketahui, dan itu secara partikular, adalah semua pernyataan matematis. Kaum empiris logis menentang prinsip ini, berdasarkan tiga tesis yang terkenal:

- T.1 Tidak ada preposisi sintesis yang (dapat diketahui benar secara a priori.
- T.2 Semua preposisi sintetis umum adalah hipotesis.
- T.3 Semua preposisi matematis adalah analitik.

Bagi Stenius Validitas dari tesis P 3 meragukan dalam hal pernyataan matematis, seperti  $7 + 5 = 12$  atau  $2 \times 5 = 10$ . Preposisi aritmetis umum, seperti  $a + b = b + a$ , saya tidak akan mendiskusikannya dalam konteks ini, jadi, yang kita dapat ketika mengganti kata "Matematis" dengan "angka" di T 3, atau dapat diformulasikan:

T 3a. Semua kebenaran numerik (angka) adalah analitis.

Keraguan Stenius pada T 3a mengacu pada kontraversi lama, ia dengan kaum empiris logis. Tetapi untuk menjer-

nihkan persoalan dalam kontraversi ini, ia harus menambah pernyataan berikut. Telah bisa dipikir bahwa hampir semua yang ditekankan oleh kaum empirisme logis adalah salah satu atau keliru.

Apakah yang dimaksud oleh Kant dengan preposisi analitis? Stenius pikir karakteristik pemikiran Kant dapat ditemukan dalam pernyataannya bahwa preposisi analitis tidak menambah apapun bagi pengetahuan kita karena mereka hanya "mengeplisitkan". Ini berarti preposisi analitis adalah tidak bermakna sejauh menyangkut "persoalan fakta", jadi kita menetapkan kebenarannya hanya dengan menganalisis konsep yang terjadi pada fakta. Gambaran yang sama ditunjukkan oleh kaum empirisme logis. Tentu saja, definisi Kant tentang keanalitisan tidaklah jelas, dan kaum empiris logis mencoba mengubahnya tanpa keberhasilan yang berarti.

Kemudian, pernyataan Kant bahwa pernyataan matematis adalah pernyataan sintetis a priori berisi dua pernyataan parsial. Pernyataan matematis yang benar adalah:

1. Sintesis, mereka bukan tidak bermakna tetapi benar-benar informatif tentang masalah empiris,
2. A priori, pengetahuan kita tentang kebenaran tidak ditemukan dalam observasi empiris.

Mengacu pada pernyataan Kant 1) dan 2) di atas, Ayer melihat ada 2 alternatif bagi kaum empiris.

Pertama, Ayer mengajukan alternatif yang ia identifikasikan dengan pendapat Mill bahwa semua preposisi numerik adalah generalisasi dari pengalaman. Stenius

setuju dengan argumen Ayer melawan Mill, ia tidak akan menggunakannya, tetapi akan hanya menetapkan itu melawan pandangan Mill. Alasan Ayer selanjutnya adalah pernyataan-pernyataan numerik (angka) tidak generalis induktif dari pengalaman.

Karena ini adalah hal yang penting, Stenius akan memberikan argumen dari bentuk suatu silogisme, yang akan ia sebut silogisme Ayer:

- T 1. Tidak satu pun preposisi sintetis yang dapat a priori.
- T 4. Kebenaran numerik (angka) adalah a priori.
- T 3a Kebenaran-kebenaran numerik (angka) adalah analitis.

Ayer menambahkan bahwa Kant membuat kesalahan dengan mencampur adukkan argumen logis dengan satu psikologisme, ketika ia sampai pada suatu kesimpulan bahwa pernyataan " $7 + 5 = 12$ ", adalah sintetis. Argumen Kant dan Ayer adalah logis dan psikologisme pada derajat yang sama.

Kedua penikirlah mengacu kepada intuisinya ketika menginterpretasi pernyataan " $7 + 5 = 12$ ", tapi karena intuisinya berbeda, maka mereka sampai pada kesimpulan yang berbeda mengenai status semantik pernyataan itu. Bagaimana argumen yang menyangkal pernyataan numerik analitis seperti " $7 + 5 = 12$ "?

Bagi Stenius, tamapknya ini keberatan utama melawan pernyataan-pernyataan numerik (angka) analitis. Dengan demikian, kita mungkin dapat merangkum argumen Ayer dengan:

A. Jika dalam laporan lima pasang obyek, kita sampai pada hasil bahwa mereka berjumlah sembilan dalam angka, kita interpretasi bahwa kita telah salah melaporkan dalam satu atau lebih cara. Dengan demikian tidak ada satu observasi pun yang menolak pernyataan " $2 \times 5 = 10$ ".

Merujuk pada argumen ini, kemudian pernyataan-pernyataan numerik (angka) adalah a priori maka T 4 adalah valid.

Bagaimanapun ada atau kelemahan dalam argumen itu. Ia berdasarkan asumsi bahwa kita tahu sebelumnya bahwa " $2 \times 5 = 10$ ". Seorang anak yang tidak tahu sebelumnya jika dapat benar-benar mengerti bahwa ia telah salah melapor ketika sampai pada hasil 9. Singkatnya, kondisi mendasar untuk validitas A adalah kita tahu bahwa " $2 \times 5 = 10$ ". Agar A menjadi tepat kita harus menambah kondisi ini. Kemudian kita sampai pada tesis berikutnya:

B. Jika kita tahu bahwa " $2 \times 5 = 10$ " kita juga tahu bahwa membuat kesalahan perhitungan jika dalam kesempatan lain sampai pada hasil " $2 \times 5 = 9$ ".

Kita tidak seharusnya menerima kebenaran ini dengan setegas-tegasnya. Tesis B bukan satu lingkaran logis melulu seperti tampaknya. Faktanya, argumen Ayer bicara dengan persetujuan tentang satu ketepatan satu observasi penting:  $2 \times 5$  harus dengan keperluan logis sama dengan 10 kali untuk semua/seterusnya atau sekali untuk seterusnya tidak sama dengan 10.

Bebas dari pengetahuan kita apakah " $2 \times 5 = 10$ " tidak dapat menjadi 10 dan lain hari 9. Observasi ini dapat memberi formulasi berikut:

C. Jika dua kalkulasi dari hasil  $2 \times 5$  memberi hasil yang berbeda, maka paling sedikit salah satu darinya pasti salah satu kalkulasi.

Sekarang sebagai hasil argumen Ayer, Stenius akan meringkas bahwa preposisi C adalah pasti a priori. Dengan demikian ia menerima pandangan C adalah analitis. Tesis C dapat juga diformulasikan sebagai berikut :

D. Jika sekali kita mengkalkulasi hasil  $2 \times 5$  secara tepat, kemudian setiap kita membentuk kalkulasi ini dengan tepat, kita akan mendapat hasil yang sama.

Kemudian, argumen Ayer menunjukkan bahwa D adalah analitis dan a priori, tetapi penyamaan ini tidaklah benar seperti pernyataan " $2 \times 5 = 10$ " itu sendiri. Kemudian Stenius tidak mengangkat kebenaran menerima D sebagai analitis, maka berikutnya ia akan membuat hal yang sama. Pandangannya dalam masalah ini dapat digeneralisasikan sebagai berikut:

E. Secara analitis benar bahwa hasil dari kalkulasi angka sederhana yang tepat adalah unik.

Ini mengikuti sifat analisis dari D bahwa jika seseorang ingin mengikuti pandangan " $2 \times 5 = 10$ " adalah suatu pernyataan sintetis a posteriori, seseorang harus menginterpretasi bahwa pernyataan ini dapat dibuktikan

dengan satu kalkulasi yang tepat artinya, pernyataan " $2 \times 5 = 10$ ", dipertimbangkan sebagai satu pernyataan sintetis yang tunggal/singular. Kita dapat menyebutkan kesimpulan ini sebagai berikut:

F. Pernyataan " $2 \times 5 = 10$ " adalah logis ekuivalen dengan pernyataan sintesis tunggal.

Stenius menggunakan standar berikut untuk kalkulasi hasil  $2 \times 5$  kita membuat urutannya:

1. Satu, dua, satu, dua, satu, dua, satu, dua, satu, dua.

Terbukti bahwa itu terdiri atas lima pasangan tipe "satu, dua". Urutan 1, kita cermatkan pada korespondensi satu-satu pada bagian awal dari urutan angka-angka (kita harus tahu urutan dari angka-angka supaya diketahui "angka" berapa yang "ditunjukkan" tiap angka) seperti berikut:

2. satu, dua, satu, dua, satu, dua, satu, dua, satu, dua.

| | | | | | | | | |

satu dua tiga empat lima enam tujuh delapan sembilan sepuluh

Hasil dari perkalian diobservasi dengan menandai angka berapa pada contoh ini "10" yang terjadi sebagai berakhir dalam bagian awal sesuai dengan urutan 1.

Kalkulasi hasil dengan cara mencocokkan ini hanya salah satu metode saja untuk menetapkan berapa bagian awal, urutan satu dalam berkorespondensi satu-satu. Metode standar korespondensi kalkulasi  $7 + 5$  dapat ditulis :

3. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 1, 2, 3, 4, 5

| | | | | | | | | |

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12



Ini adalah penetapan dari korenpodensi satu-satu "jumlah" dari bagian awal berkorenpodensi pada & + 5 dan bagian berkorenpodensi pada 12. Jadi bagian awal yang berkorenpodensi ke 7 adalah berkorenpodensi satu-satu pada dirinya sendiri secara sederhana, yang pokok pada prosedur ini adalah penetapan dari kesamaan antara urutan angka-angka dari 1 sampai 5 dan urutan angka-angka dari 8 sampai 12.

Argumen ini menunjukkan ambiguitas dalam formulasi dari T 2. Apa yang dimaksud dengan "preposisi sintetis umum (General Synthetic Preposition)"? Kita pertimbangkan preposisi:

4. Semua laki-laki adalah laki-laki dan bumi berputar.

Dalam pengertian, preposisi adalah umum, karena itu berlaku pada semua laki-laki. Dalam pengertian ini, itu seentetis juga, karena itu mengakibatkan preposisi sintetis "bumi berputar". Bagaimanapun, tidak lepas satu "preposisi sintetis umum", maka dengan ekspresi ini kita biasanya mengerti satu preposisi yang meminta contoh sintetis yang bebas dan tak terbatas.

Stenius telah berusaha menunjukkan bahwa pernyataan-pernyataan numerik dapat secara natural diakui sebagai sintetis dengan tidak membuat mereka berlawanan dengan T 1 dan T 2. Pada kenyataannya ada alasan sederhana untuk mengakui pernyataan-pernyataan numerik adalah analitis. Dengan fakta ini, mereka dapat dideduksikan secara logis dari premis analitis, seperti yang dapat

kita lakukan dalam teori angka formal. Definisi dari jumlah dan hasil dapat dianggap sebagai kesepakatan tentang penggunaan tanda "+" dan "x", menurut formulasi pasti tentang tanda-tanda ini ditetapkan sebagai kekosongan dan kemudian membuatnya secara analitis benar. Dari formula-formula ini kita menurunkan formula-formula selanjutnya yang dianggap analitis juga. Di antara formula-formula terdapat " $5 + 7 = 12$ " dan " $2 \times 5 = 10$ ", yang kemudian harus diakui sebagai pernyataan analitis. Dalam sudut pandang ini semua pernyataan-pernyataan numerik dapat dianggap analitis.

Tetapi ada satu hal yang perlu ditekankan dalam konteks ini, pernyataan numerik sintetis " $2 \times 5 = 10$ " tidak sama dengan pernyataan analitis " $2 \times 5 = 10$ ". Pernyataan sintetis dan analitis adalah dua penafsiran yang berbeda dari satu formulasi.

Apa hubungan antara dua penafsiran ini? Stenius tidak menjelaskan secara rinci menyangkut masalah ini, tapi harus membatasi diri pada satu gambaran. Andaikata formula " $2 \times 5 = 10$ " ditafsirkan sebagai pernyataan analitis, lalu kita pertimbangkan pernyataan berikut:

5. Pernyataan " $2 \times 5 = 10$ " adalah analitis.

Mengacu pada beberapa ahli logika, pernyataan 5 adalah pernyataan analitis. Ini salah. Untuk menunjukkan ini benar, kita harus memeriksa manipulasi sah terutama definisi yang tetap dari teorema " $2 \times 5 = 10$ " berkenaan dengan aturan logika yang sah. Tapi itu berarti harus ada

observasi, dengan alat penginderaan optik kita, apakah kepastian relasi sah yang terdapat antara premis dan kesimpulan terjadi pada pembuktian. Lalu untuk menguji kepastian suatu formula apakah benar-benar membentuk pembuktian sah dari formulasi " $2 \times 5 = 10$ " adalah dengan membentuk observasi empiris. Dengan demikian maka kita perlu observasi empiris dengan tujuan menetapkan kebenaran pernyataan 5 itu adalah preposisi formula adalah bukti dari " $2 \times 5 = 10$ " adalah sebuah prosedur yang di antaranya sama dengan satu pembuktian dari preposisi sintesis " $2 \times 5 = 10$ ".

Interpretasi formulasi numerik sedemikian rupa menjadi preposisi analitis. Tapi itu alamiah dan menurut Stenius lebih alamiah menginterpretasikannya sedemikian rupa sehingga menjadi sintetis. Jika begitu, dan jika kita masih menerima T1 sebagai prinsip pokok, kita harus menerima alternatif pertama Ayer dan menyatakan preposisi numerik yang benar bukanlah a priori tetapi a posteriori. Tapi kita jangan salah dengan mempercayai akibat selanjutnya bahwa pernyataan numerik adalah generalisasi induktif seperti yang sudah ia tunjukkan. Alternatif pertama Ayer dapat diterima dengan alasan membolehkan kita untuk memenuhi syarat Ayer untuk memberi "jumlah ketetapan umum" yang merupakan pernyataan a priori. Yang merupakan petunjuk bagi kita untuk berfikir bahwa pernyataan a priori " $2 \times 5 = 10$ " adalah keanalitisan dari Tesis D atau kebenaran tesis E. Yang dalam kasus Kant bagi Stenius tampak terbatas.

Tentu saja interpretasi pernyataan numerik seperti itu memberi pemecahan sederhana pada masalah Ayer bagaimana pernyataan-pernyataan dapat "benar, berguna, dan mengejutkan". Menurut Stenius, interpretasi kita juga menerangkan problem epistemologi yang lain tentang matematika.

### KESIMPULAN

Dari uraian yang telah diutarakan, dapat dirangkum seperti berikut ini. Sebagai seorang ahli matematika, Erik dan Stenius berbeda pendapat dengan kaum empiris logis. Ia meragukan pendapat yang menyatakan "semua kebenaran numerik adalah analitis", yang dikemukakan oleh Kant. Stenius telah berusaha dengan mengemukakan berbagai argumen dan menunjukkan bahwa pernyataan-pernyataan dapat secara alami diakui sebagai sintetis, yang memang pada kenyataannya ada alasan sederhana untuk mengakui pernyataan-pernyataan numerik adalah analitis.

Stenius mengemukakan bahwa pernyataan numerik sintetis " $2 \times 5 = 10$ ", merupakan pernyataan analitis adalah dua penafsiran berbeda dari satu formula, yang kemudian digunakan untuk memformulasikan dua pernyataan yang berbeda. Untuk menguji kepastian formula diperlukan observasi empiris, dengan tujuan menetapkan " $2 \times 5 = 10$ ", adalah preposisi sintetis. Jadi, secara pasti dapat diinterpretasikannya sedemikian rupa sehingga menjadi sintetis. Ia menambahkan, kita harus menerima pendapat Ayer yang menyatakan bahwa preposisi numerik yang benar bukanlah a priori tetapi a posteriori.

## DAFTAR PUSTAKA

Robert J. Baum, 1972. *Philosophy and Mathematics*, Freeman, Cooper & Company, San Francisco.

Jujun S.S. 1985. *Ilmu dalam Perspektif (Sebuah Kumpulan Karangan Tentang Hakekat Ilmu)*, Yayasan Obor Indonesia dan Leknas LIPI, Jakarta.

UNIVERSITAS TERBUKA