MODUL 1

Logika

Drs. Sukirman, M.Pd.

PENDAHULUAN

Logika merupakan salah satu bidang ilmu yang mengkaji prinsip-prinsip penalaran yang benar dan penarikan kesimpulan yang absah, baik yang bersifat deduktif maupun yang bersifat induktif. Logika merumuskan hukum-hukum yang dapat digunakan sebagai alat untuk menilai apakah hasil suatu pemikiran benar/absah. Hukum-hukum itu akan digunakan pada proses pemikiran itu sendiri. Kita dapat memperbaiki cara berpikir dengan jalan mempelajari logika dalam rangka menertibkan cara berpikir.

Dalam modul ini Anda akan mempelajari logika yang mencakup materi-materi bahasan sebagai berikut.

1. Pernyataan (Kalimat deklaratif).
2. Negasi (ingkaran) suatu pernyataan.
3. Konjungsi dan negasinya.
4. Disjungsi dan negasinya.
5. Implikasi.
6. Biimplikasi.
7. Tautologi.
8. Argumen.

Setelah mempelajari modul ini. Secara umum Anda diharapkan memiliki dasar-dasar dalam penalaran logis. Secara terperinci Anda diharapkan memiliki kemampuan-kemampuan sebagai berikut.

1. Dapat membedakan pernyataan dan bukan pernyataan.
2. Dapat membuat contoh-contoh pernyataan dan contoh-contoh kalimat yang bukan pernyataan.
3. Dapat menentukan negasi suatu pernyataan.
4. Dapat menentukan nilai kebenaran dari konjungsi dan disjungsi serta dapat menentukan negasinya.

5. Dapat menentukan nilai kebenaran suatu implikasi serta invers, konversi, dan kontrapositifnya.
6. Dapat menentukan negasi dari suatu implikasi.
7. Dapat menentukan invers, konversi, dan kontrapositif dari suatu implikasi.
8. Dapat memilih pernyataan-pernyataan majemuk yang merupakan tautologi atau kontradiksi.
9. Dapat menerapkan aturan-aturan penyimpulan untuk memperoleh argumen yang absah.

Agar Anda berhasil mempelajari modul ini dengan baik, ikutilah petunjuk belajar berikut ini.

1. Bacalah dengan cermat pendahuluan modul ini sehingga Anda memahami tujuan mempelajari modul ini dan bagaimana mempelajarinya.
2. Bacalah bagian demi bagian materi dalam modul ini, tandailah kata-kata penting yang merupakan kata kunci. Ucapkan pengertian kata-kata kunci tersebut dengan kalimat Anda sendiri.
3. Pahamilah pengertian demi pengertian dari isi modul ini dengan mempelajari contoh-contohnya, baik melalui pemahaman sendiri maupun bertukar pikiran (berdiskusi) dengan kawan mahasiswa atau dengan tutor.
4. Buatlah ringkasan isi modul ini dengan kata-kata Anda sendiri.
5. Kerjakanlah soal-soal latihan dalam modul ini tanpa melihat petunjuk penyelesaiannya lebih dulu. Apabila mendapatkan jalan buntu, barulah Anda melihat petunjuk penyelesaian.
6. Kerjakan soal-soal dalam tes formatif jika ragu-ragu menjawabnya lihatlah kembali pada uraian yang berkenaan soal tersebut. Selanjutnya, cocokkan jawaban Anda dengan kunci jawaban yang tersedia.

KEGIATAN BELAJAR 1

Konjungsi dan Disjungsi

A. PERNYATAAN DAN NEGASINYA

Perhatikan contoh-contoh kalimat berikut ini.

1. Sebuah segi empat mempunyai empat sisi.
2. Ibu Kota provinsi Jawa Tengah adalah Semarang.
3. 9 adalah suatu bilangan prima.
4. 12 kurang dari 7.

Kita dapat menentukan nilai kebenaran (benar atau salah) dari kalimat-kalimat tersebut. Kalimat-kalimat (1) dan (2) bernilai benar, sedangkan kalimat-kalimat (3) dan (4) bernilai salah. Kalimat yang mempunyai nilai benar saja atau nilai salah saja adalah kalimat yang menerangkan (kalimat deklaratif). Kalimat yang menerangkan inilah yang disebut *pernyataan*.

Pernyataan adalah kalimat yang bernilai benar atau bernilai salah, tetapi tidak sekaligus bernilai kedua-duanya.

Kalimat yang tidak dapat ditentukan nilai kebenarannya bukan merupakan pernyataan. Contoh-contoh berikut ini adalah kalimat yang *bukan* pernyataan.

1. Apakah Siti berada di rumahmu? (*kalimat tanya*).
2. Alangkah indahnya lukisan ini (*kalimat yang mengungkapkan suatu perasaan*).
3. Tutuplah pintu itu! (*kalimat perintah*).
4. Semoga Anda lekas sembuh (*kalimat harapan*).

Kalimat-kalimat tersebut tidak bernilai benar dan juga tidak bernilai salah. Kalimat-kalimat, seperti ini tidak dibicarakan dalam modul ini. Kalimat yang dibicarakan dalam modul ini adalah kalimat yang merupakan pernyataan.

Selanjutnya, untuk menyingkat penulisan, suatu pernyataan diberi lambang (simbol) dengan huruf alfabet kecil, yaitu a, b, c, ... atau lainnya, sedangkan untuk nilai Benar dan Salah berturut-turut disingkat dengan B dan S.

Contoh 1.1.

1. "Sebuah segitiga mempunyai tiga sisi" diberi lambang "a".
2. "9 adalah suatu bilangan prima" diberi lambang "b".
3. "15 terbagi habis oleh 3" diberi lambang "p".

Pada contoh ini, pernyataan a bernilai B (benar), pernyataan b bernilai S (salah) dan pernyataan p bernilai B. Perhatikan pada contoh (2) tersebut, "b" menyatakan "9 adalah suatu bilangan prima", dan pernyataan "b" ini bernilai S, sedangkan pernyataan "9 bukan suatu bilangan prima" bernilai B. Dikatakan bahwa pernyataan "9 bukan suatu bilangan prima" merupakan negasi (sangkalan/ingkaran) dari pernyataan "9 adalah suatu bilangan prima". Selanjutnya, "negasi dari b" dilambangkan "~b". Pada contoh (3) di atas, "p" menyatakan "15 terbagi habis oleh 3" maka "~p" menyatakan "15 tidak terbagi habis oleh 3". Tampak bahwa "p" bernilai B dan "~p" bernilai S.

> Negasi suatu pernyataan adalah suatu pernyataan yang bernilai salah apabila pernyataan semula bernilai benar, dan bernilai benar apabila pernyataan semula bernilai salah.

Contoh 1.2.

1. Apabila "a" menyatakan "Tembok itu berwarna putih" maka "~a" adalah "Tembok itu tidak berwarna putih". Dapat juga dikatakan: "Tidaklah benar tembok itu berwarna putih".
2. Jika "d" menyatakan "Ida suka mangga" maka "~d" adalah "Ida tidak suka mangga".
3. Jika "p" melambangkan "Siti lebih tinggi daripada Ani" maka "~p" menyatakan "Siti tidak lebih tinggi daripada Ani".

Pada contoh (1) tersebut, pernyataan "Tembok itu berwarna hitam" *tidak* merupakan ingkaran (negasi) dari "Tembok itu berwarna putih". Sebab apabila kenyataannya "Tembok itu berwarna hijau" maka dua pernyataan tersebut semuanya bernilai salah. Demikian pula pada contoh (3), negasi dari "Siti lebih tinggi daripada Ani" *bukan* "Siti lebih rendah daripada Ani".

Sebab jika kenyataannya Siti sama tinggi dengan Ani maka dua pernyataan terakhir tersebut semuanya bernilai salah.

Pernyataan dan negasinya mempunyai nilai-nilai kebenaran yang selalu berbeda, artinya jika pernyataannya bernilai B maka negasinya bernilai S dan sebaliknya jika pernyataannya bernilai S maka negasinya bernilai B. Hal ini dapat dibuat tabel sebagai berikut.

Tabel 1.1.
Nilai Kebenaran dari Negasi

a	~a	~(~a)
B	S	B
S	B	S

B. PERNYATAAN MAJEMUK

Pernyataan majemuk merupakan rangkaian dari dua pernyataan atau lebih dengan kata penghubung. Pernyataan-pernyataan yang dirangkai masing-masing disebut *pernyataan tunggal*. Kata penghubung yang dimaksudkan adalah "dan", "atau", "jika ... maka ..." dan "jika dan hanya jika". Lambang kata-kata penghubung tersebut dapat dilihat pada daftar sebagai berikut.

Tabel 1.2.
Lambang (Simbol) Kata Penghubung

Kata Penghubung	**Lambang**
dan	$\wedge$
atau	$\vee$
jika-maka	$\Rightarrow$
Jika dan hanya jika	$\Leftrightarrow$

1. Konjungsi

Contohnya, "7 adalah bilangan prima dan genap".

Pernyataan ini merupakan pernyataan majemuk karena pernyataan itu merupakan rangkaian dua pernyataan, yaitu "7 adalah bilangan prima" dan "7 adalah bilangan genap". Jika pernyataan "7 adalah bilangan prima" diberi lambang "a" dan "7 adalah bilangan genap" diberi lambang "b" maka pernyataan majemuk itu dilambangkan dengan "a $\wedge$ b" (dibaca "a dan b").

Pernyataan majemuk yang hanya menggunakan kata penghubung "dan" ($\wedge$) disebut konjungsi. Nilai kebenaran dari suatu pernyataan majemuk tergantung dari nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan tunggalnya. Nilai kebenaran dari konjungsi dua pernyataan ditentukan dengan aturan sebagai berikut.

> Konjungsi dua pernyataan a dan b (ditulis "a $\wedge$ b" dibaca "a dan b") bernilai B (benar) jika dan hanya jika dua pernyataan a dan b masing-masing bernilai B (benar), sedangkan untuk nilai-nilai kebenaran a dan b lainnya, "a $\wedge$ b" bernilai S (salah).

Dengan memperhatikan bahwa "satu pernyataan mempunyai dua kemungkinan nilai (B atau S) maka aturan tersebut dapat dinyatakan dalam tabel nilai kebenaran (Tabel 1.3) sebagai berikut.

Tabel 1.3.
Nilai Kebenaran Konjungsi

a	b	a $\wedge$ b	
B	B	B	baris ke-1
B	S	S	baris ke-2
S	B	S	baris ke-3
S	S	S	baris ke-4

Contoh 1.3.

1. a = Jakarta adalah Ibu Kota Negara RI (B).
   b = Bandung terletak di pulau Jawa (B).
   a $\wedge$ b = Jakarta adalah Ibu Kota Negara RI dan Bandung terletak di pulau Jawa (B).
   Sesuai baris ke-1, Tabel 1.3.
2. p = 7 adalah bilangan prima (B).
   q = 7 adalah bilangan genap (S).
   p $\wedge$ q = 7 adalah bilangan prima dan 7 adalah bilangan genap (S).
   Sesuai baris ke-2, Tabel 1.3.

3.	m	=	8 lebih besar dari 13 (S).
	n	=	matahari terbit dari Timur (B).
	$m \wedge n$	=	8 lebih besar dari 13 dan matahari terbit dari Timur (S). Sesuai baris ke-3, Tabel 1.3.
4.	c	=	Seekor lembu berkaki seribu (S).
	d	=	13 terbagi habis oleh 4 (S).
	$c \wedge d$	=	Seekor lembu berkaki seribu dan 13 terbagi habis oleh 4 (S). Sesuai baris ke-4 dari Tabel 1.3.

Perhatikan bahwa nilai kebenaran dari konjungsi ditentukan oleh nilai-nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan tunggalnya dan tidak perlu memperhatikan ada tidaknya hubungan antara pernyataan-pernyataan tunggalnya.

2. Disjungsi

Pernyataan majemuk yang hanya menggunakan kata penghubung "atau" ($\vee$) disebut disjungsi. Jika a dan b masing-masing pernyataan maka disjungsi a dan b ditulis "a $\vee$ b" dan dibaca "a atau b".

Misalnya, a = Amin pergi ke pasar, dan
b = Amin bermain bola
a $\vee$ b = Amin pergi ke pasar atau Amin bermain bola

Nilai kebenaran dari disjungsi ditentukan oleh nilai-nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan tunggalnya dengan aturan berikut ini.

> Disjungsi dua pernyataan a dan b (ditulis "a $\vee$ b" dan dibaca "a atau b") bernilai S jika dan hanya jika dua pernyataan a dan b masing-masing bernilai S, sedangkan untuk nilai-nilai kebenaran a dan b lainnya, "a $\vee$ b" bernilai B.

Sesuai dengan adanya dua kemungkinan bagi suatu pernyataan maka aturan tersebut dapat dinyatakan dalam tabel nilai kebenaran disjungsi (Tabel 1.4) sebagai berikut.

Tabel 1.4.
Nilai Kebenaran Disjungsi

a	b	$a \vee b$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

Aturan atau tabel nilai kebenaran tersebut dapat pula dikatakan bahwa disjungsi dua pernyataan bernilai B apabila sekurang-kurangnya satu dari pernyataan-pernyataan tunggalnya bernilai B.

Contoh 1.4.

(1) a = Surabaya terletak di provinsi Jawa Timur (B).
b = Satu minggu terdiri dari tujuh hari (B).
$a \vee b$ = Surabaya terletak di provinsi Jawa Timur atau satu minggu terdiri dari tujuh hari (B).
Sesuai baris ke-1, Tabel 1.4.

(2) u = 5 adalah bilangan prima (B).
w = 18 terbagi habis oleh 8 (S).
$u \vee w$ = 5 adalah bilangan prima atau 18 terbagi habis oleh 8 (B).
Sesuai baris ke-2 Tabel 1.4.

(3) p = Sebuah segitiga mempunyai empat sisi (S).
q = Sebuah segi empat mempunyai lima diagonal (S).
$p \vee q$ = Sebuah segitiga mempunyai empat sisi atau sebuah segi empat mempunyai lima diagonal (S).
Sesuai baris ke-4 Tabel 1.4.

3. Negasi dari Konjungsi dan Disjungsi

Konjungsi dan Disjungsi masing-masing merupakan suatu pernyataan. Sehingga negasi dari konjungsi dan disjungsi mempunyai makna yang sama dengan negasi suatu pernyataan. Oleh karena itu, nilai kebenaran dari negasi konjungsi dan disjungsi, harus berpandu pada aturan tentang nilai kebenaran dari konjungsi dan disjungsi. Untuk menentukan negasi dari konjungsi dua pernyataan perhatikanlah tabel nilai kebenaran (Tabel 1.5.) berikut ini.

Tabel 1.5.
Nilai Kebenaran Negasi dari Konjungsi

	a	b	~a	~b	$a \wedge b$	$\sim(a \wedge b)$	$\sim a \vee \sim b$
baris ke-1	B	B	S	S	B	S	S
baris ke-2	B	S	S	B	S	B	B
baris ke-3	S	B	B	S	S	B	B
baris ke-4	S	S	B	B	S	B	B
	Kolom ke		1	2	3	4	5

Penyusunan tabel nilai kebenaran pada Tabel 1.5 dilakukan sebagai berikut. Penentuan nilai kebenaran pada kolom ke-1 (nilai kebenaran dari ~a) menggunakan ketentuan negasi suatu pernyataan (a). Apabila a bernilai B maka ~a bernilai S dan sebaliknya. Demikian pula untuk nilai kebenaran pada kolom ke-2. Penentuan nilai kebenaran pada kolom ke-3 (nilai kebenaran dari $a \wedge b$) menggunakan aturan nilai kebenaran konjungsi dua pernyataan a dan b. Nilai kebenaran pada kolom ke-4 adalah negasi dari kolom ke-3, sedangkan nilai kebenaran pada kolom ke-5 diturunkan dari kolom ke-1 dan ke-2 dengan menggunakan aturan disjungsi.

Tampak dalam Tabel 1.5 bahwa urutan nilai kebenaran pada kolom ke-4 sama dengan urutan nilai kebenaran pada kolom ke-5. Maka, dapat disimpulkan bahwa:

$$\boxed{\sim(a \wedge b) = \sim a \vee \sim b}$$

> Negasi dari konjungsi dua pernyataan sama dengan disjungsi dari negasi masing-masing pernyataan tunggalnya.

Contoh 1.5.

Tentukanlah negasi dari pernyataan-pernyataan berikut ini.

(1) Amin pergi ke toko dan Amin membeli buku.
(2) 4 + 5 = 9 dan 9 adalah suatu bilangan prima.

(3) Adi rajin belajar dan Tina tidak lulus ujian.
(4) 7 lebih besar dari 5 dan 6 adalah bilangan komposit.

Jawab:
(1) Amin *tidak* pergi ke toko atau Amin *tidak* membeli buku.
(2) $4 + 5 \neq 9$ atau 9 *bukan* suatu bilangan prima.
(3) Adi *tidak* rajin belajar atau Tina lulus ujian.
(4) 7 *tidak* lebih besar dari 5 atau 6 *bukan* bilangan komposit.

Selanjutnya, kita akan membicarakan negasi dari disjungsi dua pernyataan. Perhatikan contoh berikut ini.
Misalnya, a = 8 adalah suatu bilangan prima (S).
~a = 8 bukan suatu bilangan prima (B).
b = 20 terbagi habis oleh 4 (B).
~b = 20 tidak terbagi habis oleh 4 (S).

Maka,
$a \vee b$ bernilai B, maka $\sim(a \wedge b)$ bernilai S.
$\sim a \vee \sim b$ bernilai B, maka $\sim(a \vee b) \neq \sim a \vee \sim b$.
$\sim a \wedge \sim b$ bernilai S, dan nilai kebenaran dari $\sim(a \vee b)$ sama dengan nilai kebenaran dari $\sim a \wedge \sim b$

Kesimpulan ini secara umum akan kita periksa dengan menyusun tabel nilai kebenarannya (Tabel 1.6) berikut.

Tabel 1.6.
Nilai Kebenaran Negasi dari Disjungsi

a	b	~a	~b	$a \vee b$	$\sim(a \vee b)$	$\sim a \wedge \sim b$
B	B	S	S	B	S	S
B	S	S	B	B	S	S
S	B	B	S	B	S	S
S	S	B	B	S	B	B

Penentuan nilai-nilai kebenaran dalam Tabel 1.6 ini mirip, seperti penyusunan Tabel 1.5, dimulai dari kolom ~a terus ke kanan hingga kolom $\sim a \wedge \sim b$. Tampak pada Tabel 1.6 bahwa urutan nilai-nilai kebenaran dari

$\sim(a \vee b)$ sama dengan urutan nilai-nilai kebenaran dari $\sim a \wedge \sim b$. Sehingga dapat disimpulkan sebagai berikut.

$$\boxed{\sim(a \vee b) = \sim a \wedge \sim b}$$

Negasi dari disjungsi dua pernyataan sama dengan konjungsi dari negasi pernyataan- pernyataan tunggalnya.

Contoh 1.6.

Tentukan negasi dari disjungsi pernyataan-pernyataan berikut ini dan tentukan pula nilai kebenaran dari negasi tersebut!

(1) Yogyakarta terletak di pulau Bali atau $4 + 7 = 11$.
(2) 8 membagi habis 36 atau 8 lebih besar dari 13.
(3) 47 adalah suatu bilangan prima atau $7 - 3 = 4$.
(4) Bendera RI berwarna merah putih atau Bandung adalah Ibu Kota RI.

Jawab:

(1) Yogyakarta tidak terletak di pulau Bali dan $4 + 7 \neq 11$ (S).
(2) 8 tidak membagi habis 36 dan 8 tidak lebih dari 13 (B).
(3) 47 bukan suatu bilangan prima dan $7 - 3 \neq 4$ (S).
(4) Bendera RI tidak berwarna merah putih dan Bandung bukan Ibu Kota RI (S).

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1) Kalimat-kalimat berikut ini, manakah yang merupakan pernyataan? Tentukanlah nilai kebenaran dari pernyataan itu dan tuliskan negasi pernyataan itu!
   a. 12 adalah suatu bilangan asli.
   b. Berapakah 16 ditambah 9?
   c. Dilarang mengganggu binatang buas!
   d. 39 adalah suatu bilangan prima.
   e. Siapakah namamu dan di mana rumahmu?

f. 2 adalah bilangan prima dan genap.
g. Jajaran genjang adalah suatu segi empat.
h. $4 \times 8 = 32$ atau $32 : 8 = 4$.
i. $5^2 = 25$ atau $\sqrt{25} = 5$.
i. Semoga Anda lulus ujian.

2) Apabila p dan q masing-masing adalah pernyataan, buatlah tabel kebenaran dari pernyataan majemuk berikut ini, untuk bermacam-macam nilai kebenaran dari p dan q.
a. $p \wedge \sim q$
b. $\sim p \wedge p$
c. $q \vee \sim q$
d. $\sim p \vee q$
e. $(p \wedge q) \vee \sim p$

3) Misalkan, p = 15 terbagi habis 3, dan
q = 27 adalah suatu bilangan prima
Tuliskanlah pernyataan-pernyataan berikut ini dalam kalimat sehari-hari dan tentukan nilai kebenaran!
a. $\sim p$
b. $\sim q$
c. $p \wedge \sim q$
d. $\sim p \vee q$
e. $\sim p \wedge \sim q$
f. $p \vee \sim q$
g. $\sim(\sim p)$
h. $\sim p \wedge q$

4) Misalkan, a = Ida adalah gadis cantik, dan
b = Ida berambut keriting.
Tuliskanlah pernyataan-pernyataan berikut ini dengan menggunakan lambang-lambang a, b, $\vee$, $\wedge$, atau ~.
a. Tidak benar bahwa Ida bukan gadis cantik.
b. Ida adalah gadis cantik yang berambut keriting.
c. Ida bukan gadis cantik, tetapi berambut keriting.
d. Ida adalah gadis cantik yang tidak berambut keriting.
e. Ida berambut keriting, tetapi bukan gadis cantik.

5) Misalkan, p suatu pernyataan yang bernilai B dan q suatu pernyataan yang bernilai S, serta r suatu pernyataan yang tidak diketahui nilai

kebenarannya. Tentukanlah nilai kebenaran pernyataan-pernyataan berikut ini!

a. $\sim(\sim p)$
b. $\sim p \vee q$
c. $p \vee \sim q$
d. $\sim p \wedge \sim q$
e. $\sim q \vee \sim p$
f. $q \wedge r$
g. $\sim p \wedge \sim r$
h. $p \vee r$
i. $\sim q \vee \sim r$
j. $(p \wedge q) \wedge r$

6) Tunjukkanlah dengan tabel kebenaran bahwa nilai kebenaran dari $\sim(\sim a \vee b)$ sama dengan nilai kebenaran dari $a \wedge \sim b$ untuk setiap nilai kebenaran dari a dan b!

Petunjuk Jawaban Latihan

1) Ingatlah apa yang dimaksud pernyataan dan kalimat yang bukan pernyataan, antara lain kalimat tanya, kalimat perintah, kalimat seru, kalimat harapan, dan kalimat yang mengungkapkan suatu perasaan. Pada soal No. 1) f) Kalimat itu merupakan singkatan dari "2 adalah bilangan prima dan 2 adalah bilangan genap".
2) Anda dapat melengkapi tabel nilai kebenaran berikut ini untuk menjawab soal No. 2) a), b), dan e). Silakan Anda menyusun sendiri tabel nilai kebenaran untuk menjawab c) dan d).

a)

P	q	$\sim q$	$p \wedge \sim q$
B	S	….	….
B	S	….	….
S	B	….	….
S	S	….	….

b)

p	$\sim p$	$\sim p \wedge \sim p$
B	S	….
B	S	….

e)

P	q	$\sim p$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \vee \sim p$
B	B	….	…..	….
B	S	….	…..	….
S	B	….	…..	….
S	S	….	…..	….

3) Tulislah dalam kalimat sehari-hari untuk ~p dan ~q. Selanjutnya, gunakan kata-kata penghubung "dan" untuk "$\wedge$", "atau untuk "$\vee$" sesuai dengan pernyataan yang diminta. Untuk menentukan nilai kebenarannya, tentukan nilai-nilai kebenaran dari p, q, ~p, ~q, dan ingatlah aturan untuk menentukan nilai kebenaran dari konjungsi dan disjungsi.
4) a. ~(~a).
   Ida adalah gadis cantik dan Ida berambut keriting.
   Ida bukan gadis cantik dan Ida berambut keriting.
   Ida adalah gadis cantik dan Ida tidak berambut keriting.
   Ida berambut keriting dan Ida bukan gadis cantik.
5) Ingatlah aturan-aturan untuk menentukan nilai kebenaran dari negasi, konjungsi, dan disjungsi untuk menentukan nilai-nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan yang ditanyakan.
   Untuk soal No. 5) f). $q \wedge r$ bernilai S, sebab konjungsi dua pernyataan bernilai B jika hanya jika kedua pernyataan tunggalnya (yaitu q dan r) masing-masing bernilai B. Karena q bernilai S maka $q \wedge r$ bernilai S meskipun r tidak diketahui nilai kebenarannya.
   Selanjutnya, untuk soal No. 5) g), h), i), dan j), berilah alasan untuk jawaban berikut ini!
   g) S   h) B   i) B   j) S
6) Anda dapat melengkapi tabel nilai kebenaran berikut ini.

a	b	~a	~b	~a $\vee$ b	~(~a $\vee$ b)	a $\vee$ ~b
B	B	....	.....	....	....	.....
B	S	S	B	S	B	B
S	B	....	.....	....	....	.....
S	S	....	.....	....	....	.....

RANGKUMAN

Dalam matematika, kalimat dibedakan menjadi dua jenis, yaitu pernyataan dan bukan pernyataan. Pernyataan adalah kalimat yang bernilai benar atau bernilai salah, tetapi tidak sekaligus bernilai kedua-duanya. Kalimat bukan pernyataan, antara lain kalimat tanya, kalimat perintah, kalimat harapan, dan kalimat yang mengungkapkan perasaan.

Dari suatu pernyataan dapat dibentuk negasi/ingkaran/sangkalan pernyataan itu dengan ketentuan sebagai berikut.

Negasi suatu pernyataan adalah suatu pernyataan yang bernilai salah apabila pernyataan semula bernilai benar, dan bernilai benar apabila pernyataan semula bernilai salah.

Rangkaian dari 2 pernyataan atau lebih dengan menggunakan kata penghubung disebut pernyataan majemuk. Pernyataan-pernyataan yang dirangkai masing-masing disebut pernyataan tunggal. Pernyataan majemuk yang hanya menggunakan kata penghubung "dan" ($\wedge$) disebut konjungsi. Nilai kebenaran dari konjungsi dua pernyataan ditentukan dengan aturan sebagai berikut.

Konjungsi dua pernyataan a dan b (ditulis "$a \wedge b$" dibaca "a dan b") bernilai B (benar) jika dan hanya jika dua pernyataan a dan b masing-masing bernilai B (benar), sedangkan untuk nilai-nilai kebenaran a dan b lainnya, "$a \wedge b$" bernilai S (salah).

Pernyataan majemuk yang hanya menggunakan kata penghubung "atau" ($\vee$) disebut disjungsi. Nilai kebenaran dari disjungsi dua pernyataan ditentukan dengan aturan sebagai berikut.

Disjungsi dua pernyataan a dan b (ditulis "$a \vee b$" dan dibaca "a atau b") bernilai S jika dan hanya jika dua pernyataan a dan b masing-masing bernilai S, sedangkan untuk nilai-nilai kebenaran a dan b lainnya, "$a \vee b$" bernilai B.

Atau dapat dikatakan sebagai berikut.

Disjungsi dua pernyataan bernilai B apabila sekurang-kurangnya satu dari pernyataan-pernyataan tunggalnya bernilai B.

Negasi dari konjungsi dua pernyataan mempunyai nilai kebenaran yang sama dengan disjungsi dari negasi masing-masing pernyataan tunggalnya.

$$\sim(a \wedge b) = \sim a \vee \sim b$$

Negasi dari disjungsi dua pernyataan mempunyai kebenaran yang sama dengan konjungsi dari negasi masing-masing pernyataan tunggalnya.

$$\sim(a \vee b) = \sim a \wedge \sim b$$

Tabel nilai kebenaran dari konjungsi, disjungsi dan masing-masing negasinya.

a	b	~a	~b	$a \wedge b$	$a \vee b$	$\sim a \vee \sim b$	$\sim a \wedge \sim b$
B	B	S	S	B	B	S	S
B	S	S	B	S	B	B	S
S	B	B	S	S	B	B	S
S	S	B	B	S	S	B	B

TES FORMATIF 1

Pilihlah:

A. Jika (1) dan (2) benar.
B. Jika (1) dan (3) benar.
C. Jika (2) dan (3) benar.
D. Jika (1), (2) dan (3) benar.

1) Kalimat berikut ini, manakah yang merupakan pernyataan?
   (1) Siti anak Pak Karto.
   (2) 5 adalah faktor dari 27.
   (3) Ana sedang pergi ke sekolah.

2) Kalimat berikut ini, manakah yang bukan pernyataan?
   (1) Dilarang berjualan di sini!
   (2) Apakah Ani sedang sakit?
   (3) Mudah-mudahan Anda selalu sehat

3) Pernyataan berikut ini, manakah yang bernilai benar?
   (1) 7 adalah suatu faktor prima dari 56.
   (2) 57 adalah suatu bilangan prima.
   (3) 87 mempunyai dua faktor prima.

4) Konjungsi berikut ini, manakah yang bernilai benar?
   (1) 2 adalah suatu bilangan prima yang genap.

(2) 3 adalah suatu faktor prima dari 21 dan 52.
(3) 8 membagi habis 56 dan 128.

5) Disjungsi berikut ini, manakah yang bernilai benar?
(1) 38 terbagi habis oleh 3 atau 8.
(2) 7 adalah faktor prima dari 28 atau 39.
(3) 31 adalah suatu bilangan prima atau suatu bilangan ganjil.

6) Jika a = Seekor lembu mempunyai 4 kaki, dan
b = Ida pergi ke toko buku,
maka konjungsi berikut ini yang bernilai salah adalah ....
(1) $\sim a \wedge b$
(2) $\sim b \wedge \sim a$
(3) $a \wedge \sim b$

7) Jika p = Ani anak pertama dari Pak Hadi,
q = Denpasar terletak di pulau Sumatera
Maka, disjungsi berikut ini yang bernilai benar adalah ....
(1) $\sim p \vee q$
(2) $\sim q \vee \sim p$
(3) $p \vee \sim q$

8) Misalkan, a suatu pernyataan yang bernilai S dan b pernyataan sebarang yang tidak diketahui nilai kebenarannya maka pernyataan majemuk berikut ini yang bernilai benar adalah ....
(1) $\sim a \vee \sim b$
(2) $a \wedge b$
(3) $b \vee \sim a$

9) “Semua murid SD berambut hitam dan berbaju putih”
Negasi pernyataan ini adalah ....
(1) ada murid SD yang tidak berambut hitam dan berbaju putih
(2) ada murid SD yang tidak berambut hitam atau tidak berbaju putih
(3) ada murid SD yang tidak berambut hitam atau ada murid SD yang tidak berbaju putih

10) Apabila p dan q berturut adalah pernyataan-pernyataan yang bernilai B dan S maka pernyataan majemuk berikut ini yang bernilai benar adalah ....
(1) $p \wedge \sim q$
(2) $\sim p \vee \sim q$
(3) $\sim p \wedge q$

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 2

Implikasi dan Biimplikasi

A. IMPLIKASI

Perhatikan contoh berikut ini! “Jika Ani lulus ujian maka Ani diajak bertamasya”. Kalimat ini merupakan pernyataan majemuk. Pernyataan-pernyataan tunggalnya adalah “Ani lulus ujian” dan “Ani diajak bertamasya”. Kata penghubungnya adalah “jika … maka … ”. Pernyataan majemuk seperti ini disebut implikasi. Apabila pernyataan “Ani lulus ujian” dilambangkan dengan “a”, dan “Ani diajak bertamasya” dilambangkan dengan “b”, serta lambang untuk kata penghubung “jika … maka …” adalah “$\Rightarrow$”, maka pernyataan “Jika Ani lulus ujian maka Ani diajak bertamasya” dilambangkan dengan “$a \Rightarrow b$” (dibaca: “jika a maka b”).

Pada implikasi “$a \Rightarrow b$”, pernyataan tunggal “a” disebut *pendahulu* (*antecedent*) dan pernyataan “b” disebut *pengikut* (consequent).

Nilai kebenaran suatu implikasi tergantung pada nilai kebenaran dari pendahulu dan pengikutnya, yaitu mengikuti aturan sebagai berikut.

> Suatu implikasi bernilai S jika dan hanya jika pendahulunya bernilai B dan pengikutnya bernilai S, sedangkan untuk nilai-nilai kebenaran pendahulu dan pengikutnya yang lain, implikasi itu bernilai B.

Apabila pendahulunya diberi lambang “a” dan pengikutnya diberi lambang “b” maka nilai kebenaran implikasi “$a \Rightarrow b$” dapat dinyatakan dalam tabel nilai kebenaran (Tabel 1.6) seperti berikut ini.

Tabel 1.7.
Nilai Kebenaran Implikasi

a	b	$a \Rightarrow b$	
B	B	B	baris ke-1
B	S	S	baris ke-2
S	B	B	baris ke-3
S	S	B	baris ke-4

Contoh 1.7.

(1) a = 9 adalah suatu bilangan kuadrat (B).
b = 6 mempunyai dua faktor prima (B).
$a \Rightarrow b$ = Jika 9 adalah suatu bilangan kuadrat maka 6 mempunyai dua faktor prima (B).
Sesuai baris ke-1 Tabel 1.7.

(2) p = Semarang Ibu Kota provinsi Jawa Tengah (B).
q = Tuti adalah presiden RI (S).
$p \Rightarrow q$ = Jika Semarang Ibu Kota provinsi Jawa Tengah maka Tuti adalah Presiden RI (S).
Sesuai baris ke-2 Tabel 1.7.

(3) v = Matahari terbit dari Barat (S).
w = Indonesia merdeka pada tahun 1945 (B).
$v \Rightarrow w$ = Jika matahari terbit dari Barat maka Indonesia merdeka pada tahun 1945 (B).
Sesuai baris ke-3 Tabel 1.7.

(4) m = 5 lebih besar dari 9 (S).
n = 9 adalah suatu bilangan prima (S).
$m \Rightarrow n$ = Jika 5 lebih besar dari 9 maka 9 adalah suatu bilangan prima (B).
Sesuai baris ke-4 Tabel 1.7.

Perhatikan lagi Tabel 1.7. di atas! Pengikut “b” pada baris ke 1 dan baris ke 3 masing-masing bernilai B dan nilai kebenaran dari implikasi “$a \Rightarrow b$” bernilai B pula meskipun pendahulu “a” bernilai B maupun S. Hal ini dapat disimpulkan sebagai berikut.

Apabila pengikut suatu implikasi bernilai B maka implikasi itu bernilai B, tanpa memperhatikan nilai kebenaran dari pendahulunya.

Pada baris ke-3 dan baris ke-4 dari Tabel 1.7. menyatakan bahwa pendahulu “a” bernilai S dan implikasi “$a \Rightarrow b$” bernilai B meskipun pengikut “b” bernilai B maupun S sehingga kita dapat menarik kesimpulan sebagai berikut.

> Apabila pendahulu suatu implikasi bernilai S maka implikasi itu bernilai B, tanpa memperhatikan nilai kebenaran dari pengikutnya.

Contoh 1.8.

(1) "Jika matahari terbit dari Barat maka Siti lulus ujian".
Implikasi ini bernilai B, sebab pendahulunya, yaitu "matahari terbit dari Barat" bernilai S.
Meskipun pengikutnya, yaitu "Siti lulus ujian" tidak diketahui nilai kebenarannya.

(2) "Jika Andi sembuh dari sakitnya maka seekor gajah mempunyai 4 kaki".
Implikasi ini bernilai B, sebab pengikutnya, yaitu "seekor gajah mempunyai 4 kaki", bernilai B. Meskipun pendahulunya, yaitu "Andi sembuh dari sakit" tidak diketahui nilai kebenarannya.

B. NEGASI SUATU IMPLIKASI

Perhatikan implikasi berikut ini! "Jika 7 suatu bilangan prima maka 8 lebih besar dari 5".

Misalnya, a = 7 adalah bilangan prima (B).
b = 8 lebih besar dari 5 (B).

Maka, implikasi "$a \Rightarrow b$" bernilai B.
$\sim a$ = 7 bukan bilangan prima (S).
$\sim b$ = 8 tidak lebih besar dari 5 (S).

Maka, implikasi "$\sim a \Rightarrow \sim b$" bernilai B.

Karena "$a \Rightarrow b$" dan "$\sim a \Rightarrow \sim b$" masing-masing bernilai B maka "$\sim a \Rightarrow \sim b$" *bukan* negasi dari "$a \Rightarrow b$". Untuk menentukan negasi dari suatu implikasi perhatikan tabel nilai kebenaran (Tabel 1.8) berikut ini!

Tabel 1.8.
Nilai Kebenaran Negasi Implikasi

a	B	~b	$a \Rightarrow b$	$\sim(a \Rightarrow b)$	$a \wedge \sim b$
B	B	S	B	S	S
B	S	B	S	B	B
S	B	S	B	S	S
S	S	S	B	S	S

Tampak pada Tabel 1.8. bahwa urutan nilai kebenaran dari "~(a $\Rightarrow$ b)" sama dengan urutan nilai kebenaran dari "a $\wedge$ ~b". Hal ini dapat dikatakan bahwa negasi dari suatu implikasi adalah suatu konjungsi dari pendahulu dan negasi pengikut implikasi itu.

$$\boxed{\sim(a \Rightarrow b) \;=\; a \wedge \sim b}$$

Contoh 1.9.

Tuliskanlah negasi dari implikasi berikut ini!

(1) Jika Siti tidak pergi ke Jakarta maka Siti ikut kena musibah.
(2) Jika Amin belajar giat maka Amin akan lulus ujian.
(3) Jika guru rajin mengajar maka muridnya akan pandai.

Jawab:

Negasi dari implikasi-implikasi itu adalah:

(1) Siti tidak pergi ke Jakarta dan Siti tidak ikut kena musibah.
(2) Amin belajar giat dan Amin tidak akan lulus ujian.
(3) Guru rajin mengajar dan muridnya tidak akan pandai.

C. KONVERS, INVERS, DAN KONTRAPOSITIF DARI SUATU IMPLIKASI

Perhatikan contoh implikasi berikut ini! "Jika matahari terbit dari Barat maka Tutik lulus ujian". Pendahulu dari implikasi ini adalah "Matahari terbit dari Barat" dan pengikutnya adalah "Tutik lulus ujian". Kita dapat membentuk implikasi baru dari implikasi tersebut dengan menukarkan pendahulu dengan pengikutnya dan sebaliknya, yaitu berikut ini.

"Jika Tutik lulus ujian maka matahari terbit dari Barat".

Implikasi baru yang dibentuk dengan cara ini disebut *konvers* dari implikasi semula.

Jadi, jika diketahui implikasi "a $\Rightarrow$ b" maka konversnya adalah "b $\Rightarrow$ a".

$$\boxed{\text{Konvers dari "a} \Rightarrow \text{b" adalah "b} \Rightarrow \text{a"}}$$

Contoh 1.10.

Tentukan konvers, nilai kebenaran dari implikasi dan konversnya dari implikasi berikut ini!

(1) “Jika 7 membagi habis 15 maka 11 adalah suatu bilangan prima”.
(2) “Jika 5 + 7 = 13 maka Siti naik kelas”.

Jawab:

(1) “Jika 7 membagi habis 15 maka 11 adalah suatu bilangan prima” adalah suatu implikasi yang bernilai B (sesuai baris ke-3 Tabel 1.7). Konvers dari implikasi itu adalah “Jika 11 adalah suatu bilangan prima maka 7 membagi habis 15” bernilai S (sesuai baris ke-2 Tabel 1.7).
(2) Implikasi “Jika 5 + 7 = 13 maka Siti naik kelas” bernilai B, sebab pendahulunya “5 + 7 = 13” bernilai S meskipun pengikutnya “Siti naik kelas” tidak diketahui nilai kebenarannya (sesuai baris ke-3 dan ke-4 Tabel 1.7). Konversnya adalah “Jika Siti naik kelas maka 5 + 7 = 13” dan nilai kebenarannya tidak dapat ditentukan. Jika pernyataan “Siti naik kelas” bernilai B maka konvers itu bernilai S, dan jika pernyataan “Siti naik kelas” bernilai S maka konvers itu bernilai B. Oleh karena pernyataan “Siti naik kelas” tidak dapat diketahui nilai kebenarannya maka konvers itu tidak dapat ditentukan nilai kebenarannya.

Suatu implikasi, selain dapat dibentuk konversnya, dapat pula dibentuk implikasi baru lainnya. Perhatikan contoh implikasi berikut ini!

“Jika Ani dapat mengendarai sepeda maka Ani mendapat hadiah”.

Misalnya, a = Ani dapat mengendarai sepeda.
b = Ani mendapat hadiah.

Negasi dari pernyataan-pernyataan itu adalah:

~ a = Ani tidak dapat mengendarai sepeda.
~ b = Ani tidak mendapat hadiah.

Implikasi baru yang ingin dibentuk “$\sim a \Rightarrow \sim b$”, yaitu “Jika Ani tidak dapat mengendarai sepeda maka Ani tidak mendapat hadiah”. Implikasi baru ini disebut *invers* dari implikasi semula.

Invers dari “$a \Rightarrow b$” adalah “$\sim a \Rightarrow \sim b$”

Contoh 1.11.

Tuliskan invers dari implikasi-implikasi berikut ini dan tentukan pula nilai kebenaran dari implikasi dan inversnya!

(1) Jika 5 adalah faktor prima dari 30 maka 30 adalah kelipatan dari 5”
(2) Jika Denpasar terletak di pulau Jawa maka Surabaya Ibu Kota provinsi Jawa Timur.

Jawab:

(1) Nilai kebenaran dari implikasi itu adalah B.
Inversnya adalah “Jika 5 bukan faktor prima dari 30 maka 30 bukan kelipatan dari 5” bernilai B.
(2) Nilai kebenaran dari implikasi itu adalah B.
Inversnya adalah “Jika Denpasar tidak terletak di pulau Jawa maka Surabaya bukan Ibu Kota provinsi Jawa Timur” dan bernilai S.

Dari suatu implikasi, selain dapat dibentuk konvers dan inversnya, dapat pula dibentuk implikasi baru yang lain. Yaitu pendahulu dan pengikutnya dari implikasi yang diketahui masing-masing dinegasikan dan selanjutnya ditukarkan tempatnya. Implikasi baru yang terbentuk ini disebut *kontrapositif* dari implikasi yang diketahui.

Untuk memperjelas hal ini, perhatikan contoh implikasi berikut ini!

“Jika Dita rajin belajar maka Dita naik kelas”.

Misalnya, a = Dita rajin belajar (pendahulunya)
b = Dita naik kelas (pengikutnya)

Negasi dari pendahulu dan pengikut ini adalah:
~ a = Dita tidak rajin belajar.
~ b = Dita tidak naik kelas.

Implikasi tersebut dapat ditulis dengan lambang “a ⇒ b”. Kontrapositif dari implikasi ini adalah “~b ⇒ ~a” adalah “Jika Dita tidak naik kelas maka Dita tidak rajin belajar”

Kontrapositif dari “a ⇒ b” adalah “~b ⇒ ~a”

Contoh 1.12.

Tentukanlah nilai kebenaran dari implikasi-implikasi berikut ini! Tentukan pula kontrapositifnya dan nilai kebenaran dari kontrapositif itu!

(1) Jika 6 bilangan prima maka 15 terbagi habis oleh 6.
(2) Jika 7 adalah faktor dari 16 maka 16 kelipatan dari 8.
(3) Jika Jakarta Ibu Kota RI maka Medan terletak di Iran Jaya.
(4) Jika matahari terbit dari Barat maka Rudi lulus ujian.

Jawab:

(1) Implikasi itu bernilai B karena baik pendahulu maupun pengikut, masing-masing bernilai S.
Kontrapositifnya adalah "Jika 15 tidak terbagi habis oleh 6 maka 6 bukan bilangan prima" dan mempunyai nilai kebenaran B.
(2) Implikasi bernilai B karena pendahulunya bernilai S dan pengikutnya bernilai B.
Kontrapositifnya adalah "Jika 16 bukan kelipatan dari 8 maka 7 bukan faktor dari 16", dan mempunyai nilai kebenaran B.
(3) Implikasi bernilai S karena pendahulu bernilai B dan pengikutnya bernilai S.
Kontrapositifnya adalah "Jika Medan tidak terletak di Irian Jaya maka Jakarta bukan Ibu Kota RI", dan mempunyai nilai kebenaran S.
(4) Implikasi bernilai B karena pendahulunya bernilai S meskipun nilai kebenaran dari pengikutnya belum diketahui.
Kontrapositifnya adalah "jika Rudi tidak lulus ujian maka matahari tidak terbit dari Barat", dan mempunyai nilai kebenaran B. (Mengapa?).

Dari contoh-contoh ini tampak bahwa nilai kebenaran dari suatu implikasi selalu sama dengan nilai kebenaran dari kontrapositifnya. Untuk meyakinkan simpulan ini, kita dapat menyusun tabel nilai kebenarannya (Tabel 1.9).

Tabel 1.9.
Nilai Kebenaran Kontrapositif dari Implikasi

a	B	~a	~b	$a \Rightarrow b$	$\sim b \Rightarrow \sim a$
B	B	S	S	B	B
B	S	S	B	S	S
S	B	B	S	B	B
S	S	B	B	B	B

Tampak pada Tabel 1.9. ini bahwa urutan nilai kebenaran dari implikasi "$a \Rightarrow b$" sama dengan kontrapositifnya, yaitu "$\sim b \Rightarrow \sim a$".

$$\boxed{(a \Rightarrow b) = (\sim b \Rightarrow \sim a)}$$

> Nilai kebenaran dari suatu implikasi sama dengan nilai kebenaran dari kontrapositifnya.

Contoh 1.13.

Tentukan konvers, invers, dan kontrapositif dari implikasi berikut ini!

(1) $\sim p \Rightarrow q$
(2) $p \Rightarrow \sim q$
(3) $\sim p \Rightarrow \sim q$
(4) $a \Rightarrow \sim (b \wedge c)$
(5) $\sim a \Rightarrow \sim (b \vee c)$

Jawab:

	Konversnya	**Inversnya**	**Kontraposisinya**
(1)	$q \Rightarrow \sim p$	$p \Rightarrow \sim q$	$\sim q \Rightarrow p$
(2)	$\sim q \Rightarrow p$	$\sim p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow \sim p$
(3)	$\sim q \Rightarrow \sim p$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$
(4)	$\sim b \wedge c) \Rightarrow a$	$\sim a \Rightarrow (b \wedge c)$	$(b \wedge c) \Rightarrow \sim a$
(5)	$\sim (b \vee c) \Rightarrow \sim a$	$a \Rightarrow (b \vee c)$	$(b \vee c) \Rightarrow a$

D. BIIMPLIKASI

Perhatikan implikasi "$a \Rightarrow b$" dan konversnya, yaitu "$b \Rightarrow a$". Dibentuk konjungsi antara implikasi dan konversnya tersebut, yaitu "$(a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow a)$". Kita akan menentukan nilai kebenaran konjungsi ini jika diketahui nilai-nilai kebenaran dari a dan b dengan menyusun tabel nilai kebenaran (Tabel 1.10) sebagai berikut!

Tabel 1.10.
Nilai Kebenaran dari konjungsi $(a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow a)$

a	b	$a \Rightarrow b$	$b \Rightarrow a$	$(a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow a)$
B	B	B	B	B
B	S	S	B	S
S	B	B	S	S
S	S	B	B	B

Memperhatikan nilai-nilai kebenaran dari “$(a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow a)$” dan nilai-nilai kebenaran “a” dan “b” pada Tabel 1.10. kita dapat menyimpulkan bahwa nilai kebenaran dari “$(a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow a)$” hanya B apabila nilai kebenaran dari a sama dengan nilai kebenaran b, dan bernilai S apabila nilai-nilai kebenaran dari a dan b berbeda.

Selanjutnya, konjungsi “$(a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow a)$” ditulis secara singkat menjadi “$a \Leftrightarrow b$” (*dibaca*: “a jika dan hanya jika b”) dan disebut *biimplikasi* dari a dan b.

$$\boxed{(a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow a) = a \Leftrightarrow b}$$

Oleh karena itu, nilai kebenaran dari “$(a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow a)$” sama dengan nilai kebenaran dari “$a \Leftrightarrow b$”, yaitu berikut ini.

> Nilai kebenaran dari “$a \Leftrightarrow b$” adalah B, jika dan hanya jika nilai kebenaran dari a sama dengan nilai kebenaran dari b, dan bernilai S, apabila nilai kebenaran dari a berlainan dengan nilai kebenaran dari b.

Nilai-nilai kebenaran dari “$a \Leftrightarrow b$” dapat disusun dalam tabel nilai kebenaran (Tabel 1.11) sebagai berikut.

Tabel 1.11.
Nilai Kebenaran Biimplikasi

a	B	$a \Leftrightarrow b$	
B	B	B	baris ke-1
B	S	S	baris ke-2
S	B	S	baris ke-3
S	S	B	baris ke-4

Contoh 1.14.

Tentukan nilai kebenaran dari biimplikasi berikut ini!

(1) Tutik adalah presiden RI jika dan hanya jika Semarang Ibu Kota RI.

(2) 7 membagi habis 15 jika dan hanya jika 7 suatu bilangan prima.

(3) $8 + 7 = 15$ jika dan hanya jika $15 > 2 + 8$

Catatan:

Untuk selanjutnya "jika dan hanya jika" disingkat "jhj".

Jawab:

(1) B, sesuai baris ke-4 Tabel 1.11.

(2) S, sesuai baris ke-2 Tabel 1.11.

(3) B, sesuai baris ke-1 Tabel 1.11.

E. NEGASI DARI SUATU BIIMPLIKASI

Perhatikan contoh biimplikasi berikut ini! "7 suatu bilangan prima jhj 7 membagi habis 42". Biimplikasi ini bernilai B karena dua pernyataan tunggalnya masing-masing bernilai B. Apabila masing-masing pernyataan tunggal tersebut dinegasikan dan dibentuk biimplikasi baru, yaitu "7 bukan suatu bilangan prima jhj 7 tidak membagi habis 42" maka biimplikasi baru ini bernilai B pula. Sehingga dapat disimpulkan bahwa biimplikasi baru ini bukan negasi dari biimplikasi semula. Mengapa?

Jika biimplikasi semula dinyatakan sebagai "$a \Leftrightarrow b$" maka "$\sim(a \Leftrightarrow b)$" *bukan* "$\sim a \Leftrightarrow \sim b$".

Apakah negasi dari "$a \Leftrightarrow b$"?

Biimplikasi "$a \Leftrightarrow b$" adalah singkatan dari "$(a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow a)$" maka

$$\begin{aligned} \sim(a \Leftrightarrow b) &= \sim[(a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow a)] \\ &= \sim(a \Rightarrow b) \vee \sim(b \Rightarrow a) && \text{(negasi konjungsi)} \\ &= (a \wedge \sim b) \vee (b \wedge \sim a) && \text{(negasi implikasi)} \end{aligned}$$

$$\boxed{\sim(a \Leftrightarrow b) = (a \wedge \sim b) \vee (b \wedge \sim a)}$$

Untuk meyakinkan kebenaran dari penjabaran di atas, kita periksa dengan tabel nilai kebenaran berikut ini (Tabel 1.12.).

Tabel 1.12.
Nilai Kebenaran Negasi Biimplikasi

a	b	~a	~b	$a \Leftrightarrow b$	$a \wedge \sim b$	$b \wedge \sim a$	$\sim(a \Leftrightarrow b)$	$(a \wedge \sim b) \vee (b \wedge \sim a)$
B	B	S	S	B	S	S	S	S
B	S	S	B	S	B	S	B	B
S	B	B	S	S	S	B	B	B
S	S	B	B	B	S	S	S	S

Tampak pada Tabel 1.12. bahwa urutan nilai kebenaran dari $\sim(a \Leftrightarrow b)$ sama dengan urutan nilai kebenaran dari $(a \wedge \sim b) \vee (b \wedge \sim a)$.

Contoh 1.15.

Tuliskan negasi dari biimplikasi berikut ini!

(1) 7 suatu bilangan prima jhj 7 membagi habis 42.
(2) Semarang Ibu Kota RI jhj Yogyakarta terletak di provinsi Jawa Tengah
(3) Amin dibelikan sepeda jhj Amin tidak nakal.

Jawab:

Negasi dari biimplikasi itu adalah berikut ini.

(1) 7 suatu bilangan prima dan 7 tidak membagi habis 42, atau 7 membagi habis 42 dan 7 bukan suatu bilangan prima.
(2) Semarang Ibu Kota RI dan Yogyakarta tidak terletak di provinsi Jawa Tengah, atau, Yogyakarta terletak di provinsi Jawa Tengah dan Semarang bukan Ibu Kota RI.
(3) Amin dibelikan sepeda dan Amin nakal atau Amin tidak nakal dan Amin tidak dibelikan sepeda.

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1) Diketahui bahwa a = Siti sedang belajar, dan b = Anik sedang memasak. Notasikan kalimat berikut dengan a dan b.
   a. Siti sedang belajar hanya apabila Anik sedang memasak.
   b. Jika Siti sedang belajar maka Anik tidak sedang memasak.

c. Anik tidak sedang memasak apabila Siti sedang belajar.
d. Siti tidak sedang belajar jhj Anik sedang memasak.

2) Jika pernyataan-pernyataan a, b, dan c berturut-turut mempunyai nilai kebenaran B, S, dan B, tentukanlah nilai kebenaran dari pernyataan majemuk berikut ini!
a. $a \Rightarrow b$
b. $a \Rightarrow (b \wedge c)$
c. $b \Leftrightarrow \sim c$
d. $\sim a \Rightarrow b$
e. $a \Leftrightarrow (b \vee c)$
f. $\sim(a \wedge c) \Rightarrow b$
g. $\sim b \Leftrightarrow (a \wedge c)$
h. $(a \vee b) \Leftrightarrow c$

Tentukan pula pernyataan majemuk yang merupakan negasi dari pernyataan majemuk tersebut!

3) Diketahui bahwa implikasi “$p \Rightarrow q$” bernilai S. Tentukanlah nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan berikut ini!
a. $\sim p \Rightarrow q$
b. $p \Rightarrow \sim q$
c. $q \Rightarrow p$
d. $(p \wedge q) \Rightarrow \sim q$
e. $p \Rightarrow (p \vee \sim q)$
f. $\sim p \Leftrightarrow q$
g. $q \Leftrightarrow (p \wedge \sim p)$
h. $(p \wedge q) \Rightarrow q$

4) Tuliskanlah negasi, konvers, invers, dan kontrapositif dari implikasi berikut ini dan tentukanlah nilai kebenaran masing-masing!
a. Apabila 10 adalah bilangan prima maka 10 membagi habis 30.
b. Segi empat adalah persegi jika dan hanya jika diagonal segi empat itu sama panjang.
c. Jika sisi-sisi yang berdekatan dari suatu segi empat sama panjang maka segi empat itu adalah belah ketupat.

5) Buatlah tabel nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan majemuk berikut ini!
a. $p \vee q$
b. $[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p$
c. $[(p \Rightarrow q) \wedge \sim p] \Rightarrow q$

d. $p \Rightarrow (q \vee \sim q)$
e. $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

Petunjuk Jawaban Latihan

1) a. Kalimat itu sama artinya dengan “Jika Anik sedang memasak maka Siti sedang belajar”.
   b. Kalimat itu sama artinya dengan “Jika Siti sedang belajar maka Anik tidak sedang memasak”.
2) a. Lihat Tabel 1.7. baris ke-2.
   b. Tentukan nilai kebenaran dari $(b \wedge c)$ lebih dulu dan selanjutnya lihat tabel nilai kebenaran implikasi.
   c. Lihat tabel kebenaran biimplikasi, setelah menentukan nilai kebenaran dari ~c.
   d. Tentukanlah nilai kebenaran dari ~a, selanjutnya lihat tabel nilai kebenaran implikasi.
   e. Tentukanlah nilai kebenaran dari $(b \vee c)$, selanjutnya lihat tabel nilai kebenaran biimplikasi.
   f) Tentukanlah nilai kebenaran dari $(a \wedge c)$, selanjutnya tentukan nilai kebenaran $\sim(a \wedge c)$ dan akhirnya tentukan nilai kebenaran dari $\sim(a \wedge c) \Rightarrow b$.
   g. Tentukan nilai kebenaran dari $(a \wedge c)$ dan nilai kebenaran dari ~b. Selanjutnya, tentukan nilai kebenaran dari $\sim b \Leftrightarrow (a \wedge c)$.
   h. Tentukan nilai kebenaran dari $(a \vee b)$, selanjutnya tentukan nilai kebenaran dari $(a \vee b) \Leftrightarrow c$.
   Gunakan contoh-contoh ini sebagai acuan untuk mengerjakan lainnya.

Untuk menentukan negasi dari pernyataan-pernyataan majemuk itu, Anda harus mengingat pula negasi dari konjungsi dan negasi dari disjungsi yang telah Anda pelajari dalam Kegiatan Belajar 1.

a. $\sim(a \Rightarrow b) = a \wedge \sim b$

b. $$\begin{aligned}\sim[a \Rightarrow (b \wedge c)] &= a \wedge \sim (b \wedge c)\\ &= a \wedge (\sim b \wedge c)\end{aligned}$$

e. $$\begin{aligned}\sim[a \Leftrightarrow (b \vee c)] &= \sim\{[a \Rightarrow (b \vee c)\} \wedge \{(b \vee c) \Rightarrow a]\}\\ &= \sim[a \Rightarrow (b \vee c)] \vee \sim[(b \vee c) \Rightarrow a]\\ &= [a \wedge \sim(b \vee c)] \vee [(b \vee c) \wedge \sim a]\\ &= [a \wedge (\sim b \wedge \sim c)\} \vee [(b \vee c) \wedge \sim a]\end{aligned}$$

3) Implikasi "p $\Rightarrow$ q" bernilai S terjadi hanya apabila pernyataan "p" bernilai B dan pernyataan "q" bernilai S. Sehingga "~p" dan "~q" berturut-turut mempunyai nilai kebenaran S dan B. Selanjutnya Anda dengan mudah menentukan nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan majemuk yang ditanyakan. Ingat, tentukan nilai kebenaran dari pernyataan yang ada dalam tanda kurang lebih dulu.
4) Berikut ini jawaban nomor (4.b) yang dapat digunakan sebagai acuan untuk menjawab nomor (4.a) dan (4.c).

b.	Implikasi	=	Jika diagonal-diagonal suatu segi empat sama panjang maka segi empat itu suatu persegi (S).
	Negasinya	=	Diagonal-diagonal suatu segi empat sama panjang dan segi empat itu bukan suatu persegi (B).
	Konversnya	=	Jika segi empat suatu persegi maka diagonal-diagonalnya sama panjang (B)
	Inversnya	=	Jika diagonal-diagonal suatu segi empat tidak sama panjang maka segi empat itu bukan suatu persegi (B).
	Kontrapositifnya	=	Jika segi empat bukan suatu persegi maka diagonal-diagonal segi empat itu tidak sama panjang (S).

5) Berikut ini adalah kerangka tabel nilai kebenaran untuk menjawab soal nomor 5) b) dan 5) e). Lengkapilah tabel kebenaran ini. Selanjutnya kerjakan soal-soal lainnya.

b)

p	q	~p	~q	$P \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge \sim q$	$[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p$
B	B	....	....	....	....	....
B	S	B	S	....	S	B
S	B	....	....	....	....	....
S	S	....	....	....	....	....

e)

p	q	r	[(p	$\Rightarrow$	q)	$\wedge$	(q	$\Rightarrow$	r)]	$\Rightarrow$	(p	$\Rightarrow$	r)
B	B	B	B	...	B	...	B	...	B	...	B	...	B
B	B	S	B	...	B	...	B	...	S	...	B	...	S
B	S	B	B	S	S	S	S	B	B	B	B	B	B
B	S	S	B	...	S	...	S	...	S	...	B	...	S
S	B	B	S	...	B	...	B	...	B	...	S	...	B
S	B	S	S	...	B	...	B	...	S	...	S	...	S
S	S	B	S	...	S	...	S	...	B	...	S	...	B
S	S	S	S	...	S	...	S	...	S	...	S	...	S
Langkah ke				1		4		2		5		3	

Oleh karena pernyataan majemuk yang akan disusun tabel nilai kebenarannya cukup panjang maka tabel nilai kebenarannya disusun seperti tampak pada tabel di atas. Oleh karena terdapat 3 macam pernyataan tunggal, yaitu p, q, r maka terdapat 8 susunan B dan S (tiga kolom pertama).

Kerjakanlah langkah-langkah ke-1, ke-2, dan ke-3 dengan membubuhi B atau S dengan nilai kebenaran dari implikasi. Sebagai contoh perhatikan baris ke-3 dari tabel tersebut yang telah diisi. Selanjutnya kerjakan langkah ke-4, yaitu konjungsi dari hasil langkah-langkah ke-1 dan ke-2. Akhirnya, langkah ke-5 adalah nilai kebenaran dari implikasi dengan hasil langkah ke-4 sebagai pendahulu dan hasil langkah ke-3 sebagai pengikut dari implikasi tersebut.

RANGKUMAN

Implikasi “a $\Rightarrow$ b” (dibaca “jika a maka b”), pernyataan “a” disebut “pendahulu” dan pernyataan 'b” disebut “pengikut” dari implikasi tersebut. Nilai kebenaran dari suatu implikasi tidak tergantung pada hubungan dari pendahulu dan pengikutnya, tetapi hanya tergantung pada nilai-nilai kebenaran dari pendahulu dan pengikutnya. Nilai kebenaran suatu implikasi mengikuti aturan sebagai berikut.

Suatu implikasi bernilai S jika dan hanya jika pendahulunya bernilai B dan pengikutnya bernilai S, sedangkan untuk nilai-nilai kebenaran pendahulu dan pengikutnya yang lain, implikasi itu bernilai B.

Aturan ini dapat dinyatakan sebagai tabel nilai kebenaran berikut.

a	b	$a \Rightarrow b$	
B	B	B	baris ke-1
B	S	S	baris ke-2
S	B	B	baris ke-3
S	S	B	baris ke-4

Memperhatikan baris ke-1 dan ke-3 dari tabel tersebut dapat disimpulkan, yaitu "Apabila pengikut suatu implikasi bernilai B maka implikasi itu bernilai B, tanpa memperhatikan nilai kebenaran pendahulunya".

Dari baris ke-3 dan baris ke-4 tabel nilai kebenaran implikasi itu dapat disimpulkan, yaitu "Apabila pendahulu suatu implikasi bernilai S maka implikasi itu bernilai B, tanpa memperhatikan nilai kebenaran dari pengikutnya".

Negasi dari suatu implikasi adalah suatu konjungsi dari pendahulu dan negasi pengikutnya atau dinyatakan:

$$\boxed{\sim(a \Rightarrow b) = a \wedge \sim b}$$

Konvers dari "$a \Rightarrow b$" adalah "$b \Rightarrow a$",
Invers dari "$a \Rightarrow b$" adalah "$\sim a \Rightarrow \sim b$
Kontrapositif dari "$a \Rightarrow b$" adalah "$\sim b \Rightarrow \sim a$ "

Nilai kebenaran dari suatu implikasi sama dengan nilai kebenaran dari kontrapositifnya, yaitu berikut ini.

$$\boxed{(a \Rightarrow b) = (\sim b \Rightarrow \sim a)}$$

Biimplikasi "$a \Leftrightarrow b$" sama artinya dengan "$(a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow a)$". Nilai kebenaran dari suatu biimplikasi adalah B apabila dua pernyataan tunggalnya bernilai sama, dan bernilai S apabila nilai dua pernyataan tunggalnya berlainan.

Negasi biimplikasi "$a \Leftrightarrow b$" dinyatakan sebagai berikut.

$$\boxed{\sim (a \Leftrightarrow b) = (a \wedge \sim b) \vee (b \wedge \sim a)}$$

TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

1) Dari implikasi berikut ini, manakah yang benar?
   A. Jika Siti belajar giat maka Siti lulus ujian.
   B. Jika Jakarta Ibu Kota Negara RI maka Semarang terletak di pulau Bali.
   C. Jika 8 suatu bilangan prima maka 8 tidak terbagi habis oleh 2.
   D. Jika 5 suatu bilangan prima maka 5 membagi habis 9.

2) Jika implikasi “$p \Rightarrow \sim q$” bernilai S maka implikasi berikut ini yang bernilai B adalah ....
   A. $\sim p \Rightarrow q$
   B. $\sim q \Rightarrow \sim p$
   C. $p \Rightarrow \sim p$
   D. $(p \vee q) \Rightarrow \sim q$

3) Konvers dari implikasi “Jika Tuti naik kelas maka Jono pergi ke Jakarta” adalah ....
   A. jika Tuti tidak naik kelas maka Jono tidak pergi ke Jakarta
   B. jika Jono pergi ke Jakarta maka Tuti naik kelas
   C. jika Jono tidak pergi ke Jakarta maka Tuti tidak naik kelas
   D. Tuti naik kelas dan Jono tidak pergi ke Jakarta

4) Dari implikasi berikut ini, manakah yang bernilai benar jika ....
   A. matahari terbit dari Timur maka Anik pergi ke sekolah
   B. Tono giat bekerja maka Tono seorang hartawan
   C. Tina suka mangga maka Tina pergi ke pasar
   D. matahari terbit dari Barat maka Suti lulus ujian

5) Negasi dari “Jika Arman pandai maka Arman cendikiawan” adalah ....
   A. jika Arman tidak pandai maka Arman tidak cendikiawan
   B. jika Arman cendikiawan maka Arman pandai
   C. Arman pandai dan Arman tidak cendikiawan
   D. Arman cendikiawan dan Arman tidak pandai

6) Kontrapositif dari implikasi "Jika kuadrat suatu bilangan asli adalah genap maka bilangan asli itu adalah genap" jika ....
   A. suatu bilangan asli tidak genap maka kuadrat bilangan asli itu tidak genap
   B. kuadrat suatu bilangan asli adalah ganjil maka bilangan asli itu adalah ganjil
   C. kuadrat suatu bilangan asli adalah genap dan bilangan asli itu tidak genap
   D. suatu bilangan asli adalah genap maka kuadrat bilangan asli itu adalah genap

7) Jika "p" adalah suatu pernyataan yang bernilai benar (B) dan q adalah sebarang pernyataan yang tidak diketahui nilai kebenarannya maka pernyataan majemuk berikut ini yang bernilai benar adalah ....
   A. $p \Rightarrow q$
   B. $\sim p \Rightarrow \sim q$
   C. $q \Rightarrow \sim q$
   D. $\sim q \Rightarrow \sim p$

8) Jika nilai-nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan p, q, dan r berturut-turut adalah B, S, dan S maka pernyataan majemuk berikut ini yang bernilai benar adalah ....
   A. $p \Rightarrow (\sim q \wedge r)$
   B. $(p \vee q) \Rightarrow r$
   C. $\sim p \Leftrightarrow \sim(q \vee r)$
   D. $(\sim p \wedge q) \Leftrightarrow r$

9) Negasi dari biimplikasi "$\sim p \Leftrightarrow q$" adalah ....
   A. $(\sim p \wedge \sim q) \vee (q \wedge p)$
   B. $(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$
   C. $(\sim p \vee \sim q) \wedge (q \vee p)$
   D. $(p \vee \sim q) \wedge (q \vee \sim p)$

10) Biimplikasi berikut ini yang bernilai benar adalah ....
   A. 8 + 3 = 12 jika dan hanya jika 15: 3 = 5
   B. 8 lebih besar dari 13 jika dan hanya jika 8 membagi habis 13
   C. 13 suatu bilangan prima jika dan hanya jika 13 terbagi habis oleh 3
   D. 15 terbagi habis oleh 6 jika dan hanya jika $15 = 3 \times 5$

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 3

Argumen

A. TAUTOLOGI

Perhatikan contoh berikut ini! “Adi mempunyai sepeda atau Adi tidak mempunyai sepeda. Pernyataan majemuk ini bernilai B (benar), untuk setiap nilai kebenaran dari pernyataan tunggalnya.

Misalnya, a = “Adi mempunyai sepeda”, bernilai B.
$\sim a$ = “Adi tidak mempunyai sepeda”, bernilai S.

Maka, $a \vee \sim a$ bernilai B.

Begitu pula apabila “a” bernilai S maka “~a” bernilai B sehingga “$a \vee \sim a$” bernilai B. Pernyataan majemuk yang selalu bernilai B untuk setiap nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan tunggalnya seperti itu disebut *tautologi*.

Contoh 1.16.

“Jika Siti naik kelas dan Siti tidak naik kelas maka Siti dibelikan sepeda”.

Misalnya, p = Siti naik kelas
$\sim p$ = Siti tidak naik kelas
q = Siti dibelikan sepeda

Pernyataan majemuk tersebut dapat dinyatakan dengan lambang:

$$(p \wedge \sim p) \Rightarrow q$$

Untuk menunjukkan bahwa pernyataan majemuk ini suatu tautologi disusun tabel kebenarannya (Tabel 1.13).

Tabel 1.13.
Nilai Kebenaran $(p \wedge \sim p) \wedge q$

p	q	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$(p \wedge \sim p) \Rightarrow q$
B	B	S	S	B
B	S	S	S	B
S	B	B	S	B
S	S	B	S	B

Tampak pada Tabel 1.13 bahwa pada kolom terakhir nilai kebenaran selalu B, jadi pernyataan tersebut merupakan suatu tautologi.

> Tautologi adalah suatu pernyataan majemuk yang selalu bernilai benar, untuk setiap nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan tunggalnya.

Contoh 1.17.

Periksa bahwa pernyataan majemuk "$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$" adalah suatu tautologi

Jawab:

<u>*Cara 1*</u>

Dengan menyusun tabel nilai kebenarannya:

Tabel 1.14.
Nilai Kebenaran $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$

p	q	$p \wedge q$	$P \vee q$	$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$
B	B	B	B	B
B	S	S	B	B
S	B	S	B	B
S	S	S	S	B

Tampak pada kolom terakhir dari Tabel 1.14 bahwa pernyataan majemuk "$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$" selalu bernilai B (benar) sehingga pernyataan majemuk itu merupakan suatu tautologi.

<u>*Cara 2*</u>

Pernyataan majemuk "$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$" merupakan suatu implikasi. Jika p bernilai B, tanpa memperhatikan nilai kebenaran q maka $(p \vee q)$ pasti bernilai B. Sehingga implikasi itu bernilai B karena pengikutnya bernilai B. Dan jika p bernilai S, tanpa memperhatikan nilai kebenaran dari q maka $(p \wedge q)$ bernilai S. Sehingga implikasi itu bernilai B karena pendahulunya bernilai S. Jadi, untuk setiap nilai kebenaran dari p dan q, pernyataan majemuk "$(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee q)$" selalu bernilai B sehingga pernyataan majemuk itu suatu tautologi.

Berikut ini akan kita pelajari tautologi-tautologi yang digunakan sebagai dasar dalam penyusunan argumen yang absah.

Perhatikan pernyataan majemuk “$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$”. Akan kita periksa apakah pernyataan majemuk tersebut suatu tautologi. Tabel nilai kebenaran dari pernyataan majemuk tersebut tampak pada Tabel 1.14. berikut ini.

Tabel 1.15.
Nilai Kebenaran “$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$

p	q	$(p \Rightarrow q)$	$(p \Rightarrow q) \wedge p)$	$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$
B	B	B	B	B
B	S	S	S	B
S	B	B	S	B
S	S	B	S	B

Tampak pada kolom terakhir dari Tabel 1.15. bahwa nilai kebenaran dari “$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$ Selalu bernilai B. Jadi, pernyataan majemuk tersebut adalah suatu tautologi. Tautologi seperti ini disebut aturan *detasemen* atau *modus ponens*.

$[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$ disebut *modus ponens*

Bandingkanlah pernyataan majemuk tersebut dengan pernyataan majemuk”$[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p$”. Pernyataan majemuk ini pun juga suatu tautologi. Hal ini ditunjukkan dengan tabel nilai kebenaran (Tabel 1.15) berikut ini.

Tabel 1.16.
Nilai Kebenaran ”$(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p$

P	q	~p	~q	$(p \Rightarrow q)$	$[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q)]$	$[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p$
B	B	S	S	B	S	B
B	S	S	B	S	S	B
S	B	B	S	B	S	B
S	S	B	S	B	B	B

Tampak pada kolom terakhir dari Tabel 1.16 bahwa pernyataan majemuk “$[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p$” selalu bernilai B. Jadi, pernyataan majemuk itu merupakan suatu tautologi. Tautologi ini disebut *modus tollens*.

$[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p$ disebut *modus tollens*

Perhatikan lagi pernyataan majemuk “$[(p \vee q) \wedge \sim p] \Rightarrow q$”. Akan ditunjukkan dengan menyusun tabel nilai kebenarannya bahwa pernyataan majemuk tersebut merupakan suatu tautologi.

Tabel 1.17.
Nilai Kebenaran $[(p \vee q) \wedge \sim p] \Rightarrow q$

P	q	$(\sim p)$	$(p \vee q)$	$[(p \vee q) \wedge \sim p]$	$[(p \vee q) \wedge \sim p] \Rightarrow q$
B	B	S	B	S	B
B	S	S	B	S	B
S	B	B	B	B	B
S	S	B	S	S	B

Tampak pada kolom terakhir dari Tabel 1.17 bahwa pernyataan majemuk “$[(p \vee q) \wedge \sim p] \Rightarrow q$” selalu bernilai B. Jadi, pernyataan majemuk tersebut merupakan suatu tautologi. Tautologi seperti ini disebut *modus tollendo ponens*.

$[(p \vee q) \wedge \sim p] \Rightarrow q$ disebut *modus tollendo ponens*

Modus tollendo ponens tersebut dapat dituliskan dalam bentuk yang kelihatannya berbeda, tetapi pada prinsipnya sama, yaitu berikut ini.

(1) $[\sim p \wedge (p \vee q)] \Rightarrow q$ atau
(2) $[(p \vee q) \wedge \sim q] \Rightarrow p$ atau
(3) $[\sim q \wedge (p \vee q) \Rightarrow p$ atau
(4) $[(\sim p \vee q) \wedge p] \Rightarrow q$ atau
(5) $[(p \vee \sim q) \wedge \sim p] \Rightarrow \sim q$ atau lainnya.

Pernyataan-pernyataan majemuk tersebut masing-masing disebut pula modus *tollendo ponens*.

Pada latihan Kegiatan Belajar 2 No. 5) e) dalam-modul ini, Anda disuruh menyusun tabel nilai kebenaran dari “$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$”. Apakah Anda memperoleh bahwa nilai kebenaran dari pernyataan majemuk ini selalu bernilai benar (B) untuk setiap pernyataan tunggal p, q, dan r? Kita perlihatkan pada Tabel 1.18 bahwa pernyataan majemuk itu selalu bernilai B.

Tabel 1.18.
Nilai Kebenaran $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

p	q	r	[(p	$\Rightarrow$	q)	$\wedge$	(q	$\Rightarrow$	r)]	$\Rightarrow$	(p	$\Rightarrow$	r)
B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B	B
B	B	S	B	B	B	S	B	S	S	B	B	S	S
B	S	B	B	S	S	S	S	B	B	B	B	B	B
B	S	S	B	S	S	S	S	B	S	B	B	S	S
S	B	B	S	B	B	B	B	B	B	B	S	B	B
S	B	S	S	B	B	S	B	S	S	B	S	B	S
S	S	B	S	B	S	B	S	B	B	B	S	B	B
S	S	S	S	B	S	B	S	B	S	B	S	B	S
Langkah ke			1	2	1	5	1	3	1	6	1	4	1

Penyusunan Tabel 1.18 dapat dijelaskan sebagai berikut:

Kolom pertama, yaitu daftar susunan nilai kebenaran untuk tiga pernyataan tunggal p, q, dan r.

Langkah ke-1, susunan nilai kebenaran untuk tiap-tiap pernyataan tunggal p, q, r sesuai dengan susunan nilai kebenaran pernyataan tunggal p, q, dan r dalam kolom pertama.

Langkah ke-2, susunan nilai kebenaran "$p \Rightarrow q$" dari hasil implikasi nilai kebenaran p dan q pada langkah ke-1.

Langkah ke-3, susunan nilai kebenaran "$q \Rightarrow r$" dari hasil implikasi nilai kebenaran q dan r pada langkah ke-1.

Langkah ke-4, susunan nilai kebenaran "$p \Rightarrow r$" dari hasil implikasi kebenaran p dan r pada langkah ke-1.

Langkah ke-5, susunan nilai kebenaran konjungsi dari hasil langkah ke-2 dan langkah ke-3, yaitu susunan nilai kebenaran dari "$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$".

Langkah ke-6, susunan nilai kebenaran dari implikasi dengan pendahulu "hasil langkah ke-5" dan pengikut "hasil langkah ke 4". Jadi langkah ke-6 adalah susunan nilai kebenaran dari "$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$".

Tampak bahwa nilai kebenaran pada langkah ke-6 semuanya bernilai B maka pernyataan majemuk "$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$" merupakan suatu tautologi. Tautologi ini disebut *aturan silogisme*.

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$ disebut *aturan silogisme*

Empat tautologi yang telah kita pelajari ini, yaitu modus ponens, modus tollens, modus tollendo ponens, dan silogisme, masing-masing digunakan untuk menyusun argumen yang absah. Empat tautologi tersebut masing-masing merupakan implikasi sehingga masing-masing tautologi tersebut dinamakan pula tautologi implikatif.

Perhatikan bahwa pendahulu dari tiap-tiap tautologi implikatif itu merupakan konjungsi. Tiap pernyataan majemuk atau pernyataan tunggal dalam pendahulu ini disebut *premis argumen*, sedangkan pengikut dari tiap tautologi implikatif itu disebut *kesimpulan*. Selanjutnya, argumen yang absah yang dibentuk dari tautologi implikatif itu disusun sebagai berikut.

1. Susunan argumen menurut modus ponens

   $p \Rightarrow q$ (premis)
   p (premis)
   ___
   $\therefore\ q$ (kesimpulan)

   Contoh 1.18.
   Jika Siti naik kelas maka Siti dibelikan sepeda
   Siti naik kelas
   ___
   ∴ Siti dibelikan sepeda

2. Susunan argumen menurut modus tollens

   $p \Rightarrow q$ (premis)
   $\sim q$ (premis)
   ___
   $\therefore\ \sim p$ (kesimpulan)

   Contoh 1.19.
   Jika Andi lulus ujian maka Andi memperoleh hadiah
   Andi tidak memperoleh hadiah
   ___
   ∴ Andi tidak lulus ujian

3. Susunan argumen menurut modus tollendo ponens

   $p \vee q$ (premis)
   $\sim p$ (premis)
   ___
   $\therefore\ q$ (kesimpulan)

Contoh 1.20.

Pagi ini Joni pergi kesekolah atau Joni pergi ke toko.
Pagi ini Joni tidak pergi ke toko.

$\therefore$ Pagi ini Joni pergi ke sekolah``

4. Susunan argumen menurut aturan silogisme

$p \Rightarrow q$	(premis)
$q \Rightarrow r$	(premis)
$\therefore \quad p \Rightarrow r$	(kesimpulan)

Contoh 1.21.

Jika Anik rajin belajar maka Anik naik kelas
Jika Anik naik kelas maka Anik memperoleh hadiah

$\therefore$ Jika Anik rajin belajar maka Anik memperoleh hadiah

Perhatikan bahwa suatu argumen terdiri atas premis-premis dan kesimpulan. Premis-premis terdiri atas pernyataan majemuk atau pernyataan tunggal yang bernilai benar. Dalam matematika premis-premis itu biasa dikenal dengan "ketentuan" atau "yang diketahui". Dari premis-premis itu diturunkan suatu kesimpulan (konklusi). Suatu pernyataan baik pernyataan majemuk atau pernyataan tunggal mempunyai nilai benar atau salah (tidak keduanya). Tetapi nilai dari suatu argumen adalah absah atau tidak absah (tidak keduanya).

Perhatikan contoh-contoh berikut ini!

Contoh 1.22.

Jika Amin lulus ujian maka Amin memperoleh hadiah
Ternyata Amin memperoleh hadiah

$\therefore$ Amin lulus ujian

Apakah argumen ini absah?

Untuk memeriksa apakah argumen tersebut absah atau tidak absah, argumen tersebut dinyatakan sebagai suatu implikasi. Selanjutnya, implikasi tersebut merupakan suatu tautologi atau bukan. Jika implikasi tersebut merupakan suatu tautologi maka argumen tersebut absah. Tetapi jika implikasi tersebut bukan tautologi maka argumen tersebut tidak absah.

Misalnya, p = Amin lulus ujian, dan
q = Amin memperoleh hadiah

Maka, susunan argumen tersebut menjadi:

$p \Rightarrow q$ (premis)
q (premis)
―――――
$\therefore$ p (kesimpulan)

Bentuk implikasinya adalah: $[(p \Rightarrow q) \wedge q] \Rightarrow p$.

Untuk memeriksa apakah implikasi ini merupakan tautologi, disusun tabel nilai kebenaran sebagai berikut (Tabel 1.19)

Tabel 1.19.
Nilai Kebenaran $[(p \Rightarrow q) \wedge q] \Rightarrow p$

p	q	$p \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge q$	$[(p \Rightarrow q) \wedge q] \Rightarrow q$
B	B	B	B	B
B	S	S	S	B
S	B	B	B	S
S	S	B	S	B

Tampak pada kolom terakhir Tabel 1.19 bahwa $[(p \Rightarrow q) \wedge q] \Rightarrow p$ bukan suatu tautologi. Jadi, argumen di atas tidak absah.

Contoh 1.23.

Jika Siti minum es maka Siti sakit perut
Siti tidak minum es
――――――――――――――
$\therefore$ Siti tidak sakit perut

Apakah Argumen ini absah?

Seperti pada contoh sebelumnya, argumen tersebut dinyatakan sebagai suatu implikasi.

Misalnya, a = Siti minum es
b = Siti sakit perut

Susunan argumen tersebut dengan lambang a dan b menjadi:

$$\begin{array}{l} a \Rightarrow b \\ \sim a \\ \hline \therefore \quad \sim b \end{array}$$

Bentuk implikasi yang sesuai dengan argumen tersebut adalah:

$$[(a \Rightarrow b) \wedge \sim a] \Rightarrow \sim b$$

Untuk memeriksa apakah implikasi ini merupakan tautologi disusun tabel nilai kebenarannya (Tabel 1.20).

Tabel 1.20.
Nilai Kebenaran $[(a \Rightarrow b) \wedge \sim a] \Rightarrow \sim b$

a	b	~a	~b	$a \Rightarrow b$	$(a \Rightarrow b) \wedge \sim a$	$[(a \Rightarrow b) \wedge \sim a] \Rightarrow \sim b$
B	B	S	S	B	S	B
B	S	S	B	S	S	B
S	B	B	S	B	B	S
S	S	B	B	B	B	B

Tampak pada kolom terakhir dalam Tabel 1.20 bahwa $[(a \Rightarrow b) \wedge \sim a] \Rightarrow \sim b$ bukan suatu tautologi. Jadi argumen di atas tidak absah.

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1) Pernyataan-pernyataan berikut ini, manakah yang merupakan tautologi? Periksalah jawaban Anda dengan menyusun tabel nilai kebenaran dari tiap-tiap pernyataan itu!
   a) $(p \wedge q) \Rightarrow p$
   b) $(p \vee q) \Rightarrow q$
   c) $[(\sim p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow p$
   d) $[(\sim p \Rightarrow \sim q) \wedge \sim p] \Rightarrow \sim q$
   e) $[(p \Rightarrow \sim q) \wedge q] \Rightarrow \sim p$

2) Pernyataan-pernyataan berikut ini, manakah yang merupakan tautologi? Apabila pernyataan itu suatu tautologi, tunjukkan jenis tautologi yang mana?
   a) $[(p \vee \sim q) \wedge q] \Rightarrow p$
   b) $[(a \Rightarrow \sim b) \wedge (\sim b \Rightarrow c)] \Rightarrow (a \Rightarrow c)$
   c) $[(u \Rightarrow \sim w) \wedge w] \Rightarrow \sim u$
   d) $[(\sim p \Rightarrow q) \wedge \sim p] \Rightarrow q$
   e) $[(\sim a \Rightarrow \sim b) \wedge b] \Rightarrow \sim a$
   f) $[(a \Rightarrow \sim b) \wedge (p \Rightarrow a)] \Rightarrow (p \Rightarrow \sim b)$
3) Argumen-argumen berikut ini absah atau tidak. Jika argumen absah, tunjukkan jenis argumen manakah yang digunakan! Tunjukkanlah, jika tidak absah!
   a. Jika sepedaku rusak maka saya diantar ke sekolah oleh ibu. Ternyata sepedaku tidak rusak.
      Jadi, saya tidak diantar ke sekolah oleh ibu.
   b. Jika saya tidak pergi ke sekolah maka saya membantu orang tua. Saya tidak membantu orang tua.
      Jadi, saya pergi ke sekolah
   c. Jika hari ini turun hujan maka petani tidak panen tembakau. Ternyata hari ini turun hujan.
      Jadi, petani tidak panen tembakau.
   d. Dina pergi ke sekolah atau Dina pergi ke pasar. Ternyata Dina tidak pergi ke pasar.
      Jadi, Dina pergi ke sekolah.
   e. Jika Edi sakit maka Edi tidak bekerja.
      Jika Edi tidak bekerja maka Edi tidak memperoleh gaji.
      Jadi, jika Edi sakit maka Edi tidak memperoleh gaji.
4) Buatlah suatu kesimpulan dari premis-premis yang ditentukan ini sehingga diperoleh suatu argumen yang absah! Jenis argumen manakah yang Anda gunakan?
   a. Jika Rina sakit maka Rina menangis.
      Rina tidak menangis.
   b. Jika Adi tidak merokok maka Adi tidak sakit paru-paru
      Jika Adi tidak minum minuman keras maka Adi tidak merokok.
   c. Mardi pergi ke Jakarta atau Mardi pergi ke Denpasar.
      Mardi tidak pergi ke Denpasar.

d. Jika Bu Tutik tidak mengajar maka Bu Tutik pergi kuliah.
   Ternyata Bu Tutik tidak mengajar.
e. Jika Milda tidak sakit perut maka Milda tidak pergi ke rumah sakit.
   Ternyata Milda pergi ke rumah sakit.

Petunjuk Jawaban Latihan

1) Buatlah tabel nilai kebenaran dari setiap pernyataan majemuk tersebut sehingga Anda dapat menentukan apakah pernyataan tersebut suatu tautologi atau bukan.
   a. Tautologi.
   b. Bukan tautologi.
   c. Tautologi.
   d. Tautologi.
   e. Tautologi.
2) Camkanlah betul-betul perbedaan antara modus ponens, modus tollens, modus tollendo ponens, dan silogisme maka Anda akan mudah menjawab soal nomor ini.
   a. Tautologi, modus tollendo ponens.
   b. Tautologi, silogisme.
   c. Tautologi, modus tollens.
   d. Tautologi, modus ponens.
   e. Bukan tautologi, buatlah tabel nilai kebenarannya.
   f. Tautologi, silogisme.
3) a. Tidak absah, buatlah tabel nilai kebenarannya jika argumen itu dinyatakan dalam bentuk implikasi.
   b. Absah, modus tollens.
   c. Absah, modus ponens.
   d. Absah, modus tollendo ponens.
   e. Absah, silogisme.
4) a. Rina tidak sakit (modus tollens).
   b. Jika Adi tidak minum minuman keras maka Adi tidak sakit paru-paru (silogisme).
   c. Mardi pergi ke Jakarta (modus tollendo ponens).
   d. Bu Tutik pergi kuliah (modus ponens).
   e. Milda sakit perut (modus tollens).

RANGKUMAN

Tautologi adalah suatu pernyataan majemuk yang selalu bernilai benar untuk setiap nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan tunggalnya. Pernyataan majemuk implikasi yang merupakan tautologi disebut tautologi implikasi. Tautologi implikasi yang penting peranannya adalah sebagai berikut.

1. Modus ponens : $[(p \Rightarrow q) \wedge p] \Rightarrow q$
2. Modus tollens : $[(p \Rightarrow q) \wedge \sim q] \Rightarrow \sim p$
3. Modus tollendo ponens : $[(p \Rightarrow q) \wedge \sim p] \Rightarrow q$
4. Silogisme : $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

Empat tautologi implikasi tersebut digunakan sebagai dasar untuk menyusun argumen yang absah. Pernyataan majemuk atau pernyataan tunggal yang merupakan pendahulu dari implikasi masing-masing disebut premis dari argumen, sedangkan pengikut dari implikasi disebut kesimpulan (konklusi).

Susunan argumen yang absah yang dibentuk dari tautologi implikasi tersebut adalah sebagai berikut.

1. Modus ponens:

$p \Rightarrow q$ (premis)
p (premis)
―――――
$\therefore\ q$ (kesimpulan)

2. Modus tollens:

$p \Rightarrow q$ (premis)
$\sim q$ (premis)
―――――
$\therefore\ \sim p$ (kesimpulan)

3. Modus tollendo ponens:

$p \vee q$ (premis)
$\sim p$ (premis)
―――――
$\therefore\ q$ (kesimpulan)

4. Silogisme:

$p \Rightarrow q$ (premis)
$q \Rightarrow r$ (premis)
―――――
$\therefore\ p \Rightarrow r$ (kesimpulan)

TES FORMATIF 3

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

1) Diketahui premis-premis sebagai berikut.
Jika Andi tidak suka makan sayur maka Andi menderita sakit. Ternyata Andi tidak menderita sakit.
Kesimpulan yang dapat ditarik dari premis-premis ini agar diperoleh argumen yang absah adalah ....
A. Andi tidak suka makan sayur
B. Andi suka makan sayur
C. Andi menderita sakit
D. Andi tidak menderita sakit

2) Berikut ini yang merupakan argumen yang absah adalah ....
A. Arman tidak naik kelas atau Arman pindah ke sekolah lain. Ternyata Arman pindah ke sekolah lain. Jadi, Arman tidak naik kelas
B. jika Pak Paimun bingung maka Pak Paimun sukar tidur. Jika Anak Pak Paimun sakit maka Pak Paimun bingung. Jadi jika anak Pak Paimun sakit maka Pak Paimun sukar tidur.
C. jika Anik mempunyai uang maka Anik membeli sepeda. Ternyata Anik membeli sepeda. Jadi Anik mempunyai uang
D. jika Amri sakit maka Amri tidak pergi ke sekolah. Ternyata Amri tidak sakit. Jadi, Amri pergi ke sekolah

3) Berikut ini yang termasuk jenis argumen modus tollens adalah ....

A. $$\begin{array}{l} p \Rightarrow \sim q \\ \sim p \\ \hline \therefore\ q \end{array}$$

B. $$\begin{array}{l} \sim p \Rightarrow \sim q \\ \sim q \\ \hline \therefore\ \sim q \end{array}$$

C. $$\begin{array}{l} \sim p \Rightarrow q \\ \sim q \\ \hline \therefore\ p \end{array}$$

D. $$\begin{array}{l} \sim p \Rightarrow \sim q \\ \sim p \\ \hline \therefore\ \sim q \end{array}$$

4) Diketahui premis-premis sebagai berikut.
   Tino lulus ujian.
   Jika matahari terbit dari Barat maka Tino tidak lulus ujian.
   Kesimpulan yang dapat ditarik dari premis-premis ini agar diperoleh argumen yang absah adalah ....
   A. matahari terbit dari Timur
   B. Tino tidak lulus ujian
   C. matahari tidak terbit dari Barat
   D. Tino lulus ujian

5) Kesimpulan yang dapat ditarik dari premis-premis q dan $p \Rightarrow \sim q$ agar diperoleh argumen yang absah adalah ....
   A. p
   B. q
   C. ~q
   D. ~p

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 3 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 3.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan modul selanjutnya. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 3, terutama bagian yang belum dikuasai.

Kunci Jawaban Tes Formatif

Tes Formatif 1

1) D. Ketiga kalimat tersebut masing-masing merupakan pernyataan karena masing-masing dapat ditentukan nilai kebenarannya.
2) D. Ketiga kalimat tersebut masing-masing tidak dapat ditentukan nilai kebenarannya.
3) B. (2) salah karena 57 terbagi habis oleh 3 dan 19.
4) B. (2) salah karena 3 bukan faktor prima dari 52.
5) C. (1) salah karena 38 tidak terbagi habis oleh 3 maupun 8.
6) A. (1) dan (2) jelas bernilai salah, sebab ~a bernilai salah, sedangkan (3) belum tentu bernilai salah.
7) C. (2) dan (3) bernilai benar karena ~a bernilai benar (ingat disjungsi), sedangkan (1) tidak dapat ditentukan nilai kebenarannya karena p tidak dapat ditentukan nilai kebenarannya.
8) B. (1) dan (3) bernilai benar karena ~a bernilai benar. Sedang (2) tidak dapat ditentukan nilai kebenarannya karena b tidak diketahui nilai kebenarannya.
9) C. Kalimat (2) dan (3) sama artinya, Lihat pengertian negasi konjungsi.
10) A. Ingat nilai kebenaran dari konjungsi dan disjungsi.

Tes Formatif 2

1) C. A tidak dapat ditentukan nilai kebenarannya.
   B, salah karena pengikutnya bernilai salah, demikian pula D.
2) A. $p \Rightarrow \sim q$ bernilai salah hanya apabila p bernilai benar dan q bernilai benar sehingga B, C, dan D. semuanya salah.
3) B. Konvers dari $p \Rightarrow q$ adalah $q \Rightarrow p$.
4) D. A, B, dan C, tidak diketahui nilai kebenarannya.
5) C. Negasi dari $p \Rightarrow q$ adalah $p \wedge \sim q$
6) A. Kontrapositif dari $p \Rightarrow q$ adalah $\sim q \Rightarrow \sim p$
7) B. Ingat bahwa jika pengikut suatu implikasi bernilai benar maka implikasi itu bernilai benar. Jika pendahulu suatu implikasi bernilai salah maka implikasi itu bernilai benar.

8) D. A dan B. Salah karena pendahulu dan pengikut dari implikasi itu berturut-turut mempunyai nilai benar dan salah. C, salah karena ~p bernilai salah dan $\sim(q \vee r)$ bernilai benar.
9) A. Negasi dari $\sim p \Leftrightarrow q$ sama dengan negasi dari $(\sim p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow \sim p)$.
10) B. Biimplikasi bernilai benar, apabila pernyataan-pernyataan yang dihubungkan dengan "jika dan hanya jika" mempunyai nilai kebenaran yang sama.

Tes Formatif 3

1) B. Perhatikan bentuk modus tollens.
2) B. Silogisme, A, C, dan D, tidak termasuk salah satu jenis dari argumen yang absah.
3) C. Modus tollens, A, B, dan D, tidak termasuk salah satu dari jenis argumen yang absah.
4) C. Perhatikan modus tollens.
5) D. Perhatikan modus tollens.

Daftar Pustaka

Graham, Malcolm. (1975). *Modern Elementary Mathematics*. New York: Harcourt Brace Javanovich, Inc.

Stoll, Robert R. (1976). *Set Theory and Logic*. New Delhi: Eurasia Publishing House (PVT) Ltd.

Sukirman. (1986). *Logika Elementer*. Yogyakarta: FPMIPA IKIP Yogyakarta.

________. (2006). *Logika dan Himpunan*. Yogyakarta: Hanggar Kreator

Suppes, Patrick. (1967). *Introduction to Logis*. Toronto: D. Van Nostrand Company, Inc.