

Pengertian dan Notasi

Prof. Zanzawi Soejoeti, Ph. D.



PENDAHULUAN

Materi yang akan Anda pelajari dalam modul ini, tentu bukan merupakan hal yang baru. Di SLTA mungkin Anda pernah mempelajari meskipun dalam kadar yang lebih kecil.

Setelah mempelajari modul ini Anda diharapkan dapat memahami pengertian, peranan dan konsep dasar statistika dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam kaitannya dengan bidang ilmu lain serta memahami konsep dan penggunaan notasi penjumlahan sigma.

Dalam Kegiatan Belajar 1, diharapkan Anda dapat:

1. menjelaskan arti kata statistika sebagai subjek dengan tepat;
2. menjelaskan tujuan statistika;
3. menjelaskan peranan statistika;
4. menyebutkan pengertian populasi;
5. menyebutkan pengertian sampel.

Sedangkan dalam Kegiatan Belajar 2, diharapkan Anda dapat mengaplikasikan notasi penjumlahan sigma dalam perhitungan dan pemakaian statistika.

Materi-materi yang ada pada modul ini sangat penting untuk Anda kenali dan pahami, karena akan sangat berhubungan dengan materi yang ada pada modul-modul berikutnya.

KEGIATAN BELAJAR 1

Statistika: Pengertian dan Peranannya

A. ARTI STATISTIKA

Kata statistika berasal dari bahasa latin *status* yang berarti negara. Untuk masa yang lama statistika diartikan sebagai himpunan dan susunan data serta grafik-grafik yang menggambarkan keadaan ekonomi, demografi, dan politik suatu negara. Sampai sekarang pun masih banyak orang yang mengira statistika berarti seperti itu. Hal ini mungkin sekali disebabkan karena pekerjaan Biro Pusat Statistika yang terlihat oleh masyarakat terutama menyangkut pengumpulan data dan penyajiannya dalam bentuk tabel-tabel dan grafik-grafik. Tetapi, kemajuan ilmu pada abad kedua puluh ini ikut menumbuhkan dan mengembangkan statistika sebagai satu disiplin ilmu yang penting dalam kaitannya dengan analisis dan interpretasi data. Bahkan landasan-landasan teorinya pun berkembang dengan pesatnya.

Dalam kaitannya dengan statistika yang kita pelajari di sini, statistika dapat dipandang sebagai suatu disiplin ilmu yang mempelajari tentang pengumpulan data, penyajian dan penginterpretasian data, serta pengambilan kesimpulan tentang fenomena yang digambarkan oleh data tersebut. Cakupan subjek ini meliputi semua proses dari merencanakan, mengumpulkan, menyajikan, menganalisis, dan menginterpretasikan data sampai pada menyimpulkannya. Prinsip dan metodologi statistik berguna untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan sebagai berikut: Data apa dan berapa banyak yang harus kita kumpulkan? Bagaimana kita mengatur dan menginterpretasikan data tersebut dan menyimpulkannya? Bagaimana kita menganalisis data tersebut dan menyimpulkannya? Bagaimana kita menilai dan mengukur kekuatan kesimpulan yang kita ambil?

Statistika adalah subjek yang memberikan prinsip-prinsip dan metodologi untuk merancang proses pengumpulan data, peringkasan, penyajian, dan penginterpretasian data, serta pengambilan kesimpulan umum dari padanya.

B. STATISTIKA SEBAGAI ALAT

Ungkapan penelitian ilmiah berarti suatu proses yang sistematis untuk mempelajari sesuatu. Seorang ilmuwan merumuskan tujuan suatu penyelidikan, mengumpulkan fakta-fakta informasi (data) yang relevan dengan tujuan tersebut, menganalisis data, mengambil kesimpulan dan menentukan tindakan-tindakan selanjutnya yang akan dilakukan.

Perumusan tujuan. Apabila tingkat pengetahuan tentang sesuatu hal yang menarik perhatian kita saat ini dipandang belum mencukupi, mungkin kita perlu melakukan penyelidikan guna meningkatkan pengetahuan kita. Hal ini selanjutnya dapat dipusatkan pada tujuan-tujuan yang lebih khusus, seperti menemukan teori baru atau memperkuat teori yang sudah ada, dengan cara mengumpulkan data yang dapat digunakan untuk verifikasi. Dalam banyak hal, tujuan itu semata-mata hanya ingin memperoleh informasi berdasarkan data yang secara akurat mencerminkan keadaan yang sebenarnya.

Pengumpulan informasi. Upaya untuk memperoleh informasi yang objektif dan relevan dengan tujuan studi merupakan langkah yang sangat penting dalam setiap penyelidikan. Proses ini dapat meliputi berbagai macam aktivitas, seperti melakukan eksperimen yang cermat, studi lapangan, melakukan survei, mempelajari catatan-catatan sejarah dan sebagainya. Biasanya, informasi dikumpulkan dalam bentuk data yang secara numerik mengukur suatu karakteristik, atau catatan tentang suatu sifat yang dimiliki oleh individu atau oleh elemen yang sedang dipelajari.

Analisis data. Data yang dikumpulkan melalui proses eksperimen atau survei menjadi sumber pokok untuk memperoleh pengetahuan baru tentang sesuatu yang sedang dipelajari. Oleh karena itu, perlu sekali untuk mempelajari himpunan data dan menyerap informasi yang dikandungnya, khususnya berkenaan dengan pertanyaan-pertanyaan yang timbul dalam merumuskan tujuan-tujuan penyelidikan. Analisis data yang benar dan cermat merupakan langkah yang sangat penting untuk menentukan pengetahuan baru yang diperolehnya dan menilai kekuatan juga kelemahannya, serta mengambil inferensi atau kesimpulan dengan menganalisis data tersebut.

Arti metodologi statistik yang mendasar akan sangat terasa apabila kita melihat peranannya dalam proses belajar yang umum, yang sering dinamakan metode ilmiah. Meskipun penelitian ilmiah tidak mempunyai bentuk yang

baku, namun dapat digambarkan sebagai suatu proses pengembangan upaya belajar tentang keteraturan yang tersembunyi dalam suatu aspek tertentu yang tampaknya sangat tidak teratur. Model dan teori dipostulasikan untuk menjelaskan sesuatu fenomena. Deduksi-deduksi yang masuk akal diturunkan dari model yang dipostulasikan itu dan selanjutnya diuji terhadap kesimpulan-kesimpulan yang didasarkan pada fakta. Jika perlu, model diubah dan penyelidikan berlanjut untuk mencari penjelasan yang lebih baik.

Pernyataan Hasil Penyelidikan. Pentingnya informasi yang diberikan oleh data harus dinilai dalam hubungannya dengan apa yang diketahui pada awal penyelidikan, yakni pada waktu tujuan penyelidikan dirumuskan. Analisis data digunakan untuk menjawab pertanyaan-pertanyaan seperti: “Kesimpulan umum (generalitas) apa yang dapat dicapai dari fakta-fakta dan informasi yang diberikan oleh data bagi fenomena yang dipelajari?”. “Apakah data kontradiksi dengan dugaan (hipotesis) yang dirumuskan?”. “Apakah data menyarankan teori baru guna menjelaskan fenomena itu?”. Hasil-hasil analisis data digunakan untuk menilai ketidakpastian yang ada dalam jawaban-jawaban yang diperolehnya. Sebagai suatu proses belajar, penelitian kerap kali bertujuan untuk memperbaiki teori yang sudah ada dan untuk keperluan tersebut diperlukan penelitian lebih lanjut melalui pengumpulan dan analisis data.

Seperti telah disebutkan sebelumnya bahwa statistika terdiri dari seni dan ilmu tentang pengumpulan, analisis dan interpretasi data serta mampu mengambil kesimpulan (generalitas) yang masuk akal sehubungan dengan fenomena yang diselidiki. Dalam langkah-langkah pokok penelitian ilmiah yang dijelaskan di atas, jelaslah bahwa statistika mempunyai peranan yang sangat penting dalam banyak penelitian ilmiah.

Pada tingkat pengumpulan informasi, misalnya, statistika memberikan petunjuk kepada para peneliti bagaimana cara yang wajar dan baik guna mengumpulkan data yang informatif, termasuk menentukan macam dan banyak data sedemikian sehingga kesimpulan-kesimpulan yang ditarik dapat dinyatakan dengan tingkat ketepatan (presisi) yang diinginkan. Dalam bidang studi yang eksperimen (percobaan) harus dilakukan dengan biaya yang sangat mahal, macam dan banyak data yang diperlukan untuk memberikan tingkat ketepatan yang diinginkan dalam kesimpulan-kesimpulan yang diambil haruslah ditentukan sebelumnya secara cermat dan teliti. Dalam bidang studi yang lain, hal seperti tersebut di atas juga merupakan bagian yang penting guna keefektifan dan keabsahan kesimpulan-kesimpulan yang

ditarik dari suatu analisis data. Cabang statistika yang mempelajari perencanaan percobaan dan pengumpulan data yang informatif dinamakan rancangan percobaan dan rancangan survei sampel.

Setelah data terkumpul, akan banyak lagi metode untuk meringkaskan informasi yang terkandung di dalam data. Metode-metode ini memusatkan perhatian pada segi-segi yang pokok saja, dan mengabaikan hal-hal yang kecil yang kurang penting. Lebih banyak lagi metode-metode yang sangat penting untuk menganalisis data yang diperlukan dalam pengambilan kesimpulan atau inferensi tentang fenomena yang dipelajari. Statistika yang mempelajari metode meringkaskan dan menggambarkan segi-segi yang sangat penting dari data dikenal sebagai statistika deskriptif. Meskipun menurut sejarahnya menggambarkan dan meringkaskan data merupakan aktivitas pokok, tetapi saat ini hal tersebut hanya merupakan aktivitas yang sangat kecil saja dari bidang ilmu statistika. Tujuan utama statistika saat ini adalah mengevaluasi informasi yang terkandung dalam data dan menafsirkan tentang pengetahuan baru yang diperoleh dari informasi tersebut. Ini adalah bidang statistika inferensial, dan metode-metode yang berkaitan dengan bidang itu dikenal sebagai inferensi statistik. Dengan menggunakan metode-metode ini kita akan memperoleh dasar penalaran untuk menginterpretasikan fakta-fakta yang dimiliki.

Statistika deskriptif mempelajari metode meringkaskan dan menggambarkan segi-segi yang penting dari data.

Statistika inferensial mempelajari metode mengevaluasi informasi yang terkandung dalam data dan menafsirkan adanya pengetahuan baru yang diperoleh dari informasi itu.

Di bawah ini disajikan secara singkat beberapa situasi yang memerlukan analisis statistik.

Program pendidikan. Program pendidikan atau pengajaran dalam banyak bidang yang dirancang bagi kelompok orang-orang tertentu (mahasiswa, karyawan industri, anak-anak terbelakang dan sebagainya) selalu secara terus-menerus dimonitor, dievaluasi, dan dimodifikasi untuk ditingkatkan manfaatnya bagi masyarakat. Untuk membandingkan efektivitas berbagai program yang berbeda perlu dikumpulkan data tentang pencapaian dan perkembangan keterampilan subjek pada akhir setiap program.

Monitor pernyataan iklan. Setiap kali masyarakat disodori pernyataan-pernyataan iklan tentang kehebatan suatu produk yang lain. Jika perbandingan semacam itu merupakan temuan suatu eksperimen ilmiah yang baik, ini akan merupakan informasi yang bermanfaat bagi masyarakat. Tetapi pernyataan dalam iklan yang cenderung menyesatkan dibuat semata-mata untuk menarik konsumen, dan bukan hasil suatu eksperimen yang baik, bahkan analisis data yang tidak benar. Aparat pemerintah dan lembaga konsumen harus siap menilai perbandingan kualitas produk dengan menggunakan prosedur pengumpulan dan metode analisis data yang wajar dan benar.

Budidaya tanaman. Guna meningkatkan produksi pangan, ilmuwan bidang pertanian mengembangkan hibrida-hibrida baru dengan kawin silang berbagai jenis tanaman. Hasil yang dipandang cukup baik perlu dibandingkan dengan yang terbaik yang sudah ada sekarang. Produktivitasnya dibandingkan dan dinilai dengan melakukan percobaan-percobaan dan analisis data yang benar.

Bahan bangunan. Tiang kayu yang menyangga atap rumah atau gedung haruslah kuat. Kebanyakan tiang dibuat dengan menyatukan beberapa papan menjadi satu. Ilmuwan dalam bidang perkayuan telah mengumpulkan data yang menunjukkan bahwa papan yang lebih keras pada umumnya lebih kuat. Hubungan ini dapat digunakan untuk meramalkan kekuatan bahan-bahan berlapis berdasarkan kekerasan masing-masing bahan.

C. POPULASI DAN SAMPEL

Dalam beberapa contoh situasi di atas, evaluasi tentang informasi data sangat penting untuk memperoleh pengetahuan yang baru. Meskipun contoh-contoh itu diambil dari bidang-bidang yang berbeda dan penggambarannya pun hanya sepintas saja, tetapi karakteristik yang umum segera tampak bagi kita.

Pertama, untuk memperoleh pengetahuan yang baru, data yang relevan harus dikumpulkan. *Kedua*, variabilitas yang terdapat dalam data tidak dapat dihindarkan meskipun observasi telah dilakukan dalam keadaan yang sangat serupa (sama). Misalnya, pengobatan terhadap suatu alergi dapat memberikan kesembuhan yang lama bagi beberapa individu, sedangkan bagi beberapa individu yang lain, mungkin hanya memberikan penyembuhan sementara; atau bahkan tidak memberikan penyembuhan sama sekali. Demikian juga

tentu tidak realistis untuk mengharapkan prestasi akademik yang sama bagi mahasiswa baru yang berasal dari SMU yang sama dan prestasi SMU-nya serupa.

Hal ketiga yang teramati adalah observasi menyeluruh tidak mungkin kita lakukan atau setidaknya sangat mahal untuk dilakukan. Jika data diperoleh dari eksperimen laboratorium atau eksperimen lapangan, berapa banyak eksperimen kita lakukan selalu masih mungkin untuk diulang-ulang kembali (tidak pernah dapat selesai). Dalam suatu survei biaya hidup keluarga di suatu daerah misalnya, observasi semua keluarga di daerah itu akan sangat mahal biayanya. Jadi, keterbatasan waktu, sumber dana, dan fasilitas, dan kadang-kadang eksperimen yang merusak subjeknya, memaksa kita untuk mengumpulkan data yang tidak menyeluruh.

Pembicaraan kita di atas menggambarkan perbedaan antara himpunan informasi yang datanya benar-benar kita punyai dan himpunan keseluruhan informasi yang tidak kita observasi seluruhnya. Yang pertama dinamakan sampel dan yang kedua populasi. Kedua konsep itu dapat kita jelaskan lebih lanjut sebagai berikut. Setiap pengukuran dalam himpunan data yang kita peroleh dari sumber yang berbeda, yang dapat berupa pasien, pohon, petak tanah, keluarga, atau objek-objek yang lain dalam suatu studi. Sumber setiap pengukuran dinamakan unit sampling. Maka suatu sampel atau himpunan data sampel adalah hasil pengukuran yang dicatat dari unit-unit itu yang benar-benar diamati. Unit-unit yang diamati merupakan bagian dari himpunan unit-unit yang jauh lebih besar yang merupakan sasaran inferensi yang akan kita lakukan. Himpunan hasil pengamatan keseluruhannya (jika sekiranya dilakukan) didefinisikan sebagai populasi.

Suatu populasi adalah himpunan pengukuran yang berkaitan dengan seluruh himpunan unit-unit yang merupakan sasaran inferensi yang akan kita lakukan.

Populasi merupakan sasaran suatu penelitian. Kita mempelajari populasi dengan mengambil sampel dari populasi itu.

Suatu sampel dari suatu populasi adalah himpunan pengukuran yang benar-benar dikumpulkan dalam suatu penelitian.

C. TUJUAN STATISTIKA

Sebagaimana telah disebutkan di atas, statistika memberikan metodologi untuk melakukan inferensi tentang populasi berdasarkan data sampel yang dikumpulkan dan dianalisis. Metode ini memungkinkan seseorang untuk melakukan generalisasi yang dapat diterima, dan selanjutnya menilai besar ketidakpastian yang mendasari generalisasi itu. Konsep-konsep statistik juga penting dalam tingkat perencanaan suatu penelitian pada waktu harus memutuskan bagaimana cara pengambilan dan berapa besar ukuran suatu sampel.

Tujuan utama statistika adalah:

- (a) Melakukan inferensi tentang suatu populasi dari analisis informasi yang ada dalam data sampel. Ini termasuk penilaian besar ketidakpastian yang terlibat dalam inferensi itu.
- (b) Merancang proses pengambilan dan penentuan ukuran sampel sehingga observasi yang diperoleh dapat dijadikan landasan inferensi yang benar.

Merancang proses pengambilan sampel merupakan langkah yang penting. Rancangan pengumpulan data yang baik memungkinkan dilakukannya inferensi yang efisien, yang kerap kali hanya dengan analisis yang sederhana. Tetapi, metode analisis yang paling canggih sekalipun tidak dapat menyelamatkan informasi dari data yang diperoleh dari rancangan yang tidak baik.

Penggunaan statistika dalam kompilasi dan penyajian data di masa lalu telah banyak dikalahkan oleh peranan statistika modern yang memberikan alat-alat analitik yang dapat menyimpulkan data dengan efisien, memahaminya, dan menginterpretasikannya. Metode dan konsep statistik memungkinkan orang mengambil kesimpulan yang baik tentang populasi berdasarkan informasi sampel yang diambil dari populasi itu.

Metode dan konsep dasar statistika yang dipelajari dalam modul-modul mata kuliah ini merupakan inti yang dapat diaplikasikan dalam semua bidang. Dalam pembicaraan kita selanjutnya nanti akan kita sajikan contoh-contoh yang diambil dari berbagai bidang aplikasi untuk menumbuhkan apresiasi terhadap berbagai metode statistik yang kita pelajari.



LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

Petunjuk: Pilihlah **B** jika jawaban di bawah ini benar, dan **S** jika salah!

- 1) B – S Salah satu faktor yang dapat membantu pimpinan perusahaan dalam pengambilan keputusan adalah statistika.
- 2) B – S Observasi adalah satu-satunya cara dalam pengumpulan data.
- 3) B – S Statistika diambil dari bahasa latin yaitu status yang berarti negara.
- 4) B – S Perumusan tujuan semata-mata hanya ingin memperoleh informasi berdasarkan data yang secara akurat mencerminkan keadaan yang sebenarnya.
- 5) B – S Pengumpulan data yang secara numerik merupakan satu-satunya cara pengumpulan data.
- 6) B – S Salah satu tujuan penelitian dengan menggunakan metode statistik adalah memperbaiki teori yang sudah ada.
- 7) B – S Rancangan survei sampel adalah salah satu cabang statistika yang mempelajari perencanaan percobaan dan pengumpulan data yang informatif.
- 8) B – S Statistika yang mempelajari metode meringkaskan dan menggambarkan segi-segi yang sangat penting dari data dikenal sebagai statistika inferensial.
- 9) B – S Kesalahan penerapan statistika yang disengaja atau karena kurang hati-hati akan menyebabkan kesimpulan-kesimpulan yang salah dan menyimpang dari kebenaran.

- 10) B – S Penerapan statistika memberikan kriteria untuk menentukan kesimpulan mana yang benar-benar didukung oleh data dan mana yang tidak.

Petunjuk Jawaban Latihan

- | | |
|------|-------|
| 1) B | 6) B |
| 2) S | 7) B |
| 3) B | 8) S |
| 4) B | 9) B |
| 5) S | 10) B |



RANGKUMAN

Statistika diambil dari bahasa Latin *status* yang berarti *negara*, sedangkan statistika itu sendiri adalah sekumpulan konsep dan metode yang digunakan untuk mengumpulkan, dan menginterpretasikan data mengenai bidang kegiatan tertentu serta mengambil kesimpulan dalam situasi di mana ada ketidakpastian dan variasi.

Langkah-langkah dalam statistika adalah perumusan tujuan, pengumpulan informasi analisis data dan pernyataan hasil penyelidikan guna membantu menemukan keputusan atau mengambil kesimpulan yang sebaik mungkin.



TES FORMATIF 1

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

- 1) Dalam statistika model dan teori dipostulasikan sementara untuk menjelaskan
- metode
 - ilmiah
 - fenomena
 - inferensi
 - tabel dan grafik

- 2) Perumusan tujuan semata-mata hanya ingin memperoleh informasi berdasarkan data yang secara akurat mencerminkan keadaan yang sebenarnya untuk di
 - A. inferensi
 - B. verifikasi
 - C. presisi
 - D. fenomena
 - E. informasi

- 3) Pengumpulan informasi dalam bentuk data secara numerik yang mengukur suatu yang dimiliki oleh individu atau elemen yang sedang dipelajari.
 - A. inferensi
 - B. fenomena
 - C. metode
 - D. karakteristik
 - E. informasi

- 4) data yang cermat merupakan langkah yang amat penting dalam penentuan pengetahuan baru yang diperolehnya untuk menilai kekuatan serta kelemahannya.
 - A. Pengumpulan
 - B. Perumusan
 - C. Analisis
 - D. Fenomena
 - E. Informasi

- 5) Statistika terdiri dari seni dan ilmu tentang pengumpulan analisis dan interpretasi data serta mampu mengambil yang masuk akal berhubungan dengan fenomena yang diselidiki.
 - A. fenomena
 - B. data
 - C. presisi
 - D. informasi
 - E. generalitas

- 6) Tingkat ... yang diinginkan ditentukan oleh banyak atau macam data sedemikian, sehingga generalitas-generalitas dapat ditarik.
 - A. eksperimen
 - B. informasi
 - C. presisi

- D. generalitas
 - E. verifikasi
- 7) Statistika yang mempelajari metode meringkaskan dan menggambarkan segi-segi yang penting dari data dikenal sebagai statistika
- A. deskriptif
 - B. inferensial
 - C. verifikasi
 - D. generalitas
 - E. presisi
- 8) Statistika yang tujuan utamanya mengevaluasi informasi yang terkandung dalam data dan penafsiran tentang pengetahuan baru dikenal sebagai statistika
- A. deskriptif
 - B. inferensial
 - C. verifikasi
 - D. generalitas
 - E. presisi
- 9) statistik memberikan kriteria untuk menentukan kesimpulan-kesimpulan mana yang benar-benar didukung oleh data, dan mana yang tidak.
- A. Pengetahuan
 - B. Pengalaman
 - C. Penalaran
 - D. Penentuan
 - E. Perinterpretasian
- 10) statistik adalah membantu memutuskan data apa yang diperlukan dan bagaimana data itu dikumpulkan, disajikan, dianalisis, dan diinterpretasikan sedemikian hingga dapat membantu untuk menemukan keputusan yang sebaik mungkin.
- A. Penalaran
 - B. Pengetahuan
 - C. Inferensi
 - D. Fungsi
 - E. Presisi

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali

80 - 89% = baik

70 - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 2

Notasi Penjumlahan (Sigma)

A. PENJUMLAHAN DAN SIFAT-SIFATNYA

Supaya dapat menyajikan secara efektif ide dan hitungan-hitungan yang menyertainya, sering kali kita perlu menuliskan himpunan data dengan lambang matematis. Himpunan data yang merupakan hasil pengukuran kita tulis dengan lambang sebagai x_1, x_2, \dots, x_n . Indeks terakhir, n , menunjukkan banyak pengukuran dalam data; dan x_1, x_2, \dots merupakan observasi pertama, observasi kedua, dan seterusnya. Sebagai contoh, himpunan data terdiri dari lima pengukuran 2,1; 3,2; 4,1; 5,6; dan 3,7 ditulis dengan lambang x_1, x_2, x_3, x_4 , dan x_5 dengan $x_1 = 2,1$; $x_2 = 3,2$; $x_3 = 4,1$; $x_4 = 5,6$ dan $x_5 = 3,7$.

Guna penyederhanaan lebih lanjut, jumlah data (pengukuran) ditulis dengan lambang huruf Yunani Σ (sigma, huruf besar).

Notasi Penjumlahan Σ

Notasi $\sum_{i=1}^n x_i$ menunjukkan jumlah n bilangan x_1, x_2, \dots, x_n , dan dibaca jumlah semua x_i , dengan i berjalan dari 1 sampai n . Jadi

$$\sum_{i=1}^n x_i = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

Suku di sebelah kanan tanda Σ menunjukkan kuantitas yang dijumlah, sedangkan notasi yang ada di bawah dan di atas huruf Σ menyatakan rentang suku-suku yang dijumlah. Misalnya,

$$\sum_{i=1}^3 x_i = x_1 + x_2 + x_3$$

$$\sum_{i=1}^4 (x_i - 3) = (x_1 - 3) + (x_2 - 3) + (x_3 - 3) + (x_4 - 3)$$

$$\sum_{i=1}^5 x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2$$

Contoh 1.1. Misalkan empat hasil pengukuran dalam suatu himpunan data adalah $x_1 = 2$; $x_2 = 5$; $x_3 = 3$; dan $x_4 = 4$. Hitunglah nilai-nilai numerik penjumlahan berikut.

a) $\sum_{i=1}^4 x_i$

d) $\sum_{i=1}^4 (x_i - 3)$

b) $\sum_{i=1}^4 8$

e) $\sum_{i=1}^4 x_i^2$

c) $\sum_{i=1}^4 2x_i$

f) $\sum_{i=1}^4 (x_i - 3)^2$

Penyelesaian:

a) $\sum_{i=1}^4 x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 + 5 + 3 + 4 = 14$

b) $\sum_{i=1}^4 8 = 8 + 8 + 8 + 8 = 4(8) = 32$

c) $\sum_{i=1}^4 2x_i = 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2\left(\sum_{i=1}^4 x_i\right) = 2(14) = 28$

d) $\sum_{i=1}^4 (x_i - 3) = (x_1 - 3) + (x_2 - 3) + (x_3 - 3) + (x_4 - 3)$
 $= (2 - 3) + (5 - 3) + (3 - 3) + (4 - 3)$
 $= -1 + 2 + 0 + 1 = 2$

Dapat juga diselesaikan dengan

$$\sum_{i=1}^4 (x_i - 3) = \sum_{i=1}^4 x_i - \sum_{i=1}^4 3 = 14 - 4(3) = 14 - 12 = 2$$

$$e) \sum_{i=1}^4 x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = 2^2 + 5^2 + 3^2 + 4^2 = 54$$

$$\begin{aligned} f) \sum_{i=1}^4 (x_i - 3)^2 &= (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 3)^2 + (x_3 - 3)^2 + (x_4 - 3)^2 \\ &= (2 - 3)^2 + (5 - 3)^2 + (3 - 3)^2 + (4 - 3)^2 \\ &= 1 + 4 + 0 + 1 = 6 \end{aligned}$$

Dapat juga diselesaikan dengan

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^4 (x_i - 3)^2 &= \sum_{i=1}^4 (x_i^2 - 6x_i + 9) \\ &= \sum_{i=1}^4 x_i^2 - \sum_{i=1}^4 6x_i + \sum_{i=1}^4 9 \\ &= \sum_{i=1}^4 x_i^2 - 6 \sum_{i=1}^4 x_i + 4(9) \\ &= 54 - 6(14) + 36 = 6 \end{aligned}$$

Dari contoh-contoh hitungan numerik di atas dapat kita rumuskan beberapa sifat dasar operasi penjumlahan \sum sebagai berikut.

Beberapa Sifat Dasar Penjumlahan Σ

Misalnya a suatu konstan, maka

1. $\sum_{i=1}^n a = a + a + \dots + a = na$
2. $\sum_{i=1}^n ax_i = ax_1 + ax_2 + \dots + ax_n = a \sum_{i=1}^n x_i$
3. $\sum_{i=1}^n (x_i + y_i) = (x_1 + y_1) + \dots + (x_n + y_n) = \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i$

Dalam menggunakan sifat-sifat dasar penjumlahan itu kerap kali kita harus mengkombinasikannya. Contoh di bawah ini memberikan sekali lagi gambaran akan hal ini.

Contoh 2.

$$\begin{aligned}
 1) \quad \sum_{i=1}^n (x_i + k)^2 &= \sum_{i=1}^n (x_i^2 + 2kx_i + k^2) \\
 &= \sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{i=1}^n (2kx_i) + \sum_{i=1}^n k^2, \text{ sifat 3} \\
 &= \sum_{i=1}^n x_i^2 + 2k \sum_{i=1}^n x_i + nk^2, \text{ sifat 2 dan 1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad \sum_{i=1}^n (x_i + y_i)^2 &= \sum_{i=1}^n (x_i^2 + 2x_i y_i + y_i^2) \\
 &= \sum_{i=1}^n x_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n x_i y_i + \sum_{i=1}^n y_i^2, \text{ sifat 3 dan 2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3) \quad \sum_{i=1}^n (ax_i + by_i) &= \sum_{i=1}^n ax_i + \sum_{i=1}^n by_i, \text{ sifat 3} \\
 &= a \sum_{i=1}^n x_i + b \sum_{i=1}^n y_i, \text{ sifat 2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 4) \quad \sum_{i=1}^n x_i(x_i - 1) &= \sum_{i=1}^n (x_i^2 - x_i) \\
 &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n x_i, \text{ sifat 3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5) \quad \sum_{i=1}^n (x_i + 1)(x_i - 1) &= \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 1) \\
 &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n 1, \text{ sifat 3} \\
 &= \sum_{i=1}^n (x_i^2 - n), \text{ sifat 1}
 \end{aligned}$$

Dalam modul-modul yang akan datang, kita akan sering menggunakan notasi penjumlahan seperti di atas, bahkan sering kali penggunaannya diperluas menjadi penjumlahan rangkap. Hal ini dapat dijelaskan sebagai berikut.

Misalkan kita punya mn kuantitas x_{ij} , dengan $i = 1, 2, \dots, m$ dan $j = 1, 2, \dots, n$. Kuantitas-kuantitas itu dapat kita susun dalam urutan persegi sebagai berikut.

$$\begin{array}{cccc}
 x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\
 x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\
 \cdot & \cdot & & \\
 \cdot & \cdot & & \\
 \cdot & \cdot & & \\
 x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn}
 \end{array}$$

Maka kita punya m baris dan n kolom. Jika kita ingin menjumlahkan semua kuantitas, kita dapat melaksanakannya dalam dua cara. *Pertama*, kita dapat menjumlahkan tiap-tiap kolom, kemudian jumlah kolom-kolom ini kita tambahkan untuk memperoleh hasil yang kita inginkan. Cara *kedua* adalah tiap-tiap baris kita jumlahkan, selanjutnya jumlah-jumlah baris ini kita tambahkan untuk memperoleh hasil yang kita harapkan.

Salah satu cara dapat kita tulis sebagai

$$\sum_{i=1}^m x_{i1} + \sum_{i=1}^m x_{i2} + \dots + \sum_{i=1}^m x_{in}$$

B. PENGGUNAAN DASAR NOTASI Σ DALAM STATISTIKA

Akan kita jumpai dalam modul-modul mendatang hitungan-hitungan statistik yang menggunakan notasi penjumlahan. Misalnya,

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

yang dikenal sebagai nilai rata-rata bilangan-bilangan $x_1 + x_2 + \dots + x_n$. Selanjutnya dapat kita tunjukkan sifat

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0$$

sebab

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) &= \sum_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n \bar{x} \\ &= n\bar{x} - n\bar{x} = 0 \end{aligned}$$

Nanti akan kita jumpai pula rumus

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

yang dikenal sebagai variansi nilai-nilai $x_1 + x_2 + \dots + x_n$. Karena

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 &= \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 2\bar{x}x_i + \bar{x}^2) \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n 2\bar{x}x_i + \sum_{i=1}^n \bar{x}^2 \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2\bar{x} \sum_{i=1}^n x_i + n\bar{x}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2 \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \sum_{i=1}^n x_i + n \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right)^2 \\
&= \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2 \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n} + \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n} \\
&= \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n}
\end{aligned}$$

maka rumus s^2 di atas dapat juga kita tulis sebagai

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 / n}{n-1}$$

Akan kita jumpai juga kuantitas berbentuk:

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$$

Dengan mengingat sifat-sifat notasi penjumlahan Σ , kuantitas S_{xy} itu dapat kita tulis dalam berbagai bentuk sebagai berikut.

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \left(\sum_{i=1}^n y_i \right) / n$$

sebab

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) &= \sum_{i=1}^n x_i y_i - x_i \bar{y} - \bar{x} y_i + \bar{x} \bar{y} \\
 &= \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{y} \sum_{i=1}^n x_i - \bar{x} \sum_{i=1}^n y_i + \sum_{i=1}^n \bar{x} \bar{y} \\
 &= \sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{y} \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} - n \bar{x} \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} + n \bar{x} \bar{y} \\
 &= \sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y} - n \bar{x} \bar{y} + n \bar{x} \bar{y} \\
 &= \sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y} \\
 &= \sum_{i=1}^n x_i y_i - n \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \\
 &= \sum_{i=1}^n x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \left(\sum_{i=1}^n y_i \right) / n
 \end{aligned}$$

dari penjabaran di atas terlihat juga

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}$$

Selanjutnya juga

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n x_i (y_i - \bar{y})$$

sebab

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) &= \sum_{i=1}^n [x_i(y_i - \bar{y}) - \bar{x}(y_i - \bar{y})] \\
 &= \sum_{i=1}^n x_i(y_i - \bar{y}) - \sum_{i=1}^n \bar{x}(y_i - \bar{y}) \\
 &= \sum_{i=1}^n x_i(y_i - \bar{y}) - \bar{x} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}) \\
 &= \sum_{i=1}^n x_i(y_i - \bar{y})
 \end{aligned}$$

Tentu juga

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})y_i$$

Contoh 3.

Data dalam tabel di bawah ini menunjukkan umur beberapa pasangan muda-mudi yang melakukan pernikahan pada bulan Juli 1990 di daerah PKR.

Pasangan (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Umur Pria (x_i)	24	30	26	27	40	29	20	24	22	27
Umur Wanita (y_i)	20	32	21	23	35	28	18	25	22	25

Kita hitung:

$$a) \sum_{i=1}^{10} x_i = 24 + 30 + 26 + 27 + 40 + 29 + 20 + 24 + 22 + 27 = 269$$

$$b) \sum_{i=1}^{10} y_i = 20 + 32 + 21 + 23 + 35 + 28 + 18 + 25 + 22 + 25 = 249$$

$$c) \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 24^2 + 30^2 + 26^2 + 27^2 + 40^2 + 29^2 + 20^2 + 24^2 + 22^2 + 27^2 = 7511$$

$$d) \sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 20^2 + 32^2 + 21^2 + 23^2 + 35^2 + 28^2 + 18^2 + 25^2 + 22^2 + 25^2 = 6461$$

$$e) \sum_{i=1}^{10} x_i y_i = (24)(20) + (30)(32) + (26)(21) + (27)(23) + (40)(35) + (29)(28) + (20)(18) + (24)(25) + (22)(22) + (27)(25) = 6938$$

$$f) \left(\sum_{i=1}^{10} x_i \right) \left(\sum_{i=1}^{10} y_i \right) = 66981$$

$$g) \bar{x} = \sum_{i=1}^{10} x_i / 10 = 26,9$$

$$h) \bar{y} = \sum_{i=1}^{10} y_i / 10 = 24,9$$

$$i) \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x}) = 0 \text{ dan } \sum_{i=1}^{10} (y_i - \bar{y}) = 0$$

$$j) \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{10} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{10} x_i \right)^2 / 10 = 274,9$$

$$k) \sum_{i=1}^{10} (x - \bar{x})(y - \bar{y}) = \sum_{i=1}^{10} xy - \frac{\left(\sum_{i=1}^{10} x\right) \left(\sum_{i=1}^{10} y\right)}{10} = 239,9$$



LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Misalkan $x_1=1; x_2=3; x_3=5; x_4=8; x_5=6$

Hitunglah:

(a) $\sum_{i=1}^5 x_i$

(b) $\sum_{i=1}^5 x_i^2$

(c) \bar{x}

(d) S_{xx}

(e) s^2

(f) $\sum_{i=1}^5 (3x_i + 5)$

(g) $\sum_{i=1}^5 (2x_i - 3)(x_i + 7)$

- 2) Tulislah dengan tanda Σ

(a) $3x + 9x^2 + 27x^3 + 81x^4 + 243x^5$

(b) $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{6}{7} + \dots + \frac{2n}{2n+1}$

(c) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}$

(d) $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} - \frac{1}{15}$

3) Ekspansikan yang berikut

(a) $\sum_{i=1}^{10} x_i(x_i - 3)$

(b) $\sum_{x=0}^{\infty} \frac{R}{(1+1)^x}$

(c) $\sum_{i=1}^5 (x_i - 2)(3x_i + 7)$

(d) $\sum_{n=1}^K \frac{nx^n}{1 + 2^n}$

4) Sepuluh orang mahasiswa tercatat mempunyai IP sebagai berikut:

Mahasiswa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP	1,9	2,1	3,1	2,5	2,2	2,9	3,1	3,2	2,6	2,8

Hitunglah: (a) $\sum_{i=1}^{10} x_i$ (b) \bar{x} (c) $\sum_{i=1}^{10} 5x_i^2$ (d) s^2

5) Pasangan muda-mudi yang menikah mempunyai umur sebagai berikut:

Pasangan	1	2	3	4	5	6
(pria) x_i	27	25	24	32	34	28
(wanita) y_i	20	24	26	21	19	22

Hitunglah:

(a) $\sum_{i=1}^6 x_i$

(f) $\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2$

(b) $\sum_{i=1}^6 y_i$

(g) $\sum_{i=1}^6 (y_i - \bar{y})^2$

(c) $\left(\sum_{i=1}^6 x_i \right) \left(\sum_{i=1}^6 y_i \right)$

(h) $\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$

$$(d) \bar{x} \qquad (i) \sum_{i=1}^6 (x_i^2 - y_i)$$

$$(e) \bar{y} \qquad (j) \sum_{i=1}^6 (x_i - 7)(2y_i + 2)$$

Petunjuk Jawaban Latihan

$$1) \ a) \sum_{i=1}^5 x_i = 1 + 3 + 5 + 8 + 6 = 23$$

$$b) \sum_{i=1}^5 x_i^2 = 1^2 + 3^2 + 5^2 + 8^2 + 6^2 = 135$$

$$c) \bar{x} = \sum_{i=1}^5 x_i / 5 = 23/5 = 4,6$$

$$d) S_{xx} = \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2$$

$$\sum x_i^2 - \frac{(\sum x_i)^2}{5} = 135 - \frac{23^2}{5} = 29,2$$

$$e) s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{4}(29,2) = 7,3$$

$$f) \sum_{i=1}^5 (3x_i - 5) = 3 \sum_{i=1}^5 x_i + 3(5)$$

$$= 3(23) + 15 = 84$$

$$g) \sum_{i=1}^5 (2x_i - 3)(x_i + 7) = \sum_{i=1}^5 (2x_i + 11x_i - 21)$$

$$= 2 \sum_{i=1}^5 x_i^2 + 11 \sum_{i=1}^5 x_i - 5 \cdot (21)$$

$$= 2(135) + 11(23) = 105 = 418$$

$$2) \ a) \ 3x + 9x^2 + 27x^3 + 81x^4 + 243x^5$$

$$= 3x + 3^2 x^2 + 3^3 x^3 + 3^4 x^4 + 3^5 x^5$$

$$\begin{aligned}
 &= (3x)^1 + (3x)^2 + (3x)^3 + (3x)^4 + (3x)^5 \\
 &= \sum_{i=1}^5 (3x)^i
 \end{aligned}$$

b)
$$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{6}{7} + \dots + \frac{2n}{2n+1} = \sum_{i=1}^n \frac{2i}{2i+1}$$

c)
$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}} = \sum_{i=1}^n \frac{2i}{2^{i-1}}$$

d)
$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} = \sum_{i=0}^7 (-1)^i \frac{1}{2^{i-1}}$$

3) a)
$$\sum_{i=1}^{10} x_i(x_i - 3) = x_1(x_1 - 3) + x_2(x_2 - 3) + x_3(x_3 - 3) + x_4(x_4 - 3) +$$

$$x_5(x_5 - 3) + x_6(x_6 - 3) + x_7(x_7 - 3) + x_8(x_8 - 3) +$$

$$x_9(x_9 - 3) + x_{10}(x_{10} - 3)$$

b)
$$\sum_{x=0}^{\infty} \frac{R}{(1+i)^x} = \frac{R}{(1+i)^0} + \frac{R}{(1+i)^1} + \frac{R}{(1+i)^2} + \frac{R}{(1+i)^3} + \frac{R}{(1+i)^4} + \dots$$

$$= R \left[1 + \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \frac{1}{(1+i)^3} + \frac{1}{(1+i)^4} + \dots \right]$$

Untuk $i > 0$ faktor di dalam kurung besar adalah deret yang konvergen, dan jumlahnya sama dengan $\frac{a}{(1-p)}$, di mana $a = 1$

dan $p = \frac{1}{1+i}$

$$\text{Jadi: } \sum_{x=0}^{\infty} \frac{R}{(1+i)^x} = R \left[\frac{1}{1 - \frac{1}{1+i}} \right] = \frac{R(1+i)}{i}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sum_{i=1}^5 (x_i - 2)(3x_i + 7) &= (x_1 - 2)(3x_1 + 7) + (x_2 - 2)(3x_2 + 7) \\ &\quad + (x_3 - 2)(3x_3 + 7) + (x_4 - 2)(3x_4 + 7) \\ &\quad + (x_5 - 2)(3x_5 + 7) \end{aligned}$$

$$\text{d) } \sum_{n=1}^k \frac{nx^n}{1+2^n} = \frac{x}{3} + \frac{2x^2}{5} + \frac{3x^3}{9} + \dots + \frac{kx^k}{1+2^k}$$

$$\begin{aligned} \text{4) a) } \sum_{i=1}^{10} x_i &= 1,9 + 2,1 + 3,1 + 2,5 + 2,2 + 2,9 + 3,1 + 3,2 \\ &\quad + 2,6 + 2,8 = 26,4 \end{aligned}$$

$$\text{b) } \bar{x} = \sum_{i=1}^{10} x_i / 10 = 26,4 / 10 = 2,64$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \sum_{i=1}^{10} 5x_i^2 &= 5 \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 5(1,9^2 + 2,1^2 + 3,1^2 + 2,5^2 + 2,2^2 + 2,9^2 \\ &\quad + 3,1^2 + 3,2^2 + 2,6^2 + 2,8^2) \\ &= 5(71,58) = 357,9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } s^2 &= \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{9} \left[\sum_{i=1}^{10} x_i^2 - \left(\frac{\sum x_i}{10} \right)^2 \right] \\ &= \frac{1}{9} \left[71,58 - \left(\frac{26,4}{10} \right)^2 \right] \\ &= \frac{1}{9} (1,884) = 0,2093 \end{aligned}$$

$$5) \ a) \ \sum_{i=1}^6 x_i = 27 + 25 + 24 + 32 + 34 + 28 = 170$$

$$b) \ \sum_{i=1}^6 y_i = 20 + 24 + 26 + 21 + 19 + 22 = 132$$

$$c) \ \left(\sum_{i=1}^6 x_i \right) \left(\sum_{i=1}^6 y_i \right) = (170)(132) = 22440$$

$$d) \ \bar{x} = \sum_{i=1}^6 x_i / 6 = 170 / 6 = 28,33$$

$$e) \ \bar{y} = \sum_{i=1}^6 y_i / 6 = 132 / 6 = 22$$

$$f) \ \sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^6 x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^6 x_i \right)^2}{6}$$

Perlu dicari terlebih dahulu nilai $\sum_{i=1}^6 x_i^2$, yakni

$$\sum_{i=1}^6 x_i^2 = 27^2 + 25^2 + 24^2 + 32^2 + 34^2 + 28^2 = 4894$$

$$\text{Jadi: } \sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})^2 = 4894 - \frac{170^2}{6} = 77,33$$

$$g) \ \sum_{i=1}^6 (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^6 y_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^6 y_i \right)^2}{6}$$

Kita hitung nilai $\sum_{i=1}^6 y_i^2 = 20^2 + 24^2 + 26^2 + 21^2 + 19^2 + 22^2 = 2938$

$$\text{Jadi } \sum_{i=1}^6 (y_i - \bar{y})^2 = 2938 - \frac{(132)^2}{6} = 34$$

$$h) \sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^6 x_i y_i - \frac{\sum_{i=1}^6 x_i \sum_{i=1}^6 y_i}{6}$$

Kita hitung nilai $\sum_{i=1}^6 x_i y_i = (27)(20) + (25)(24) + (24)(36) + (32)(21) + (34)(19) + (28)(22) = 3689$

Jadi $\sum_{i=1}^6 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 3689 - \frac{(170)(132)}{6} = -42$

$$i) \sum_{i=1}^6 (x_i^2 - \bar{y}) = \sum_{i=1}^6 (x_i^2) - \sum_{i=1}^6 (\bar{y})$$

$$= 4894 - 132 = 4762$$

$$j) \sum_{i=1}^6 (x_i - 7)(2y_i + 2) = \sum_{i=1}^6 (2x_i y_i - 14y_i + 2x_i - 14)$$

$$= 2 \sum_{i=1}^6 x_i y_i - 14 \sum_{i=1}^6 y_i + 2 \sum_{i=1}^6 x_i - 6(14)$$

$$= 2(3689) - 14(132) + 2(170) - 6(14)$$

$$= 5804$$



RANGKUMAN

Notasi penjumlahan mempunyai beberapa aturan

Aturan 1: Jika k suatu konstan, maka

$$\sum_{i=1}^n k = k + k \dots + k = nk$$

Aturan 2: $\sum_{i=1}^n kx_i = k \sum_{i=1}^n x_i$

Aturan 3:
$$\sum_{i=1}^n (x_i + y_i) = \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n y_i$$

Ketiga aturan di atas sering digunakan bersama, misalnya

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (x_i + k)^2 &= \sum_{i=1}^n (x_i^2 + 2kx_i + k^2) \\ &= \sum_{i=1}^n x_i^2 + 2k \sum_{i=1}^n x_i + nk^2 \end{aligned}$$



TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

- I. Data dalam tabel di bawah ini menunjukkan penghasilan bulanan dan jumlah tahun sekolah lima orang karyawan.

Karyawan	1	2	3	4	5
Tahun sekolah (x_i)	12	12	15	18	20
Penghasilan (y_i)	25000	32500	30000	50000	90000

- 1) Nilai rata-rata \bar{x} dan \bar{y} adalah

\bar{x} sama dengan

- A. 15
- B. 15,4
- C. 17
- D. 18

\bar{y} sama dengan

- A. 45500
- B. 47500
- C. 50500
- D. 55500

2) Nilai dari $\frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 = \dots$

- A. 675
- B. 135
- C. 67,5
- D. 13,6

3) Nilai dari $\frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2 = \dots$

- A. 28300
- B. 56600
- C. 28300000
- D. 566000000

4) Nilai dari $\frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \dots$

- A. 377500
- B. 105500
- C. 77500
- D. 75500

II. Dalam beberapa kali latihan lari 400 m, empat orang atletik mencatat prestasi waktu (dalam detik) sebagai berikut.

Atlet	1	2	3	4
Waktu lari	50	49	52	43
	47	46	48	47
	48	44	41	48
	51	47	51	46
	48	50	54	47

5) Hitunglah waktu lari rata-rata untuk tiap atlet

- Atlet 1: A. 46,6
 B. 47,7
 C. 47,8
 D. 48,8

- Atlet 2: A. 42,7
 B. 43,2
 C. 47,2
 D. 47,5

- Atlet 3: A. 44,4
 B. 49,4
 C. 50,4
 D. 51,4

- Atlet 4: A. 42,6
 B. 46,2
 C. 48,5
 D. 48,7

- 6) Jika $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ dan $\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$ maka $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})$ sama dengan
 A. $2n$
 B. n
 C. 1
 D. 0

- 7) Jika $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ maka $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ sama dengan
 A. $\sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}^2$
 B. $\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2$
 C. $\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}$
 D. $\sum_{i=1}^n x_i^2 - 2\bar{x}$

8) $\sum_{i=1}^n (x_i - 1)(x_i + 1)$ sama dengan

A. $\sum_{i=1}^n x_i^2 - n$

B. $\sum_{i=1}^n x_i^2 - 1$

C. $\sum_{i=1}^n x_i^2 - 2n$

D. $\sum_{i=1}^n (x_i^2 - n^2)$

9) $\sum_{i=1}^n i^2(i-i)^2$ sama dengan

A. $n^2 - 1$

B. $n - 1$

C. n

D. n^2

10) $\sum_{i=1}^n i$ sama dengan

A. $\frac{n^2 + 2}{n}$

B. $n^3 - n$

C. $\frac{n + n^2}{2}$

D. $n - 2n^2$

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali

80 - 89% = baik

70 - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan Modul selanjutnya. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama bagian yang belum dikuasai.

Kunci Jawaban Tes Formatif

Tes Formatif 1

- 1) C
- 2) B
- 3) D
- 4) C
- 5) E
- 6) C
- 7) A
- 8) B
- 9) A
- 10) D

Tes Formatif 2

- 1) B dan A
- 2) D
- 3) D
- 4) D
- 5) D; C ; C ; dan B
- 6) D
- 7) B
- 8) A
- 9) D
- 10) C

Daftar Pustaka

- Bhattacharyya, G.K. and Johnson, R.A. (1977). *Statistics Concepts and Methods*. New York. J. Willey.
- Freund, J. (1979). *Modern Elementary Statistics*. Prentice Hall.
- Kooros, A. (1965). *Elements of Mathematical Economics*. Boston: Houghton Mifflin Company, Boston.
- Pfeffenberger, R.C. and Petterson, J.H. (1977). *Statistical Methods for Business and Economics*. Illions: Richard D. Irwin.
- Robbins, H. and Van Ryzin, J. (1975). *Introduction to Statistics*, Science Research Associates, Inc.
- Siegel, S. (1956). *Nonparametric Statistics for The Behavioral Sciences*, McGraw-Hill, New York.