MODUL 1

Sekilas Pandang

Drs. Irlan Soelaeman, M.Ed.

PENDAHULUAN

Suatu hari, saya dan keluarga berencana membawa mobil pergi ke Surabaya untuk mengunjungi salah seorang saudara. Satu hari sebelum keberangkatan, ramalan cuaca mengatakan bahwa akan turun hujan lebat disertai angin kencang. Untuk menghindari keadaan-keadaan yang kurang menyenangkan, akhirnya kami memutuskan untuk naik kereta api. Saat perjalanan kami menuju Surabaya, ternyata benar terjadi hujan yang sangat lebat disertai angin yang sangat kencang. Namun, saya tetap dapat tidur dengan lelap dan membaca buku kesayangan saya (walaupun tidak pada saat yang bersamaan) tanpa harus pusing memikirkan kemacetan, kabut ataupun genangan air jika saya membawa mobil sendiri.

Informasi ramalan cuaca (kali ini cukup akurat), terbukti merupakan faktor yang cukup penting dalam perencanaan dan pengambilan keputusan dalam kehidupan kita. Peramalan juga memainkan peran yang cukup penting dalam dunia bisnis, industri, dan pemerintahan. Sebab, banyak putusan penting bergantung pada antisipasi nilai beberapa variabel. Mari kita lihat beberapa contoh bagaimana peralaman dapat membantu dalam perencanaan ataupun pengambilan keputusan.

1. Sebuah pabrik pembuat sepatu. Jika perusahaan ini tidak memproduksi sejumlah tertentu sepatu berikut cadangannya maka ia akan kehilangan kesempatan penjualan dan mengakibatkan menurunnya keuntungan. Di sisi lain jika membuat persediaan yang terlalu banyak akan menyebabkan membengkaknya biaya gudang, yang pada akhirnya akan menurunkan keuntungan juga. Perusahaan sepatu ini dapat memaksimalkan keuntungannya dengan cara menyeimbangkan antara jumlah persediaan (agar tidak kehilangan penjualan) dan biaya gudang (beban bunga). Jumlah cadangan yang harus tersedia sebagian tergantung dari antisipasi penjualan di masa depan. Sayangnya,

penjualan di masa depan sangat jarang diketahui dengan pasti, oleh sebab itu perlu didasarkan pada sebuah peramalan.

2. Sebuah distributor sembako (sembilan bahan pokok), dari pengalamannya mengetahui bahwa jumlah penjualan yang cukup memadai di suatu daerah hanya terjadi jika kepadatan penduduk di daerah tersebut melebihi batas minimum tertentu. Untuk kasus ini, peramalan yang akurat tentang jumlah penjualan tidaklah diperlukan. Sang distributor cukup menggunakan data sensus kepadatan penduduk untuk menentukan daerah mana yang akan dilayani.

Peramalan dapat dilakukan melalui berbagai cara. Metode yang dipilih bergantung pada maksud dan tingkat kepentingan serta biaya yang tersedia. Distributor sembako pada contoh di atas cukup menggunakan pengalamannya dan meluangkan waktu beberapa menit melihat-lihat data sensus kepadatan penduduk. Akan tetapi, manajer pabrik pembuat sepatu mungkin perlu meminta bantuan seorang ahli statistik atau ekonom untuk membuat model matematik atau statistik agar dapat menentukan cadangan sepatu yang harus tersedia di gudang.

Setelah mempelajari Modul 1 ini, Anda diharapkan mampu:

1. memahami apa yang dimaksud dengan data runtun waktu;
2. memahami runtun waktu yang stasioner;
3. memahami prosedur pemodelan UBJ;
4. melakukan diferensi data;
5. menyatakan data runtun waktu dalam bentuk deviasi dari mean;
6. memahami perangkat analisis fak dan fakp.

KEGIATAN BELAJAR 1

Data Runtun Waktu

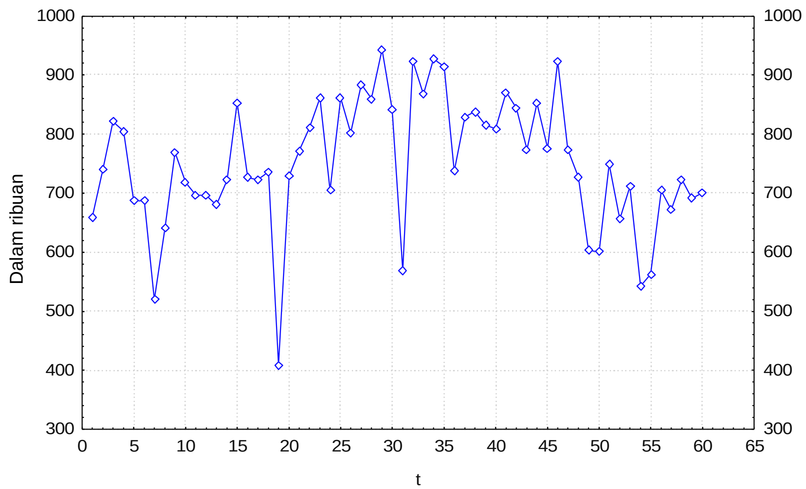
Dalam modul ini, kita tujukan perhatian kita pada peramalan dengan menggunakan data runtun-waktu. Data runtun-waktu dimaksud merupakan hasil pengamatan atas sebuah variabel yang terjadi pada sebuah kurun waktu tertentu. Kita gunakan simbol z_t untuk sebuah pengamatan pada saat t. Jadi, sebuah runtun waktu dengan n pengamatan dapat dinyatakan sebagai: $z_1, z_2, z_3, \cdots, z_n$.

Sebagai sebuah contoh data runtun-waktu, kita perhatikan data produksi bulanan sebuah pabrik sepatu olahraga (dalam ribuan) di Amerika Serikat pada tahun 1971. Urutan hasil pengamatan pada tahun tersebut dituangkan dalam tabel berikut.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
z_t	659	740	821	805	687	687	520	641	769	718	697	696

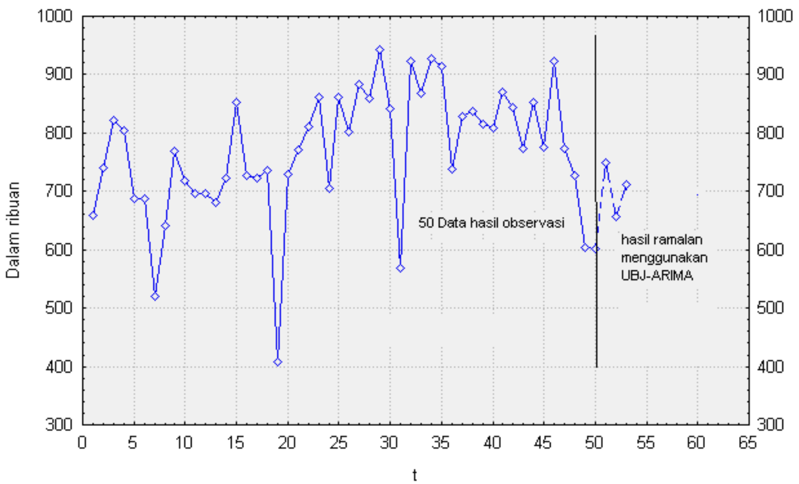
Pada contoh ini, z_1 merupakan pengamatan pada bulan Januari 1971 yang besarnya sama dengan 659. Kemudian, z_2 merupakan pengamatan pada bulan Februari 1971 yang besarnya sama dengan 740. Demikian seterusnya. Secara grafik data produksi sepatu untuk 60 bulan pengamatan (Januari 1971 s.d. Desember 1975) digambarkan pada Gambar 1.1.

Dalam analisis UBJ-ARIMA, kita menduga bahwa setiap pengamatan dalam sebuah data runtun-waktu $(\ldots, z_{t-1}, z_t, z_{t+1}, \ldots)$ secara statistik saling bergantungan (*statistically dependent*). Untuk menggambarkan besar-kecilnya keterhubungan antar hasil pengamatan dalam data runtun-waktu tersebut, kita gunakan konsep korelasi. Dalam analisis UBJ, kita akan memperhatikan besarnya korelasi antara z pada saat t (z_t) dengan z pada pengamatan-pengamatan sebelumnya $(z_{t-1}, z_{t-2}, z_{t-3}, \ldots)$. Dalam modul berikutnya kita akan melihat bagaimana kita menghitung besarnya korelasi antarpengamatan dari sebuah data runtun-waktu ini.



Gambar 1.1.
Produksi Sepatu dari Januari 1971 s.d. Desember 1975

Secara sederhana, kita dapat mengilustrasikan ide peramalan UBJ-ARIMA ini menggunakan Gambar 1.2 berikut.



Gambar 1.2.
Ide Peramalan UBJ

Perlu diketahui bahwa model UBJ-ARIMA digunakan untuk ramalan jangka pendek. Sebab, model ARIMA ini hanya memberikan penekanan yang lebih pada data terdekat sebelumnya, ketimbang data yang sangat lampau. Pada modul-modul berikutnya kita akan melihat sebuah model ARIMA yang menggambarkan hubungan z_t dengan hanya dua buah data observasi sebelumnya (z_{t-1} dan z_{t-2}). Sangat jarang kita jumpai model ARIMA yang menggambarkan hubungan z_t dengan data observasi yang sangat jauh di belakang, misalnya dengan z_{70} atau z_{115}. Hal ini mengandung arti bahwa ramalan jangka pendek dari model ARIMA akan bersifat lebih reliabel dibandingkan ramalan jangka panjangnya.

A. UKURAN SAMPEL

Membangun model ARIMA memerlukan ukuran sampel yang memadai. Box dan Jenkins menyarankan ukuran sampel minimum yang dibutuhkan adalah 50 data pengamatan. Jika data pengamatan yang tersedia kurang dari 50 maka diperlukan kehati-hatian dalam menginterpretasikan hasilnya. Terlebih lagi, untuk data runtun waktu yang bersifat musiman diperlukan ukuran sampel yang lebih besar lagi.

B. DATA RUNTUN WAKTU STASIONER

Metode UBJ-ARIMA berlaku hanya untuk data runtun waktu yang bersifat stasioner. Data runtun waktu stasioner memiliki mean, variance, dan fungsi autokorelasi yang konstan terhadap waktu. (Kita akan menjelaskan konsep fungsi autokorelasi pada Modul 2, di mana fungsi autokorelasi ini merupakan sebuah cara menggambarkan bagaimana sebuah pengamatan berhubungan satu sama lainnya). Pada bagian ini kita akan memberikan ilustrasi tentang mean dan variance yang konstan.

Asumsi stasioneritas ini dimaksudkan untuk menyederhanakan model teoritis UBJ dan sekaligus untuk memudahkan kita mendapatkan estimasi parameter yang cukup akurat dengan menggunakan data observasi yang tidak terlalu banyak. Misalkan, dengan 50 data pengamatan saja, diharapkan kita akan mendapatkan estimasi dari mean yang sesungguhnya dari data runtun waktu tersebut.

Nilai mean dari data runtun waktu yang stasioner akan menunjukkan nilai rata-rata secara keseluruhan dari runtun waktu tersebut. Kita akan mengestimasi nilai mean yang sesungguhnya (μ) dari sebuah data runtun waktu berdasarkan mean dari sampel($(\overline{z})$. Mean dari sampel sebuah data runtun waktu dihitung seperti menghitung nilai rata-rata aritmatik biasa, yaitu, jumlah dari seluruh hasil pengamatan (z_t) dibagi dengan jumlah pengamatan (n):

$$\overline{z} = \frac{1}{n} \sum_{1}^{n} z_t \tag{1.1}$$

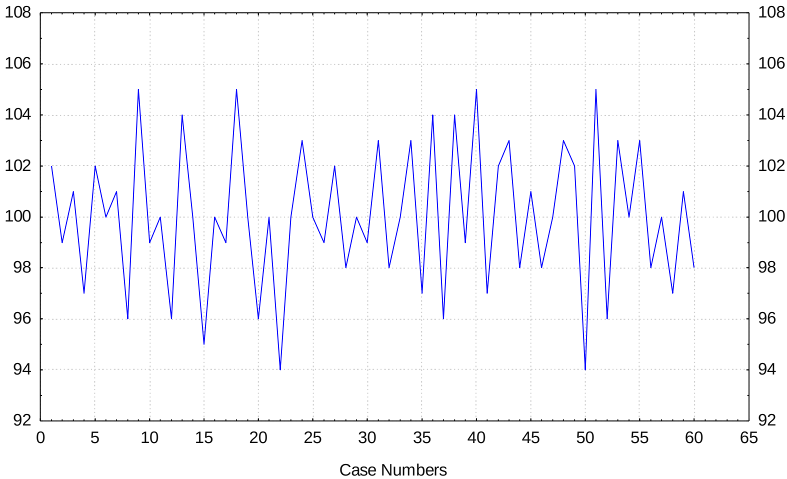
Pandanglah data pada Gambar 1.3. Dengan menjumlahkan seluruh data pengamatan dan membaginya dengan jumlah pengamatan 60, kita akan mendapatkan mean dari data runtun waktu ini sama dengan 100.

$$\begin{aligned}\overline{z} &= \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} z_t = \frac{1}{60}(102+99+101+\ldots+98) \\ &= \frac{1}{60}(6000) \\ &= 100\end{aligned}$$

Jika sebuah data runtun waktu bersifat stasioner maka besarnya mean dari sebagian data runtun waktu tersebut tidak akan jauh berbeda secara signifikan dengan mean dari sebagian data lainnya. Data pada Gambar 1.3 nampak memiliki mean yang konstan terhadap waktu. Misalnya, separuh pertama data tersebut (data pengamatan No.1 s.d. 30) tampak memiliki mean yang sama dengan mean dari separuh sisanya (data pengamatan No.31 s.d. 60). Tentunya kita akan mendapatkan sedikit perbedaan yang disebabkan oleh variasi sampling. Di samping melalui pengamatan visual, pada modul-modul berikutnya kita akan menjelaskan metode untuk menentukan apakah mean sebuah runtun waktu bersifat stasioner.

Tabel 1.1.
Contoh Data Runtun Waktu Stasioner

t	z_t	t	z_t	t	z_t	t	z_t
1	102	16	100	31	103	46	98
2	99	17	99	32	98	47	100
3	101	18	105	33	100	48	103
4	97	19	100	34	103	49	102
5	102	20	96	35	97	50	94
6	100	21	100	36	104	51	105
7	101	22	94	37	96	52	96
8	96	23	100	38	104	53	103
9	105	24	103	39	99	54	100
10	99	25	100	40	105	55	103
11	100	26	99	41	97	56	98
12	96	27	102	42	102	57	100
13	104	28	98	43	103	58	97
14	100	29	100	44	98	59	101
15	95	30	99	45	101	60	98



Gambar 1.3.
Contoh Data Runtun Waktu Stasioner

Kita gunakan variansi sampel s_z^2 sebuah runtun waktu untuk mengestimasi variansi yang sesungguhnya σ_z^2. Seperti biasanya, variansi adalah ukuran penyimpangan hasil pengamatan dari nilai meannya. Jadi, hitunglah besarnya penyimpangan setiap pengamatan dari nilai mean, kuadratkan setiap penyimpangan tersebut, jumlahkan, kemudian bagi dengan jumlah pengamatan (n);

$$s_z^2 = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n}\left(z_t - \overline{z}\right)^2 \qquad (1.2)$$

Jika nilai mean hasil perhitungan kita sebelumnya dimasukkan pada persamaan (1.2), kita akan mendapatkan nilai variansinya sebesar 7.97.

$$\begin{aligned} s_z^2 &= \frac{1}{n}\sum_{1}^{n}\left(z_t - \overline{z}\right)^2 \\ &= \frac{1}{60}\left[(102-100)^2 + (99-100)^2 + (101-100)^2 + \cdots\cdots + (98-100)^2\right] \\ &= \frac{1}{60}\left[4+1+1+\cdots+4\right] \\ &= 7,97 \end{aligned}$$

Jika sebuah data runtun waktu bersifat stasioner maka besarnya variansi dari sebagian data runtun waktu tersebut tidak akan jauh berbeda secara signifikan dengan variansi dari sebagian data lainnya. Tentunya kita akan mendapatkan sedikit perbedaan yang disebabkan oleh sampling error. Di samping melalui pengamatan visual, pada modul-modul berikutnya kita akan menjelaskan metode yang lebih akurat untuk menentukan apakah variansi sebuah runtun waktu bersifat stasioner.

Persyaratan stasioneritas ini merupakan sesuatu yang mutlak. Walau demikian, kebanyakan dari runtun waktu non-stasioner yang kita jumpai dalam praktek dapat ditransformasikan menjadi runtun waktu yang stasioner dengan cara yang relatif mudah. Penjelasan cara melakukan transformasi ini akan dijelaskan dalam modul-modul berikutnya.

C. PROSEDUR PEMODELAN BOX-JENKINS

Sebagaimana yang telah dijelaskan sebelumnya bahwa setiap pengamatan dalam sebuah data runtun waktu secara statistik diasumsikan berhubungan satu-sama-lain. Tujuan kita dalam analisis UBJ adalah mencari cara terbaik untuk menyatakan hubungan statistik tersebut. Dengan kata lain, kita ingin membangun sebuah model yang dapat menggambarkan dengan baik hubungan antar satu pengamatan dengan pengamatan lainnya dalam sebuah data runtun waktu.

Sebuah model ARIMA merupakan sebuah pernyataan aljabar yang menunjukkan bagaimana sebuah pengamatan $\left(z_t\right)$ dalam sebuah runtun waktu berhubungan dengan data-data pengamatan sebelumnya $\left(z_{t-1},\, z_{t-2},\, z_{t-3},\, \ldots\right)$. Kita akan membahas bentuk aljabar berbagai model ARIMA pada Modul 3. Untuk sekarang ada baiknya kita melihat sebuah contoh berikut.

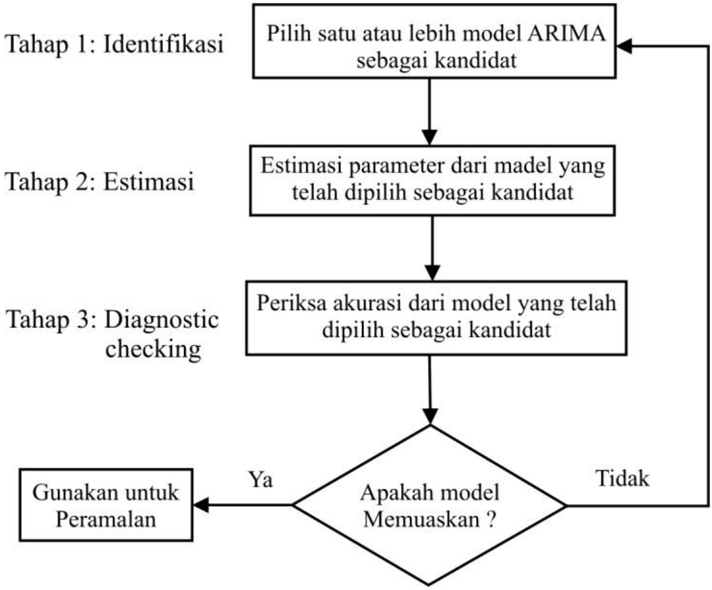
$$z_t = C + \phi_1\, z_{t-1} + a_t \tag{1.3}$$

Persamaan 1.3 merupakan sebuah contoh model ARIMA. Persamaan itu menyatakan bahwa z_t berhubungan dengan persis data sebelumnya $\left(z_{t-1}\right)$, sedangkan C merupakan sebuah konstanta, ϕ_1 merupakan sebuah koefisien yang nilainya menggambarkan hubungan antara z_t dan z_{t-1}. Sedangkan a_t merupakan sebuah komponen ‘shock’ probabilistik.

Komponen C, $\phi_1\, z_{t-1}$ dan a_t masing-masing merupakan komponen dari z_t. C merupakan sebuah komponen deterministik (tetap), sedangkan $\phi_1\, z_{t-1}$ merupakan komponen probabilistik karena nilainya sebagian bergantung pada besarnya nilai z_{t-1}. Sedangkan a_t merupakan sebuah komponen yang murni probabilistik. Secara gabungan C dan $\phi_1\, z_{t-1}$ mewakili bagian dari z_t yang dapat diduga (*predictable*), sedangkan a_t merupakan sebuah residu yang tidak dapat diduga. Namun demikian, a_t memiliki beberapa sifat statistik tertentu.

Sebuah model yang baik memiliki beberapa karakteristik. Salah satunya adalah memiliki jumlah estimasi parameter tersedikit yang diperlukan untuk menggambarkan pola data yang tersedia secara tepat.

Box dan Jenkins mengusulkan 3 tahapan praktis untuk membangun sebuah model. Pada kesempatan kali ini kita akan memaparkan secara garis besar saja ketiga tahapan pemodelan Box-Jenkins ini, dan lebih rincinya akan disampaikan pada modul-modul berikutnya. Ketiga tahapan prosedur pemodelan UBJ ini digambarkan dalam skema berikut:



Tahap 1: Identifikasi

Pada tahap identifikasi, untuk mengukur korelasi antar titik pengamatan dalam sebuah runtun waktu, kita akan menggunakan dua buah grafik. Kedua grafik tersebut adalah fungsi autokorelasi estimasi (disingkat fak), dan fungsi autokorelasi parsial estimasi (disingkat fakp). Kita akan melihat contohnya pada Modul 2. Kedua fak dan fakp hasil estimasi ini merupakan gambaran kasar dari hubungan statistik antar titik pengamatan dalam sebuah data runtun waktu tersebut. Namun demikian, ia memberikan cukup bantuan bagi kita untuk melihat pola dari data yang tersedia.

Langkah berikutnya pada tahapan identifikasi ini adalah merumuskan hubungan statistik tersebut secara lebih kompak dalam bentuk sebuah rumusan aljabar. Box dan Jenkins menawarkan sekumpulan pernyataan aljabar (model) yang dapat kita pilih untuk sementara. Hasil estimasi fak dan fakp ini kita gunakan sebagai petunjuk untuk memilih satu atau lebih model

ARIMA yang kiranya sesuai. Ide dasarnya sebagai berikut: setiap model ARIMA memiliki fak dan fakp teoritis. Pada tahap identifikasi, kita akan membandingkan fak dan fakp hasil estimasi dari data runtun waktu yang tersedia dengan beberapa fak dan fakp teoritis. Kemudian memilih sementara sebuah model yang fak dan fakp teoretisnya menyerupai fak dan fakp hasil estimasi.

Model tentatif apapun yang kita pilih pada tahap identifikasi ini hanyalah bersifat sementara. Sebelum kita menetapkan model tersebut sebagai model akhir yang akan kita pilih, kita perlu melanjutkannya pada 2 tahapan berikutnya dan mungkin juga kembali lagi pada tahapan identifikasi jika nantinya ternyata model tentatif tersebut tidak memuaskan.

Tahap 2: Estimasi

Pada tahapan ini kita mendapatkan estimasi koefisien-koefisien dari model yang kita pilih pada tahap identifikasi. Misalkan, secara tentatif persamaan (1.3) kita pilih sebagai model, kemudian kita cocokkan dengan data runtun waktu yang tersedia untuk mendapatkan estimasi dari ϕ_1 dan C. Pada tahapan ini kita akan mendapatkan beberapa sinyal tentang keakuratan dari model tentatif yang kita pilih. Khususnya, apabila koefisien-koefisien estimasi tersebut tidak memenuhi kondisi pertidaksamaan matematis tertentu maka model tersebut ditolak. Kondisi pertidaksamaan matematis yang harus dipenuhi oleh koefisien-koefisien hasil estimasi ini akan dibahas pada modul-modul berikutnya.

Tahap 3: Diagnostic checking

Box dan Jenkins mengusulkan beberapa langkah diagnosa untuk menentukan apakah model yang dipilih telah dipandang cukup secara statistik. Sebuah model yang gagal melampaui uji diagnosa ini, akan ditolak. Lebih jauh, hasil yang didapatkan pada tahap ini dapat memberikan indikasi apakah model tentatif ini perlu diperbaiki lebih lanjut, dan hal ini akan membawa kita kembali pada tahap identifikasi. Kita ulang tahapan-tahapan identifikasi, estimasi, dan *diagnostic checking* beberapa kali hingga mendapatkan sebuah model yang baik. Jika kita telah berhasil mendapatkan sebuah model yang cukup memuaskan, model ini dapat kita gunakan untuk melakukan peramalan.

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1) Apa yang dimaksud dengan runtun waktu yang stasioner?
2) Sebutkan ketiga tahapan pemodelan UBJ!
3) Informasi apa yang terkandung dalam fak estimasi?
4) Pandanglah sebuah runtun waktu berikut ini:

t	z_t	t	z_t
1	106	13	106
2	107	14	98
3	98	15	99
4	98	16	96
5	101	17	95
6	99	18	99
7	102	19	100
8	104	20	102
9	97	21	108
10	103	22	106
11	107	23	104
12	105	24	98

a) Apakah runtun waktu ini tampak stasioner? (Akan sangat membantu jika Anda terlebih dahulu membuat grafiknya).
b) Apakah data runtun waktu ini cukup untuk membangun sebuah model ARIMA?
c) Hitung mean dan variance dari data runtun waktu ini!

RANGKUMAN

1. Box dan Jenkins menawarkan sekumpulan model aljabar (dikenal dengan nama ARIMA) di mana kita dapat memilih satu di antaranya yang sesuai untuk peramalan dengan data runtun waktu yang tersedia.
2. Model UBJ-ARIMA merupakan model peramalan ‘single-series’ atau univariate; di mana peramalan didasarkan pada pola data runtun waktu di masa lalu.

3. Model UBJ-ARIMA sangat sesuai digunakan untuk peramalan jangka pendek.
4. Model UBJ-ARIMA berlaku hanya untuk data runtun waktu yang diskrit dan memiliki interval yang sama.
5. Membangun model UBJ-ARIMA memerlukan minimal 50 data pengamatan. Untuk runtun waktu yang bersifat musiman, diperlukan jumlah data yang lebih banyak lagi.
6. Metode UBJ berlaku hanya bagi runtun waktu yang stasioner.
7. Runtun waktu yang stasioner memiliki mean, variance, dan fungsi autokorelasi yang secara relatif konstan terhadap waktu.
8. Sebagian besar, data runtun waktu non-stasioner dapat ditransformasikan menjadi runtun waktu stasioner.
9. Dalam analisis UBJ-ARIMA diasumsikan bahwa setiap pengamatan dari sebuah data runtun waktu memiliki hubungan statistik; yakni saling berkorelasi.
10. Tujuan dari analisis UBJ adalah membangun sebuah model ARIMA yang memiliki sesedikit mungkin parameter estimasi.
11. Dalam membangun sebuah model ARIMA, metode UBJ melalui 3 tahapan Identifikasi, Estimasi, dan *Diagnostic checking*.
12. Pada tahap identifikasi secara tentatif kita memilih sebuah model ARIMA yang memiliki fak dan fakp teoritis yang mirip dengan grafik fak dan fakp hasil estimasi.
13. Pada tahap estimasi kita mendapatkan estimasi parameter dari model ARIMA yang kita pilih pada tahap identifikasi.
14. Pada tahap *Diagnostic checking* kita melakukan pengujian untuk melihat apakah model yang dipilih sudah cukup baik secara statistik. Jika masih kurang baik, kita kembali pada tahap identifikasi untuk memilih model tentatif yang lain lagi.
15. Model UBJ-ARIMA yang baik memberikan hasil ramalan dengan variansi galat-ramalan yang terkecil.

TES FORMATIF 1

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

Pandanglah data penjualan obat per kuartal dari sebuah apotik sebagai berikut:

Tahun	Kuartal	Total penjualan (dalam jutaan rupiah)
2004	1	128
	2	134
	3	112
	4	147
2005	1	130
	2	94
	3	121
	4	151
2006	1	117
	2	140
	3	109
	4	149

Misalkan $z_1, z_2, z_3, \ldots, z_n$ mewakili deret pengamatan di atas.

1) Besarnya n adalah ....
   A. 3
   B. 4
   C. 12
   D. 149

2) Besarnya z_6 adalah ....
   A. 94
   B. 117
   C. 121
   D. 130

3) Besarnya z_9 adalah ....
   A. 151
   B. 140
   C. 117
   D. 109

4) Mean dari runtun waktu tersebut di atas adalah ....
   A. 2,50
   B. 17,73
   C. 127,67
   D. 314,24

5) Variance dari runtun waktu tersebut di atas adalah ....
   A. 2,50
   B. 17,73
   C. 127,67
   D. 314,24

6) Notasi yang digunakan untuk menyatakan mean dari sampel adalah ....
   A. μ
   B. $\bar{z}$
   C. s_z^2
   D. σ_z^2

7) Notasi yang digunakan untuk menyatakan mean yang sesungguhnya (dari populasi) adalah ....
   A. μ
   B. $\bar{z}$
   C. s_z^2
   D. σ_z^2

8) Notasi yang digunakan untuk menyatakan variance dari sampel adalah ....
   A. μ
   B. $\bar{z}$
   C. s_z^2
   D. σ_z^2

9) Notasi yang digunakan untuk menyatakan variance yang sesungguhnya (dari populasi) adalah ....
   A. μ
   B. $\bar{z}$
   C. s_z^2
   D. σ_z^2

10) Data runtun waktu stasioner memiliki ....
   A. mean yang konstan terhadap waktu.
   B. Variance yang konstan terhadap waktu.
   C. Fungsi autokorelasi yang konstan terhadap waktu.
   D. Mean, variance, dan fungsi autokorelasi yang konstan terhadap waktu.

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 2

Pendahuluan Analisis Runtun Waktu Box-Jenkins

Sebagaimana yang telah dijelaskan sebelumnya bahwa setiap pengamatan dalam sebuah data runtun waktu diasumsikan berhubungan satu-sama-lain secara statistik. Tujuan kita dalam analisis UBJ adalah mencari representasi terbaik untuk menyatakan hubungan statistik tersebut. Dengan kata lain, kita ingin membangun sebuah model yang dapat menggambarkan dengan baik hubungan antar satu pengamatan dengan pengamatan lainnya dalam sebuah data runtun waktu.

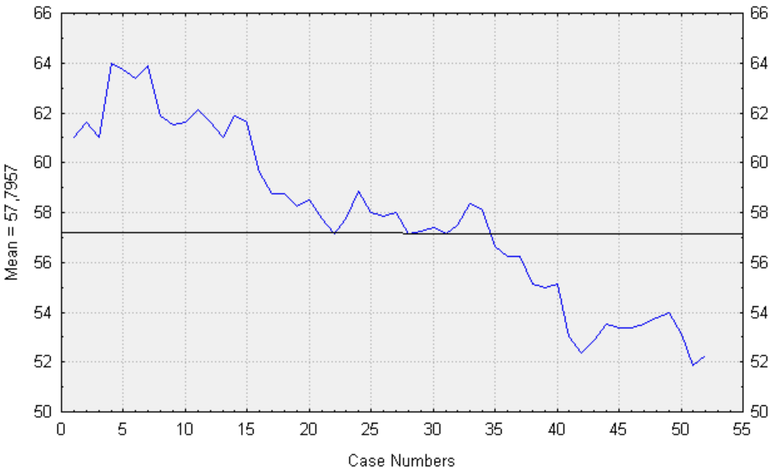
Pada Kegiatan Belajar 1, kita telah menyebutkan istilah fungsi autokorelasi estimasi (fak) dan fungsi autokoralsi parsial estimasi (fakp). Kedua fungsi ini kita gunakan pada tahap identifikasi untuk menggambarkan pola statistik sebuah data runtun waktu. Tujuan utama kita pada kegiatan belajar ini adalah untuk mempelajari bagaimana membangun *estimated* fak dan fakp. Pada modul selanjutnya kita akan melihat bagaimana *estimated* fak dan fakp ini digunakan untuk membangun sebuah model ARIMA.

Sebelum kita masuk pada bahasan tentang *estimated* fak dan fakp ini, secara singkat akan diperkenalkan terlebih dahulu 2 topik lain. *Pertama*, perihal transformasi atau yang dikenal dengan nama diferensi, yang biasa diterapkan terhadap sebuah data runtun waktu untuk mendapatkan mean yang stasioner. *Kedua*, sebuah operasi penghitungan yang dikenal dengan nama deviasi dari mean, yang biasa digunakan untuk mempermudah penghitungan-penghitungan dalam analisis UBJ-ARIMA.

A. DIFERENSI

Sebagaimana telah disampaikan sebelumnya bahwa analisis UBJ-ARIMA berlaku hanya bagi runtun waktu yang stasioner. Namun demikian, kebanyakan dari runtun waktu yang non-stasioner dapat ditransformasikan menjadi runtun waktu yang stasioner. Dengan demikian, metode analisis UBJ dapat juga digunakan untuk menganalisis data runtun waktu non-stasioner. Pada kegiatan belajar ini, kita akan memperkenalkan sebuah transformasi yang dikenal dengan istilah diferensi. Diferensi merupakan sebuah operasi sederhana yang menghitung besarnya urutan perubahan nilai pada sebuah data runtun waktu. Diferensi digunakan jika mean dari sebuah runtun waktu berubah terhadap waktu. Gambar 1.4 menunjukkan contoh sebuah runtun waktu yang demikian.

Kita dapat menghitung sebuah mean bagi runtun waktu ini, dan hasilnya adalah 57,7957 sebagaimana yang ditunjukkan oleh garis horizontal pada bagian tengah dari Gambar 1.4. Akan tetapi, nilai mean ini menyesatkan karena sebagian dari data runtun waktu ini memiliki mean yang berbeda dari sebagian data lainnya. Setengah pertama dari data runtun waktu ini terletak di atas setengah sisanya. Runtun waktu yang demikian ini bersifat non-stasioner karena meannya tidak konstan terhadap waktu.



Gambar 1.4.
Contoh Runtun Waktu Non-Stasioner

Untuk melakukan diferensi terhadap sebuah runtun waktu, kita definisikan sebuah variabel baru w_t yang merupakan deretan besarnya perubahan pada runtun waktu z_t, yakni.

$$w_t = z_t - z_{t-1} \qquad t = 2, 3, \cdots, n. \qquad (1.4)$$

Dengan menggunakan data pada Gambar 1.4 dan kita lakukan diferensi maka akan didapat hasil sebagai berikut:

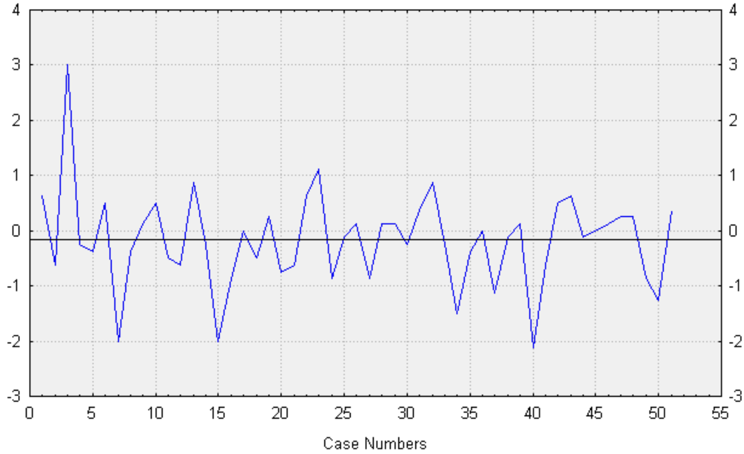
$$w_2 = z_2 - z_1 = 61,625 - 61 = 0,625$$
$$w_3 = z_3 - z_2 = 61 - 61,625 = -0,625$$
$$w_4 = z_4 - z_3 = 64 - 61 = 3$$
$$\vdots$$
$$w_{52} = z_{52} - z_{51} = 52,25 - 51,875 = 0,375$$

Hasil dari proses diferensi ini kita gambarkan pada Gambar 1.5. Proses diferensi ini nampaknya berhasil dengan baik; runtun waktu hasil diferensi pada Gambar 1.5 tampak memiliki mean yang konstan. Perhatikan, kita telah kehilangan sebuah data pengamatan: tidak ada z_0 sebagai faktor pengurang bagi z_1, dengan demikian kita hanya memiliki 51 data pengamatan.

Runtun waktu w_t disebut **diferensi pertama** dari z_t. Jika diferensi pertama tidak menghasilkan sebuah runtun waktu yang memiliki mean yang konstan maka kita definisikan kembali w_t sebagai diferensi pertama dari diferensi pertama.

$$w_t = \left(z_t - z_{t-1}\right) - \left(z_{t-1} - z_{t-2}\right) \qquad t = 3, 4, \cdots, n \qquad (1.5)$$

Sekarang, runtun waktu w_t disebut **diferensi kedua** dari z_t karena ia merupakan hasil dari diferensi kedua dari z_t. Pada umumnya, diferensi pertama saja sudah cukup untuk mendapatkan mean yang stasioner. Untuk runtun waktu seperti pada Gambar 1.5, tampaknya tidak lagi memerlukan diferensi kedua karena hasil diferensi pertama seperti pada Gambar 1.5. menunjukkan mean yang konstan. Akan tetapi, untuk sekadar memberikan ilustrasi ada baiknya kita lakukan perhitungan untuk diferensi kedua.



Gambar 1.5.
Diferensiasi Pertama

Oleh karena diferensi kedua merupakan diferensi pertama dari hasil diferensi pertama sebelumnya maka kita cukup mendiferensi data runtun waktu yang terdapat pada Gambar 1.5.

$$w_3 = (z_3 - z_2) - (z_2 - z_1) = (-0,625) - (0,625) = -1,25$$
$$w_4 = (z_4 - z_3) - (z_3 - z_2) = (3) - (-0,625) = 3,625$$
$$w_5 = (z_5 - z_4) - (z_4 - z_3) = (-0,25) - (3) = -3,25$$
$$\vdots$$
$$w_{52} = (z_{52} - z_{51}) - (z_{51} - z_{50}) = (0,375) - (-1,25) = 1,625$$

Jika kita membutuhkan diferensi untuk mendapatkan mean yang stasioner, kita membangun sebuah runtun waktu yang baru w_t yang berbeda dengan runtun waktu original z_t. Kemudian, dari runtun waktu stasioner w_t ini, kita membangun sebuah model ARIMA. Akan tetapi, tujuan semula kita adalah untuk melakukan peramalan atas runtun waktu original, artinya kita menginginkan model ARIMA bagi runtun waktu yang awal. Untungnya, hal ini tidaklah menimbulkan masalah besar karena w_t dan z_t untuk diferensi pertama dihubungkan oleh persamaan (1.4) dan untuk diferensi kedua dihubungkan oleh persamaan (1.5). Pada modul-modul berikutnya akan ditunjukkan bagaimana model ARIMA untuk w_t berlaku juga untuk z_t.

Sebuah runtun waktu yang telah dibuat stasioner dengan proses diferensi yang sesuai, memiliki sebuah mean yang mendekati nol. Misalnya, runtun waktu non-stasioner pada Gambar 1.4. memiliki mean sama dengan 57,8. Sedangkan runtun waktu stasioner pada Gambar 1.5. sebagai hasil dari proses diferensi runtun waktu pada Gambar 1.4. memiliki mean sebesar – 0,2; yakni lebih dekat ke nol ketimbang 57,8. Hal yang demikian ini, untuk data runtun waktu pada ilmu-ilmu sosial sangatlah umum terjadi.

B. DEVIASI DARI MEAN

Jika mean dari sebuah runtun waktu bernilai konstan maka kita dapat memperlakukan mean ini sebagai komponen deterministik dari runtun waktu tersebut. Untuk mengamati perilaku stokastik dari runtun waktu ini, kita nyatakan runtun waktu ini dalam bentuk deviasi dari mean. Caranya, definisikan sebuah runtun waktu baru $\overline{z}_t$ yang didapat dengan mengurangkan setiap z_t dengan $\overline{z}$, di mana $\overline{z}$ mean sampel yang merupakan estimasi dari parameter μ.

$$\overline{z}_t = z_t - \overline{z} \tag{1.6}$$

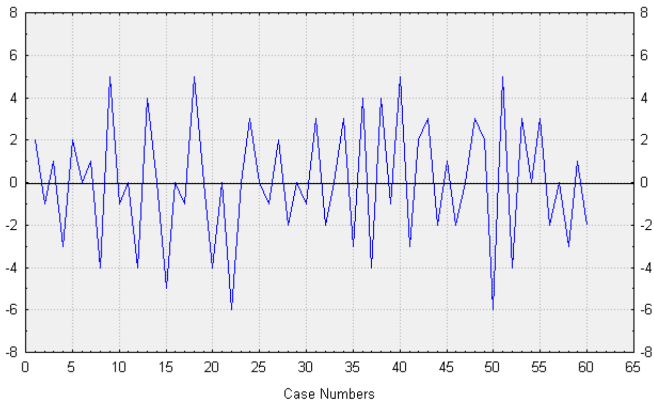
Runtun waktu yang baru $(\overline{z}_t)$ akan berprilaku persis sama seperti runtun waktu yang lama (z_t), kecuali mean dari runtun waktu $\overline{z}_t$ akan sama dengan nol; bukan lagi $\overline{z}$. Dikarenakan kita telah mengetahui besarnya $\overline{z}$, setelah kita selesai melakukan analisis, kita akan selalu dapat kembali pada runtun waktu yang original.

Pandanglah kembali runtun waktu stasioner pada Gambar 1.4. Kita telah menghitung meannya, yaitu sama dengan 100. Oleh karena itu, nilai-nilai untuk runtun waktu $\overline{z}_t$ adalah:

$$\begin{aligned}
\overline{z}_1 &= z_1 - \overline{z} = 102 - 100 = 2 \\
\overline{z}_2 &= z_2 - \overline{z} = 99 - 100 = -1 \\
\overline{z}_3 &= z_3 - \overline{z} = 101 - 100 = 1 \\
&\vdots \\
\overline{z}_{60} &= z_{60} - \overline{z} = 98 - 100 = -2
\end{aligned}$$

Gambar 1.5 menggambarkan runtun waktu yang baru $\overline{z}_t$. Gambar ini bentuknya serupa dengan runtun waktu z_t pada Gambar 1.4., kecuali ia memiliki mean sama dengan nol. Sesungguhnya, kedua runtun waktu tersebut z_t dan $\overline{z}_t$ memiliki sifat-sifat statistik yang sama kecuali dengan mean yang berbeda. Misalnya, variansi kedua runtun waktu tersebut adalah sama dengan 7,97.

t	$\overline{z}_t$	t	$\overline{z}_t$	t	$\overline{z}_t$	t	$\overline{z}_t$
1	2	16	0	31	3	46	-2
2	-1	17	-1	32	-2	47	0
3	1	18	5	33	0	48	3
4	-3	19	0	34	3	49	2
5	2	20	-4	35	-3	50	-6
6	0	21	0	36	4	51	5
7	1	22	-6	37	-4	52	-4
8	-4	23	0	38	4	53	3
9	5	24	3	39	-1	54	0
10	-1	25	0	40	5	55	3
11	0	26	-1	41	-3	56	-2
12	-4	27	2	42	2	57	0
13	4	28	-2	43	3	58	-3
14	0	29	0	44	-2	59	1
15	-5	30	-1	45	1	60	-2



Gambar 1.6.
Data dari Gambar 1.4 yang Dinyatakan dalam Deviasi dari Mean

C. DUA PERANGKAT ANALISIS: FAK DAN FAKP

Kedua perangkat analisis ini merupakan perangkat yang sangat penting digunakan dalam tahapan identifikasi metode UBJ. Keduanya menyatakan hubungan statistik antarpengamatan dalam sebuah data runtun waktu. Pada kegiatan belajar ini kita akan melihat bagaimana kedua perangkat ini dibangun dari sebuah sampel runtun waktu.

Pada kegiatan belajar ini juga kita akan mendiskusikan *estimated* fak dan fakp sebagai perangkat untuk menyimpulkan dan menggambarkan pola yang terdapat pada sebuah data runtun waktu. Akan tetapi, membangun sebuah *estimated* fak dan fakp bukanlah sekadar latihan seperti dalam statistik deskriptif. Namun, *estimated* fak dan fakp akan kita gunakan untuk melakukan inferensi statistik. Yakni, ia kita gunakan untuk menduga struktur atau mekanisme yang mendasari terciptanya runtun waktu yang terjadi.

Kita gunakan data yang terdapat pada Gambar 1.4 untuk memberikan sekadar ilustrasi cara membangun *estimated* fak dan fakp. Ingatlah bahwa data pada Gambar 1.6 adalah data yang ada pada Gambar 1.4 yang dinyatakan dalam bentuk deviasi dari meannya. Kedua runtun waktu ini memiliki sifat-sifat statistik yang serupa (kecuali nilai meannya), termasuk memiliki fak dan fakp yang sama.

D. ANALISIS GRAFIS

Estimated fak dan fakp sebuah runtun waktu akan terasa sangat bermanfaat jika dinyatakan dalam bentuk grafis, berikut nilai numeriknya. Untuk sekadar memotivasi pemahaman kita tentang pemikiran dibalik analisis fak dan fakp, mari kita lihat beberapa bentuk sederhana dari analisis grafis ini.

Salah satu bentuk analisis grafis adalah dengan cara memperhatikan Gambar 1.7 (atau Gambar 1.4) dengan pengharapan dalam melihat sebuah pola tertentu. Namun, hal yang demikian ini bukanlah sebuah pendekatan yang cukup menjanjikan. Beberapa runtun waktu menunjukkan pola-pola tertentu dengan sangat jelas, namun lebih banyak yang tidak menunjukkan pola tertentu. Sekalipun, sebuah runtun waktu menampakkan pola tertentu secara visual, untuk mengestimasi perilaku sesungguhnya masih sulit dan sering kali bersifat sangat subjektif.

Bentuk lain yang lebih menjanjikan dari sebuah analisis grafis adalah dengan cara menggambarkan beberapa nilai $\bar{z}_{t+k}$ (untuk k=1, 2, …) dan dibandingkan dengan pengamatan sebelumnya $\bar{z}_t$. Pada dasarnya, dalam analisis UBJ, kita mulai dengan pemikiran bahwa pengamatan dengan periode waktu yang berbeda memiliki hubungan satu dengan lainnya. Mungkin kita dapat melihat adanya keterhubungan ini dengan cara menggambarkan setiap pengamatan $\left(\bar{z}_{t+k}\right)$ dengan pengamatan yang terjadi pada k periode sebelumnya $\left(\bar{z}_t\right)$.

Akan sangat membantu jika kita susun data-data tersebut dalam sebuah kolom berisi pasangan berurutan. Setiap pengamatan dipasangkan dengan pengamatan k periode sebelumnya. Kemudian, pasangan berurutan ini kita plot dalam grafik dua dimensi.

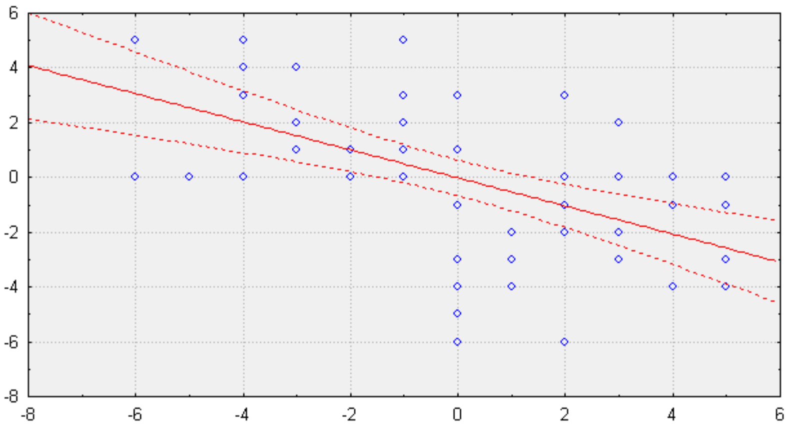
Misalkan, dengan mengambil k = 1 kita dapat memasangkan $\bar{z}_{t+k}$ dengan $\bar{z}_t$ dengan cara pertama-tama menuliskan semua nilai $\bar{z}_t$ dalam sebuah kolom. Kemudian, ciptakan kolom lainnya $\bar{z}_{t+k}$ dengan cara menggeser setiap elemen dalam kolom $\bar{z}_t$ satu langkah ke atas. Dengan melakukan cara semacam ini pada sebagian data pada Gambar 1.7, akan didapat hasil sebagaimana yang terdapat dalam Tabel 1.1. Tanda panah menunjukkan pergeseran dari data.

Tabel 1.2.
Pasangan Berurutan $\left(\bar{z}_t, \bar{z}_{t+1}\right)$ dari Data pada Gambar 1.7

t	$\bar{z}_t$	$\bar{z}_{t+1}$
1	2	-1
2	-1	1
3	1	-3
4	-3	2
5	2	
...		
59	1	-2
60	-2	kosong

Untuk t = 1 kita memiliki pasangan data $\bar{z}_2 = -1$ (kolom 3 Tabel 1.1) dengan data pengamatan satu periode sebelumnya $\bar{z}_1 = 2$ (kolom 2). Untuk t = 2, kita memiliki pasangan data $\bar{z}_3 = 1$ (kolom 3) dengan pengamatan satu periode sebelumnya $\overline{z}_2 = -1$ (kolom 2), dan demikianlah seterusnya. Dengan demikian, kita akan memiliki 59 pasangan data; tidak ada data $\overline{z}_{61}$ untuk dipasangkan dengan $\overline{z}_{60}$.

Selanjutnya, kita plot setiap nilai $\overline{z}_{t+1}$ pada kolom 3 bersama pasangannya $\overline{z}_t$ yang terdapat pada kolom 2. Dari sini seharusnya kita sudah dapat melihat secara umum bagaimana $\overline{z}_{t+1}$ terhubung dengan pengamatan-pengamatan tepat sebelumnya $\overline{z}_t$. Pasangan data $\left(\overline{z}_t, \overline{z}_{t+1}\right)$ digambarkan pada Gambar 1.7.



Gambar 1.7.
Plot pasangan berurutan (,) dalam Tabel 1.1

Dari Gambar 1.7 ini tampak adanya hubungan terbalik antara pasangan data ini, yaitu pada saat $\overline{z}_t$ naik (bergerak ke kanan sepanjang sumbu horizontal) terdapat kecenderungan bahwa pengamatan yang berikutnya $\left(\overline{z}_{t+1}\right)$ akan menurun (bergerak menurun sepanjang sumbu vertikal).

Sekarang, misalkan kita ingin melihat hubungan antara pengamatan yang dipisahkan oleh dua periode waktu. Dengan memberikan nilai k = 2, kita ingin menghubungkan pengamatan $\overline{z}_{t+2}$ dengan pengamatan dua periode sebelumnya $\overline{z}_t$. Kita lakukan hal ini dengan cara menuliskan ke bawah lagi pengamatan original pada kolom yang diberi label $\overline{z}_t$. Akan tetapi sekarang kita menciptakan sebuah kolom baru $\overline{z}_{t+2}$ dengan cara menggeser ke atas dua tingkat semua data pengamatan $\overline{z}_t$. Dengan menggunakan sebagian data pada

Gambar 1.7, kita akan mendapatkan hasil sebagaimana yang ditunjukkan dalam Tabel 1.2. Seperti biasa, tanda panah menunjukkan prosedur penggeseran.

Tabel 1.3.
Pasangan Berurutan $\left(\overline{z}_t, \overline{z}_{t+2}\right)$ dari Data pada Gambar 1.7

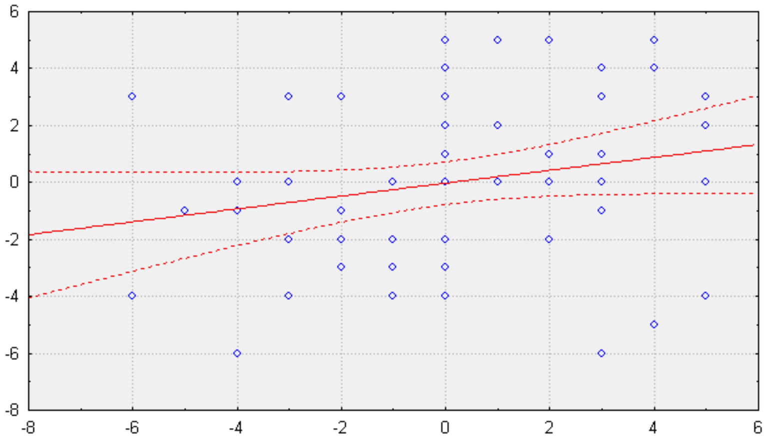
t	$\overline{z}_t$	$\overline{z}_{t+2}$
1	2	1
2	-1	-3
3	1	2
4	-3	0
5	2	
...		
58	-3	-2
59	1	kosong
60	-2	kosong

Kali ini kita memiliki 58 pasangan data; tidak ada $\overline{z}_{62}$ untuk dipasangkan dengan $\overline{z}_{60}$ dan $\overline{z}_{61}$ untuk dipasangkan dengan $\overline{z}_{59}$. Secara umum, dengan ukuran sampel n jika kita hendak menghubungkan pengamatan yang dipisahkan oleh k periode waktu, kita akan memiliki *n-k* pasangan berurutan. Untuk kasus ini, n = 60 dan k = 2, kita akan memiliki 60-2 = 58 pasangan data berurutan.

Dengan menggambarkan setiap pengamatan $\overline{z}_{t+2}$ dari kolom 3 pada Tabel 1.2 terhadap nilai pasangannya $\overline{z}_t$ yang terdapat pada kolom 2, kita akan melihat bagaimana data-data pengamatan ini terhubung dengan data pengamatan 2 periode sebelumnya.

Gambar 1.8 merupakan plot dari pasangan berurutan $\left(\overline{z}_t, \overline{z}_{t+2}\right)$. Secara umum, tampak adanya hubungan positif antara kedua pengamatan tsb. Yaitu, dengan naiknya nilai $\overline{z}_t$ (bergerak ke kanan sepanjang sumbu horizontal) tampaknya diikuti dengan naiknya nilai data dua periode kemudian $\overline{z}_{t+2}$ (bergerak ke atas sepanjang sumbu vertikal).

Dengan cara yang sama, sekarang kita dapat membuat untuk k = 3 dan membuat plot dari pasangan berurutan $\left(\overline{z}_t, \overline{z}_{t+3}\right)$. Kemudian, membuat untuk k = 4 dan membuat plot dari pasangan berurutan $\left(\overline{z}_t, \overline{z}_{t+4}\right)$. Demikian seterusnya. Batas terbesar dari nilai k ini ditentukan oleh jumlah pengamatan dari runtun waktu. Perlu diingat bahwa tatkala k naik 1 maka jumlah pasangan berurutan akan berkurang 1. Misalkan, n = 60 dan k = 40 maka kita hanya akan memiliki n-k = 60-40 = 20 pasangan berurutan yang dapat diplot. Jumlah ini terlalu kecil untuk dapat memberikan petunjuk tentang hubungan antara $\bar{z}_t$ dan $\bar{z}_{t+40}$.



Gambar 1.9.

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

Pandanglah sebuah data runtun waktu berikut ini:

t	z_t	t	z_t
1	106	13	106
2	107	14	98
3	98	15	99
4	98	16	96
5	101	17	95
6	99	18	99
7	102	19	100
8	104	20	102
9	97	21	108
10	103	22	106
11	107	23	104
12	105	24	98

1) Nyatakan data runtun waktu tersebut di atas dalam bentuk deviasi dari meannya.
2) Apakah runtun waktu yang dinyatakan dalam bentuk deviasi dari meannya selalu akan memiliki mean yang sama dengan nol?
3) Apakah runtun waktu hasil diferensi akan selalu memiliki mean yang sama dengan nol.

RANGKUMAN

1. Sebuah data runtun waktu non-stasioner pada umumnya dapat ditransformasikan menjadi runtun waktu stasioner melalui proses diferensi.
2. Untuk mendiferensi suatu runtun waktu satu kali, hitung besarnya perubahan dari waktu-ke-waktu; $w_t = z_t - z_{t-1}$. Kemudian, untuk mendiferensi sebuah runtun waktu dua kali, hitung besarnya perubahan dari runtun waktu hasil diferensi yang pertama; $w_t = \left(z_t - z_{t-1}\right) - \left(z_{t-1} - z_{t-2}\right)$
3. Dalam dunia praktis, diferensi yang pertama sering diperlukan. Diferensi kedua sesekali (jarang) diperlukan. Diferensi ketiga (atau lebih) tidak pernah diperlukan.
4. Untuk mencermati komponen stokastik (non-deterministik) sebuah data runtun waktu, mean dari sampel (merupakan estimasi dari parameter) kita keluarkan terlebih dahulu. Kemudian, data runtun waktu yang diekspresikan dalam bentuk deviasi dari mean $\left(\overline{z}_t = z_t - \overline{z}\right)$ inilah yang kita analisis.
5. Sebuah runtun waktu yang dinyatakan dalam bentuk deviasi dari meannya memiliki sifat-sifat statistik serupa dengan runtun waktu original, yakni memiliki variance dan *estimated* fak yang serupa, kecuali besar meannya sama dengan nol.

TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

Misalkan kita memiliki runtun waktu berikut.

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
z_t	128	133	112	147	130	94	120	151	117	140	109	143

1) Mean dari runtun waktu tersebut di atas adalah ....
   A. 0
   B. 1,36
   C. 6,5
   D. 127

2) Runtun waktu tersebut di atas, dalam bentuk deviasi dari mean adalah ....
   A. 5, -21, 35, -17, -36, 26, 31, -34, 23, -31, 34
   B. 5, -21, 35, -17, -36, 26, 31, -34, 23, -31
   C. 1, 6, -15, 20, 3, -33, -7, 24, -10, 13, -18, 16
   D. –26, 56, -52, -19, 62, 5, -65, 57, -54, 65

3) Mean runtun waktu dalam bentuk deviasi dari mean adalah ....
   A. 0
   B. 1,36
   C. 6,5
   D. 127

4) Runtun waktu tersebut dalam bentuk diferensi pertama adalah ....
   A. 5, -21, 35, -17, -36, 26, 31, -34, 23, -31, 34
   B. 5, -21, 35, -17, -36, 26, 31, -34, 23, -31
   C. 1, 6, -15, 20, 3, -33, -7, 24, -10, 13, -18, 16
   D. –26, 56, -52, -19, 62, 5, -65, 57, -54, 65

5) Mean runtun waktu tersebut dalam bentuk diferensi pertama adalah ....
   A. 0
   B. 1,36
   C. 2,9
   D. 127

6) Runtun waktu tersebut dalam bentuk diferensi kedua adalah ....
   A. 5, -21, 35, -17, -36, 26, 31, -34, 23, -31, 34
   B. 5, -21, 35, -17, -36, 26, 31, -34, 23, -31
   C. 1, 6, -15, 20, 3, -33, -7, 24, -10, 13, -18, 16
   D. –26, 56, -52, -19, 62, 5, -65, 57, -54, 65

7) Mean runtun waktu tersebut dalam bentuk diferensi kedua adalah ....
   A. 0
   B. 1,36
   C. 2,9
   D. 127

8) Apabila kita memiliki sebanyak 60 data pengamatan, berapa banyak pasangan data berurutan yang dipisahkan oleh 1 periode yang akan kita miliki?
   A. 59
   B. 61
   C. 98
   D. 147

9) Apabila kita memiliki sebanyak 100 data pengamatan, berapa banyak pasangan data berurutan yang dipisahkan oleh 2 periode yang akan kita miliki?
   A. 50
   B. 98
   C. 101
   D. 102

10) Apabila kita memiliki sebanyak 150 data pengamatan, berapa banyak pasangan data berurutan yang dipisahkan oleh 3 periode yang akan kita miliki?
   A. 50
   B. 147
   C. 151
   D. 153

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan modul selanjutnya. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama bagian yang belum dikuasai.

Kunci Jawaban Tes Formatif

Tes Formatif 1

1) C
2) A
3) C
4) C
5) D
6) B
7) A
8) C
9) D
10) D

Tes Formatif 2

1) D
2) C
3) A
4) A
5) B
6) D
7) C
8) A
9) B
10) B

Daftar Pustaka

Alan Pankratz. (1983). *Forecasting With Univariate Box-Jenkins Model: Concepts and Cases*. John Wiley & Sons.

Zanzawi Soejoeti. (1987). *Analisis Runtun Waktu*. Universitas Terbuka.

John E. Hanke, Arthur G. Reitsch. (1995). *Business Forecasting*. Prentice Hall.

STATISTICA for Windows Release 5.0.