MODUL 1

Ketidakpastian dan Pengukuran

Paken Pandiangan, S.Si., M.Si.
Artoto Arkundato, S.Si., M.Si.

PENDAHULUAN

Pengamatan atas suatu besaran fisis biasanya akan berlanjut dengan pengukuran suatu besaran fisis tertentu, misalnya panjang, massa, waktu, tegangan, kuat arus listrik dan lain sebagainya. Dengan sebuah amperemeter kita dapat mengukur besarnya kuat arus listrik yang mengalir dalam suatu rangkaian. Untuk dapat melakukan pengukuran dengan baik, kita harus memperhatikan beberapa faktor seperti metode pengukuran, suhu lingkungan, kondisi alat, sampai pada analisis data hasil pengukuran, dan selanjutnya kita dapat membuat simpulan dari hasil pengukuran yang dilakukan. Untuk mendukung simpulan tersebut, kita harus betul-betul memperhatikan apakah pengukuran yang telah dilakukan sudah sesuai dengan yang diharapkan? Bagaimana hasil ukur yang diperoleh bila dibandingkan dengan nilai acuan? Barangkali bila hanya untuk melakukan pengukuran seperti pada bengkel-bengkel, reparasi peralatan elektronik, kita tidak dituntut perilaku ilmiah berkaitan dengan pengukuran, namun bila pengukuran yang dilakukan adalah pengukuran dalam lingkup percobaan di laboratorium penelitian yang hasilnya akan dibaca oleh banyak orang, maka kita dituntut untuk bersikap ilmiah berkaitan dengan pengukuran suatu variabel fisis. Dalam konteks ilmiah ini, maka hasil pengukuran dalam penelitian tidak untuk keperluan diri sendiri tetapi hasilnya akan dibaca oleh orang lain, baik untuk keperluan praktis ataupun sains itu sendiri. Oleh karena itu, hasil pengukuran yang dilaporkan tentu harus memenuhi aturan-aturan tertentu sehingga pembaca dapat menerima manfaatnya. Dalam modul ini akan diberikan hal-hal yang berkaitan dengan pengukuran dan aturan-aturan yang perlu diketahui. Sekali lagi aturan yang diberikan adalah aturan formal untuk melaporkan hasil pengukuran dalam konteks ilmiah.

Secara umum tujuan pembelajaran modul ini adalah Anda dapat menerapkan konsep ketidakpastian dan pengukuran pada berbagai hal yang berkaitan dengan pengukuran suatu besaran fisis. Secara lebih khusus lagi tujuan pembelajaran ini adalah Anda dapat:

1. Menjelaskan konsep sebuah pengukuran serta istilah-istilah yang terkait dengan pengukuran.
2. Menjelaskan dan memberi contoh sumber-sumber ralat/ketidakpastian yang menyertai sebuah pengukuran.
3. Menjelaskan makna sebuah hasil pengukuran yang dinyatakan beserta ketidakpastiannya.
4. Mempersiapkan dan melakukan pengukuran dengan baik untuk dapat menghasilkan hasil ukur yang akurat.

Agar Anda dapat berhasil mempelajari modul ini, berusahalah secara sungguh-sungguh untuk memahami teori yang diberikan dengan cara membacanya berulang kali. Jika Anda belum paham betul dengan apa yang sudah diuraikan dalam modul ini, carilah sumber lain atau dapat menanyakan ke *Program Studi Pendidikan Fisika* baik melalui telepon (021- 7490941 ext. 2025), faksimile (021-7434590), maupun melalui *e-mail* (*Kaprogfisika@mail.ut.ac.id*).

Selamat belajar, semoga Anda berhasil!

KEGIATAN PRAKTIKUM 1

Ketidakpastian pada Pengukuran

Berkaitan dengan pengukuran, maka beberapa istilah/definisi perlu Anda ketahui agar dapat memahami konsep pengukuran, dan selanjutnya dapat menerapkannya pada kegiatan pengukuran secara benar.

A. PENGUKURAN

Pengukuran adalah proses untuk memperoleh informasi suatu besaran fisis tertentu, misalnya seperti tekanan (p), suhu (T), tegangan (V), arus listrik (I), dan lain sebagainya. Informasi yang diperoleh dapat berupa nilai dalam bentuk angka (kuantitatif) maupun berupa pernyataan yang merupakan sebuah simpulan (kualitatif). Untuk memperoleh informasi tersebut, maka kita memerlukan alat ukur, misalnya untuk mengetahui tegangan V, arus I, hambatan R kita dapat menggunakan alat multimeter.

1. Data Pengukuran

Informasi yang diperoleh dalam sebuah pengukuran *disebut data*. Sesuai dengan sifat pengukuran, maka data dapat dibagi menjadi dua macam yaitu *Data Kualitatif* dan *Data Kuantitatif*. Melalui data kuantitatif, maka semua informasi berupa sebuah pernyataan simpulan dapat diperoleh, misalnya: "Tembaga dapat dipindahkan dalam sebuah reaksi kimia dengan menggunakan bahan kimia *Ferric Chlorida*". Sedangkan *data kuantitatif* adalah informasi yang diperoleh dalam pengukuran berupa *nilai* atau *angka*, misalnya sebuah pengukuran tegangan diperoleh (10 ± 1) volt.

Selanjutnya data kuantitatif dapat digolongkan menjadi dua buah macam data, yaitu *data empiris*, dan *data terproses*. Data empiris adalah data yang diperoleh langsung saat dilakukan pengukuran atau apa yang terbaca pada alat ukur. Data empiris sering disebut juga *data mentah*, karena belum diproses lebih lanjut. Tegangan yang terbaca pada voltmeter misalnya, adalah termasuk data empiris. Sedangkan data terproses adalah data yang diperoleh setelah dilakukan pengolahan tertentu, misalnya melalui sebuah perhitungan. Sebagai contoh jika diukur tegangan V dan arus I, maka hambatan $R = V/I$, dan setelah dihitung hasilnya disebut data terproses. Data tipe ini biasanya diperoleh dari proses reduksi data.

2. Reduksi Data

Berkaitan dengan data di atas maka setelah data terkumpul dari hasil suatu pengukuran, selanjutnya dilakukan proses perhitungan-perhitungan matematika atau dilakukan penyusunan ulang data-data. Proses atau prosedur ini disebut *reduksi data* atau *pengolahan data.*

B. RALAT (*ERROR*) DAN KETIDAKPASTIAN (*UNCERTAINTY*)

Secara konsep pengukuran, baik karena keterbatasan alat ukur maupun karena kondisi lingkungan, maka dipercaya bahwa setiap pengukuran akan selalu menghasilkan hasil ukur yang tidak sebenarnya. Simpangan atau selisih antara hasil ukur dan hasil yang sebenarnya disebut sebagai *ralat* (*error*). Perlu dicermati di sini bahwa pengertian ralat bukan berarti kita *salah mengukur*, tetapi lebih menggambarkan deviasi hasil baca alat ukur terhadap nilai *benar* besaran fisis yang diukur, sebagai akibat bahwa kita tidak mengetahui nilai benar dari apa yang ingin kita ukur. Meskipun demikian pada beberapa buku ada yang menyebutkan *ralat* dengan istilah *kesalahan* karena mengambil dari istilah *error,* untuk itu diharapkan Anda tidak perlu bingung. Karena kita tidak mengetahui nilai benar tersebut, maka hasil ukur yang kita peroleh harus dinyatakan dalam bentuk interval hasil pengukuran. Dengan pengertian ini, maka dalam mengukur tegangan misalnya, hasilnya dinyatakan dengan $1{,}5 \leq V \leq 1{,}6$ volt atau $V = (1{,}4 \pm 0{,}1)$ volt. Nilai benar pengukuran tentu saja berada di dalam rentang hasil pengukuran ini. Karena sebuah rentang nilai pengukuran sekaligus menyatakan ketidakpastian (*uncertainty*) hasil ukur, maka pengertian ralat sering tidak dibedakan dengan pengertian ketidakpastian untuk menunjukkan deviasi pengukuran terhadap nilai benar.

Sebagai contoh, sebuah pengukuran tegangan dituliskan hasilnya dengan $V = (10{,}5 \pm 0{,}5)$ volt, artinya alat ukur kita menunjukkan hasil baca 10,5 volt dengan ketidakpastian/ralat pengukuran 0,5 volt, sedangkan nilai benar kita berada dalam selang nilai (10,5 – 0,5 = 10,0) volt s.d (10,5 + 0,5 = 11,0) volt. Selanjutnya untuk lebih jelasnya pada Kegiatan Praktikum 2 akan kita bahas lebih detail bagaimana kita menentukan ketidakpastian.

Suatu alat ukur dikatakan tepat jika mempunyai *akurasi* (*accuracy*) yang baik, yaitu hasil ukur menunjukkan ketidakpastian yang kecil. Dapat juga dipahami sebagai seberapa dekat hasil ukur dengan nilai benarnya. Dalam hal ini sebelum sebuah alat ukur digunakan, harus dipastikan bahwa kondisi alat benar-benar baik dan layak untuk digunakan, yaitu alat dalam keadaan terkalibrasi dengan baik. Kalibrasi yang buruk akan menyebabkan ketidakpastian hasil ukur menjadi besar.

Alat ukur perlu diteliti kalibrasinya sebelum dipergunakan agar hasil ukurnya dapat dipercaya. Termasuk kalibrasi adalah selalu menempatkan jarum penunjuk pada titik nol yang sesungguhnya, saat alat akan digunakan. Sering pada sebuah alat ukur jarum penunjuk tidak berada pada titik nol yang semestinya, sehingga saat digunakan nilai baca selalu lebih besar atau lebih kecil dari yang seharusnya, sehingga menyumbang apa yang disebut *ralat sistematis*. Secara umum pengertian kalibrasi di sini adalah membandingkan alat ukur Anda dengan referensi. Referensi (standar) yang digunakan untuk mengkalibrasi alat ukur Anda dapat ditempuh dengan beberapa tahap yaitu dengan tahapan standar primer, standar sekunder, maupun dengan standar lain yang diketahui.

Apabila ada standar primer, maka sebaiknya acuan ini yang Anda gunakan untuk menguji kalibrasi alat. NIST (*National Institute of Standart and Technology*) dalam hal ini termasuk yang memiliki wewenang untuk selalu memelihara dan menyediakan standar yang diperlukan dalam pengukuran, misalnya temperatur, massa, waktu dan lain sebagainya.

Biasanya apabila standar primer tidak dapat Anda temukan, maka Anda dapat menggunakan standar sekunder berupa alat ukur lain yang Anda yakini mempunyai akurasi yang lebih baik. Sebagai contoh voltmeter Anda pada waktu digunakan menunjukkan pembacaan 4,5 volt. Alat lain yang Anda yakini akurasinya (standar sekunder) menghasilkan nilai 4,4 volt. Dengan ini berarti voltmeter Anda dapat di kalibrasi 0,1 volt lebih kecil. Apabila standar sekunder juga tidak dapat Anda peroleh, Anda dapat menggunakan acuan lain, misalnya nilai hasil perhitungan teoretik.

Sebuah alat ukur dikatakan presisi (*precision*) jika untuk pengukuran besaran fisis tertentu yang diulang, maka alat ukur tersebut mampu menghasilkan hasil ukur yang sama seperti sebelumnya. Sebagai contoh jika pengukuran tegangan dengan voltmeter menghasilkan 5,61 volt (tanpa ralat), maka jika pengukuran diulang beberapa kali kemudian tetap menghasilkan pembacaan 5,61 volt kita mengatakan bahwa alat tersebut sangat presisi. Oleh karena itu, sifat presisi sebuah alat ukur bergantung pada *resolusi* dan *stabilitas* alat ukur.

Sebuah alat ukur dikatakan mempunyai *resolusi* yang tinggi/baik jika alat tersebut mampu mengukur perubahan nilai besaran fisis untuk skala perubahan yang semakin kecil. Voltmeter dengan skala terkecil 1 mV tentu mempunyai resolusi lebih baik dibanding voltmeter dengan skala baca terkecil 1 volt.

Stabilitas alat ukur dikaitkan dengan stabilitas hasil ukur/hasil pembacaan yang bebas dari pengaruh variasi acak. Jadi dikaitkan dengan penunjukan hasil baca yang tidak berubah-ubah selama pengukuran. Jarum voltmeter tidak bergerak-gerak ke kiri ke kanan di sekitar nilai tertentu , atau jika voltmeter digital, maka angka yang tampil pada alat ukur tidak berubah-ubah terus-menerus secara naik turun.

Jadi sebuah alat ukur yang baik harus memiliki *akurasi* yang baik sekaligus juga harus menghasilkan *presisi* tinggi. Sebuah alat ukur mungkin saja mempunyai presisi yang baik tetapi tidak akurat dan sebaliknya. Selain sebuah alat ukur perlu mempunyai akurasi dan presisi yang baik, perlu juga memiliki *sensitivitas* yang tinggi.

Apabila alat ukur mempunyai respons yang baik terhadap setiap perubahan kecil sinyal *input*/masukan sehingga *output* (hasil baca) mengikuti perubahan tersebut, maka alat dikatakan memiliki sensitivitas (*sensitivity*).

C. HASIL PENGUKURAN

Telah disepakati bahwa sebuah pengukuran akan selalu menghasilkan dan disertai dengan ketidakpastian. Ketidakpastian ini menyatakan seberapa besar simpangan hasil ukur dari nilai benar yang seharusnya. Apabila sebuah variabel fisis dinyatakan dengan x dan ketidakpastian pengukuran dengan Δx, maka hasil sebuah pengukuran variabel harus dituliskan dengan cara:

$$x = (x_{terbaik} \pm \Delta x) \quad \text{satuan} \tag{1.1}$$

$x_{terbaik}$ adalah hasil ukur yang terbaca pada alat. Jika kita melakukan pengukuran secara berulang-ulang untuk x, maka dari teori statistik $x_{terbaik}$ adalah rata-rata pengukuran yaitu:

$$x_{terbaik} = \overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} \tag{1.2}$$

Oleh karena itu, hasil pengukuran berulang sebuah variabel fisis dapat kita laporkan dengan cara:

$$x = (\bar{x} \pm \Delta x) \quad \text{satuan} \tag{1.3}$$

Melaporkan hasil pengukuran dengan cara ini disebut penulisan dalam bentuk *ralat mutlak* **(** Δx **).** Ketidakpastian mutlak seperti telah kita singgung sebelumnya, adalah berkaitan erat dengan *ketepatan* pengukuran, yaitu: *"Makin kecil ketidakpastian mutlak* (Δx) *yang dapat dicapai, maka makin tepat hasil pengukuran yang dilakukan".*

Pengukuran tegangan V = (10,50 ± 0,05) mV adalah pengukuran yang mempunyai ketepatan lebih tinggi daripada V = (10,5 ± 0,5) mV. Sering juga dalam sebuah pengukuran bahwa untuk melaporkan hasil akan lebih informatif jika kita menyatakan ketidakpastian dalam bentuk persentase. Dengan penulisan ini, maka selain pembaca dapat mengetahui hasil ukur terbaik yang Anda laporkan juga sekaligus pembaca dapat mengetahui kualitas dari pengukuran yang Anda lakukan. Penulisan dengan cara ini disebut dalam bentuk ralat relatif dan dinyatakan dengan

$$x = (\bar{x} \text{ satuan } \pm \frac{\Delta x}{\bar{x}}.100\%) \tag{1.4}$$

Contoh

Sebuah pengukuran panjang menghasilkan $x = (1,25 \pm 0,01)$ cm. Nyatakan hasilnya dalam bentuk ketidakpastian relatif!

Penyelesaian

$$\Delta x = \frac{0,01}{1,25}.100\% = 0,8\% = 1\% \quad \text{sehingga} \;\; x = (1,25 \text{ cm } \pm 1\%) \,.$$

Mengapa dibulatkan menjadi 1%?, Anda akan dapat mengetahui jawabannya pada ulasan selanjutnya.

Ketidakpastian relatif terkait erat dengan ketelitian pengukuran, yaitu dapat kita nyatakan bahwa semakin kecil ketidakpastian relatif, maka semakin tinggi ketelitian pengukuran tersebut.

Sebagai contoh, pada pengukuran tegangan dengan voltmeter dihasilkan V_1 = (5,00 ± 0,05) volt. Kemudian alat digunakan untuk mengukur tegangan yang lebih besar dihasilkan V_2 = (20,00 ± 0,05) volt. Kita lihat untuk kedua hasil, maka ketidakpastian mutlak adalah sama yaitu $\Delta V = 0{,}05$ volt. Namun demikian ketidakpastian relatifnya berbeda, yaitu masing-masing dengan $\Delta V_1\% = \dfrac{0{,}05}{5{,}00}.100\% = 1\%$ dan $\Delta V_2 = \dfrac{0{,}05}{20{,}00}.100\% = 0{,}25\%$.
Simpulan dari kedua hasil adalah bahwa pengukuran kedua lebih teliti dari pada pengukuran yang pertama sebab ketidakpastian relatifnya lebih kecil. Untuk dapat menghasilkan ketelitian yang sama maka untuk hasil pertama haruslah

$$\Delta V_1 = 0{,}25\%.V_1 = 0{,}25\%.5{,}00 = 0{,}0125 \text{ volt } = \frac{1}{80} \text{ volt}.$$

Jika ketidakpastian pengukuran di atas adalah ralat ½ skala terkecil, maka berarti skala terkecil alat ukur (voltmeter) yang Anda perlukan agar diperoleh ketelitian hasil yang sama dengan pengukuran V_2 adalah $\dfrac{1}{40}$ volt. Dengan kata lain Anda memerlukan alat ukur yang lebih teliti.

Aturan yang digunakan untuk melaporkan hasil pengukuran ini juga harus memperhatikan pernyataan berikut ini, yaitu Jika melaporkan hasil pengukuran besaran fisis, maka nilai terbaik $\overline{x}$ harus mempunyai jumlah digit di belakang tanda desimal (koma) yang sama dengan ketidakpastian Δx.

Sebagai contoh, sebuah pengukuran percepatan gravitasi bumi dilaporkan g = (9,80146 ± 0,00001) m/s^2. Mengapa demikian? Perhatikan contoh berikut. Misalkan kita mempunyai V_1 = 4,5 volt bila diukur dengan voltmeter dengan skala terkecil 1 volt, sedangkan yang lain V_2 = 4,50 volt dengan voltmeter skala terkecil 1 mV. Apakah kedua hasil menunjukkan ketelitian yang sama? Jelas tidak! Pengukuran V_1 = 4,5 volt memberi gambaran bahwa angka 4 adalah angka pasti karena skala terkecil 1 volt sedang angka 5 adalah angka yang meragukan karena alat tidak mempunyai skala kurang dari 1 volt. Oleh karena itu, dengan voltmeter pertama kita hanya diizinkan menampilkan hasil kita sampai 1 angka di belakang tanda desimal (satu angka yang paling meragukan). Sebaliknya hasil pengukuran kedua V_2 = 4,50 volt angka 4 dan 5 adalah angka pasti karena skala terkecil alat adalah 1 mV, sedang angka 0 adalah angka yang meragukan. Oleh karena itu, jumlah digit di belakang koma memberi informasi seberapa teliti sebuah pengukuran dapat dicapai. Banyaknya digit yang masih dapat dipercaya untuk menuliskan hasil pengukuran disebut angka penting (*significant figure*). Pada V_1 mengandung dua angka penting yaitu 4 dan 5 sedangkan pada V_2 mengandung tiga angka penting yaitu 4, 5 dan 0. Konsep angka penting ini akan kita pelajari lebih mendalam pada Kegiatan Praktikum 2 nantinya. Demikian juga telah disampaikan di atas bahwa ketidakpastian pengukuran juga memberi informasi sampai seberapa teliti pengukuran yang dilakukan. Oleh karena itu, sesuai aturan di atas, maka jumlah digit di belakang koma untuk x harus sama dengan Δx . Dengan demikian kita dapat mengambil simpulan bahwa: *Semakin tinggi ketelitian pengukuran, maka semakin banyak jumlah angka penting yang dapat kita ikut sertakan dalam melaporkan hasil.*

Cara lain untuk melaporkan hasil adalah dalam bentuk ketidakpastian relatif. Ketidakpastian $\frac{\Delta x}{\bar{x}}.100\% = 1\%$ berarti sebanding dengan ketidakpastian mutlak $\Delta x = 0,01.\bar{x}$. Oleh karena itu, jika sebuah pengukuran dinyatakan dengan x = ($\frac{22}{7}$ satuan ± 1%), maka artinya adalah x = (3,14285 …± 0,0314285..). Namun demikian 1% = 1/100 = 0,01 berarti ketelitian pengukuran hanyalah sampai dua angka di belakang tanda desimal. Oleh karena itu, x = ($\frac{22}{7}$ satuan ± 1%) = (3,14 ± 0,03) satuan. Penulisan ini sekaligus memenuhi aturan melaporkan hasil ukur di atas yaitu banyaknya angka di belakang koma haruslah sama. Sebaliknya dengan ketelitian 10% yaitu x = ($\frac{22}{7}$ satuan ±10%) maka berarti 10% = 10/100 = 0,1 hanya mengizinkan satu angka di belakang koma, yaitu x =(3,1 ± 0,3) satuan. Dengan demikian kita dapat mengambil simpulan berikut.

a. *Ketelitian 1% memberi hak untuk menuliskan sampai dua angka di belakang koma;*

b. *Ketelitian 10% memberi hak untuk menuliskan sampai satu angka di belakang koma;*
c. *Ketelitian 1% memberi hak untuk menuliskan sampai tiga angka di belakang koma*.

Simpulan ini sekaligus menerangkan mengapa pada contoh sebelumnya 0,8% dibulatkan menjadi 1%.

Contoh
Dari sebuah pengukuran diperoleh besarnya tahanan sebuah resistor adalah R =100 Ω ± 1%. Nyatakan hasil ini dalam bentuk ketidakpastian/ralat mutlak!

Penyelesaian

$$\Delta \mathrm{R} = \frac{\Delta \mathrm{R}}{R} \times 100\% = 1\% \;;$$

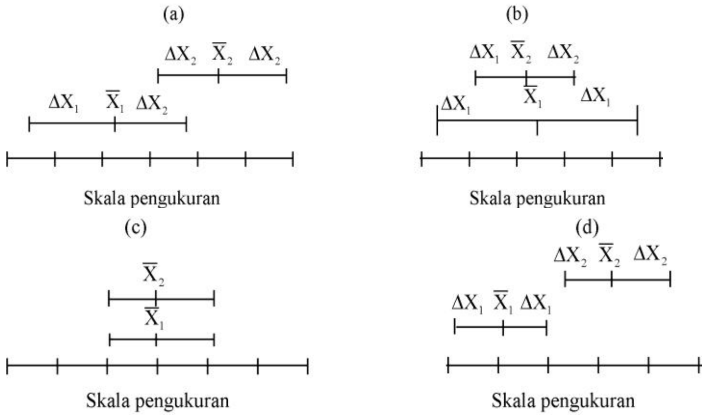
$$\frac{\Delta R}{R} = 0,01 \rightarrow \Delta R = 0,01\, R = 0,01 \times 100 = 1,00$$

Jadi R = (100,00 ± 1,00) Ω.

Pada contoh perhitungan di atas kita sudah melibatkan konsep pembulatan bilangan. Selanjutnya bagaimana hasil ukur Anda dapat dipercaya? Artinya apakah hasil Anda sudah cukup baik? Tujuan utama eksperimen harus melakukan pengukuran yang kemudian hasilnya dapat dibandingkan dengan nilai yang lain, baik standar atau bukan sebagai acuan. Untuk dapat menarik simpulan pada hasil pengukuran Anda, maka aturan-aturan berikut ini dapat diterapkan:

Dua buah hasil pengukuran dikatakan sesuai satu sama lain jika keduanya mempunyai interval ketidakpastian yang berimpit (overlap).

Kita dapat menyatakan empat buah kondisi dalam bentuk Gambar 1.1 berikut ini.



Gambar 1.1
Tumpang-tindih dua buah hasil pengukuran

Pada kasus kita ini, maka pengukuran (a), (b), (c), dikatakan sesuai, karena interval pengukuran antara pengukuran X_1 dengan ketidakpastian ΔX_1 dan X_2 dengan ketidakpastian ΔX_2 sebagai data pembanding, saling berimpit. Interval pengukuran (ketidakpastian) dinyatakan dalam $(\bar{X}+\Delta X)$ sampai $(\bar{X}-\Delta X)$. Tumpang-tindih (*overlap*) dapat bersifat total seperti gambar (c) atau parsial seperti (a),(b). Pada kasus (d) pengukuran tidak dapat diterima karena tidak ada kesesuaian antara hasil ukur X_1 dengan data pembanding X_2, yaitu tidak ada tumpang-tindih (*overlap*). Dalam hal ini untuk mengetahui ukuran penyimpangan jika kedua pengukuran berbeda (tumpang tindih parsial), maka dapat kita hitung besarnya diskrepansi (*discrepancy*) Z sebagai berikut.

Diskrepansi Z antara dua buah nilai besaran fisis yang sama
$\bar{X} \pm \Delta X$ *dan* $\bar{Y} \pm \Delta Y$ *, dengan Y sebagai acuan adalah*

$$Z = \left(\frac{\bar{X}-\bar{Y}}{\bar{Y}}\right)\cdot 100\% \qquad (1.5)$$

Oleh karena itu, bila diskrepansi hasil ukur sangat kecil, maka kita dapat mengambil simpulan bahwa hasil ukur kita sangat baik. Akurasi menggambarkan seberapa baik (kualitas) pengukuran kita terhadap pengukuran standar, sedangkan nilai diskrepansi menyatakan ukuran kuantitas dari pengukuran yang dilakukan.

Contoh
Dalam pengukuran tegangan, dua buah pengukuran menggunakan voltmeter yang berbeda menghasilkan V_1 = (60,1 ± 0,7) volt dan V_2 = (59,7 ± 0,9) volt. Berapakah diskrepansi Z jika V_1 dianggap sebagai acuan?

Penyelesaian

$$Z = \left|\frac{\bar{V}_2 - \bar{V}_1}{\bar{V}_1}\right| \cdot 100\% = \left|\frac{59{,}7\text{-}60{,}1}{60{,}1}\right| \cdot 100\% = 0{,}67\%$$

Kita lihat lebih detail di sini interval nilai V_2 adalah (58,8 sampai dengan 60,6) volt sedang V_1 adalah (59,4 sampai dengan 60,8) volt. Jadi kedua pengukuran berimpit atau sesuai. Dari sini, maka terlihat betapa pentingnya ralat/ketidakpastian. Diskrepansi 0,67% memperlihatkan hasil cukup baik.

Contoh
Sebuah resistor nilainya diketahui R_2 = (700 Ω ± 5%) kemudian diukur dengan suatu alat diperoleh R_1 = (690 Ω ± 5). Berapakah diskrepansi dari hasil pengukuran tersebut?

Penyelesaian

$$R_1 = 690 \pm 5 \quad \Omega$$

$$R_2 = (700\ \Omega \pm 5\%) \quad \text{(Pembanding/acuan)}$$

$$\text{Untuk } \mathrm{R}_2 : \frac{\Delta R_2}{R_2} \cdot 100\% = 5\% \quad \text{atau} \quad \Delta \mathrm{R}_2 = 0{,}05 \quad \mathrm{R}_2 = 0{,}05.700 = 35\ \Omega$$

$$R_2 = 700 \pm 35 \quad \Omega$$

Kita dapat menghitung besarnya diskrepansinya yaitu:

$$Z_R = \left|\frac{690\text{-}700}{700}\right| \cdot 100\% = \frac{10}{700} \cdot 100\% = 1{,}42\%$$

D. RALAT SISTEMATIS DAN RALAT ACAK

Sebelumnya kita telah membahas ketidakpastian pengukuran secara kuantitatif. Sekarang kita akan membahas tipe-tipe ralat dan sumber yang menyebabkan adanya ralat tersebut. Ralat/ketidakpastian selalu muncul dalam sebuah pengukuran. Ralat ini muncul baik karena keterbatasan alat ukur, yang berpengaruh pada presisi dan akurasi alat, atau juga karena kondisi lingkungan pengukuran yang kurang mendukung: misalnya pengamat yang melakukan pengukuran dalam keadaan kelelahan sehingga berakibat kurang tepatnya pembacaan. Secara umum faktor-faktor yang memberi kontribusi pada ralat/ketidakpastian dapat dikelompokkan dalam dua kelas ralat, yaitu: *Ralat Acak* (*Random Error*) dan *Ralat Sistematis* (*Systematic Error*).

Sesuai dengan namanya, tipe ralat acak ini terjadi secara acak (berfluktuasi secara statistik) pada hasil ukur. Nilai besaran fisis yang diukur bervariasi di sekitar nilai benar, menjadi lebih kecil atau lebih besar dari nilai benar tersebut. Artinya jika Anda melakukan pengukuran pada waktu dan tempat yang berbeda, pembacaan hasil ukur pada alat memperlihatkan lebih besar atau lebih kecil di sekitar nilai benar tersebut. Oleh karena itu, besarnya ralat ini biasanya cukup kecil. Ralat tipe ini dapat dikurangi pengaruhnya (bukan dihilangkan) dengan melakukan pengukuran secara berulang-ulang beberapa kali, sehingga kita dapat memperoleh rata-rata hasil pengukuran. Ralat acak umumnya bernilai kecil dan tidak dapat diperkirakan secara tepat berapa nilainya saat pengukuran dilakukan. Contoh dari ralat acak adalah karena sebab beberapa hal berikut.

1. Adanya *noise* dalam rangkaian listrik, mengakibatkan hasil ukur menjadi variatif. Efek suhu pada komponen alat, merupakan contoh noise yang muncul.
2. Cara pengamatan yang salah. Misalkan, Anda bersama beberapa mahasiswa yang lain berdiri di depan alat ukur lalu masing-masing diminta pendapatnya akan nilai besaran fisis yang sedang diukur. Karena faktor paralaks (posisi melihat tidak berada tepat di depan alat ukur), maka setiap mahasiswa akan mempunyai sudut pandang tertentu pada saat pembacaan, yang secara keseluruhan dalam kelompok menghasilkan ralat acak ini, karena nilai yang dilaporkan tidak sama satu sama lain.

3. Kondisi lingkungan pengukuran yang tidak mendukung. Misalnya, alat ukur sangat sensitif terhadap perubahan panas lingkungan, maka dapat memunculkan ralat ini, karena menyebabkan nilai baca bervariasi.
4. Efek latar. Pada pengukuran peluruhan radioaktif, maka efek latar berupa radiasi kosmik dapat menyebabkan pencacahan yang dilakukan alat pencacah bukan harga yang sebenarnya.

Sumber *ralat acak* cenderung membuat hasil sebuah pengukuran terdistribusikan secara acak di sekitar nilai benarnya. Pengertian acak di sini, kita tidak dapat memprediksi hasilnya apakah akan lebih kecil atau lebih besar dari nilai benar. Untuk mengurangi efek sumber ketidakpastian acak ini kita dapat melakukan pengambilan pengukuran secara berulang-ulang sehingga kita akan memperoleh nilai rata-rata berikut.

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \ldots.. + X_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N} \qquad (1.6)$$

Kalau ralat acak sifatnya muncul secara alamiah (tidak disengaja) dan sesuatu yang melekat (*inherent*) pada saat pengukuran, maka ralat sistematis dapat diprediksi bahkan dapat dihilangkan. Penyimpangan hasil ukur akibat ralat tipe ini biasanya terjadi secara konsisten dalam arah perubahan yang sama. Artinya hasil ukur akan selalu lebih kecil atau selalu lebih besar saat dilakukan pengukuran. Beberapa sumber ralat sistematis antara lain adalah:

1. Ralat Kalibrasi

Ralat ini berkaitan erat dengan kalibrasi alat ukur yang tidak benar saat dilakukan pengukuran. Misalnya jarum penunjuk alat ukur tidak pada titik nol saat alat tidak digunakan. Ralat jenis ini dapat dihilangkan dengan melakukan kalibrasi yang baik. Sebuah kalibrasi dapat menggunakan langkah-langkah seperti berikut.

a. Hasil ukur alat dibandingkan dengan referensi (standar), yang ada standar internasional. Bila ini tidak ada,
b. Hasil ukur dibandingkan dengan hasil ukur alat ukur lain yang dianggap lebih teliti. Bila ini tidak dapat dilakukan juga maka,
c. Hasil ukur dapat dibandingkan dengan hasil lain yang dapat digunakan sebagai acuan misalnya hasil perhitungan secara teoretik.

2. Sifat Nonlinear Alat Ukur

Jika alat ukur bekerja berdasarkan prinsip linearitas, maka efek nonlinearitas akan sangat berpengaruh.

3. Respon Waktu Alat Ukur

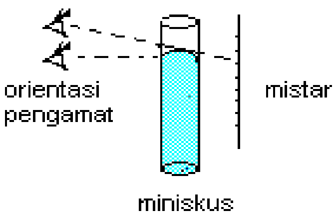
Bila alat ukur tidak memiliki respons yang baik maka hasil ukur dipengaruhi ralat sistematis ini. Artinya waktu yang diperlukan untuk merespons tidak selaras dengan hasil baca alat ukur.

4. Malfungsi Alat

Bila alat tidak bekerja dengan baik maka dapat memberi kontribusi adanya ralat sistematis. Malfungsi ini dapat disebabkan oleh alat yang sudah lelah (*fatigue*), misalnya pada pegas yang digunakan pada jarum penunjuk yang telah lama digunakan sehingga menjadi lembek. Atau karena adanya efek gesekan antarkomponen-komponen alat sehingga alat tidak lagi bekerja dengan baik.

5. Efek Paralaks

Sering kali seorang pengamat secara konsisten tidak melihat skala ukur dengan tepat (mata tidak tegak lurus pada skala baca) tetapi ada efek paralaks yang berpengaruh secara sistematik.



Gambar 1.2
Efek paralaks pada saat pengamatan

Cara terbaik untuk mengetahui adanya ralat sistematis atau tidak maka dapat dilakukan metode pengukuran dan penggunaan alat ukur yang berbeda-beda, kemudian baru kita analisis untuk memastikan kontribusi dari ralat sistematis. Selanjutnya dengan mengetahui kemungkinan ralat ini kita dapat mengupayakan pengukuran yang baik, yaitu meminimalkan adanya kontribusi ralat/ketidakpastian pengukuran.

KEGIATAN PRAKTIKUM 2

Pengolahan Hasil Pengukuran

Dalam sebuah eksperimen di mana tujuan pokoknya adalah melakukan pengukuran-pengukuran untuk memperoleh data, tentu saja langkah berikutnya setelah data tersebut di peroleh adalah mengerjakan pengolahan data. Pada tahap pengolahan data hasil pengukuran ini, dilakukan perhitungan-perhitungan yang melibatkan proses reduksi data (*data reduction*). Reduksi data di sini artinya dari banyak data yang diperoleh lewat pengukuran barangkali hanya memerlukan beberapa data akhir saja yang diperoleh melalui suatu perhitungan/rumus. Kemudian untuk dapat melaksanakan reduksi data dengan baik maka Anda harus memperhatikan ketidakpastian dari masing-masing variabel fisis yang terlibat (data), memperhatikan apakah perhitungan-perhitungan yang dilakukan sudah memenuhi kaidah-kaidah angka penting (*significant figure*), serta bagaimana ketidakpastian masing-masing variabel fisis diperhitungkan (perambatan ralat).

A. ATURAN MELAPORKAN HASIL UKUR

Pada Kegiatan Praktikum 1 kita telah mempelajari bahwa suatu hasil pengukuran x seharusnya dinyatakan beserta ketidakpastian yaitu $x = \bar{x} \pm \Delta x$ satuan dalam bentuk ralat mutlak, atau dapat juga dituliskan dengan $x = \bar{x}$ *satuan* $\pm$ % Δx dalam bentuk ralat relatif. Di mana $\bar{x}$ adalah nilai rata-rata besaran fisis dari sejumlah pengukuran ulang atau hasil pengukuran tunggal *terbaik* yang dapat kita peroleh, sedangkan Δx adalah ketidakpastian pengukuran yang menggambarkan simpangan hasil pengukuran kita dari nilai benar. Dalam hal ini untuk menyatakan baik $\bar{x}$ maupun Δx, terutama untuk besaran fisis yang tidak dapat diperoleh secara langsung tetapi misalnya diperoleh melalui perhitungan rumus, maka Anda perlu memperhatikan konsep angka penting (*significant figure*) dan metode perambatan ralat (*error propagation*). Mengapa demikian? Jawabannya adalah suatu hasil ukur yang kita tuliskan dengan $x = \bar{x} \pm \Delta x$, sekaligus menyatakan tingkat ketelitian alat ukur/hasil ukur. Sebagai contoh, jika Anda ingin menghitung nilai tahanan R dengan rumus hukum Ohm $R = V/I$

dengan masukan nilai V = (100 ± 1) volt dan I = (3,0 ± 0,1) A, maka dengan kalkulator Anda dapat menghitung bahwa R=33,3333333333 Ω sampai digit terakhir yang dapat ditampilkan oleh kalkulator. Apabila kita tuliskan hasilnya seperti itu tentu saja ini tidak logis karena ketelitian dari nilai tegangan (V) dan arus (I) itu sendiri tidak sampai 2 digit di belakang tanda koma. Oleh karena itu, penting sekali Anda mengetahui aturan untuk menuliskan suatu hasil ukur, yaitu:

1. Ketidakpastian pengukuran biasanya menyertakan hanya sampai satu angka yang paling meragukan di belakang tanda koma.
2. Angka penting paling akhir dari hasil seluruhnya biasanya mempunyai orde sama (dalam posisi desimal yang sama) dengan ketidakpastian.

Contoh

Tuliskanlah hasil sebuah pengukuran bila menghasilkan nilai terbaik 92,81 satuan dengan ketidakpastian:

a. 0,3 satuan.
b. 3 satuan
c. 30 satuan.

Penyelesaian

a. Menurut poin pertama aturan di atas ketidakpastian 0,3 berarti angka 3 adalah angka yang paling meragukan dan menurut poin dua seharusnya hasil dilaporkan dengan $x = (92,8 \pm 0,3)$ satuan.
b. Dengan cara yang sama diperoleh $x = (92,8 \pm 3)$ satuan.
c. Dengan cara yang sama diperoleh $x = (92,8 \pm 30)$ satuan.

B. ATURAN KONVERSI

Jika sebuah hasil pengukuran tidak menyertakan ketidakpastian, maka dimaknai bahwa untuk hasil ukur $\bar{x} = 1,27$ satuan misalnya, mengandung arti bahwa nilai x berada dalam interval $1,265 \leq x \leq 1,275$ satuan, yaitu $x = 1,270 \pm 0,005$ satuan.

Contoh

Sebuah pengukuran panjang menghasilkan nilai terbaik 27,6 cm. Apakah makna dari pengukuran hasil ini?

Penyelesaian

Interval dari hasil pengukuran tersebut kira-kira adalah $27,55 \le L \le 27,65$ cm yaitu nilai benar pengukuran berada dalam selang ini.

C. ANGKA PENTING

Berdasarkan hasil di atas maka untuk menghindari kekeliruan sebaiknya setiap menyatakan suatu hasil pengukuran jangan lupa untuk menyertakan nilai ketidakpastian pengukuran. Selanjutnya yang perlu diketahui adalah, apakah *angka penting* itu? Sebuah pengukuran akan menghasilkan hasil ukur dengan sejumlah digit tertentu. Banyaknya digit yang masih dapat dipercaya disebut dengan angka penting (*significant figure*). Berapa jumlah angka penting dalam setiap pengukuran? Jawabnya adalah tergantung pada presisi dari sebuah alat ukur. Makin tinggi ketepatan hasil pengukuran, maka makin banyak pula jumlah angka penting yang dapat dituliskan dalam melaporkan hasil ukur. Dalam menuliskan hasil ukur $x = \bar{x} \pm \Delta x$, maka angka yang dilaporkan seharusnya merupakan angka penting, sedang angka yang bukan angka penting perlu kiranya untuk dibuang. Berkaitan dengan konsep angka penting, maka ada aturan-aturan yang perlu diperhatikan yaitu:

1. Banyaknya angka penting dihitung dari kiri sampai angka paling kanan dengan mengabaikan tanda desimal.
2. Angka penting mencakup angka yang diketahui dengan pasti maupun satu angka pertama yang paling meragukan atau tidak pasti. Angka selanjutnya yang meragukan tidak perlu disertakan lagi dalam menuliskan hasil ukur.
3. Semua angka bukan nol adalah angka penting.
4. Angka nol di sebelah kiri angka bukan nol pertama paling kiri tidak termasuk angka penting.
5. Angka nol di antara angka bukan nol adalah termasuk angka penting.
6. Angka di ujung kanan dari suatu bilangan namun di kanan tanda koma adalah angka penting.

7. Angka nol di ujung kanan seluruh bilangan adalah angka penting, kecuali bila sebelum angka nol terdapat garis bawah.
8. Untuk menghindari kesalahan penafsiran sebaiknya untuk hasil ukur dengan jumlah digit banyak/besar sebaiknya dinyatakan dalam notasi ilmiah $x = \overline{x} \pm \Delta x\,.10^{n}$ satuan.

Contoh

Pengukuran panjang sebuah benda menggunakan alat dengan skala terkecil 1 mm, tunjukkanlah angka yang meragukan dari alat tersebut!

Penyelesaian

Skala terkecil alat adalah 1 mm sehingga angka yang meragukan adalah angka kedua setelah koma jika hasil ukur dinyatakan dalam cm sedang angka pasti adalah digit pertama setelah angka koma (sesuai skala terkecil alat). Oleh karena itu, sebuah pengukuran panjang untuk alat ukur dengan skala terkecil 1 mm, misalnya dinyatakan dengan: L = (15,25 ± 0,04) cm mempunyai empat buah angka penting yaitu 1, 5, 2 dan 5. Tidak dapat diterima jika kita menuliskan dengan L = (15,251 ± 0,035) cm, karena tidak sesuai dengan batas ketelitian alat.

D. ATURAN ANGKA PENTING UNTUK PERHITUNGAN

Pada contoh di atas 1, 5, 2 adalah angka pasti, sedangkan angka berikutnya 5 adalah angka yang meragukan. Namun demikian 15,25 adalah angka penting (empat buah digit) yang dapat digunakan untuk melaporkan hasil ukur. Selanjutnya, pertanyaan yang seharusnya diajukan adalah, bagaimana kita dapat menghitung banyaknya angka penting yang boleh kita sertakan untuk hasil perhitungan? Apabila kita ingin menghitung nilai suatu hambatan $R = \dfrac{V}{I}$ seperti pada kasus yang disampaikan di atas, di mana masing-masing V dan I diketahui jumlah angka pentingnya, bagaimana kita menuliskan hasil R?

Tidak semua besaran fisis dapat diukur langsung nilainya dengan alat ukur. Sering kita harus menghitung nilainya dari rumus. Sebagai contoh jika alat yang kita miliki voltmeter dan amperemeter, maka untuk mengetahui nilai tahanan R harus kita hitung terlebih dahulu dengan rumus menggunakan hukum Ohm $V=I.R$ yaitu $R=\frac{V}{I}$. Contoh lain yang lebih baik untuk menggambarkan pentingnya konsep angka penting adalah pengukuran luas bidang. Bila sebuah lingkaran dapat diukur diameternya menghasilkan d = 7,9 mm, berapakah luas lingkaran tersebut? Dengan rumus $A=\frac{\pi d^2}{4}$, jika dihitung dengan kalkulator menghasilkan A = 62,21138852 mm. Ada hal yang mengganggu di sini? Diameter d mempunyai dua buah angka penting sedangkan luas A mempunyai 10 buah angka penting dan ini tentu saja tidak betul. Oleh karena itu, diperlukan aturan berkaitan dengan cara menuliskan angka penting dari hasil perhitungan.

1. Pembagian dan Perkalian

Hasil hitung seharusnya mempunyai jumlah angka penting satu lebih banyak dari bilangan terkecil yang memuat angka yang masih dapat dipercaya.

Contoh

Bila $Z = X\ Y$ dengan X = 3,7 dan Y = 3,01 maka hitunglah harga Z!

Penyelesaian

$Z = X.Y$

3,7	(bilangan terkecil dengan dua angka penting)
3,01	(bilangan terbesar dengan tiga angka penting)
——— ×	
11,137	(lima angka penting)

Dengan aturan di atas, maka hasilnya akan mempunyai 2 + 1 = 3 angka penting. Hasilnya setelah dilakukan pembulatan adalah Z = 11,1.

2. Penjumlahan dan Pengurangan

Hasil hitung untuk penjumlahan dan pengurangan seharusnya mempunyai jumlah angka "desimal" yang sama dengan bilangan yang mengandung jumlah angka desimal paling sedikit.

Contoh

Bila $Z = X + Y$, untuk $X = 10{,}26$ dan $Y = 15{,}1$, maka carilah nilai Z tersebut!

Penyelesaian

$Z = X + Y$

10,26	(dua angka desimal)
15,1	(satu angka desimal)
+	
25,36	(dua angka desimal)

Dari hasil perhitungan ini, maka hasilnya dapat dinyatakan sebagai Z = 25,4 (setelah dibulatkan).

E. ATURAN PEMBULATAN ANGKA

Pada contoh di atas kita telah melakukan pembulatan supaya memenuhi aturan penulisan yang sesuai dengan aturan penulisan angka penting. Untuk dapat menerapkan pembulatan, maka aturan pembulatan angka ditetapkan sebagai berikut.

1. Bila pecahan/desimal $< \frac{1}{2}$, maka bilangan dibulatkan ke bawah,

   contoh 4,23 dapat dibulatkan menjadi 4,2.
2. Bila pecahan/desimal $> \frac{1}{2}$, maka bilangan dibulatkan ke atas,

   contoh 3,68 dapat dibulatkan menjadi 3,7.
3. Bila pecahan/desimal sama dengan $\frac{1}{2}$, maka bilangan tersebut dibulatkan ke atas jika bilangan di depannya ganjil, dan dibulatkan ke bawah jika bilangan di depannya genap.

Contoh:

12,75 dapat dibulatkan menjadi 12,8 sebab angka 7 bilangan ganjil,
12,65 dapat dibulatkan menjadi 12,6 sebab angka 6 bilangan genap.

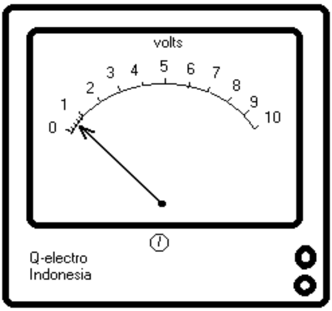
F. MEMPERKIRAKAN KETIDAKPASTIAN

Sampai sekarang kita belum sampai pada bagaimana cara menentukan ketidakpastian itu sendiri. Pada dasarnya ada dua cara untuk menentukan ketidakpastian, yaitu ralat untuk pengukuran langsung dan ralat untuk pengukuran tak langsung, yaitu untuk besaran fisis yang dihitung.

1. Ralat Pengukuran Langsung

Apabila nilai besaran fisis dapat diukur langsung, maka ketidakpastian hasil ukur dapat kita dapatkan dengan dua cara yaitu ketidakpastian ½ skala terkecil alat**,** dan ralat deviasi standar.

Sering karena keterbatasan waktu atau alat ukur, atau kita sudah yakin alat mempunyai akurasi yang sangat baik, maka kita hanya melakukan pengukuran sekali saja (pengukuran tunggal). Jika demikian kita dapat menaksir ralat berdasarkan ½ skala terkecil alat. Misalnya, voltmeter mempunyai skala terkecil 2 mV (lihat Gambar 1.3), maka Anda dapat mengambil besarnya ralat 1 mV, yaitu $\frac{1}{2}$.(2 mV). Jadi hasil ukur misalnya dinyatakan dengan $V = (6{,}1 \pm 1{,}0)$ mV.



Gambar 1.3
Pembacaan skala pada voltmeter dengan skala terkecil 2 mV

Untuk mengurangi kontribusi dari efek ralat acak kita biasanya melakukan pengukuran berulang-ulang. Ketidakpastian yang diperoleh jika kita merata-rata hasil ukur dalam teknik statistik disebut *deviasi standar*. Misalnya ada N buah pengukuran untuk besaran fisis $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_N$, maka rata-rata pengukuran yang kita anggap hasil ukur terbaik adalah

$$\bar{X} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i \qquad (1.7)$$

Ketidakpastian untuk metode ini adalah ralat deviasi standar dengan rumus:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \bar{X})}{(N-1)}} \tag{1.8}$$

Dengan ralat deviasi standar, maka hasil ukur dapat kita laporkan dengan:

$$X = \bar{X} \pm \hat{\sigma} \quad \text{satuan} \tag{1.9}$$

Rumus deviasi standar (1.8) secara statistik digunakan jika jumlah data cukup kecil yaitu kurang dari 20 buah titik data (20 buah pengukuran pengambilan data), sehingga rumus deviasi standar di atas disebut *deviasi standar sampel* (*sample standart deviation*). Kemudian jika kita dapat mengumpulkan data yang lebih banyak, maka kita dapat menggunakan deviasi standar biasa, yaitu:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N} \quad X_i - \bar{X} \quad ^2}{N}} \tag{1.10}$$

Persamaan (1.8) dan (1.10) dapat dinyatakan dalam bentuk lain yaitu,

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{N\left(\sum_{i=1}^{N} X_i^{\;2}\right) - \left(\sum_{i=1}^{N} X_i\right)^2}{N(N-1)}} \tag{1.11}$$

dan

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{N\left(\sum_{i=1}^{N} X_i^{\;2}\right) - \left(\sum_{i=1}^{N} X_i\right)^2}{N^2}} \tag{1.12}$$

Contoh

Sebuah pengukuran tegangan menghasilkan data-data sebagai berikut: 10,1 V; 10,2 V; 9,9 V; 10,0 V; 9,8 V; 9,7 V; 9,8 V; 10,5 V; 10,4 V. Hitunglah deviasi standar sampel tersebut!

Penyelesaian

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{9\left(\sum_{i=1}^{9} V_i^{\;2}\right) - \left(\sum_{i=1}^{9} V_i\right)^2}{9(9-1)}}$$

$\left(\sum_{i=1}^{9} V_i\right)$ = 10,1 + 10,2 + 9,9 + 10,0 + 9,8 + 9,7 + 9,8 + 10,5 + 10,4 = 90,4

$\left(\sum_{i=1}^{9} V_i\right)^2$ = 8172,16

$\left(\sum_{i=1}^{9} V_i^{\;2}\right)$ = $(10{,}1)^2 + (10{,}2)^2 + (9{,}9)^2 + (10{,}0)^2 + (9{,}8)^2 + (9{,}7)^2 + (9{,}8)^2 + (10{,}5)^2 + (10{,}4)^2$

= 102,01 + 104,04 + 98,01 + 100 + 96,04 + 94,09 + 96,04 + 110,25 + 108,16
= 908,64

Sehingga ketidakpastian pengukuran adalah $\hat{\sigma}$ = 0,3 volt. Hasil pengukuran selanjutnya dapat kita nyatakan dengan V = (10,0 ± 0,3) volt.

2. Ralat Pengukuran Tak Langsung

Sering kali kita perlu mengetahui nilai besaran fisis dari rumus yang ada, tidak dengan mengukur langsung. Bila cara ini yang ditempuh, maka ketidakpastian dapat diperoleh melalui metode perambatan ralat (*error propagation*). Jika $F = F(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$ adalah fungsi sembarang, dengan x_i adalah variabel fisis sembarang dalam fungsi F dengan ketidakpastian masing-masing Δx_i, maka ΔF dapat diperoleh dari salah satu dari tiga cara berikut.

a. Δx_i adalah ralat ½ skala terkecil alat maka ΔF

$$\Delta F = \left|\frac{\partial F}{\partial x_1}\right|\Delta x_1 + \left|\frac{\partial F}{\partial x_2}\right|\Delta x_2 + \left|\frac{\partial F}{\partial x_3}\right|\Delta x_3 + ... + \left|\frac{\partial F}{\partial x_n}\right|\Delta x_n \qquad (1.13)$$

Jadi ΔF adalah jumlah hasil kali diferensial parsial dan ketidakpastian untuk masing-masing variabel bebas dalam fungsi F.

Contoh

Bila V= ($V_0 \pm \Delta V_0$) volt, I = ($I_0 \pm \Delta I_0$) A, maka dengan tahanan R = V/I carilah ΔR ?

Penyelesaian

R= R(V,I); $\partial R/\partial V = I_0^{-1}$, $\partial R/\partial I = -V_0 I_0^{-2}$;

$$\Delta R = \left|\frac{\partial R}{\partial V}\right|\Delta V_0 + \left|\frac{\partial R}{\partial I}\right|\Delta I_0 = \frac{\Delta V_0}{I_0} + \frac{V_0 \Delta I_0}{I_0^{\ 2}}$$

Dapat kita sederhanakan menjadi $\Delta R = R\left(\frac{\Delta V_0}{V_0} + \frac{\Delta I_0}{I_0}\right)$ dengan R = V_0/I_0

b. Δx_i adalah ralat yang diperoleh dari deviasi standar

$$\Delta F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial X_1}\right)^2 \Delta X_1^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial X_2}\right)^2 \Delta X_2^2 + ... + \left(\frac{\partial F}{\partial X_n}\right)^2 \Delta X_n^{\ 2}} \qquad (1.14)$$

Contoh

Soal seperti contoh (a), bila ΔV_0 dan ΔI_0 adalah ralat deviasi standar, maka ΔR dapat dicari dengan cara:

$$\Delta R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial V}\right)^2 \Delta V_0^{\ 2} + \left(\frac{\partial R}{\partial I}\right)^2 \Delta I_0^{\ 2}}$$

Bila kita masukkan nilai diferensial dan menyederhanakannya, maka kita peroleh:

$$\Delta R = R\sqrt{\left(\frac{\Delta V_0}{V_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I_0}{I_0}\right)^2}$$

c. *F = F(x,y), X=* $\bar{X} \pm \Delta X$ *,* $Y = \bar{Y} \pm \nabla Y$ *dengan ΔX adalah ralat* $\frac{1}{2}$ *skala terkecil alat, ΔY adalah ralat deviasi standar, maka ΔF dapat dicari dengan:*

$$\Delta F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial X}\right)^2 \ \Delta X^{\ 2} \ \ 0,68^{\ 2} + \left(\frac{\partial F}{\partial Y}\right)^2 \ \Delta Y^{\ 2}} \qquad (1.15)$$

Contoh

Bila soal seperti contoh (a) kita kerjakan untuk ΔV_o ralat $\frac{1}{2}$ skala terkecil alat, ΔI_0 ralat dengan deviasi standar, maka

$$\Delta R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial X}\right)^2 \ 0,68^{\ 2} \ \ \Delta V_0^{\ 2} + \left(\frac{\partial R}{\partial I}\right)^2 \ \Delta I_0^{\ 2}} \ .$$

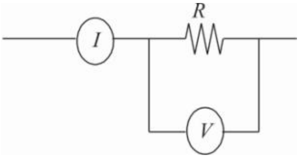
Jika disederhanakan, maka dapat kita nyatakan:

$$\Delta R = R\sqrt{\ 0,68^{\ 2}\left(\frac{\Delta\ V_0}{V_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\ I_0}{I_0}\right)^2}$$

G. SELEKSI METODE PENGUKURAN DAN INTEPRETASI GRAFIK

1. Seleksi Metode Pengukuran

Penerapan konsep ketidakpastian juga dapat digunakan untuk menyeleksi apakah suatu metode pengukuran baik digunakan atau harus menggunakan metode lain yang lebih baik. Ukuran baik di sini, tentu saja yang utama adalah menghasilkan ketidakpastian yang kecil. Kita tinjau kasus seperti penerapan hukum Ohm. Pada Gambar 1.4, suatu pengukuran besarnya daya disipasi dalam rangkaian.



Gambar 1.4
Pengukuran tegangan *V* yang melalui hambatan *R*

Misalnya untuk menelaah secara kuantitatif diberikan harga-harga R = 10 Ω ± 1%. V = 100% ± 1%, I = 10 A ± 1%. Pilihan untuk menghitung daya disipasi dapat ditempuh dengan menggunakan dua rumus yaitu:

(a) $P = \dfrac{V^2}{R}$ dan (b) $P = I\,V$

Marilah kita evaluasi untuk kasus (a) terlebih dahulu dengan semua ralat adalah ralat deviasi standar.

$$\frac{\partial P}{\partial V} = \frac{2V}{R}, \qquad \frac{\partial P}{\partial R} = \frac{-V^2}{R^2}, \qquad P = \frac{V^2}{R}$$

$$\Delta P = \left[\left(\frac{2V}{R}\right)^2 \ \Delta V\ ^2 + \left(\frac{-V^2}{R^2}\right)^2 \ \Delta R\ \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \left[4\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} = \left[4\ \ 0{,}01\ ^2 + \ 0{,}01\ ^2\right]^{\frac{1}{2}} = 2{,}236\%$$

Kasus kedua (b) dengan $P = I\,V$

$$\frac{\partial P}{\partial V} = I, \qquad \frac{\partial P}{\partial I} = V\ , \qquad \frac{\Delta P}{P} = \left[\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\ 0{,}01\ ^2 + \ 0{,}01\ ^2\right]^{\frac{1}{2}} = 1{,}414\ \%$$

Oleh karena itu, kita menyimpulkan bahwa metode kedua $P = I$ V lebih baik untuk menghitung besarnya daya disipasi daripada metode pertama.

2. Intepretasi Grafik dan Regresi Linear

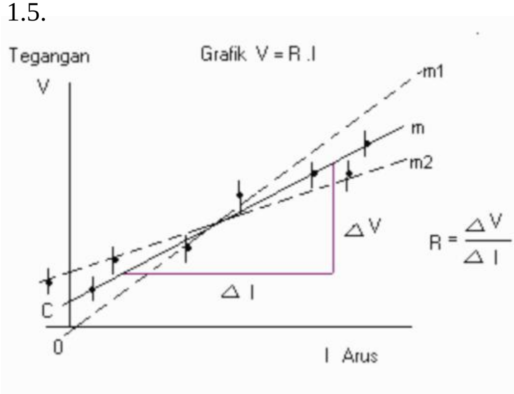
Sering kali kita dapat memperkirakan nilai besaran fisis dengan cara interpolasi atau ekstrapolasi data, terutama jika kita dapat menentukan hubungan linear antarvariabel. Hubungan linear dua variabel dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan linear yang dapat kita tentukan dengan menggunakan dua metode:

a. metode Titik Potong Garis Singgung (*slope- intercept methods*), dan
b. metode Regresi Linear (*Linear Regression*).

Dalam hal ini persamaan linear, yang kita inginkan adalah bentuk $y = mx + C$, dengan y adalah variabel tak bebas, x adalah variabel bebas, m adalah garis singgung, dan C adalah titik potong dengan sumbu y. Kita tinjau terlebih dahulu metode yang pertama.

a. Metode titik potong garis singgung

Untuk memudahkan pemahaman, kita tinjau langsung kurva tegangan – arus yaitu kurva I-V. Data-data pengukuran I dan tegangan V yang mempunyai korespondensi satu-satu kemudian kita plot dalam grafik seperti pada Gambar 1.5.



Gambar 1.5
Persamaan garis lurus untuk hukum Ohm , $V = R\ I$.

Dalam Gambar 1.5, I_1, I_2 , V_1, V_2 adalah titik sembarang pada grafik. Garis lurus ini kita perkirakan sendiri dengan membuat dari titik-titik data yang telah kita ukur. Bila kita mempunyai hubungan linear antara V dan I seperti pada hukum Ohm yaitu $V = IR$ maka slope $m = \frac{\Delta V}{\Delta I}$ tidak lain adalah tahanan R.

Untuk menentukan ΔR, dihitung dari penyimpangan garis atas $m_1 = \frac{\Delta V_1}{\Delta I_1}$, dan penyimpangan garis bawah $m_2 = \frac{\Delta V_2}{\Delta I_2}$. Jadi $\Delta m = \left|\frac{m_1 - m_2}{2}\right|$ yang tidak lain adalah ΔR sendiri. Dengan demikian harga R dapat dituliskan sebagai $R = (\bar{R} \pm \Delta R)$ satuan

Metode titik potong – garis singgung menuntut kita untuk harus menggambar terlebih dahulu grafik yang kita inginkan pada grafik millimeter blok. Perlu diperhatikan bahwa penggunaan millimeter blok dalam membuat grafik harus disesuaikan dengan menggunakan skala yang fleksibel.

b. *Metode regresi linear*

Untuk mendapatkan persamaan garis lurus $y = m\,x + C$, maka kita dapat menghitung dari rumus berikut.

$$m = \frac{N\sum Xi\;Yi - \sum Xi\;\sum Yi}{N\sum Xi^2 - \sum Xi\;^2} \qquad (1.16)$$

$$C = \frac{\sum Yi - m\sum Xi}{N} \qquad (1.17)$$

setelah kita mendapatkan persamaan $y = m\,x + C$, pertanyaan yang muncul adalah apakah persamaan yang kita peroleh adalah persamaan yang kita inginkan? Untuk mengujinya dapat kita hitung terlebih dahulu nilai koefisien regresi linier (r) yaitu:

$$r = \frac{N\sum Xi\;Yi - \sum Xi\;\sum Yi}{\left[N\sum Xi^2 - \sum Xi\;^2\right]\left[N\sum Yi^2 - \sum Yi\;^2 -\right]^{1/2}} \qquad (1.18)$$

Persamaan $y = mx + C$ adalah hasil yang sesuai dengan yang kita inginkan, jika r mendekati nilai $\pm$ 1, dengan $-1 \leq r \leq 1$. r adalah negatif bila garis singgung m negatif dan positif bila m positif. Bagaimana ketidakpastian untuk y, *slope* m dan titik potong C dapat diketahui? Kita dapat menghitung juga dengan cara berikut.

(a) Ketidakpastian untuk *y*: $\sigma_y^2 = \frac{1}{N}\sum_i (y_i - C - mx_i)^2$ (1.19)

(b) Ketidakpastian untuk *m*: $\sigma_m^2 = \frac{N\sigma_y^2}{N(\sum_i x_i^2) - (\sum_i x_i)^2}$ (1.20)

(c) Ketidakpastian untuk *C*: $\sigma_C^2 = \frac{\sigma_y^2 \sum_i x_i^2}{N(\sum_i x_i^2) - (\sum_i x_i)^2}$ (1.21)

Oleh sebab itu, metode regresi linear (*least square curve fit*) memberikan kepada kita estimasi nilai terbaik beserta ketidakpastiannya untuk *m*, *y*, dan *C*, yaitu:

$$y = y_{RG} \pm \sigma_y \;; \qquad m = m_{RG} \pm \sigma_m \;; \qquad C = C_{RG} \pm \sigma_C$$

dengan indeks bawah *RG* dimaksudkan bahwa nilai besaran dihitung dengan metode regresi linear.

Contoh

Sebuah percobaan untuk mengukur massa jenis (ρ) suatu benda dilakukan dengan metode regresi linear dengan data sebagai berikut.

No.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
m (*gr*)	4,93	9,62	14,99	21,02	24,89	29,77
V (*ml*)	5,01	10,05	15,00	20,02	25,00	30,05

Buatlah suatu desain dan hitunglah nilai massa jenis tersebut dari rumus regresi linear!

Penyelesaian

Kita buat terlebih dahulu persamaan yang kita inginkan, yaitu $y = ax + b$. Jadi, $V = (1/\rho)\ m$ dengan *m* adalah massa benda dalam *gr* dan *V* adalah volume benda dalam *ml*. Untuk mempermudah perhitungan dan pengolahan datanya, maka tabel data di atas dapat dilengkapi menjadi tabel berikut.

No	m (gr)	V (ml)	m^2	V^2	mV
1	4,93	5,01	24,30	25,10	24,70
2	9,62	10,05	92,54	101,00	96,68
3	14,99	15,00	224,70	225,00	224,85
4	21,02	20,02	441,84	400,80	420,82
5	24,89	25,00	619,51	625,00	622,25
6	29,77	30,05	886,25	903,00	894,59
Σ	105,22	105,13	2.289,15	2.279,91	2.283,89

Dengan rumus regresi linear ini diperoleh:

$$a = \frac{6\sum \mathrm{m_i}\ V_i - \sum m_i\ \sum V_i}{6\sum m_i^2 - \sum m_i^{\ 2}}$$

$$= \frac{6\ m_1V_1 + m_2V_{21} + \cdots + m_6V_6 - \left[m_1 + m_2 + \cdots + m_6\right]\left[V_1 + V_2 + \cdots + V_6\right]}{6\ m_1^2 + m_2^2 + \cdots m_6^2 - m_1 + m_2 + \cdots + m_6^{\ 2}}$$

$$= \frac{6(2279,91) - (105,22)(105.13)}{6(2289,15) - (105,22)^2}$$

$$= 0,98 \text{ ml/gr}$$

Dengan cara yang sama seperti menghitung a, maka diperoleh:

$$b = \frac{\sum V_i - a\ \sum m_i}{6} \qquad = 0,13$$

$$r = \frac{6\sum m_i\ V_i - \sum m_i\ \sum V_i}{\left[6\sum m_i^2 - \sum m_i^{\ 2}\right]\left[6\sum V_i^2 - \sum V_i^{\ 2} -\right]^{1/2}} \qquad = 0,999$$

$$\sigma_V^2 = \frac{1}{6}\sum_i (V_i - b - am_i)^2 = 0{,}22$$

$$\sigma_V = 0{,}46$$

$$\sigma_a^2 = \frac{6\sigma_V^2}{6(\sum_i m_i^2) - (\sum_i m_i)^2} = 0{,}001$$

$$\sigma_a = 0{,}02$$

$$\sigma_b^2 = \frac{\sigma_V^2 \sum_i m_i^2}{6(\sum_i m_i^2) - (\sum_i m_i)^2} = 0{,}017$$

$$\sigma_b = 0{,}13$$

Dari perhitungan di atas maka kita dapat menyimpulkan bahwa:
$a = 1/\rho$ atau $\rho = 1/a$
$\rho = 1/a = 1/0{,}98 = 1{,}02$ gr/ml

Sedangkan ketidakpastian ρ dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan (1.14), yaitu:

$$\sigma_\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial a}\right)^2 \sigma_a{}^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{a^2}\right)^2 \sigma_a{}^2} = \frac{\sigma_a}{a^2} = \frac{0{,}02}{(0{,}98)^2} = 0{,}02$$

Jadi besarnya massa jenis zat cair tersebut adalah: (1,02 ± 0,02) gr/ml.

KEGIATAN PRAKTIKUM 3

Pengukuran Besaran Turunan: Tekanan dan Massa Jenis

A. DASAR TEORI

Besaran turunan adalah suatu besaran fisis yang diturunkan dari beberapa besaran pokok. Tekanan dan massa jenis merupakan contoh besaran turunan sebab keduanya terbentuk dari beberapa besaran pokok. Tekanan merupakan hasil bagi antara gaya dengan luas permukaan, sedangkan massa jenis adalah massa persatuan volume.

1. Tekanan

Ada suatu perbedaan di dalam cara sebuah gaya permukaan bereaksi pada suatu benda yang padat maupun pada fluida (cair dan gas). Untuk suatu benda padat tidak ada batasan-batasan pada arah gaya yang demikian, akan tetetapi untuk suatu fluida yang diam, maka gaya permukaan haruslah selalu diarahkan tegak lurus kepada permukaan. Karena suatu fluida yang diam tidak dapat menahan sebuah gaya tangensial, lapisan-lapisan fluida tersebut akan meluncur di atas lapisan lainnya bila fluida tersebut dipengaruhi oleh sebuah gaya.

Masih ingatkah Anda pelajaran SMA tentang konsep tekanan? Seseorang tidak akan mampu memasukkan ibu jarinya masuk ke dalam meja kayu dengan cara menekan, akan tetapi Anda dapat menekan sebuah paku payung sehingga masuk ke dalam meja kayu tersebut. Sebaliknya, jika pisau dapur Anda tajam, maka Anda dapat mengiris daging dengan mudah. Akan tetapi, jika pisau Anda tumpul, maka akan sukar untuk mengiris daging tersebut. Mengapa hal tersebut dapat terjadi? Untuk menjelaskan kedua peristiwa di atas, kita harus memperhitungkan luas penampang bidang di mana gaya bekerja. Jika luas permukaan bidang kecil, maka gaya yang dikerjakan pada bidang itu akan lebih merusak bidang tersebut. Hal ini disebabkan gaya tersebut menghasilkan tekanan yang jauh lebih besar pada bidang yang luasnya kecil.

Jadi tekanan dapat didefinisikan sebagai gaya yang bekerja tegak lurus pada suatu bidang persatuan luas bidang tersebut, atau secara matematis ditulis menjadi,

$$p = \frac{F}{A} \tag{1.22}$$

di mana p adalah tekanan (N/m^2), F adalah gaya (N), dan A adalah luas permukaan bidang (m^2).
Apabila F yang dimaksudkan pada persamaan (1.22) adalah merupakan gaya berat, maka persamaan (1.22) dapat dinyatakan dalam bentuk lain, yaitu:

$$p = \frac{mg}{A} \tag{1.23}$$

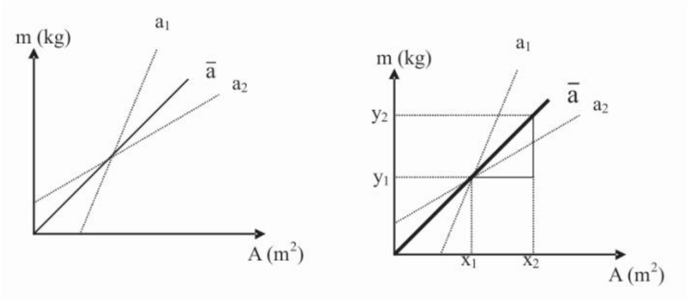
dengan m adalah massa benda (kg), dan g percepatan rata-rata gravitasi bumi (9,8 m/s^2).

Besarnya tekanan fluida pada suatu titik di dalam suatu wadah adalah konstan. Oleh sebab itu kita dapat menghitung besarnya tekanan zat cair pada suatu titik yang berada dalam suatu wadah dengan jalan mengubah persamaan (1.23) menjadi persamaan yang berbentuk linear y = ax +c, yaitu:

$$\begin{array}{ccc} m = & \dfrac{\overline{p}}{g} & A \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ y = & a & x + c \end{array} \tag{1.24}$$

a. *Menghitung tekanan p dengan metode grafik*

Setelah melakukan percobaan, kita akan memperoleh A (variabel bebas sebagai sumbu x), dan m (variabel terikat sebagai sumbu y), lalu semua data yang ada akan diplot pada suatu grafik di kertas milimeter blok berikut ini.

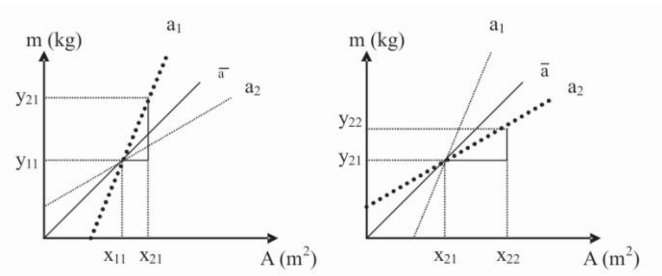


Gambar 1.6 Grafik m vs A   Gambar 1.7 Grafik mencari $\bar{a}$

Untuk menghitung $\bar{a}$, kita harus membuat slope pada garis $\bar{a}$ (Gambar 1.7), yaitu:

$$\bar{a} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \tag{1.25}$$

Sedangkan untuk menghitung a_1 dan a_2, kita juga harus membuat slope pada masing-masing a_1 dan a_2.



Gambar 1.8 Grafik mencari a_1 Gambar 1.9 Grafik mencari a_2

$$a_1 = \frac{\Delta y_1}{\Delta x_1} = \frac{y_{21} - y_{11}}{x_{21} - x_{11}} \quad \text{dan} \quad a_2 = \frac{\Delta y_2}{\Delta x_2} = \frac{y_{22} - y_{21}}{x_{22} - x_{21}} \tag{1.26}$$

Untuk menghitung besarnya p pada suatu titik dapat dicari dengan mensubstitusikan persamaan (1.25) ke dalam persamaan (1.24), yaitu:

$$\frac{\bar{p}}{g} = \bar{a} \quad \text{atau} \quad \bar{p} = \bar{a}\, g \tag{1.27}$$

sedangkan ketidakpastian p dapat dihitung dengan rumus

$$\Delta p = \left| \frac{p_1 - p_2}{2} \right|, \text{ di mana } \; p_1 = (a_1)(g) \; \text{ dan } \; p_2 = (a_2)(g) \tag{1.28}$$

Dengan demikian harga p pada suatu titik dalam zat cair dapat dinyatakan sebagai

$$p = (\bar{p} \pm \Delta p) \quad \text{satuan}$$

b. Menghitung tekanan p dengan metode regresi linear

Dengan menggunakan persamaan (1.16) sampai dengan persamaan (1.21) diperoleh bahwa:

$$\bar{p} = (a)(g) \quad \text{di mana} \quad a = \frac{N\sum A_i m_i - \sum A_i \sum m_i}{N\sum A_i^2 - \left(\sum A_i\right)^2} \tag{1.29}$$

dan

$$\sigma_p = \sigma_a \cdot g \quad \text{di mana} \quad \begin{cases} \bullet \quad \sigma_a^{\,2} = \dfrac{N\,(\sigma_m)^2}{N\sum A_i^2 - \left(\sum A_i\right)^2} \\ \bullet \quad \sigma_m^{\,2} = \dfrac{1}{N}\sum \left(m_i - (a)(A_i)\right)^2 \end{cases} \tag{1.30}$$

Dengan demikian harga p dengan metode regresi linear dapat dinyatakan sebagai

$$p = (\bar{p} \pm \sigma_p) \quad \text{satuan} \tag{1.31}$$

2. Massa Jenis

Massa jenis suatu benda, baik berupa padat, cair maupun gas ditentukan oleh besarnya perbandingan antara massa benda tersebut per satu satuan volume yang dikandungnya. Secara matematis dapat dituliskan

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{1.32}$$

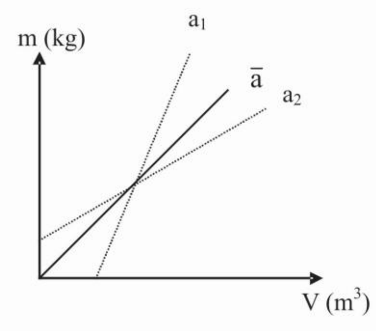
di mana ρ adalah massa jenis (kg/m^3), m massa benda (kg), dan V adalah volume benda (m^3).

Untuk menghitung besarnya massa jenis suatu benda melalui percobaan, maka persamaan (1.32) dapat diubah bentuknya menjadi suatu persamaan yang berbentuk linear, yaitu:

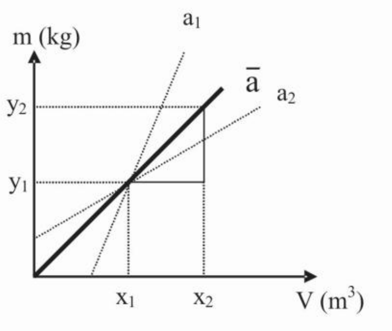
$$\begin{array}{ccc} m = & \rho & V \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ y = & a & x + c \end{array} \tag{1.33}$$

a. Menghitung massa jenis dengan metode grafik

Massa jenis suatu benda dapat dihitung dengan cara memplot grafik antara m versus V pada kertas grafik milimeter blok.



Gambar 1.10 Grafik m vs V

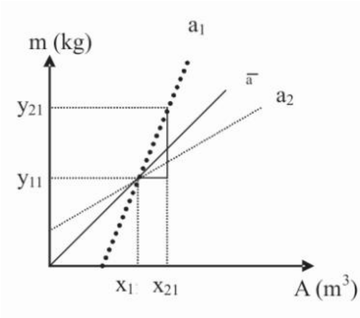


Gambar 1.11 Grafik mencari a

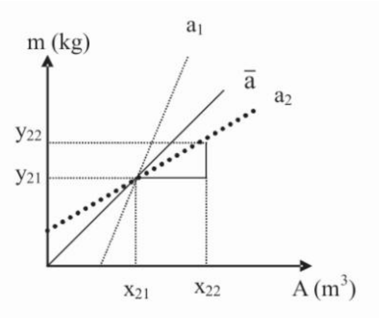
Besarnya massa jenis menurut persamaan (1.33) adalah

$$\bar{\rho} = \bar{a} \quad \text{di mana } \bar{a} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \tag{1.34}$$

Sedangkan untuk menghitung a_1 dan a_2, kita juga harus membuat slope pada masing-masing a_1 dan a_2.



Gambar 1.12 Grafik mencari a_1



Gambar 1.13 Grafik mencari a_2

$$a_1 = \frac{\Delta y_1}{\Delta x_1} = \frac{y_{21} - y_{11}}{x_{21} - x_{11}} \quad \text{dan} \quad a_2 = \frac{\Delta y_2}{\Delta x_2} = \frac{y_{22} - y_{21}}{x_{22} - x_{21}} \tag{1.35}$$

sedangkan ketidakpastian ρ dapat dihitung dengan rumus

$$\Delta\rho = \left|\frac{\rho_1 - \rho_2}{2}\right| \quad \text{dengan} \quad \rho_1 = a_1 \ \text{dan} \ \rho_2 = a_2 \tag{1.36}$$

Jadi besarnya massa jenis suatu benda dapat dinyatakan sebagai

$$\rho = \bar{\rho} \pm \Delta\rho \quad \text{satuan} \tag{1.37}$$

b. *Menghitung massa jenis dengan metode regresi linear*

Dengan menggunakan persamaan (1.16) sampai dengan persamaan (1.21) diperoleh bahwa:

$$\bar{\rho} = a \quad \text{di mana} \quad a = \frac{N\sum A_i m_i - \sum A_i \sum m_i}{N\sum A_i^2 - \sum A_i{}^2} \tag{1.29}$$

dan

$\sigma_\rho = \sigma_a$ di mana

- $$\sigma_a^{\,2} = \frac{N \left(\sigma_m\right)^2}{N\sum A_i^2 - \left(\sum A_i\right)^2} \qquad (1.30)$$
- $$\sigma_m^{\,2} = \frac{1}{N}\sum \left(m_i - a A_i\right)^2$$

Dengan demikian harga ρ dengan metode regresi linear dapat dinyatakan sebagai

$$\rho = \left(\bar{\rho} \pm \sigma_\rho\right) \text{ satuan} \qquad (1.31)$$

B. KEGIATAN PERCOBAAN

1. Tekanan

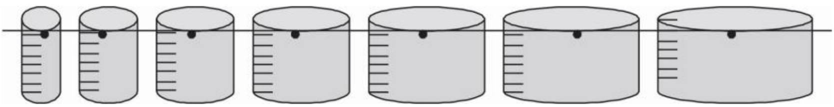
a. Tujuan Percobaan

Setelah melakukan percobaan dalam modul ini, Anda diharapkan mampu menghitung besarnya tekanan pada suatu titik di dalam zat cair.

b. Alat dan Bahan

1) gelas ukur dari berbagai ukuran (diameternya berbeda-beda)
2) mistar
3) timbangan
4) air secukupnya

c. Prosedur Percobaan



1) Ukurlah diameter tiap-tiap gelas ukur (minimal 7 buah dengan diameter yang berbeda-beda), catat hasilnya.
2) Timbanglah satu persatu semua gelas ukur yang ada, catat hasilnya.
3) Masukkan air ke dalam gelas ukur hingga semua gelas terisi penuh hingga sampai pada titik (•) yang ada (lihat gambar).
4) Timbanglah kembali masing-masing gelas ukur yang sudah berisi air. (Ingat: massa air = massa gelas ukur berisi air – massa gelas ukur pada saat kosong), catat hasilnya.

2. Massa Jenis

a. Tujuan Percobaan

Setelah melakukan percobaan dalam modul ini, Anda diharapkan mampu menghitung besarnya massa jenis suatu zat.

b. Alat dan Bahan

1) gelas ukur berukuran 100 ml 1 buah
2) air secukupnya
3) zat pewarna (misalnya; merah, biru, kuning, dan lain sebagainya)
4) neraca Ohauss.

c. Prosedur Percobaan

1) Timbanglah gelas ukur, catat hasilnya dengan baik.

2) Masukkan air (yang sudah diberi pewarna) sebesar 100 ml ke dalam gelas ukur, kemudian timbanglah gelas ukur tersebut. (massa air sama dengan massa gelas ukur berisi air dikurangi dengan massa gelas ukur tanpa air).
3) Lakukanlah hal yang sama seperti pada nomor (2) dengan volume air yang berbeda-beda yaitu: 200 ml, 300 ml, 400 ml, 500 ml, 600 ml, 700 ml, 800 ml, 900 ml, dan 1000 ml.
4) Lakukanlah hal yang sama seperti pada nomor (2) dan (3) untuk jenis air dengan warna yang lain.
5) Jika gelas ukur yang tersedia di tempat Anda adalah gelas ukur dengan ukuran yang lain (misalnya, 100 ml, 200 ml, 500 ml), maka sesuaikanlah percobaan Anda dengan volume air yang berbeda-beda menurut kebutuhan.

Pertanyaan

1. Jelaskan faktor-faktor yang mempengaruhi besarnya tekanan!
2. Mengapa jika kita tertusuk paku yang ujungnya runcing akan terasa lebih sakit dibandingkan dengan tusukan paku yang ujungnya tumpul? Jelaskan!
3. Jika diperoleh data sebagai berikut: g = 10 m/s2, m = (1,8 ± 0,1) kg, dan A = (4,85 0,01). 10-3 m2, maka hitunglah besarnya tekanan berikut ketidakpastiannya!
4. Jelaskan hubungan antara massa jenis dengan massa, volume, dan ketinggian!
5. Bandingkanlah harga ρ melalui metode grafik dan harga ρ melalui metode regresi linear. Metode mana yang menghasilkan harga ρ yang lebih teliti? Mengapa demikian?

FORMAT LEMBAR KERJA PRAKTIKUM
MODUL 1/KETIDAKPASTIAN DAN PENGUKURAN

Nama : ....
NIM : ....
UPBJJ-UT : ....
Tempat Praktikum : ....
Tanggal Percobaan : ....

Kegiatan Praktikum:

I. Tekanan

Hasil Pengamatan

No	Diameter gelas ukur d (m)	Luas penampang gelas ukur $A = \pi d^2$ (m^2)	Massa gelas ukur tanpa air m_0 (kg)	Massa gelas ukur berisi air m_1 (kg)	Massa air $m = m_1 - m_0$ (kg)
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					

II. Massa Jenis

a. Hasil Pengamatan

Massa gelas ukur tanpa berisi air m_0 = ……… kg

No	Volume air V (ml)	Massa gelas ukur berisi air m_1 (kg)	Massa air $m = m_1 - m_0$	Ket
1	100			
2	200			
3	300			
4	400			
5	500			
6	500			
7	700			

Daftar Pustaka

Bevington, P. R. (1969). Data *Reduction and erro analysis for the physical sciences*. New York: McGraw-Hill Book Company.

Buckla, D., Mc Lanchlan, W. (1992). *Applied Electronics Instrumentation and Measurement*. Macmillan Publishing Comp.

Fajar P. dkk. (2000). *BMP: Alat Ukur Listrik*. Jakarta: Pusat Penerbitan Univeritas Terbuka.

Halliday, R. (1990). *Fisika 1* (Terjemahan Pantur Silaban). Jakarta: Penerbit Erlangga.

Halman, J.P. (1999). *Experimental Methods For Engineers*. Mc-Graw Hill International Edition.

Module Phys-120. (2000). *Department of Physics*. Kulee University.

Nur Azman, dkk. (1983). *Penuntun Praktikum Fisika Dasar.* Sinar Wijaya.

Les Kirkup. (1999). *Experimental Methods*, John Wiley.

Suparno S., dkk. (2001). *Panduan Praktikum Fisika III*. Jakarta: Pusat Penerbitan Universitas Terbuka.