MODUL 1

Teori Relativitas Khusus I

Dra. Heni R., M.Si.
Arianto, S.Si., M.Si.

PENDAHULUAN

Modul pertama pada mata kuliah Teori Relativitas ini berisikan materi-materi yang terdiri dari kecepatan relatif, kerangka acuan dan sistem koordinat, prinsip relativitas klasik, transformasi Galileo, eksperimen aberasi Bradley, eksperimen Fizeau serta eksperimen Michelson-Morley.

Oleh karena itu, setelah Anda mempelajari Modul 1 ini diharapkan dapat:

1. menghitung besaran dalam kecepatan relatif;
2. menjelaskan kerangka acuan dan sistem koordinat;
3. menjelaskan rumusan-rumusan prinsip relativitas klasik;
4. menjelaskan transformasi Galileo;
5. menghitung besaran dalam transformasi Galileo untuk kecepatan;
6. menghitung besaran dalam transformasi Galileo untuk percepatan;
7. menghitung besaran dalam eksperimen aberasi Bradley;
8. menghitung besaran dalam eksperimen Fizeau;
9. menghitung besaran dalam eksperimen Michelson-Morley.

Agar Anda berhasil dengan baik dalam mempelajari setiap modul, sebaiknya ikutilah petunjuk belajar berikut.

1. Bacalah dengan cermat bagian pendahuluan, sampai Anda memahami betul apa, untuk apa, dan tujuan apa yang hendak dicapai pada modul ini.
2. Baca sepintas isi garis besar modul ini, kemudian baca dan pahami secara lebih cermat uraian dari setiap kegiatan belajar.
3. Bila ada penjelasan yang dirasa kurang, Anda dapat membaca dari sumber-sumber lain seperti tertera dalam referensi pada modul ini.
4. Kerjakanlah tugas-tugas latihan serta tes formatif dari setiap kegiatan belajar.

KEGIATAN BELAJAR 1

Kecepatan Relatif, Kerangka Acuan dan Prinsip Relativitas Klasik

A. KECEPATAN RELATIF

Pada sekolah menengah kita telah mempelajari bagaimana menjumlahkan vektor-vektor yang dapat membantu kita untuk menggambarkan gerak proyektil dan gerak melingkar. Gerak dari sebuah proyektil dapat digambarkan melalui penjumlahan vektor kecepatan, sedangkan pada gerak melingkar kita menemui pengurangan vektor kecepatan dan penjumlahan vektor percepatan. Penjumlahan vektor secara khusus digunakan dalam menentukan apa yang diketahui sebagai posisi dan kecepatan relatif. Mulai saat ini dan seterusnya dalam setiap pembahasan teori relativitas kita akan menggunakan bahwa semua kecepatan adalah ”relatif”. Oleh karena pada kenyataannya semua besaran-besaran vektor adalah relatif terhadap sistem koordinat di mana besaran-besaran vektor tersebut diamati dan diukur.

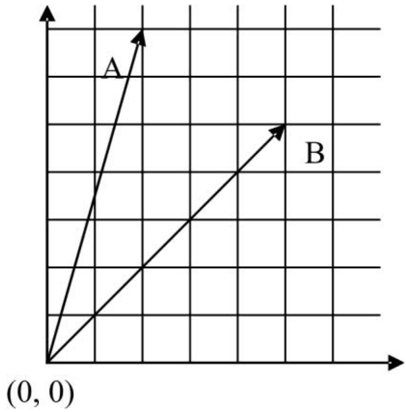
Dalam menentukan koordinat dari benda-benda yang bergerak atau diam terhadap benda lainnya, kita harus menyatakan di mana letaknya (atau kedudukannya) dan pada saat waktu kapan objek itu berada. Untuk mengetahui di mana kedudukan sebuah objek kita harus mengukur posisi relatifnya terhadap sesuatu. Maka, kita memerlukan titik acuan di mana kita dapat mendefinisikan posisi dari objek tersebut. Pertama kita memilih sebuah titik yang dinamakan dengan *titik asal koordinat*, selanjutnya kita menentukan posisi dari objek tersebut dari titik ini. Misalnya, posisi objek adalah berjarak x ke arah Barat, berjarak y ke arah Selatan dan berjarak z ke arah Utara diukur dari titik asal. Kita juga membutuhkan sebuah jam sedemikian sehingga kita dapat menentukan pada waktu t kapan objek berada pada posisi tersebut.

Sebagai contoh, bagaimana kita menghitung kedudukan relatif dari benda A dan B yang diberikan oleh Gambar 1.1. Maka jika kita memilih (0,0) sebagai titik asal koordinat,

1. posisi A relatif terhadap titik asal adalah $(x, y) = (2, 7)$
2. posisi B relatif terhadap titik asal adalah $(x, y) = (5, 5)$

3. posisi A relatif terhadap B adalah (x, y) = (-3, 2)
4. posisi B relatif terhadap A adalah (x, y) = (3, -2)

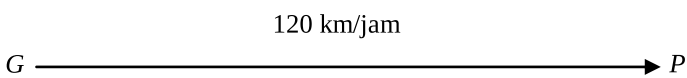
Jadi, posisi dari sebuah objek bergantung pada posisi objek yang lain, posisinya adalah relatif.



Gambar 1.1.
Menentukan kedudukan relatif

Oleh karena posisi adalah besaran-besaran relatif maka turunan waktu dari besaran ini, yaitu kecepatan juga merupakan besaran relatif. Kecepatan relatif biasanya digunakan untuk menyatakan sebuah kecepatan yang diukur relatif terhadap sebuah sistem koordinat. Sistem koordinat dari kecepatan itu sendiri, bergerak relatif terhadap suatu sistem koordinat tetap. Kita akan membahas sistem koordinat lebih jauh pada subpokok bahasan setelah ini.

Misalkan sebuah kendaraan patroli mengejar pada kecepatan 120 km/jam sebuah mobil yang melaju di jalan raya 100 km/jam. Vektor kecepatan untuk polisi yang berada di dalam kendaraan patroli (P) relatif terhadap tanah (G) akan tampak sebagai berikut.



Vektor kecepatan dari orang di dalam mobil yang dikejar (*C*), berada dalam mobilnya, relatif terhadap tanah.

$$G \xrightarrow{\text{100 km/jam}} C$$

Dan bila kita gabungkan keduanya kecepatan relatif terhadap tanah:

$$\xrightarrow{\text{120 km/jam}} P$$

$$G \xrightarrow[\text{100 km/jam}]{} C$$

Oleh karena itu, vektor kecepatan dari kendaraan patroli relatif terhadap mobil akan tampak:

$$C \xrightarrow{\text{20 km/jam}} P$$

Dengan kata lain, kendaraan patroli mendekati mobil dengan laju 20 km/jam. Atau orang yang berada di dalam mobil bila dia melihat melalui cermin mobilnya, akan tampak polisi mendekati dirinya. Sebaliknya, polisi melihat orang itu datang ke arahnya dengan laju 20 km/jam. Vektor untuk mobil relatif terhadap kendaraan patroli adalah:

$$C \xleftarrow{\text{20 km/jam}} P$$

Contoh ini memberikan gambaran suatu cara untuk menyelesaikan permasalahan kecepatan relatif:

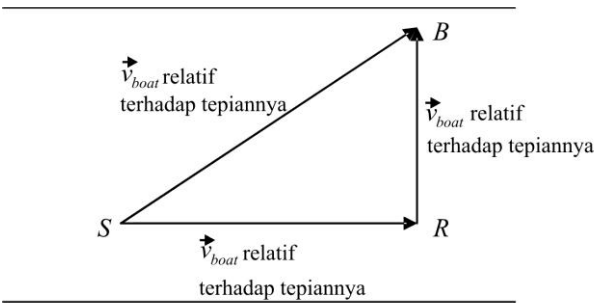
1. Perlakukan besaran-besaran vektor dengan benar.
2. Gambar masing-masing vektor dengan skala yang sesuai, nyatakan objek yang bergerak pada ujung anak panah dan objek ini bergerak relatif terhadap apa, nyatakan pada titik pangkalnya.
3. Titik pangkal dan ujung dari vektor yang diberikan, menentukan titik-titik dalam sebuah ruang vektor (contoh ruang vektor adalah ruang vektor kecepatan).

4. Lukiskan vektor-vektor di antara titik-titik dalam ruang vektor untuk menentukan suatu kecepatan relatif.

Misalnya, kita meninjau sebuah boat (*B*) dikayuh menyeberangi suatu aliran sungai (*R*), akan bergerak secara diagonal relatif terhadap tepian dari sungai (*S*) seperti ditunjukkan pada Gambar 1.2. Kita meninjau boat bergerak tegak lurus dengan sungai, sedangkan air sungai bergerak sejajar dengan tepian sungai. Bagi seseorang yang melihat boat dari tepi sungai, boat akan bergerak diagonal, yaitu jumlah vektor dari dua buah gerak yang tegak lurus.

Besarnya kecepatan boat $\vec{v}_{boat}$ relatif terhadap tepian sungai adalah:

$$v_{boat\,relatif\,terhdap\,tepi} = \sqrt{v^2_{boat\,relatif\,terhadap\,sungai} + v^2_{sungai\,relatif\,terhadap\,tepi}} \qquad (1.1)$$



Gambar 1.2.
Dua buah gerak saling tegak lurus–boat bergerak relatif terhadap sungai dan sungai relatif terhadap tepi, menghasilkan sebuah perpindahan diagonal relatif terhadap tepian sungai.

Perlu dipahami, dalam membuat suatu diagram vektor untuk kasus-kasus seperti di atas, Anda harus membuat kerja Anda lebih mudah dengan memilih sumbu-sumbu sejajar, misalnya sumbu sejajar dengan salah satu dari vektor.

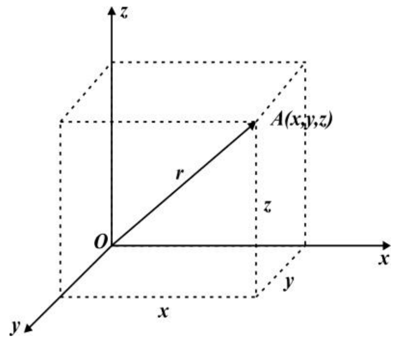
B. SISTEM KOORDINAT

Pada subpokok bahasan kecepatan relatif, kita mendapatkan bahwa hasil dari sebuah pengukuran kecepatan bergantung pada hubungannya dengan objek yang memiliki kecepatan yang juga kita ukur. Seperti pada contoh sebelumnya, ketika kita duduk di dalam sebuah boat yang berada di atas aliran air sungai, kita hanya mengukur kecepatan boat relatif terhadap sungai. Sedangkan bagi seorang pengamat yang berada di pinggir sungai akan mengukur kecepatan yang berbeda.

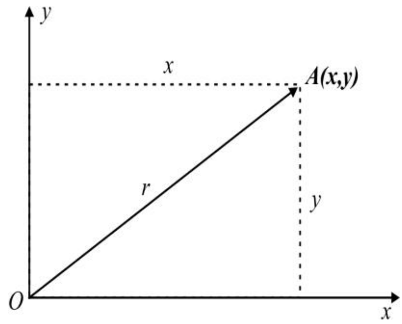
Bagaimanakah kita dapat menggambarkan gerak dari suatu objek seperti itu? Ada suatu gagasan geometri, bagaimana kita dapat lebih mudah memahami gerak dari suatu objek yang relatif terhadap objek lainnya, yaitu *sistem koordinat*. Koordinat berhubungan dengan sejumlah besaran yang menyatakan letak atau kedudukan objek, biasanya sebuah titik dalam ruang yang ditinjau relatif terhadap satu kerangka pengamatan. Misalnya, Anda berada pada sebuah ruangan. Bagaimana Anda menyatakan kedudukan atau letak objek dalam ruang tersebut? Tentu saja cara menyatakannya dapat bermacam-macam, bergantung pada cara kita memandangnya. Seorang pengamat mungkin cenderung menentukannya dengan menggunakan alat ukur seperti mistar atau busur derajat. Namun, cara ini bukanlah satu-satunya untuk menentukan kedudukan objek dalam ruang. Berbagai persoalan geometri dapat dipelajari dengan menggunakan metode pengukuran langsung atau metode aljabar. Telaah geometri dengan metode aljabar kemudian dinamakan geometri koordinat atau geometri analisis.

Sistem koordinat pertama kali diperkenalkan oleh Descartes, yaitu sebuah sistem koordinat rektangular. Sebagaimana telah kita ketahui, sistem koordinat ini terdiri dari tiga buah sumbu x, y, dan z yang berpotongan di titik asal koordinat saling tegak lurus. Dalam sistem koordinat rektangular ini, kedudukan dari setiap titik dalam ruang didefinisikan dengan tiga buah panjang, yaitu dengan tiga buah titik koordinat x, y, dan z. Pada Gambar 1.3a. kedudukan dari titik $A(x, y, z)$ yang ditunjukkan dalam ruang berhubungan dengan titik asal dan dari gambar tersebut kita dapat melihat bahwa

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2 . \tag{1.2}$$



Gambar 1.3a. Kedudukan titik A Pada sistem koordinat rektangular



Gambar 1.3b. Kedudukan titik A dalam bidang xy

Pada Gambar 1.3b. memperlihatkan kedudukan dari suatu titik $A(x, y)$ dalam bidang-*xy*, dan dalam kasus ini kita mendapatkan hubungan,

$$r^2 = x^2 + y^2 . \tag{1.3}$$

Jika titik *A* terletak pada salah satu sumbu dari sistem koordinat, misalnya pada sumbu-*x* maka $r^2 = x^2$, yaitu $r = x$. Di samping sistem koordinat yang disebutkan di atas, ada sistem koordinat lain seperti polar, silinder, bola. Namun, sistem koordinat ini tidak begitu penting dalam pembahasan selanjutnya.

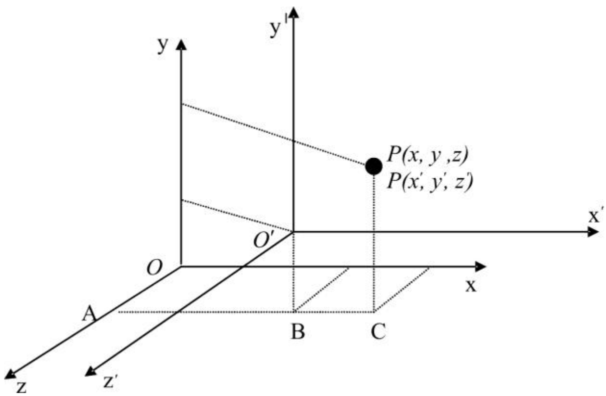
Sistem koordinat, di samping membuat kemungkinan untuk mendefinisikan kedudukan dari sebuah benda dalam ruang, juga membuat kita lebih mudah untuk mempelajari gerak benda dalam ruang. Titik asal dari sistem koordinat dihubungkan dengan suatu titik acuan atau benda acuan. Sebagai contoh, ketika mempelajari gerak bumi mengelilingi matahari, titik asal yang diambil adalah pusat dari matahari. Seorang penumpang berada di atas kapal laut, kedudukannya masih berhubungan dengan kapal, namun bersama-sama dengan kapal yang bergerak akan berhubungan dengan pantai. Jika sistem koordinat kita berikan terhadap kapal maka penumpang akan diam terhadap sistem koordinat yang diberikan. Akan tetapi, di pihak lain jika kita menghubungkan sistem koordinat ke suatu titik yang berada di pantai maka penumpang akan bergerak dalam sistem koordinat baru tersebut.

Jadi penumpang dapat diam atau bergerak bergantung pada benda acuan (sistem koordinat) yang kita gunakan untuk mendefinisikan keadaan geraknya. Dengan cara ini sifat relatif dari suatu gerak dapat kita mengerti. Pada kenyataannya, setiap gerak adalah relatif, sebagaimana telah kita pelajari sebelumnya.

Teori relativitas sangat erat kaitannya dengan suatu transformasi koordinat, seperti transformasi koordinat Galileo atau transformasi koordinat Lorentz. Dalam transformasi tersebut dan dalam teori relativitas digunakan dua sistem koordinat. Salah satu dari keduanya adalah diam dan yang lain bergerak secara *uniform* dan bertranslasi relatif dengan yang pertama. Berikut ini kita akan mempelajari bagaimana mentransformasikan dua sistem koordinat.

Misalkan, sistem koordinat yang pertama adalah S dan sistem koordinat yang kedua adalah S′. Pada $t = t' = 0$, sistem koordinat S memiliki titik asal *O* dan sistem koordinat S′ dengan titik asal *O'* yang berjarak x_0, y_0, dan z_0 relatif terhadap sumbu-*x*, - y dan –z dari sistem koordinat S. Koordinat-koordinat dari sebuah titik *P* terhadap S diberikan oleh koordinat $P(x, y, z)$ dan koordinat titik yang sama terhadap S′ diberikan oleh koordinat $P(x', y', z')$. Lihat Gambar 1.4. Kita ingin menentukan koordinat x', y' dan z' dari S′ dalam ungkapan koordinat *x*, *y* dan *z* dari S. Pertama kita tinjau koordinat yang sejajar sumbu-x dan x′. Maka

$$x' = \overline{BC} = \overline{AC} - \overline{AB} = x - x_0$$



Gambar 1.4.
Dua buah sistem koordinat S dan S′ diam relatif satu dengan lain

Dengan cara yang sama juga akan diperoleh

$$y' = y - y_0$$
$$z' = z - z_0$$

Sehingga koordinat dari suatu titik P dalam dua kerangka acuan dihubungkan oleh persamaan

$$\begin{aligned} x' &= x - x_0 \\ y' &= y - y_0 \\ z' &= z - z_0 \end{aligned} \tag{1.4}$$

Dalam bentuk singkat persamaan di atas dapat ditulis kembali menjadi

$$\vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{r}_0 , \tag{1.5}$$

dengan $\vec{r}\,'$ adalah vektor dengan komponen (x', y', z'), $\vec{r}$ adalah (x, y, z) dan $\vec{r}_0$ adalah (x_0, y_0, z_0).

Dalam suatu kerangka acuan, setiap koordinat dari sebuah titik dapat negatif. Koordinat (x, y, z) dari titik asal O' dalam S adalah (x_0, y_0, z_0), sedangkan koordinat (x', y', z') dari titik asal O dalam S' adalah $(-x_0, -y_0, -z_0)$. Hal ini mudah diperoleh dari persamaan (1.4) dengan mengambil $x = 0$, $y = 0$ dan $z = 0$ karena titik asal dari S adalah $O(x = 0, y = 0, z = 0)$.

Jadi, hubungan antara dua buah sistem koordinat secara lengkap dapat ditentukan bila koordinat-koordinat dari suatu titik yang diberikan terhadap sistem koordinat yang lain diketahui sebagai fungsi dari koordinatnya terhadap sistem koordinat yang lain. Dalam Gambar 1.4, kita melukiskan dua sistem koordinat dalam diagram standar, artinya masing-masing sumbu dari S dan S' adalah sejajar. Kita dapat juga menyatakan dalam kasus yang lebih umum, koordinat dari sebuah titik P dalam dua sistem koordinat yang sumbu-sumbunya tidak sejajar. Maka, x', y' dan z' dapat dihubungkan dengan x, y dan z melalui persamaan transformasi:

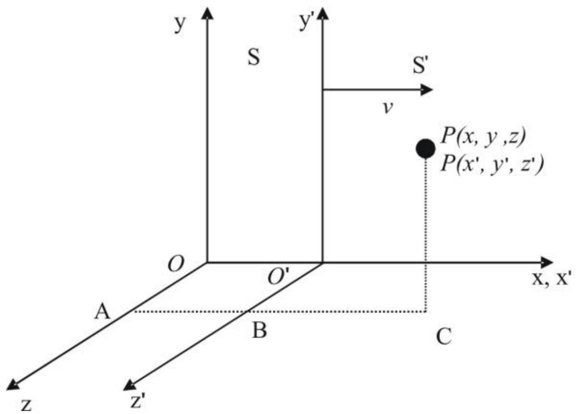
$$\begin{aligned} x' &= A_{11}x + A_{12}y + A_{13}z + x_0 \\ y' &= A_{21}x + A_{22}y + A_{23}z + y_0 \\ z' &= A_{31}x + A_{32}y + A_{33}z + z_0 \end{aligned} \tag{1.6}$$

di sini (x_0, y_0, z_0) adalah koordinat-koordinat dari titik asal S' terhadap S. Konstanta A_{11}, A_{12}, A_{21} dan seterusnya adalah cosinus sudut antara sumbu S dan sumbu S'. Misalnya, A_{11} adalah sudut antara sumbu-x dan sumbu-x', A_{32} adalah sudut antara sumbu-y dan sumbu-y' dan seterusnya.

C. KERANGKA ACUAN YANG BERGERAK TRANSLASI

Sekarang kita asumsikan bahwa kerangka acuan S' tidak diam relatif terhadap S namun bergerak dengan laju tetap. Kerangka acuan S' bergerak dengan laju tetap *v* searah sumbu-x. Kita asumsikan sumbu-x dan sumbu-x' berhimpit dan sumbu-sumbu yang lainnya adalah sejajar, lihat Gambar 1.5. Juga kita asumsikan, O' mulai bergerak dari O ketika *t* = 0. Dari Gambar 1.3, maka bila O' bergerak dengan laju *v* maka $x_0 = vt$. Dengan menggunakan persamaan (1.4), hubungan koordinat dari titik *P* dalam kedua kerangka acuan adalah

$$\begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \end{aligned} \tag{1.7}$$



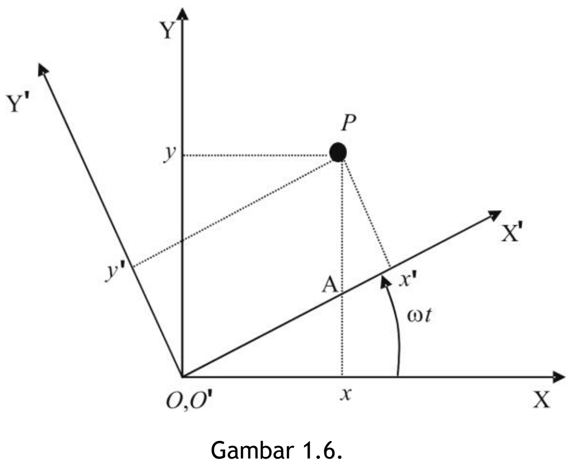
Gambar 1.5.
Dua buah sistem koordinat S dan S' bergerak relatif satu dengan lain. Kerangka acuan S' bergerak dengan laju tetap *v* relatif terhadap S. Pengamat yang berada pada S akan melihat S' bergerak dengan laju *v*, sedangkan pengamat pada S' akan melihat S bergerak dengan laju –*v*.

Apabila titik P dalam kerangka acuan S, $P(x, y, z)$, merupakan sebuah titik tetap maka titik $P(x, y, z)$ tidak ada dalam kerangka acuan S' yang bergerak dengan laju tetap v. Jarak AC, yaitu x, akan tetap tetapi jarak BC yang akan berubah. Perubahan jarak BC, yaitu x', dapat dihitung untuk setiap waktu t dengan menggunakan persamaan (1.7). Hal yang sama, apabila titik P dalam kerangka acuan S', $P(x', y', z')$, merupakan titik tetap maka BC, yaitu x', akan tetap dan jarak AB, yaitu x, akan berubah. Perubahan jarak AB juga dihitung dengan menggunakan persamaan (1.7).

D. KERANGKA ACUAN YANG BERGERAK BEROTASI

Selain persamaan transformasi koordinat antara dua kerangka acuan yang bergerak translasi relatif satu dengan yang lain telah kita pelajari. Kita juga dapat menurunkan persamaan transformasi koordinat antara dua kerangka acuan yang bergerak berotasi relatif satu dengan lainnya.

Misalkan, sumbu-sumbu $x' - y'$ berotasi berlawanan arah jarum jam di sekitar sumbu z' dengan kecepatan sudut tetap ω relatif terhadap sumbu $x - y$ (lihat Gambar 1.6). Untuk menyederhanakan masalah, kita perlakukan sumbu-z dan sumbu-z' berhimpit, arahnya keluar bidang gambar. Perlakuan lebih umum meliputi pergeseran titik asal koordinat.



Gambar 1.6.
Kerangka S' berotasi di sekitar sumbu - z' relatif terhadap kerangka S dengan kecepatan sudut tetap ω berlawanan arah jarum jam. Di sini sumbu-z dan sumbu - z' berhimpit

Titik P memiliki koordinat (x, y, z) pada kerangka S dan (x', y', z') pada kerangka S'. Kita dapat menghubungkan kedua koordinat tersebut dengan cara geometri. Dari Gambar 1.6, kita melihat bahwa

$$x' = \overline{O'x'} = \overline{O'A} + \overline{Ax'}. \tag{1.8}$$

Oleh karena $\frac{x}{\overline{O'A}} = \cos\omega t$ dan $\overline{OA} = \frac{x}{\cos\omega t}$, untuk memperoleh hubungan yang sama bagi $\overline{Ax'}$ maka kita tinjau segitiga sebangun ΔOAx dan $\Delta PAx'$. Dari sini, kita mendapatkan $\overline{Ax'} = \overline{AP}\sin\omega t$.
Selanjutnya,

$$\overline{AP} = y - \overline{xA} = y - x\tan\omega t \ , \tag{1.9}$$

karena $\frac{\overline{xA}}{x} = \tan\omega t$. Dengan demikian

$$\begin{aligned}
\overline{Ax'} &= (y - x\tan\omega t)\sin\omega t = y\sin\omega t - x\frac{\sin^2\omega t}{\cos\omega t} \\
&= y\sin\omega t - x\frac{1-\cos^2\omega t}{\cos\omega t} \\
&= y\sin\omega t + x\cos\omega t - \frac{x}{\cos\omega t}
\end{aligned}$$

Maka,

$$\begin{aligned}
x' &= \overline{O'A} + \overline{Ax'} \\
&= \frac{x}{\cos\omega t} + y\sin\omega t + x\cos\omega t - \frac{x}{\cos\omega t} \\
&= y\sin\omega t + x\cos\omega t
\end{aligned}$$

Dengan cara yang sama

$$\begin{aligned}
y' &= \overline{x'P} \\
&= \overline{AP}\cos\omega t \\
&= (y - x\tan\omega t)\cos\omega t \\
&= y\cos\omega t - x\sin\omega t
\end{aligned}$$

Dan hubungan terakhir $z' = z$. Jadi kita memiliki transformasi posisi antara dua kerangka acuan sebagai berikut.

$$x' = y\sin\omega t + x\cos\omega t\ , \tag{1.10a}$$
$$y' = y\cos\omega t - x\sin\omega t\ , \tag{1.10b}$$
$$z' = z\ . \tag{1.10c}$$

Posisi P dapat dinyatakan sebagai sebuah vektor dalam masing-masing kerangka, $\vec{r}$ dan $\vec{r}\,'$. Oleh karena vektor dapat dinyatakan sebagai matrik kolom, kita dapat melihat bahwa persamaan transformasi di atas dapat dinyatakan sebagai perkalian matrik:

$$\vec{r}\,' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\omega t & \sin\omega t & 0 \\ -\sin\omega t & \cos\omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = R\vec{r}\ , \tag{1.11}$$

di sini R adalah matrik rotasi 3×3,

$$R = \begin{pmatrix} \cos\omega t & \sin\omega t & 0 \\ -\sin\omega t & \cos\omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \tag{1.12}$$

E. PRINSIP RELATIVITAS KLASIK

Seperti dijelaskan sebelumnya ada hukum-hukum fisika yang tidak memiliki bentuk yang sama bila kita transformasikan dari satu kerangka acuan ke kerangka acuan yang lain. Berikut ini kita akan mempelajari, kerangka acuan yang bagaimana yang memberikan hukum-hukum fisika, khususnya fisika klasik, memberikan bentuk yang sama ketika ditinjau dari dua kerangka acuan yang berbeda. Kita terlebih dahulu akan mengkaji ulang beberapa bagian dari fisika klasik.

Cabang dari ilmu fisika yang pertama kali dan secara konsisten telah mengembangkan suatu sains eksperimen adalah mekanika Galileo-Newton. Hukum pertama yang telah dirumuskan adalah hukum kelembaman: *Benda-*

benda ketika dijauhkan dari interaksinya dengan benda-benda lain akan terus dalam keadaan diam atau bergerak lurus beraturan. Dengan kata lain, gerak dari benda seperti itu tidak mengalami percepatan.

Untuk mengungkapkan hukum-hukum kelembaman secara matematika, kita menyatakan kedudukan dari sebuah benda dengan tiga buah koordinat, x, y, dan z. Ketika sebuah benda tidak berada dalam keadaan diam, ketiga koordinat tersebut adalah fungsi dari waktu. Menurut hukum kelembaman, turunan waktu kedua dari ketiga fungsi tersebut adalah percepatan. Dan percepatan ini sama dengan nol bila benda tidak dikenakan gaya, yaitu:

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = 0\,,\quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2} = 0\,,\quad a_z = \frac{d^2z}{dt^2} = 0\,. \tag{1.13}$$

Integral pertama dari persamaan (1.13) menghasilkan tiga komponen kecepatan yang tetap,

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 0 \Rightarrow \int d\left(\frac{dx}{dt}\right) = \int 0\ dt \Rightarrow \frac{dx}{dt} = v_x = v_{0x}(tetap) \tag{1.14a}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = 0 \Rightarrow \int d\left(\frac{dy}{dt}\right) = \int 0\ dt \Rightarrow \frac{dy}{dt} = v_y = v_{0y}(tetap) \tag{1.14b}$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} = 0 \Rightarrow \int d\left(\frac{dz}{dt}\right) = \int 0\ dt \Rightarrow \frac{dz}{dt} = v_z = v_{0z}(tetap) \tag{1.14c}$$

Persamaan-persamaan di atas mengungkapkan bahwa hukum kelembaman mengandung koordinat-koordinat. Sistem koordinat yang bagaimana yang menyatakan bahwa hukum kelembaman dapat dipenuhi? Selama kita belum menentukan sistem koordinat maka ungkapan hukum kelembaman tidak memiliki arti yang tepat. Sebagai contoh, diberikan sebuah benda maka kita selalu dapat meletakkan sebuah kerangka acuan pada benda terhadap kerangka acuan yang diam. Yakni, terhadap kerangka acuan yang tidak dipercepat. Berarti ada suatu sistem koordinat, di mana benda-benda yang tidak dikenakan gaya tidak mengalami percepatan. Sistem koordinat dengan sifat-sifat seperti ini dan kerangka acuannya, dinamakan dengan *sistem koordinat lembam*.

Tidak semua kerangka acuan adalah sistem lembam. Misalnya, kita memiliki sistem koordinat lembam S. Kemudian tinjau sebuah transformasi rotasi dari koordinat S ke koordinat S', lihat pokok bahasan sebelumnya, yaitu

$$x' = y\sin\omega t + x\cos\omega t \ , \tag{1.15a}$$

$$y' = y\cos\omega t - x\sin\omega t \ , \tag{1.15b}$$

$$z' = z \ . \tag{1.15c}$$

Agar kita dapat memperoleh hukum-hukum transformasi persamaan (1.13) dan (1.15), kita turunkan terhadap waktu persamaan transformasi (1.15) diperoleh

$$v'_{x'} = v_x \cos\omega t + v_y \sin\omega t + \omega y' \ , \tag{1.16a}$$

$$v'_{y'} = -v_x \sin\omega t + v_y \cos\omega t - \omega x' \ , \tag{1.16b}$$

$$v'_{z'} = v_z \ . \tag{1.16c}$$

Oleh karena kita telah mengasumsikan bahwa kerangka acuan S adalah sistem lembam maka kita dapat mensubstitusikan persamaan (1.14) ke persamaan (1.16) dan diperoleh

$$v'_{x'} = v_{0x} \cos\omega t + v_{0y} \sin\omega t + \omega y' \ , \tag{1.17a}$$

$$v'_{y'} = -v_{0x} \sin\omega t + v_{0y} \cos\omega t - \omega x' \ , \tag{1.17b}$$

$$v'_{z'} = v_{0z} \ . \tag{1.17c}$$

Selanjutnya, turunkan persamaan (1.17a, b, c) terhadap waktu, persamaan (1.17a) menjadi

$$\begin{aligned} a'_{x'} &= -\omega v_{0x} \sin\omega t + \omega v_{0y} \cos\omega t + \omega v'_{y'} \\ &= \omega(v_{0y} \cos\omega t - v_{0x} \sin\omega t) + \omega v'_{y'} = \omega(v'_{y'} + \omega x') + \omega v'_{y'} \\ &= \omega^2 x' + 2\omega v'_{y'} \ , \end{aligned} \tag{1.18a}$$

persamaan (1.17b) menjadi

$$a'_{y'} = -\omega v_{0x} \cos\omega t - \omega v_{0y} \sin\omega t - \omega v'_{x'}$$

$$= -\omega(v_{0x}\cos\omega t + v_{0y}\sin\omega t) - \omega v'_{x'} = -\omega(v'_{x'} - \omega y') - \omega v'_{x'}$$
$$= \omega^2 y' - 2\omega v'_{x'}, \qquad (1.18b)$$

dan persamaan (1.17c) menjadi

$$a'_{z'} = 0 \qquad (1.18c)$$

Persamaan (1.17a)–(1.17c) dan (1.18a)–(1.18c) mengungkapkan komponen-komponen dalam kerangka acuan S'. Ternyata kita melihat bahwa turunan waktu kedua tidak semuanya sama dengan nol. Berarti kerangka acuan S', bukan sistem lembam.

Berikutnya kita akan meninjau suatu jenis transformasi koordinat yang memenuhi hukum kelembaman (1.13). Transformasi koordinat dari kerangka acuan S ke kerangka acuan S' diberikan oleh persamaan-persamaan berikut.

$$\begin{aligned} x' &= x - u_x t \\ y' &= y - u_y t \\ z' &= z - u_z t \end{aligned} \qquad (1.19)$$

di sini u_x, u_y dan u_z adalah komponen-komponen kecepatan tetap kerangka acuan S' relatif terhadap kerangka S. S' bergerak dengan kecepatan tetap terhadap S. Dan kita asumsikan bahwa kerangka S adalah sistem lembam. Maka turunan waktu pertama dari persamaan (1.19) menghasilkan

$$\begin{aligned} v'_{x'} &= v_x - u_x \\ v'_{y'} &= v_y - u_y \\ v'_{z'} &= v_z - u_z \end{aligned} \qquad (1.20)$$

Oleh karena S adalah sistem lembam maka kita boleh mensubstitusikan persamaan (1.14) ke persamaan (1.20), diperoleh

$$\begin{aligned} v'_{x'} &= v_{0x} - u_x = v'_{0x} \\ v'_{y'} &= v_{0y} - u_y = v'_{0y} \\ v'_{z'} &= v_{0z} - u_z = v'_{0z} \end{aligned} \qquad (1.21)$$

Kemudian, turunan waktu persamaan (1.21) menghasilkan percepatan,

$$\begin{aligned} a'_{x'} &= 0 \\ a'_{y'} &= 0 \\ a'_{z'} &= 0 \end{aligned} \tag{1.22}$$

Persamaan (1.22) memperlihatkan bahwa dalam kerangka acuan yang baru S', hukum kelembaman dipenuhi. Jadi, dapat disimpulkan S' adalah sistem lembam. Persamaan (1.21) mengungkapkan bahwa komponen-komponen kecepatan dalam sistem koordinat S' sama dengan komponen-komponen kecepatan dalam koordinat S dikurangi dengan komponen-komponen kecepatan relatif dari dua sistem koordinat. Persamaan (1.21) dalam mekanika klasik dinamakan sebagai *hukum penjumlahan kecepatan*.

Jadi dalam mekanika klasik (Newtonian) prinsip relativitas dirumuskan sebagai berikut. Setiap kerangka acuan dan sistem koordinat yang memenuhi hukum kelembaman (1.13) adalah kerangka acuan lembam atau singkatnya sistem lembam. Atau sebaliknya kerangka acuan lembam adalah kerangka acuan di mana berlaku hukum pertama Newton. Semua sistem koordinat kartesian yang diam relatif terhadap sebuah sistem koordinat lembam adalah sistem koordinat lembam. Sistem koordinat kartesian yang memiliki kerangka acuan bergerak beraturan dengan kecepatan tetap relatif terhadap sistem lembam juga sebuah sistem lembam. Dari pengertian kelembaman ini kemudian disimpulkan bahwa *hukum-hukum fisika adalah sama dalam semua kerangka acuan lembam!*

Bentuk dari persamaan transformasi yang telah kita pelajari, tidak saja bergantung pada gerak relatif dari dua buah kerangka acuan. Namun, persamaan tersebut juga bergantung pada asumsi-asumsi kita mengenai sifat waktu dan ruang yang secara tidak sengaja sudah kita terapkan dalam persamaan-persamaan transformasi. Kita asumsikan bahwa, mungkin kita dapat mendefinisikan sebuah waktu t yang tidak bergantung dari kerangka acuan tertentu atau dengan kata lain bahwa mungkin untuk meletakkan sebuah jam dalam suatu kerangka acuan yang tidak dipengaruhi oleh keadaan geraknya. Asumsi ini kemudian memberikan tambahan persamaan transformasi untuk waktu, yaitu:

$$t' = t \tag{1.23}$$

Persamaan ini memberikan arti tersendiri dalam teori relativitas klasik, bahwa karakter *waktu tidak relatif* atau *waktu bersifat mutlak* (universal). Artinya, selang waktu antara dua peristiwa tertentu akan dicatat sama bagi semua pengamat dalam kerangka acuan lembam.

Asumsi lain adalah mengenai pengukuran panjang. Misalnya, kita ingin mengukur sebuah batang yang panjangnya tidak bergantung pada keadaan geraknya. Titik-titik ujung dari batang menyatakan jarak antara dua titik yang diberikan oleh koordinat-koordinat, $P_1(x_1, y_1, z_1)$ dan $P_2(x_2, y_2, z_2)$. Maka, jarak dari kedua titik ini adalah

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Menurut prinsip relativitas, bentuk persamaan ini juga harus sama dalam kerangka acuan lembam yang lain, yaitu:

$$d' = \sqrt{(x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2}$$

Maka, dengan mudah kita memperoleh bahwa $d' = d$, lihat contoh 2. Dan ini dipenuhi untuk setiap waktu *t*.

Contoh 1:
Sebuah boat bergerak dari tepi pinggiran sungai secara tegak lurus dengan kecepatan tetap 20 ms^{-1} relatif terhadap sungai. Kecepatan aliran sungai relatif terhadap tepian adalah 5 ms^{-1}. Tentukan besarnya kecepatan boat relatif terhadap tepian sungai.

Jawab:

$v_{boat\,relatif\;terhadap\,sungai}$ = 20 ms^{-1}

$v_{sungai\,relatif\;terhadap\,tepi}$ = 5 ms^{-1}

Dengan menggunakan persamaan (1.1) diperoleh

$$v_{boat\,relatif\;terhdap\,tepi} = \sqrt{(20)^2 + (5)^2}$$

$$= \sqrt{400 + 25} = 20,616\,\text{ms}^{-1}.$$

Contoh 2:
Diberikan koordinat dari dua buah titik yang diukur pada satu kerangka acuan adalah (x_1, y_1, z_1) dan (x_2, y_2, z_2). Tentukan jarak kedua titik ini dalam kerangka acuan lain diam relatif terhadap kerangka acuan pertama.

Jawab:
Dalam kerangka acuan pertama, jarak dua buah titik diberikan oleh

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Dalam kerangka acuan kedua, diam relatif terhadap kerangka acuan pertama, jarak dua buah titik diberikan oleh

$$d' = \sqrt{(x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2}$$

Dengan menggunakan persamaan (1.4)

$$\begin{aligned} x' &= x - x_0 \rightarrow x_1' = x_1 - x_0 \\ &\qquad\qquad\;\; x_2' = x_2 - x_0 \\ y' &= y - y_0 \\ z' &= z - z_0 \end{aligned}$$

Maka

$$\begin{aligned} d' &= \sqrt{(x_2' - x_1')^2 + (y_2' - y_1')^2 + (z_2' - z_1')^2} \\ &= \sqrt{\left((x_2 - x_0) - (x_1 - x_0)\right)^2 + \left((y_2 - y_0) - (y_1 - y_0)\right)^2 + \left((z_2 - z_0) - (z_1 - z_0)\right)^2} \\ &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \end{aligned}$$

Diperoleh $d' = d$, dalam kerangka acuan yang kedua, jarak dua buah titik diukur sama dengan kerangka acuan pertama.

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1) Apakah yang disebut dengan relatif, jelaskan dengan kata-kata Anda sendiri!
2) Jelaskan pengertian sistem koordinat dan kerangka acuan dan di mana letak persamaan dan perbedaannya!
3) Jelaskan pengertian tentang kerangka acuan lembam!
4) Jelaskan rumusan-rumusan dalam prinsip relativitas klasik!
5) Apa pengertian bahwa waktu adalah mutlak/universal?

Petunjuk Jawaban Latihan

1) Anda dapat memulai dari pengertian posisi dan kecepatan.
2) Anda berikan pengertian sistem koordinat dan kerangka acuan.
3) Anda jelaskan hukum pertama Newton.
4) Anda gunakan pemahaman Anda sendiri.
5) Anda mulai dari asumsi tentang waktu yang telah dijelaskan.

RANGKUMAN

1. Posisi dan kecepatan dari sebuah objek adalah relatif.
2. Keadaan benda bergantung pada kerangka acuan atau sistem koordinat.
3. Kerangka acuan adalah suatu cara untuk menentukan posisi atau kedudukan dari suatu peristiwa (event).
4. Kita dapat menghubungkan antara dua kerangka acuan yang berbeda melalui transformasi koordinat, persamaan yang dihasilkan dinamakan persamaan transformasi.
5. Ada kerangka acuan, yaitu kerangka acuan lembam di mana hukum-hukum fisika adalah sama, *prinsip relativitas klasik*.
6. Dalam prinsip relativitas klasik ada dua perumusan dasar mengenai waktu dan ruang:
   a. setiap jam mengukur interval waktu sama antara dua peristiwa, waktu adalah mutlak;
   b. diberikan dua peristiwa pada waktu yang sama, jarak yang diukur adalah sama antara peristiwa tersebut.

TES FORMATIF 1

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

1) Sebuah boat memiliki kecepatan relatif terhadap air sungai 30 m/s dan terhadap pengamat yang berada di tepi sungai 10 m/s maka kecepatan air sungai terhadap relatif terhadap pengamat adalah ….
   A. $10\sqrt{2}$ m/s
   B. $20\sqrt{2}$ m/s
   C. 400 m/s
   D. 800 m/s

2) Si A berjalan di atas sebuah kereta api yang melaju dengan kecepatan 39 m/s. Jika si A berjalan dengan kecepatan 1 m/s menuju depan kereta relatif terhadap kereta api maka kecepatan si A menurut pengamat yang diam di luar kereta adalah ….
   A. 1 m/s
   B. 38 m/s
   C. 39 m/s
   D. 40 m/s

3) Si A berada di bis A yang melaju dengan kecepatan 40 km/jam ke arah utara. Si B berada di bis B yang melaju dengan kecepatan 40 km/jam ke arah selatan. Kedua kecepatan itu diukur relatif terhadap pengamat diam di luar bis. Pada saat kedua bis tersebut berpapasan maka kecepatan B menurut si A adalah ….
   A. 0 km/jam
   B. 40 km/jam ke arah utara
   C. 40 km/jam ke arah selatan
   D. 80 km/jam ke arah selatan

4) Apabila kita mempunyai sebuah objek geometri berbentuk kubus maka sistem koordinat yang sesuai untuk menggambarkan objek tersebut adalah sistem koordinat ....
   A. bola
   B. polar
   C. rektangular
   D. silinder

5) Misalkan, kita memiliki dua buah sistem koordinat rektangular (sumbu-sumbu koordinatnya saling tegak lurus), dengan kedua titik asalnya berhimpit satu sama lain, bila salah satu dari koordinat dirotasikan sebesar sudut $\alpha = 30^0$ dalam bidang-*xy* maka koordinat-koordinat hasil dari rotasi ini diberikan oleh persamaan ….
   A. $\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y, \frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y, z\right)$
   B. $\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y, -\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}y, z\right)$
   C. $\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}x+\frac{1}{2}y, -\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\sqrt{3}y, z\right)$
   D. $\left(\frac{1}{2}\sqrt{3}x+\frac{1}{2}y, \frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\sqrt{3}y, z\right)$

6) Diketahui sebuah objek A berada dalam sebuah kerangka acuan lembam maka dapat dikatakan bahwa ….
   A. objek A bergerak dengan percepatan tetap dalam setiap kerangka acuan lembam yang lain
   B. objek A bergerak pada kecepatan tetap dalam setiap kerangka acuan lembam yang lain
   C. objek A bergerak pada kecepatan tetap dalam satu kerangka acuan lembam, tetapi tidak pada kerangka acuan lembam yang lain
   D. objek A bergerak pada percepatan nol dalam satu kerangka acuan lembam, tetapi tidak pada kerangka acuan lembam yang lain

7) Seorang bernama A duduk dan terkurung di dalam ruang gelap dari sebuah kereta yang sedang melaju di jalan yang lurus dengan laju tetap *v*. Maka, pernyataan yang benar adalah ....
   A. A dapat memiliki kerangka acuan lembam
   B. A merasa diam relatif terhadap bumi
   C. A merasa bergerak dengan laju *v* relatif terhadap kereta
   C. bagi pengamat di bumi A berada dalam keadaan diam

8) Pernyataan berikut ini yang sesuai dengan prinsip relativitas klasik, *kecuali* ….
   A. dalam kerangka acuan lembam, hukum-hukum mekanika Newton memiliki bentuk sama
   B. jarak antara dua buah titik dalam satu kerangka acuan diukur sama pada kerangka acuan yang dipercepat
   C. jarak antara dua buah titik dalam satu kerangka acuan diukur sama pada kerangka acuan yang tidak dipercepat
   D. waktu bersifat mutlak

9) Diketahui dua buah titik dalam kerangka S dengan koordinat-koordinatnya adalah $(x_1, y_1, z_1) = (5\,\text{m}, -1\,\text{m}, 4\,\text{m})$ dan $(x_2, y_2, z_2) = (7\,\text{m}, 0\,\text{m}, -3\,\text{m})$ maka jarak antara kedua titik dalam kerangka acuan S' yang bergerak dengan laju 100 m/s relatif terhadap S adalah ….
   A. $54\,\text{m}$
   B. $46\,\text{m}$
   C. $3\sqrt{6}\,\text{m}$
   D. $3\sqrt{2}\,\text{m}$

10) Jika kita memiliki sebuah persamaan $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ dalam kerangka acuan S maka menurut prinsip relativitas klasik, dalam kerangka S' yang bergerak dengan laju *v* relatif terhadap S adalah ….
   A. $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$
   B. $x' = v_0' t' + \frac{1}{2}at'^2$
   C. $x' = v_0' t' + \frac{1}{2}a' t'^2$
   D. $x' = v_0' t'$

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 2

Transformasi Galileo, Eksperimen Bradley, Fizeau dan Michelson-Morley

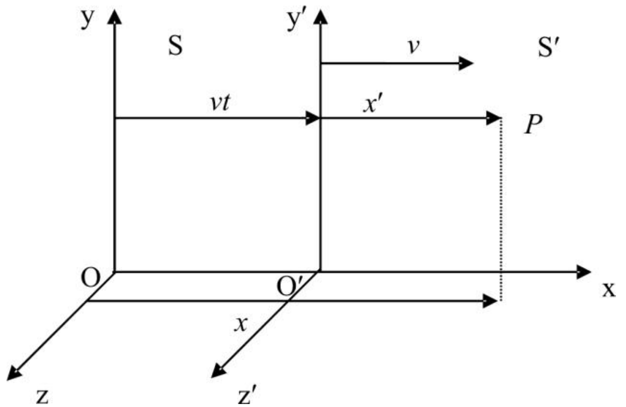
A. TRANSFORMASI GALILEO

Galileo dan Newton telah menggambarkan gerak dari benda-benda terhadap suatu kerangka acuan tertentu. Pada subpokok bahasan sebelumnya, kita telah mempelajari tentang kerangka acuan lembam, yaitu kerangka acuan di mana berlaku hukum-hukum Newton, yakni sebuah kerangka acuan yang tidak dipercepat. Apabila hukum Newton berlaku dalam salah satu kerangka acuan lembam maka hukum tersebut juga berlaku dalam sebuah kerangka acuan yang bergerak pada kecepatan tetap relatif terhadap kerangka acuan yang pertama. Jadi kerangka acuan yang lain itu juga merupakan kerangka acuan lembam. Pertanyaan selanjutnya, adakah hubungan antara satu kerangka acuan lembam dengan kerangka acuan lembam yang lainnya. Kita akan menemukan jawabannya bila kita membuat sebuah persamaan transformasi yang dinamakan dengan persamaan transformasi Galileo. Persamaan transformasi ini menghubungkan pengukuran posisi, waktu, kecepatan dan percepatan dalam sebuah kerangka acuan lembam S dengan pengukuran yang dilakukan pada kerangka acuan S' yang memiliki kecepatan tetap relatif terhadap S. Berikut ini kita akan menurunkan hubungan dari pengukuran-pengukuran tersebut dalam dua kerangka acuan lembam.

Untuk menentukan sebuah peristiwa, kita harus mengetahui di mana peristiwa terjadi dan kapan terjadinya. Kemudian, kita dapat meninjau bagaimana peristiwa tersebut tampak dalam dua kerangka acuan lembam yang berbeda S dan S'. Permasalahannya adalah jelas, yaitu hanya ada satu peristiwa, namun koordinatnya adalah berbeda dalam dua kerangka acuan yang berbeda. Andaikan sebuah peristiwa terjadi di P, perhatikan Gambar 1.7. Dalam kerangka acuan S, koordinatnya adalah (x, y, z) pada saat t dan dalam kerangka acuan S', koordinatnya adalah (x', y', z') pada saat t'. Perhatikan di sini, kita tidak menuliskan koordinat dari P sebagai (x, y, z, t) dan (x', y', z', t') seperti yang Anda temui dalam beberapa buku teks. Namun, penulisan seperti itu akan Anda temui pada TRK II. Alasannya:

karena dalam prinsip relativitas klasik waktu bersifat mutlak (universal) sedangkan dalam teori relativitas khusus, sebagaimana akan kita pelajari kemudian, waktu bersifat relatif sama seperti ketiga koordinat ruang. Penulisan seperti (x, y, z, t) menyatakan harga *x*, *y*, *z* dan *t* adalah relatif.

Kita asumsikan bahwa jam pada masing-masing pada kerangka acuan telah disinkronkan sedemikian sehingga hubungan antara pembacaan jam pada dua kerangka acuan saat $t = 0$, kedua titik asal O dan O' adalah berhimpit dan kecepatan relatif antara kedua kerangka acuan adalah *v* dalam arah-x. Pada saat $t = t'$ titik asal akan berpindah sejauh $vt = vt'$.



Gambar 1.7.
Dua buah kerangka acuan S dan S' bergerak relatif satu sama lain dengan kecepatan *v* searah sumbu-x

Maka koordinat-koordinat dalam arah-*x* dihubungkan oleh persamaan:

$$\mathrm{v}t + x' = x ,$$

atau

$$x' = x - \mathrm{v}t .$$

Sedangkan koordinat yang lain diberikan oleh persamaan

$$y' = y$$
$$z' = z$$

Jadi, dengan mengumpulkan semua hasil-hasil untuk transformasi koordinat antara dua kerangka acuan lembam, kita dapat merangkum hubungan antara dua pengamatan dari suatu peristiwa yang sama sebagaimana diukur dalam S dan S' sebagai berikut.

$$\begin{aligned} x' &= x - vt, \\ y' &= y, \\ z' &= z, \\ t' &= t. \end{aligned} \qquad \text{dan} \qquad \begin{aligned} x &= x' + vt' \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= t' \end{aligned} \qquad (1.24)$$

Persamaan di atas dinamakan *persamaan transformasi Galileo untuk koordinat*.

B. TRANSFORMASI GALILEO UNTUK KECEPATAN

Misalkan, seorang pengamat berada dalam kerangka acuan S mengamati sebuah partikel yang dipindahkan dari x_1 ke x_2 antara waktu t_1 dan t_2. Di dalam kerangka acuan S', pengamat melihat pergeseran partikel dari x_1' ke x_2' dalam interval waktu dari t_1' hingga t_2'. Pengamat kemudian mendapatkan dalam kerangka acuan S:

$$v_x \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(x_2 - x_1)}{(t_2 - t_1)},$$

sedangkan dalam S'

$$v'_{x'} \equiv \frac{\Delta x'}{\Delta t'} = \frac{(x_2' - x_1')}{(t_2' - t_1')}.$$

Dengan menggunakan transformasi Galileo posisi untuk x ke x',

$$\begin{aligned} v_x' &= \frac{(x_2' - x_1')}{(t_2' - t_1')} \\ &= \frac{(x_2 - vt_2) - (x_1 - vt_1)}{(t_2 - t_1)} \end{aligned}$$

$$= \frac{(x_2 - x_1)}{(t_2 - t_1)} - v\frac{(t_2 - t_1)}{(t_2 - t_1)}$$

Sehingga diperoleh

$$v'_{x'} = v_x - v$$

dan selengkapnya akan diperoleh

$$\begin{aligned} v'_{x'} &= v_x - v \\ v'_{y'} &= v_y \\ v'_{z'} &= v_z \end{aligned} \quad , \text{ dan } \quad \begin{aligned} v_x &= v'_{x'} + v \\ v_y &= v'_{y'} \\ v_z &= v'_{z'} \end{aligned} \tag{1.25}$$

Ini adalah transformasi Galileo untuk kecepatan. Persamaan yang sama juga diperoleh dengan cara mendiferensialkan persamaan (1.24) terhadap waktu dengan mengingat bahwa $t' = t$,

$$x' = x - \mathrm{v}t \Rightarrow \frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} - v \quad , \qquad v'_{x'} = v_x - v \tag{1.26a}$$

$$y' = y \quad \Rightarrow \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt} \; , \qquad v'_{y'} = v_y \tag{1.26b}$$

$$z' = z \quad \Rightarrow \frac{dz'}{dt} = \frac{dz}{dt} \; . \qquad v'_{z'} = v_z \tag{1.26c}$$

Dari persamaan (1.26), kita dapat memperoleh transformasi balik dari S' ke S untuk kecepatan sebagai berikut.

$$v_x = v'_{x'} + v \, , \tag{1.27a}$$

$$v_y = v'_{y'} \, , \tag{1.27b}$$

$$v_z = v'_{z'} \tag{1.27c}$$

C. TRANSFORMASI GALILEO UNTUK PERCEPATAN

Selanjutnya, bagaimana percepatan pada kedua kerangka acuan tersebut? Dalam kerangka acuan S kita memiliki:

$$a_x \equiv \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{v_{x2} - v_{x1}}{t_2 - t_1}$$

sedangkan dalam kerangka S' kita memiliki

$$a'_{x'} \equiv \frac{\Delta v'_{x'}}{\Delta t'} = \frac{v'_{x'2} - v'_{x'1}}{t'_2 - t'_1}$$

Dengan menggunakan transformasi Galileo untuk kecepatan,

$$\begin{aligned} a'_x &= \frac{v'_{x'2} - v'_{x'1}}{t'_2 - t'_1} \\ &= \frac{(v_{x2} - v) - (v_{x1} - v)}{t_2 - t_1} \\ &= \frac{v_{x2} - v_{x1}}{t_2 - t_1} = a_x \,. \end{aligned}$$

Sehingga diperoleh

$$a'_{x'} = a_x, \qquad a'_{y'} = a_y, \qquad a'_{z'} = a_z. \tag{1.28}$$

Dalam setiap kerangka acuan, percepatannya adalah sama. Persamaan (1.28) dinamakan persamaan transformasi Galileo untuk percepatan. Persamaan yang sama juga diperoleh dengan mendiferensialkan terhadap waktu persamaan (1.25).

Dapat dilihat, terhadap transformasi Galileo, kerangka acuan yang berbeda menghasilkan besaran-besaran berbeda untuk posisi dan komponen kecepatan dalam arah gerak. Yakni posisi-*x* dan komponen kecepatan v_x tidak sama dalam kedua kerangka acuan. Namun, besaran-besaran lain, posisi dan komponen kecepatan, yang tegak lurus dengan arah gerak sama seperti komponen percepatan dan memiliki besar yang identik. Besaran-besaran yang tidak berubah terhadap sebuah transformasi dikatakan *invarian* terhadap transformasi tersebut.

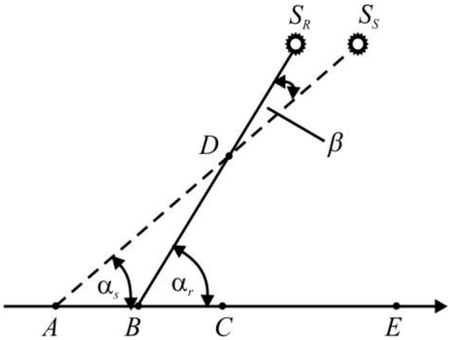
Bahwa percepatan adalah invarian terhadap transformasi Galileo merupakan kunci dalam memahami ketidakmungkinan menentukan laju mutlak (absolut) untuk kerangka acuan yang bergerak *uniform* atau membedakan suatu kerangka acuan seperti itu dengan kerangka acuan yang lain. Prediksi hukum-hukum mekanika klasik yang dirumuskan dalam ungkapan percepatan dapat dibuktikan dalam semua kerangka acuan yang bergerak dengan kecepatan tetap terhadap kerangka yang lain, bila dapat dibuktikan dalam salah satu kerangka acuan. Hukum-hukum tersebut memenuhi relativitas klasik (Galileo).

D. EKSPERIMEN ABERASI BRADLEY

Pada tahun 1725 James Bradley telah menemukan aberasi (penyimpangan) dari bintang-bintang. Dia menemukan bahwa pergeserannya diukur sebagai sudut antara arah riil atau arah tampak berkas cahaya dari sebuah bintang adalah lebih kecil daripada arah gerak pengamat. Hasil tambahan dari eksperimennya, bahwa aberasi merupakan konsekuensi dari laju cahaya yang berhingga dan gerak transversal dari pengamat. Apabila kita mengabaikan aberasi yang disebabkan oleh pergerakan dari sistem tata surya, kita dapat meninjau aberasi tahunan oleh gerak orbit bumi mengelilingi matahari dan gerak rotasi bumi.

Ada dua penjelasan mengenai fenomena aberasi Bradley, yaitu secara klasik dan relativistik. Pendekatan secara klasik didasarkan pada sifat alamiah dari cahaya itu sendiri dan pendekatan secara relativistik didasarkan pada sifat cahaya sebagai gelombang. Dengan pendekatan klasik, aberasi berkas cahaya mencapai pengamat berasal dari kedudukan riil dari bintang yang diamati, sedangkan secara relativistik, berkas cahaya yang mencapai pengamat berasal dari arah kedudukan tampaknya bintang. Pada subpokok bahasan ini kita hanya mempelajari pendekatan secara klasik saja.

Sesuai dengan pendekatan klasik, aberasi terjadi sebagai suatu konsekuensi dari laju cahaya dan gerak pengamat. Berikut ini kita akan menentukan sudut aberasi dengan cara klasik.



Gambar 1.8.
Aberasi Bradley

Kita asumsikan bahwa pengamat bergerak pada suatu garis lurus dengan laju tetap v dari titik A menuju ke titik E, dan seberkas sinar cahaya dari bintang S_R menuju ke titik B dengan laju c, seperti diperlihatkan dalam Gambar 1.8. Kita ambil jarak $\overline{DB}$ sebanding dengan laju cahaya dan sama pula jarak $\overline{AB}$ sebanding dengan laju pengamat v sedemikian sehingga diperoleh

$$t = \frac{\overline{DB}}{c} = \frac{\overline{AB}}{v} . \tag{1.29}$$

Dengan syarat ini, cahaya datang dari titik D ke titik B dengan waktu sama sebagaimana pengamat bergerak dari titik A ke titik B. Bila kita menempatkan sebuah teleskop sedemikian sehingga lensa objektifnya berada di titik D, dan mata berada di titik B maka pengamatan bintang tidak akan mungkin dengan alasan sebagai berikut. Ketika cahaya dari titik D pada lensa objektif mencapai titik B, mata akan bergerak ke titik C, bergerak dengan laju v dan dari tinjauan ini pengamatan tidak mungkin.

Untuk membuat pengamatan menjadi mungkin mata harus ditempatkan di titik A. Maka, saat cahaya lewat dari titik D ke titik B, mata dari titik A akan mencapai titik B yang mana adalah sesuai dengan pengamatan normal bintang. Oleh karena itu, saat bintang teramati, sebuah teleskop diputar pada sudut kecil tertentu yang berasal dari sudut riil menuju bintang serta pada arah gerak dari pengamat. Sudut kecil dari perputaran teleskop ini dinamakan *sudut aberasi*.

Persamaan klasik untuk menentukan sudut aberasi diturunkan sesuai dengan Gambar 1.8 adalah

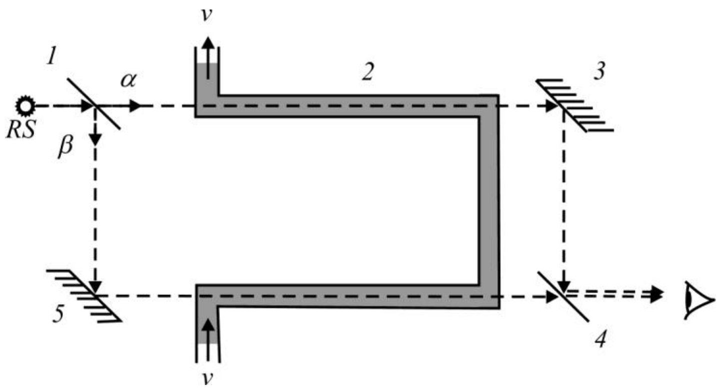
$$\sin\beta = \frac{v}{c}\sin\alpha \ , \tag{1.30}$$

di sini β adalah sudut aberasi, v adalah laju pengamat, S_R adalah kedudukan riil bintang, S_S adalah penampakan bintang serta α_r adalah sudut antara arah riil bintang dan laju dari gerak pengamat. Dalam perhitungan di atas kita telah menggunakan $\alpha_s = \alpha_r - \beta$ dan benar untuk $\alpha_s < \alpha_r$ ketika pengamat bergerak ke kanan.

E. EKSPERIMEN FIZEAU

Pada tahun 1851 Fizeau juga telah melakukan penelitian tentang keberadaan eter. Tujuan penelitiannya pertama kali, bagaimana gerak air mempengaruhi kecepatan cahaya yang merambat melaluinya. Kemudian penelitiannya meluas untuk mengkarakteristikkan eter dan hubungannya dengan pergerakan benda-benda transparan.

Eksperimennya didasarkan pada pengukuran frinji interferensi antara dua berkas cahaya yang ditransmisikan melalui air yang diam dan air yang bergerak. Skematika eksperimennya diberikan oleh Gambar 1.9.



Gambar 1.9.
Eksperimen Fizeau.

Berkas cahaya datang dari sumber radiasi *RS* menuju cermin semitransparan 1, dan berkas cahaya dipisahkan menjadi dua berkas identik sesuai dengan intensitasnya. Salah satu berkas (α) melalui pipa 2 yang berisi air, dan mengarah ke cermin 3 di mana berkas (α) dipantulkan ke cermin semitransparan lain 4 dan setelah dipantulkan akan mencapai mata dari seorang pengamat. Berkas lain (β) menuju cermin 5 di mana berkas ini akan dipantulkan dan lewat melalui air dalam pipa dan cermin semitransparan 4 kemudian menuju ke mata dari pengamat. Dengan cara seperti ini, pengamat dapat melihat bayangan interferensi dalam bentuk frinji-frinji, yang mana keadaan awal dari posisi dan jaraknya diberikan pada saat air tidak bergerak. Setelah air tersebut dibawa ke suatu keadaan gerak, pergeseran frinji-frinji interferensi akan teramati. Dalam eksperimen ini panjang pipa yang digunakan adalah 1,5 m dan laju gerak air di dalam pipa 7 m/s.

Pergeseran frinji-frinji interferensi yang teramati akan mudah dihitung, bila diberikan sebuah asumsi sederhana dari hubungan bersama antara eter dan air. Kecepatan cahaya dalam air yang diam lebih kecil daripada kecepatan cahaya dalam eter, yaitu dalam vakum. Perbedaan ini ditentukan oleh indeks bias air $n = c / c_w$ atau $c_w = c / n$. Di sini c_w adalah kecepatan cahaya di dalam air dan n adalah indeks bias air. Hubungannya dengan sistem koordinat terkait dengan pipa dan cermin yang tidak bergerak. Kecepatan cahaya akan menjadi sama baik pada lintasan α maupun β bila eter tidak diwakili oleh air dan akan berbeda bila eter diwakili oleh air. Pada kasus kedua, sinar α dan β akan memiliki perbedaan waktu saat melalui air, misalnya t_1 dan t_2 serta kecepatan cahaya yang berhubungan dengan pipa adalah $c_w + v$ dan $c_w - v$. Di sini v adalah laju gerak air. Jadi

$$t_1 = \frac{L}{\frac{c}{n} + v}, \quad \text{dan} \quad t_2 = \frac{L}{\frac{c}{n} - v}, \tag{1.31}$$

dan beda waktu dari cahaya yang lewat melalui air

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{L}{\frac{c}{n} - v} - \frac{L}{\frac{c}{n} + v}$$

$$= \frac{2Lvn^2}{c^2(1-n^2v^2/c^2)} \approx \frac{2Lvn^2}{c^2}, \tag{1.32}$$

dengan menganggap bahwa $c >> v$. Beda waktu ini berhubungan dengan beda lintasan gelombang dari dua berkas, kalikan persamaan (1.32) dengan c maka

$$\Delta S = \Delta tc \approx \frac{2Lvn^2}{c}$$

atau dapat dinyatakan dengan sebuah panjang gelombang,

$$\frac{\Delta S}{\lambda} = \Delta_\lambda = \frac{\Delta tc}{\lambda} \approx \frac{2Lvn^2}{c\lambda}. \tag{1.33}$$

Bila air tidak mewakili eter maka kita memiliki $\Delta_\lambda = 0$, karena itu $t_2 = t_1$. Dalam kasus ini tidak ada pergeseran frinji-frinji interferensi. Bila eter sepenuhnya diwakili oleh air pergeseran frinji-frinji interferensi adalah Δ_λ. Bila air hanya sebagian mewakili eter maka kecepatan cahaya di dalam pipa adalah $c/n \pm kv$, dengan k adalah sebuah koefisien yang mewakili eter oleh air. Maka, pergeserannya akan menjadi

$$\Delta_{k\lambda} = \frac{c}{\lambda}\left(\frac{L}{\frac{c}{n} - kv} - \frac{L}{\frac{c}{n} + kv}\right) \approx \frac{2Lvn^2k}{c\lambda}. \tag{1.34}$$

Untuk kasus ini, Fizeau memperoleh koefisien k adalah

$$k = \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = 0{,}4375. \tag{1.35}$$

Jadi persamaan (1.34) menjadi

$$\Delta_{Fizeau} \approx \frac{2Lvn^2}{c\lambda}\left(1 - \frac{1}{n^2}\right). \tag{1.35}$$

Dengan demikian, kecepatan cahaya dalam air yang bergerak searah dengan gerak air adalah

$$c_{w1} = \frac{c}{n} + kv = \frac{c}{n} + v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right), \tag{1.36}$$

dan kecepatan cahaya dalam arah berlawanan dengan air

$$c_{w1} = \frac{c}{n} - kv = \frac{c}{n} - v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right). \tag{1.37}$$

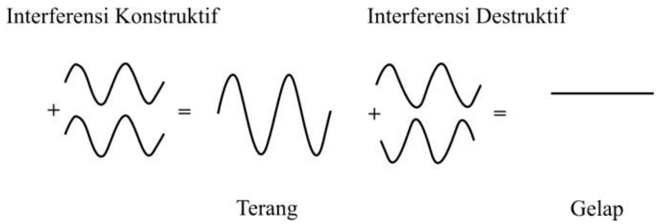
Leh karena eter lewat melalui sebuah benda, sedangkan di dalam benda memiliki kerapatan lebih besar dari di luar benda maka kita mendapatkan

$$\frac{c}{c_1} = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho}} = n\ . \tag{1.38}$$

sesuai dengan hukum Fresnel. Di sini ρ dan ρ_1 berturut-turut adalah kerapatan eter di dalam vakum dan kerapatan benda. Dari persamaan (1.38) kita melihat bahwa kecepatan cahaya lebih kecil di dalam benda daripada di dalam vakum.

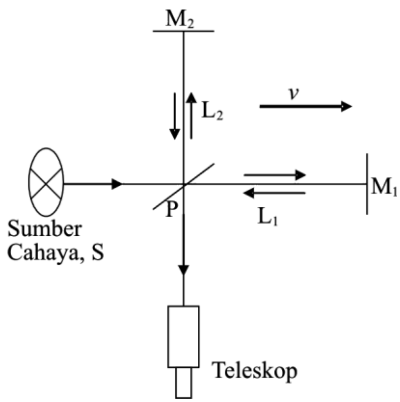
E. EKSPERIMEN MICHELSON-MORLEY

Pertanyaan mengenai keberadaan eter juga telah dijawab melalui eksperimen yang dilakukan oleh Michelson dan Morley pada tahun 1887. Sebuah interferometer digunakan untuk memisahkan seberkas cahaya menjadi dua lintasan. Oleh karena cahaya adalah sebuah gelombang, akibat dari perpaduan dua berkas dengan beda lintasan akan memberikan fenomena interferensi. Bila dua gelombang cahaya adalah sefase maka penjumlah amplitudo dari masing-masing gelombang menghasilkan interferensi maksimum (konstruktif) dan garis-garis terang akan teramati. Bila keduanya berlawanan fase maka penjumlah amplitudo dari masing-masing gelombang menghasilkan interferensi minimum (destruktif) dan garis-garis gelap akan teramati.



Gambar 1.10.
Interferensi

Interferometer Michelson diletakkan di bumi. Bila kita bayangkan eter diam terhadap matahari maka berarti bumi (beserta interferometer) bergerak melalui eter dengan laju $3,0 \times 10^4 m/s$, dengan arah yang berubah-ubah dengan musim yang berbeda. Seberkas cahaya dari sumber S dipisahkan oleh cermin perak transparan di titik P, yang dimiringkan 45 derajat dengan arah berkas cahaya menjadi dua berkas koheren. Berkas 1 akan diteruskan melalui P dan berkas 2 akan dipantulkan dari P. Lihat Gambar 1.11. Kembalinya berkas 1 dari cermin M_1 sebagian akan dipantulkan dan kembali berkas 2 dari cermin M_2 sebagian akan diteruskan oleh P, selanjutnya akan menuju teleskop di mana kedua berkas ini berinterferensi. Bila M_1 dan M_2 adalah saling tegak lurus, sebuah sistem frinji akan terbentuk dalam teleskop, yang berisikan garis-garis sejajar sangat dekat.



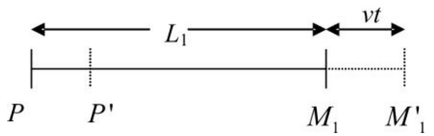
Gambar 1.11.
Eksperimen Michelson-Morley.

Pertama kita akan menghitung beda fase antara berkas 1 dan 2. Beda fase ini dihasilkan dari dua sebab:

1. beda panjang lintasan yang ditempuh L_1 dan L_2,
2. beda kelajuan yang ditempuh terhadap instrumen karena eter bergerak dengan laju *v*.

Waktu yang diperlukan berkas 1 untuk menempuh dari *P* ke M_1 dan M_1 ke P (lintasan horizontal $P \leftrightarrow M_1$) adalah:

$$P \to M_1 : \qquad ct_{P\to M_1} = L_1 + vt_{P\to M_1}$$
$$M_1 \to P : \qquad ct_{M_1\to P} = L_1 - vt_{M_1\to P}$$



Dari kedua persamaan tersebut diperoleh

$$t_{M_1\to P} = \frac{L_1}{c-v}, \quad \text{dan} \quad t_{P\to M_1} = \frac{L_1}{c+v} \tag{1.39}$$

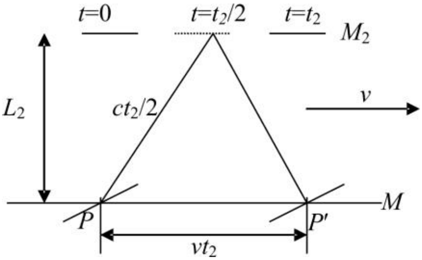
Misalkan, kita sebut waktu yang diperlukan berkas 1 untuk menempuh lintasan horizontal $P \leftrightarrow M_1$ adalah t_1,

$$\begin{aligned} t_1 &\equiv t_{M_1\to P} + t_{P\to M_1} \\ &= \frac{L_1}{c-v} + \frac{L_1}{c+v} = \frac{2cL_1}{c^2 - v^2}, \end{aligned}$$

atau dapat ditulis kembali menjadi

$$t_1 = \frac{2L_1}{c}\frac{1}{1 - v^2/c^2}. \tag{1.40}$$

Lintasan dari berkas 2, menempuh lintasan vertikal dari *P* ke M_2 dan kembali ke *P*, adalah lintasan melintang melalui eter.



Dengan menggunakan teorema Phytagoras, waktu yang ditempuh untuk lintasan vertikal $P \leftrightarrow M_2$, t_2 :

$$t_2 = t_{P \to M_2} + t_{M_2 \to P} = 2t_{P \to M_2}$$

maka

$$L_2^2 + (vt_2/2)^2 = (ct_2/2)^2$$
$$\Leftrightarrow L_2^2 = (c^2 - v^2)\frac{t_2^2}{4}$$

Jadi,

$$t_2 = \frac{2L_2}{c}\frac{1}{1 - v^2/c^2}\,. \tag{1.41}$$

Beda waktu antara kedua lintasan tersebut adalah

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2}{c}\left(\frac{L_2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{L_1}{1 - v^2/c^2}\right). \tag{1.42}$$

Apabila Anda kalikan persamaan ini dengan *c*, ada jarak lebih berkas cahaya yang ditempuh sepanjang lintasan 2. Jadi, meskipun panjang lengan interferometer adalah sama, ada beda waktu ketika interferometer melintas melalui eter.

Andaikan bahwa peralatan dari eksperimen diputar sebesar sudut 90^0 maka lintasan horizontal L_1 menjadi lintasan vertikal dan sebaliknya. Jika sekarang kita sebut waktu yang berhubungan dengan eksperimen kedua ini dinyatakan dengan aksen, analisis yang sama seperti di atas akan memberikan beda waktu antara dua lintasan adalah

$$\Delta t' = t_2' - t_1' = \frac{2}{c}\left(\frac{L_2}{1-v^2/c^2} - \frac{L_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right). \tag{1.43}$$

Jadi beda dalam waktu antara lintasan 2 dan lintasan 1 akan berubah ketika kita mengubah orientasi dari interferometer terhadap kecepatan dari eter.

$$\Delta t' - \Delta t = \frac{2}{c}\left(\frac{L_2+L_1}{1-v^2/c^2} - \frac{L_2+L_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) = \frac{2}{c}\left(L_2+L_1\right)\left(\frac{1}{1-v^2/c^2} - \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right). \tag{1.44}$$

Oleh karena $(v/c)^2$ memiliki orde 10^{-8}, ruas kanan persamaan (1.44) dapat diperluas menjadi deret pangkat dalam $(v/c)^2$. Dengan menggunakan perluasan binomial

$$\frac{1}{1-x^2} = 1 + x^2 + x^4 + x^6 + \ldots$$

dan

$$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 1 + \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{8}x^4 + \frac{5}{16}x^6 + \ldots$$

Maka persamaan (1.44) menjadi

$$\begin{aligned}\Delta t' - \Delta t &\approx \frac{2\left(L_2+L_1\right)}{c}\left[\left(1+v^2/c^2+\cdots\right)-\left(1+v^2/2c^2+\cdots\right)\right] \\ &\approx \frac{v^2\left(L_2+L_1\right)}{c^3}\end{aligned}. \tag{1.45}$$

Dalam persamaan ini kita hanya mengambil bagian orde pertama saja.

Kita mengharapkan adanya pergeseran frinji interferensi yang diamati pada teleskop yang disebabkan oleh perubahan dalam beda waktu Δt.

Jumlah pergeseran ini ditentukan dari lebar salah satu frinji, yang sama dengan $(\Delta t' - \Delta t)$ dibagi dengan waktu satu periode osilasi, $T = 1/f$,

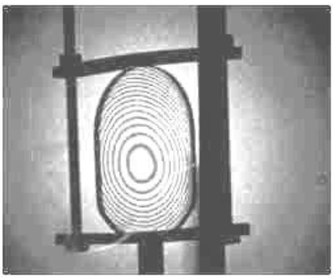
$$\Delta N = \frac{\Delta t' - \Delta t}{T} \approx \frac{L_1 + L_2}{cT} \frac{v^2}{c^2} = \frac{v^2}{c^2} \frac{(L_1 + L_2)}{\lambda}, \tag{1.46}$$

di sini $c / \lambda = f$, frekuensi dari cahaya.

Michelson dan Morley telah menggunakan panjang lintasan optik $L_1 + L_2$ adalah 22 m, dengan kedua lengan hampir sama, $L_1 = L_1 = 11$ m. Kita ingin mengetahui berapa besar pergeseran frinji interferensi. Bila kecepatan relatif bumi, *v*, terhadap kerangka acuan mutlak $v = 3,0 \times 10^4 m/s$ dan kecepatan cahaya $c = 3,0 \times 10^8 m/s$, maka untuk panjang gelombang $\lambda = 5,5 \times 10^{-7}$ m (panjang gelombang cahaya merah, $f = 5 \times 10^{14} / s$) kita akan memperoleh

$$\Delta N = 0.4$$

atau sebuah pergeseran dengan empat per sepuluh dari sebuah frinji. Setelah dilakukan pengukuran berulang-ulang selama satu tahun mereka melakukan eksperimen, Michelson dan Morley mencapai suatu kesimpulan bahwa tidak ada *pergeseran frinji yang teramati*. Jadi, melalui eksperimen ini tidak ada indikasi dari gerak bumi melalui eter. Pola interferensinya dapat dilihat pada Gambar 1.12.



Gambar 1.12.
Pola interferensi dari interferometer Michelson-Morley. Polanya tidak tergantung pada gerak bumi dalam ruang.

Contoh 1:
Tinjau sebuah gaya gravitasi dalam salah satu kerangka acuan lembam. Gaya ini menyebabkan benda jatuh mengalami percepatan. Bagaimana rumus gaya dalam kerangka yang lain?

Jawab:
Komponen gaya dalam arah-y

$$F'_{y'} = ma'_{y'} = m\frac{d^2 y'}{dt'^2}$$

Karena $y' = y$ dan $t' = t$ maka

$$F'_{y'} = m\frac{d^2 y}{dt^2} = ma_y = F_y\,, \;\Rightarrow a'_{y'} = a_y \text{ dan } F'_{y'} = F_y$$

Komponen gaya dalam arah-x

$$F'_{x'} = ma'_{x'} = m\frac{d^2 x'}{dt'^2} = m\frac{d^2}{dt^2}\left(x - vt\right) = m\frac{d^2 x}{dt^2} = F_x$$

diperoleh

$$a'_{x'} = a_x \text{ dan } F'_{x'} = F_x$$

oleh karena percepatan dari benda sama pada masing-masing kerangka acuan, maka gayanya juga sama. Hukum Newton berlaku dalam kedua kerangka acuan. Keduanya adalah sistem lembam.

Contoh 2:
Seorang pengamat di bumi melihat sebuah tumbukan antara dua partikel yang masing-masing memiliki massa m_1 dan m_2. Pengamat tersebut mendapatkan, melalui sebuah pengukuran, bahwa momentum adalah kekal. Dengan menggunakan teorema penjumlahan klasik/Galileo, tunjukkan bahwa pengamat lain yang berada pada kereta yang bergerak, momentumnya juga kekal dalam tumbukan itu.

Jawab:
Pertama kita definisikan partikel 1 massanya m_1 dan partikel 2 massanya m_2.

Terhadap kerangka acuan tanah, partikel 1 bergerak dengan kecepatan v_1, sedangkan partikel 2 bergerak dengan kecepatan v_2. Kecepatan setelah tumbukan adalah u_1 dan u_2 berturut-turut untuk partikel 1 dan 2.
Diketahui bahwa momentum kekal selama tumbukan

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 v_2$$

Andaikan kereta bergerak dengan kecepatan v_K relatif terhadap tanah. Dengan teorema penjumlahan kecepatan klasik, kecepatan partikel 1 dan partikel 2 sebelum dan setelah tumbukan adalah

$$v_1' = v_1 - v_K \qquad v_2' = v_2 - v_K$$
$$u_1' = u_1 - v_K \qquad u_2' = u_2 - v_K$$

Momentum yang diamati pada kereta sebelum tumbukan adalah

$$\begin{aligned} P_{awal} &= m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ &= m_1 (v_1 - v_K) + m_2 (v_2 - v_K) \\ &= m_1 v_1 + m_2 v_2 - (m_1 + m_2) v_K \end{aligned}$$

Momentum yang diamati pada kereta setelah tumbukan adalah

$$\begin{aligned} P_{akhir} &= m_1 u_1' + m_2 u_2' \\ &= m_1 (u_1 - v_K) + m_2 (u_2 - v_K) \\ &= m_1 u_1 + m_2 u_2 - (m_1 + m_2) v_K \end{aligned}$$

Diperoleh

$$P_{awal} = P_{akhir}$$

Jadi, momentumnya juga kekal diamati oleh pengamat yang berada di dalam kereta.

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1) Tuliskan persamaan transformasi Galileo untuk koordinat pada kasus arah sebarang dengan kecepatan relatif $\vec{u}$ dari satu koordinat terhadap koordinat yang lain. Tinjau bahwa sumbu-sumbu dari kedua kerangka acuan tetap sejajar!
2) Dari soal 1, tuliskan untuk kecepatan dan percepatannya!
3) Jelaskan eksperimen aberasi Bradley dan hasilnya!
4) Jelaskan eksperimen Fizeau dan hasilnya!
5) Jelaskan eksperimen Michelson-Morley dan hasilnya!

Petunjuk Jawaban Latihan

1) Anda misalkan $\vec{u}$ memiliki komponen u_x, u_y dan u_z.
2) Dari jawaban soal 1, diferensiasikan terhadap waktu untuk memperoleh kecepatan. Kemudian, lakukan sekali lagi untuk memperoleh percepatan.
3) Anda berikan tujuan, langkah-langkahnya dan kesimpulannya.
4) Anda berikan tujuan, langkah-langkahnya dan kesimpulannya.
5) Anda berikan tujuan, langkah-langkahnya dan kesimpulannya.

RANGKUMAN

1. Hubungan antara dua kerangka acuan lembam diberikan oleh persamaan transformasi Galileo.
2. Transformasi Galileo untuk koordinat diberikan oleh

$$\begin{aligned} x' &= x - \mathrm{v}t, \\ y' &= y, \\ z' &= z, \\ t' &= t. \end{aligned} \qquad \text{dan} \qquad \begin{aligned} x &= x' + vt' \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= t' \end{aligned}$$

3. Transformasi Galileo untuk kecepatan diberikan oleh

$$v'_{x'} = v_x - v \qquad\qquad v_x = v'_{x'} + v$$
$$v'_{y'} = v_y \quad , \quad \text{dan} \quad v_y = v'_{y'}$$
$$v'_{z'} = v_z \qquad\qquad v_z = v'_{z'}$$

4. Transformasi Galileo untuk percepatan diberikan oleh
$$a'_{x'} = a_x, \qquad a'_{y'} = a_y, \qquad a'_{z'} = a_z.$$
5. Hukum-hukum dalam mekanika klasik invarian terhadap transformasi Galileo.
6. Rumus aberasi Bradley
$$\sin\beta = \frac{v}{c}\sin\alpha$$
7. Dalam eksperimen Fizeau diperoleh bahwa kecepatan cahaya di dalam medium atau lebih kecil dari kecepatan cahaya dalam vakum.
8. Hasil dari eksperimen Michelson-Morley, bahwa tidak ada eter dan laju cahaya tidak bergantung dari gerak pengamat.

TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

1) Jika kita meninjau transformasi Galileo dalam suatu arah sebarang untuk kecepatan ***v*** dari salah satu kerangka acuan yang bergerak relatif terhadap yang lain maka kita akan memiliki satu set persamaan ….
   A. $x' = x - v_x t$, $y' = y$, $z' = z$, $t' = t$
   B. $x' = x - v_x t$, $y' = y - v_x t$, $z' = z$, $t' = t$
   C. $x' = x - v_x t$, $y' = y - v_y t$, $z' = z - v_z t$, $t' = t$
   D. $x' = x - v_x t$, $y' = y - v_x t$, $z' = z - v_x t$, $t' = t$

2) Sebuah bola dilemparkan searah dengan gerak sebuah mobil dengan kecepatan v' terhadap kerangka acuan mobil. Jika kecepatan mobil adalah v terhadap kerangka acuan bumi maka kecepatan bola yang diamati oleh pengamat yang berada di bumi adalah ….
   A. 0
   B. v'
   C. $v + v'$
   D. v – v'

3) Transformasi Galileo dari sebuah titik (x, y, z) = (2 m, 1 m, 2 m) ke dalam kerangka acuan S′ yang bergerak dengan kecepatan 20 m/s searah sumbu-x relatif terhadap S dalam waktu 1 s adalah ….
   A. (-22 m, -21 m, -22 m)
   B. (-18 m, -19 m, -18 m)
   C. (-18 m, 1 m, 2 m)
   D. (2 m, 1 m, -18 m)

4) Bila kita meninjau sebuah benda yang jatuh bebas dalam dua kerangka acuan yang bergerak relatif satu dengan yang lain maka ….
   A. percepatan dalam kedua kerangka acuan adalah nol
   B. percepatan dalam kedua kerangka acuan adalah sama
   C. percepatan pada salah satu kerangka acuan adalah tetap dan pada kerangka acuan yang lain nol
   D. percepatan pada kedua kerangka acuan sebanding dengan suatu konstanta

5) Diketahui laju seorang pengamat adalah 3×10^4 m/s mengamati sebuah bintang. Jika sudut antara dia dan bintang sebesar 30^0, maka sudut aberasinya adalah … (diketahui $c = 3 \times 10^8$ m/s).
   A. $\cos^{-1} (5{,}0 \times 10^{-5}$ m/s)
   B. $\cos^{-1} (5{,}0 \times 10^{-4}$ m/s)
   C. $\sin^{-1} (5{,}0 \times 10^{-5}$ m/s)
   D. $\sin^{-1} (5{,}0 \times 10^{-4}$ m/s)

6) Lebar frinji interferensi yang dihasilkan melalui eksperimen Fizeau pada air bergerak dengan laju 7 m/s (indeks bias air 1,33) dan panjang pipa 1,5 m untuk sebuah berkas cahaya merah ($\lambda = 5{,}5 \times 10^{-7}$ m) adalah ….
   A. 0,050
   B. 0,098
   C. 0,980
   D. 1,050

7) Bila kecepatan cahaya dalam sebuah medium dua per tiga dari kecepatan cahaya dalam vakum maka indeks bias dari medium adalah ....
   A. 0,66
   B. 1,33
   C. 1,50
   D. 1,70

8) Dalam eksperimen Michelson-Morley, jika pengamat bergerak dengan kecepatan cahaya maka pergeseran frinji interferensi yang teramati dengan lengan sama panjang adalah ....
   A. 0
   B. L/λ
   C. $2L/\lambda$
   D. $3L/\lambda$

9) Diketahui pergeseran frinji interferensi dari sebuah eksperimen Michelson-Morley adalah 0,05. Bila kedua lengan panjangnya sama panjang 15 m, kecepatan cahaya 3×10^8 m/s, maka untuk pengamat yang bergerak dengan kecepatan 10^4 m/s berkas cahaya yang diamati memiliki panjang gelombang ….
   A. 2×10^{-2} m
   B. 5×10^{-7} m
   C. $5{,}70 \times 10^{-7}$ m
   D. $6{,}67 \times 10^{-7}$ m

10) Salah satu kesimpulan yang dapat diambil dari percobaan Michelson-Morley adalah ….
   A. kecepatan cahaya bergantung pada gerak pengamat
   B. kecepatan cahaya tidak bergantung pada gerak pengamat
   C. eter itu ada, namun tidak teramati
   D. eter teramati melalui pergeseran frinji interferensi

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan modul selanjutnya. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama bagian yang belum dikuasai.

Kunci Jawaban Tes Formatif

Tes Formatif 1

1) B. Lihat contoh 1.
2) D.
3) D.
4) C. Pemilihan sistem koordinat sangat baik bila bersesuaian dengan geometri dari objek.
5) B. Dengan menggunakan sistem koordinat yang berotasi persamaan (1.10), ganti $\omega t \rightarrow \alpha$ maka

$$x' = x\cos\alpha + y\sin\alpha$$
$$y' = -x\sin\alpha + y\cos\alpha$$
$$z' = z$$

Kemudian, masukkan untuk $\alpha = 30^0$, dengan mengingat $\sin 30^0 = \frac{1}{2}$ dan $\cos 30^0 = \frac{1}{2}\sqrt{3}$, maka diperoleh

$$x' = x\cos 30^0 + y\sin 30^0 = \frac{1}{2}\sqrt{3}x + \frac{1}{2}y$$
$$y' = -x\sin 30^0 + y\cos 30^0 = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\sqrt{3}$$
$$z' = z$$

6) B. Dengan menggunakan Hukum pertama Newton.
7) A. Oleh karena A merasa diam terhadap kereta.
8) B.
9) C. Jarak kedua titik adalah $3\sqrt{6}$ m pada kerangka acuan S. Jarak ini akan sama diukur dalam kerangka acuan S', lihat contoh 2.
10) C. Bentuk persamaan akan sama dalam kerangka acuan lembam.

Test Formatif 2

1) C.
2) C. Komponen kecepatan adalah $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ maka untuk arah sembarang sama halnya dengan meninjau untuk setiap arah dari komponen kecepatan.

Kita harus mengetahui bagaimana mentransformasikan kecepatan. Bila kita asumsikan mobil bergerak sepanjang sumbu x pada kecepatan *v* terhadap kerangka acuan bumi, maka

$$x = x' + vt$$

sesuai dengan transformasi Galileo. Bila kita turunkan terhadap waktu

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + v = v' + v$$

3) C. Gunakan transformasi koordinat Galileo untuk kerangka acuan yang bergerak searah sumbu-x terhadap yang lain.

$$x' = x - vt = 2\,m - (20\,m/s)1s = -18\,m$$

$$y' = y = 1m$$

$$z' = z = 2\,m$$

4) D. Percepatan pada kedua kerangka acuan memiliki bentuk sama, tetapi tidak berarti sama, jadi bisa dibandingkan dengan sebuah konstanta.

5) C. Rumus aberasi Bradley adalah

$$\sin\beta = \frac{v}{c}\sin\alpha = \frac{3\times10^4\ m/s}{3\times10^8\ m/s}\sin 30^0 = 0,5\times10^{-4}$$

jadi $\beta = \sin^{-1}(5\times10^{-5})$.

6) B.

$$\Delta_{Fizeau} \approx \frac{2Lvn^2}{c\lambda}\left(1-\frac{1}{n^2}\right) = \frac{2(1,5\,m)(7\,m/s)(1,33)^2}{(3\times10^8\,m/s)(5,5\times10^{-7}\,m)}\left(1-\frac{1}{(1,33)^2}\right).$$

$$= \frac{12,3823}{55}\left(1-\frac{1}{1,7689}\right) = 0,098$$

7) C. $c_{medium} = \frac{c}{n} \Rightarrow \frac{2}{3}c = \frac{c}{n} \rightarrow n = 1,5$

8) C.

$$\Delta N = \frac{v^2}{c^2}\frac{(L_1+L_2)}{\lambda} = \frac{c^2}{c^2}\frac{(L+L)}{\lambda} = \frac{2L}{\lambda}$$

9) D. Diketahui:

$$\Delta N = 0,05$$

$$L = 15m$$

$v = 10^4 m/s$

$c = 3\times10^8 m/s$

maka

$$\lambda = \frac{v^2}{c^2}\frac{2L}{\Delta N} = \frac{(10^4 m/s)^2}{(3\times10^8 m/s)^2}\frac{2\times15m}{0,05} = \frac{10^9}{3\times5\times10^{14}} m = 6,67\times10^{-7} m$$

10) B.

Daftar Pustaka

Alonso Finn. (1981). *Physics.* London: Addison Wesley. Addison Wesley. Publishing. Company.

Enstein, A. (1961). *Relativitys The Special & the General Theory*. New York: Wing Books.

Goldberg. S. (1984). *Understanding Relativity*. Boston: Birkhouse.

Kusminarto (1993) *Pokok-pokok Fisika Modern.* Jakarta: Depdikbud, Dikti, Proyek PTK PT.