

Hakikat Matematika

Drs. Sukardjono, M.Pd.



PENDAHULUAN

Pada Modul 1 ini akan dipaparkan apa dan siapa matematika, apa dan bagaimana filsafat matematika, dan apa dan bagaimana filsafat pendidikan matematika. Agar uraian menjadi mudah, pertama-tama akan dibahas tentang matematika. Tentu ini Anda sudah tahu. Kemudian dilanjutkan dengan apa filsafat secara umum dan lebih khusus filsafat matematika, dan diakhiri dengan apa itu filsafat pendidikan matematika. Saya berjanji untuk memandu Anda sebaik-baiknya, sehingga akan menjadi mata kuliah yang menyenangkan dan mudah dipahami.

Dalam modul ini Anda akan mempelajari tentang hakikat matematika dan peradaban manusia, apa dan bagaimana filsafat matematika dan filsafat pendidikan matematika. Setelah menyelesaikan modul ini Anda diharapkan memiliki kemampuan:

1. menjelaskan hakikat matematika;
2. menjelaskan pengertian filsafat matematika;
3. menjelaskan pengertian filsafat pendidikan matematika;
4. menjelaskan perbedaan penalaran induktif dan penalaran deduktif.

Lebih khusus lagi Anda diharapkan mampu:

1. memberikan contoh peran matematika masa lalu dan masa kini;
2. membedakan penalaran induktif dan penalaran deduktif;
3. mendefinisikan filsafat;
4. menyebutkan cabang-cabang filsafat;
5. membedakan cabang-cabang filsafat;
6. menyebutkan pengertian filsafat matematika;
7. menyebutkan pengertian filsafat pendidikan matematika;
8. menyebutkan aliran-aliran filsafat matematika;
9. menyebutkan pandangan para filsuf tentang matematika.

Kemampuan-kemampuan tersebut sangat penting bagi guru matematika SMP maupun guru matematika SMA. Dengan bekal kemampuan ini cakrawala matematika Anda akan menjadi makin luas. Anda akan makin percaya diri. Bahkan berpeluang besar Anda dan siswa Anda akan makin mencintai bidang studi matematika dan terhadap tugas mengajar matematika di sekolah, juga tidak tertutup kemungkinan Anda akan mampu mengembangkan diri jauh lebih profesional.

Untuk membantu Anda menguasai kemampuan-kemampuan di atas, modul ini akan disajikan pembahasan dalam butir uraian, dan dibagi dalam tiga kegiatan belajar sebagai berikut.

Kegiatan Belajar 1: Matematika dan Peradaban Manusia.

Kegiatan Belajar 2: Filsafat Matematika.

Kegiatan Belajar 3: Filsafat Pendidikan Matematika.

Agar Anda berhasil dengan baik dalam mempelajari modul ini ikutilah petunjuk-petunjuk sebagai berikut.

1. *Bacalah* dengan cermat Bagian Pendahuluan Modul ini sampai Anda memahami *apa, untuk apa, dan bagaimana* mempelajari modul ini.
2. *Baca sepintas* bagian demi bagian dan *temukan kata-kata kunci* dan kata-kata yang Anda anggap *kata baru*. Jangan terkejut atau gusar jika pada pembacaan pertama Anda belum dapat memahami.
3. *Tangkaplah* pengertian demi pengertian dari isi modul ini melalui *pemahaman sendiri* dan lakukan *tukar pikiran* dengan mahasiswa atau guru lain atau dengan tutor Anda.
4. Jika pembacaan pertama belum dapat dipahami, adalah kejadian *lumrah*. Cobalah ulangi lagi. Gunakan alat-alat bantu seperti pensil dan kertas untuk coret-coret jika diperlukan.
5. *Mantapkan* pemahaman Anda melalui *diskusi* mengenai hasil pemahaman dalam kelompok belajar Anda atau dengan tutor.

KEGIATAN BELAJAR 1

Matematika dan Peradaban Manusia

Ingat Lomba Matematika yang makin menjamur, termasuk Olimpiade Matematika? Mengapakah pada akhir-akhir ini matematika menjadi begitu penting? Mengapakah para pejabat pemerintah, industriawan, politisi dan lain-lain begitu peduli terhadap matematika? Dapatkah komputer memecahkan persoalan matematika lebih cepat dan lebih cermat daripada manusia sehingga memenuhi akan kebutuhan kekurangan matematikawan? Mengapakah sebagian besar negara-negara di dunia dengan antusias mengikuti lomba olimpiade matematika internasional (*International Mathematic Olympiad*)?

Untuk menjawab persoalan-persoalan itu Anda perlu memahami apakah matematika itu dan bagaimana ia digunakan. Mungkin Anda sudah tahu bahwa matematika lebih daripada *aritmetika*, yakni ilmu tentang kalkulasi atau perhitungan. Matematika lebih daripada *aljabar*, yang merupakan bahasa lambang, relasi dan operasi. Matematika lebih daripada *geometri*, yang merupakan pelajaran tentang bangun, ukuran, dan ruang. Matematika lebih daripada *statistika*, yakni ilmu untuk menafsirkan data dan grafik-grafik. Matematika lebih daripada *kalkulus* yakni bidang studi tentang perubahan, limit, dan ketakhinggaan. Matematika adalah semuanya itu bahkan lebih.

Matematika adalah cara atau metode berpikir dan bernalar. Matematika dapat digunakan untuk membuat keputusan apakah suatu ide itu benar atau salah atau paling tidak ada kemungkinan benar. Matematika adalah suatu medan eksplorasi dan penemuan, di situ setiap hari ide-ide baru ditemukan. Matematika adalah metode berpikir yang digunakan untuk memecahkan semua jenis permasalahan yang terdapat di dalam sains, pemerintahan, dan industri. Matematika adalah bahasa lambang yang dapat dipahami oleh semua bangsa berbudaya. Bahkan dipercaya bahwa matematika akan menjadi bahasa yang dipahami oleh penduduk di planet Mars dan lain-lain (jika di sana ada penduduknya!). Matematika adalah seni, seperti pada musik, penuh dengan simetri, pola, dan irama yang dapat sangat menghibur.

Matematika dilukiskan pula sebagai pelajaran tentang pola. Pola adalah sejenis keteraturan, baik dalam bentuk maupun dalam ide. Pelajaran tentang pola ini telah menjadi penting dalam sains. Sebab, keteraturan dan simetri terjadi begitu sering di alam nyata. Lihat saja: cahaya, magnetisme, arus listrik, gelombang laut, lintasan pesawat dan satelit, arus air, mekanika-atom. Semuanya ini mempunyai pola yang di dunia matematika diklasifikasikan ke dalam jenis pola tertentu.

Jika Anda melihat sejarah peradaban manusia pada masa lalu, Anda akan melihat bahwa matematika selalu memainkan peran utamanya. Matematika telah menjadi wahana untuk:

1. pengukuran perbatasan negara;
2. penggambaran peta-peta;
3. peningkatan perdagangan;
4. pembangunan rumah dan jembatan;
5. pemahaman gerakan benda langit;
6. navigasi kapal laut;
7. perencanaan perang dan damai;
8. peramalan cuaca;
9. pembangunan persenjataan;
10. penarikan pajak.

Sedangkan apabila Anda melihat pada masa kini (abad ini XXI), matematika telah menjadi wahana untuk:

1. penemuan prinsip-prinsip sains baru;
2. pengarahannya lalu lintas dan komunikasi;
3. penemuan bijih tambang baru;
4. penemuan mesin-mesin baru;
5. pembuatan vaksin dan obat baru;
6. peramalan gerak benda langit;
7. penciptaan komputer;
8. penggunaan energi atom;
9. peramalan pertumbuhan penduduk;
10. pengembangan strategi pemasaran;
11. navigasi angkasa luar;
12. peningkatan pajak.

Baik matematika murni maupun matematika terapan (begitu orang sering mengatakan), tumbuh terus setiap hari. Melalui eksperimen, imajinasi, dan penalaran; matematikawan menemukan fakta-fakta dan ide-ide baru sehingga pemerintah, pengusaha, dan ilmuwan dapat menggunakannya untuk memajukan peradaban manusia. Jika Anda merenung sejenak tentang perubahan atau perkembangan dunia dewasa ini, misalnya tentang satelit, kapal selam, nuklir, mesin-mesin otomatis, antibiotika, telepon dan televisi digital, Anda akan melihat bagaimana matematika dan sains telah mengubah gaya hidup manusia.

Tentulah bahwa tidak semua orang mampu menjadi matematikawan atau ilmuwan. Akan tetapi, agar orang dapat memahami dunia yang makin modern ini adalah mutlak perlu sedikit-banyak mengerti tentang matematika. Pengetahuan matematika ini akan membawa orang lebih berjaya baik di sekolah, di rumah, maupun di hari depan dunia kita yang akan menjadi ultra-modern. Tentu saja, sebagai warga negara yang baik, apabila semua perubahan itu telah mengambil tempat, akan diperlukan beberapa pengetahuan matematika. Orang-orang di pemerintahan harus pula diberi informasi agar mereka dapat mengambil keputusan yang bijaksana untuk menghadapi masa depan yang makin modern.

Sudah barang tentu jika seseorang ingin mengembangkan kariernya di bidang sains dan keteknikan, yang semuanya berdasarkan pada matematika, mutlak perlu menjadi pakar di bidang ini. Kini ada keinginan besar dari matematikawan untuk melakukan riset, mengajar, atau menemukan penerapan baru dari matematika "lama" maupun "baru". Matematikawan profesional tidak jarang memainkan peran penting dalam membangun peradaban manusia. Metode penalaran yang digunakan oleh matematikawan besar dunia dan hasil-hasil logika mereka jauh lebih penting daripada budaya manusia masa kini (Baca Archimedes di halaman berikutnya).

Matematika adalah 'alat' bagi para pembuat peta, arsitek, navigator angkasa luar, pembuat mesin, akuntan, dan lain-lain. Memang betul bahwa akuntan yang bekerja dengan masalah keuangan, astronom yang mengukur jarak Bumi ke Mars, insinyur yang merancang jembatan, fisikawan yang membuat plastik baru, biasanya bukanlah matematikawan secara langsung. Mereka ini menggunakan ide-ide matematis yang telah ditemukan oleh matematikawan. Matematikawanlah yang berkewajiban menemukan matematika baru dan ide-ide matematis baru.

Kemampuan matematikawan memecahkan suatu persoalan sebagian tergantung dari kepekaannya terhadap suatu pola. Apabila ia menemukan suatu pola atau keteraturan baru, ia menyelidikinya, dan berusaha untuk menemukan makna, aturan, dan rumus yang akan menjelaskan atau mendeskripsikan pola itu. Jadi untuk menjadi matematikawan yang profesional, salah satunya, harus dapat ‘menikmati’ keindahan suatu pola. Segitiga Pascal adalah sebuah contoh bentuk pola. Matematikawan Prancis Blaise Pascal (1623 – 1662) menyelidiki bilangan-bilangan yang diperoleh dari relasi matematis $(a + b)^n$ untuk $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ yang kini disebut “segitiga Pascal”

Matematikawan gemar bergulat dengan ide-ide. Mereka bekerja, utamanya dengan pemikiran dan penalaran. Inilah jenis pekerjaan yang dapat dilakukan sambil menunggu bis, mendaki gunung, bahkan sambil mandi. Apakah pekerjaan itu dikerjakan di belakang meja atau di laboratorium, tetap saja sangat menarik dan penting untuk peradaban manusia.

A. ARCHIMEDES (287 – 212 SM)

Archimedes, matematikawan dan saintis besar bangsa Yunani, adalah kawan-dekat (dalam angan-angan) guru besar masa kini. Apabila ia sedang memecahkan masalah, ia lupa akan makan, istirahat, atau bersenang-senang. Ia dapat duduk berjam-jam mengagumi gambar-gambar bangun geometri yang digambarnya pada abu dan merasuk ke dalam hatinya. Ketika perang menerobos ke dalam kotanya, Syracuse, sebuah koloni Yunani yang sekarang disebut Sisilia, ia sedang mengagumi gambar-gambar bangun geometri yang telah digambarnya di atas pasir. Suatu bayang-bayang menutupi gambarnya; ketika ia memprotes pengganggu pikirannya itu, serdadu Romawi membunuhnya. Memang, bangsa Romawi bukanlah bangsa pemimpi seperti halnya bangsa Yunani, dan karena itu bangsa Romawi tidak berkontribusi apa pun dalam matematika atau sains seperti yang diberikan oleh bangsa Yunani.

Archimedes dikenal sebagai ilmuwan yang banyak menemukan alat-alat mekanik. Banyak di antara alat-alat itu adalah mesin militer. Ia juga menemukan suatu prinsip (dalam fisika) yang menyatakan bahwa objek-objek yang dimasukkan ke dalam zat cair akan mendapat tekanan ke atas dengan gaya yang sama besarnya dengan berat zat cair yang didesaknya. Sejarah mengatakan bahwa ia memikirkan suatu ide ketika sedang mandi dan

sekonyong-konyong berlari untuk mengumumkan penemuannya kepada sang raja tanpa mengenakan pakaiannya terlebih dahulu.

Dalam matematika, Archimedes dicatat bagi penentuannya nilai bilangan π (phi). Dengan membandingkan lingkaran-lingkaran dengan poligon (bangun segi-banyak) dengan menaikkan banyaknya sisi-sisi poligon, ia menghitung π sedikit lebih dari $\frac{223}{71}$ dan sedikit kurang dari $\frac{220}{70}$. Ia berhasil membuktikan banyak rumus untuk luas dan volume bangun-bangun geometrik, yang ia bandingkan dengan volume suatu tabung atau suatu bola. Salah satu idenya serupa dengan kalkulus yang ditemukan oleh Newton dan Leibniz.

Archimedes dianggap telah mengatakan, “Jika Anda memberiku pengungkit yang cukup panjang, saya dapat menggerakkan dunia”. Tetapi sesungguhnya ia jauh lebih berjaya “menggerakkan” dunia ke depan dalam matematika dan sains daripada menggerakkannya secara fisik.

B. PENALARAN DALAM MATEMATIKA

Matematikawan sangat peduli terhadap penggunaan imajinasi, intuisi, dan penalaran untuk memperoleh ide-ide baru dan untuk memecahkan persoalan-persoalan yang problematik. Mereka menggemari eksplorasi ide-ide baru, mencoba memecahkan masalah dengan berbagai metode, dan mengungkapkan ide-ide itu dengan cara yang jelas dan dengan bahasa yang ringkas.

Salah satu metode yang digunakan oleh matematikawan untuk menemukan ide-ide baru adalah melakukan eksperimen. Metode ini serupa dengan apa yang dilakukan oleh ilmuwan lain di laboratorium. Metode ini disebut metode *eksperimen*, atau *penalaran induktif*. Marilah kita lihat bagaimana metode eksperimen ini digunakan dalam memecahkan persoalan.

“Sebuah roti berbentuk bulat, diiris beberapa kali dengan menggunakan sebuah pisau sedemikian rupa sehingga garis pengiris tidak memotong garis pengiris yang telah ada lebih dari dua kali. Berapakah banyaknya (maksimum) potongan roti yang akan diperoleh?”

Anda dapat memecahkan persoalan ini dengan metode eksperimen. Tentu saja Anda tidak memerlukan roti. Cukup sejumlah keping kertas berbentuk bulat – lingkaran. Anda dapat melakukan pemotongan dengan menggambar garis-garis. Mencatat tabel potongan yang terjadi dalam daftar di bawah ini.

Banyaknya garis potong	0	1	2	3	4	5	...
Banyaknya potongan	1	2	4	7	11	16	...
Bertambahnya potongan	-	1	2	3	4	5	...

Anda periksa tabel itu baik-baik. Bertambahnya potongan adalah: 1, 2, 3, 4, 5, ... Pola ini memungkinkan Anda meramal banyaknya potongan. Dengan 6 garis potong akan terdapat 22 potongan (yakni, $16 + 6$). Dengan 7 garis potong akan terdapat 29 potongan (yakni, $22 + 7$). Dan seterusnya.

Penalaran jenis ini, yakni membuat kesimpulan umum setelah melihat atau memperhatikan contoh-contoh khusus disebut *penalaran induktif*.

Berikut ini eksperimen yang lain. Buatlah beberapa bangun segitiga dari kertas. Buatlah bentuknya bermacam-macam. Ambil satu segitiga. Potong pojok-pojoknya. Letakkan pojok-pojok itu sisi-menyisi. Apa yang Anda lihat?

Eksperimen ini *mengisyaratkan* bahwa jumlah sudut-sudut suatu segitiga adalah 180° . Tetapi berapa pun banyak segitiga yang Anda cobakan, saya tidak akan pernah yakin bahwa jumlah sudut-sudut setiap segitiga adalah 180° . Barangkali ada segitiga yang bentuknya aneh tidak akan memberikan hasil seperti itu. Dengan demikian sembarang kesimpulan yang ditarik dari suatu eksperimen dikatakan *barangkali* benar. Ide-ide yang ditemukan melalui metode induktif eksperimen *sering kali* benar, tetapi *tidak selalu* benar atau *tidak perlu* benar.

Metode berikutnya yang banyak digunakan dalam matematika adalah *penalaran deduktif*. Perhatikanlah contoh berikut ini. Gambarlah segi-6 konveks (cembung). Pilihlah sebuah titik sudutnya. Banyaknya diagonal yang dapat ditarik dari titik sudut ini ada 4 buah dan banyaknya segitiga yang terbentuk juga 4 buah. Jumlah semua sudut segitiga-segitiga yang terjadi adalah sama dengan jumlah sudut-sudut segi-6 itu. Karena jumlah sudut-sudut sebuah segitiga adalah 180° , maka jumlah sudut-sudut segi-6 adalah $4 \times 180^\circ = 720^\circ$.

Marilah kita analisis penalaran ini. Kita memulai dengan beberapa ide yang diasumsikan atau dianggap benar atau terlebih dahulu telah diketahui kebenarannya. Kemudian kita menggunakan kekuatan penalaran untuk memperoleh kesimpulan. Tidak ada eksperimen apa pun yang kita lakukan. Dengan melakukan asumsi tentang banyaknya segitiga dalam gambar

segienam konveks, kita peroleh kesimpulan jumlah sudut-sudut segi enam konveks. Metode penalaran yang demikian disebut *penalaran deduktif*. Dalam penalaran deduktif kita memperoleh kesimpulan khusus dari asumsi-asumsi yang lain. Tentu saja kebenaran kesimpulan ini tergantung dari kebenaran asumsi-asumsi awal.

Jadi, kita dapat *yakin* atau *pasti* bahwa kesimpulan itu benar asalkan asumsi yang mendasarinya (yakni, jumlah sudut-sudut suatu segitiga 180°) juga benar.



LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Menurut uraian di atas apakah yang disebut: aritmetika, aljabar, statistika, geometri, dan kalkulus?
- 2) Sebutkan sekurang-kurangnya lima definisi matematika menurut uraian di atas!
- 3) Sebutkan peranan matematika dalam perkembangan peradaban manusia pada masa lalu dan masa kini!
- 4) Sebagai warga negara yang baik, perlu sedikit-banyak “tahu” tentang matematika. Jelaskan mengapa demikian!
- 5) Selesaikan masalah berikut dengan cara mencari pola yang secara teratur dan berulang-ulang! Susunlah deretan 6 koin. Tiga Gambar (G) menghadap ke atas dan tiga Angka (A) menghadap ke atas, dengan ruang kosong seperti gambar di bawah ini:

G G G – A A A

Masalahnya adalah mengubah posisi koin itu dengan cara memindahkan satu langkah ke ruang kosong, atau melompati koin lain yang berdekatan untuk masuk ke ruang kosong. Tidak boleh bergerak mundur, ruang sepanjang G G G – A A A sebanyak 7 posisi harus tetap.

- 6) Seekor kera berada pada dasar sebuah jurang setinggi 30 meter. Setiap hari kera itu naik 3 meter dan tergelincir ke bawah 2 meter. Dalam berapa hari kera akan sampai di puncak jurang?

Petunjuk Jawaban Latihan

Latihan 1, 2, dan 3 lihat langsung pada uraian.

- 4) Kemajuan teknologi bertujuan memudahkan hidup manusia. Teknologi adalah penerapan sains. Bahasa sains adalah matematika.
- 5) Penyelesaian tergantung pada pola $G A G A$. Umpamanya: $G G G - A A A \Rightarrow G G - G A A A \Rightarrow G G A G - A A \Rightarrow G G A G A - A$ dan seterusnya.
- 6) 29 hari. Lompatan terakhir tidak tergelincir (mengapa?) Jika x lamanya periode tergelincir, maka $(3 - 2)x + 2 = 30$. $x = 28$.



RANGKUMAN

Matematika adalah alat yang dapat membantu memecahkan berbagai permasalahan (dalam pemerintahan, industri, sains). Dalam perjalanan sejarahnya, matematika berperan membangun peradaban manusia sepanjang masa.

Metode yang digunakan adalah eksperimen atau penalaran induktif dan penalaran deduktif. Penalaran induktif adalah penarikan kesimpulan setelah melihat kasus-kasus yang khusus. Kesimpulan penalaran induktif memiliki derajat kebenaran *barangkali* benar atau *tidak perlu* benar.

Penalaran deduktif adalah penarikan kesimpulan dari hal-hal yang umum ke hal yang khusus. Kebenaran dalam penalaran deduktif adalah *yakin* benar atau *pasti* benar *asalkan* asumsi yang mendasarinya juga benar.



TES FORMATIF 1

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

- 1) Matematika menjadi begitu penting, dalam arti menarik kepedulian pejabat, industriawan, politisi, kaum pedagang, dan sebagainya. Sebab matematika
 - A. sulit dipelajari
 - B. merupakan warisan peradaban manusia
 - C. ada dalam kurikulum sekolah jenjang mana pun
 - D. dapat membantu memecahkan berbagai persoalan.

- 2) Amir adalah siswa kelas V SD “Kampung Maju”. Semua anak kelas V SD tersebut adalah penggemar matematika. Amir adalah salah satu murid kelas V SD tersebut. Dapat disimpulkan bahwa Amir penggemar matematika. Kesimpulan ini berdasarkan penalaran
- induktif
 - deduktif
 - eksperimen kemudian induktif
 - induktif kemudian deduktif
- 3) Badu dan Aminah, suami-isteri, kedua-duanya bekerja di pabrik. Badu libur pada setiap hari ke-9 dan Aminah setiap hari ke-6. Jika hari ini Badu libur dan besok Aminah libur, maka hari libur mereka bersama-sama adalah
- hari ke 56 dari hari ini
 - hari ke-57 dari hari ini
 - tak ada pola yang muncul
 - 7 minggu sekali mereka libur bersama.
- 4) Perhatikan: $9 \times 43 = 387$. Kemudian: $3 + 8 + 7 = 18$. Dan $1 + 8 = 9$. Jadi jika suatu bilangan bulat habis dibagi 9, maka jumlah angka penyusun bilangan itu habis dibagi 9. Kesimpulan ini adalah
- pasti benar atau yakin benar
 - barangkali benar atau mungkin benar
 - tergantung bilangannya
 - selalu benar
- 5) Ukurlah keliling (k) dan diameter (d) dari benda-benda: dasar botol, saringan almunium, dan roda sepeda. Ternyata perbandingan $k : d \approx 3,14$ (lambang \approx artinya ‘mendekati’). Kesimpulan ini adalah
- pasti benar atau yakin benar
 - barangkali benar atau mungkin benar
 - tergantung besarnya benda
 - selalu benar
- 6) Buatlah ayunan (pendulum) menggunakan seutas benang yang panjangnya 25 cm, dan bebannya 100 gram. Hitunglah berapa kali ayunan itu akan berayun dalam 10 detik. Gantilah panjang ayunan berturut-turut dengan 75 cm dan 100 cm. Kesimpulan yang dapat diperoleh adalah
- makin panjang benang makin banyak ayunan
 - makin panjang benang makin sedikit ayunan

- C. banyaknya ayunan sama saja
D. banyak ayunan tergantung berat beban.
- 7) Tiga ekor kucing mampu membunuh 3 ekor tikus dalam waktu 3 menit. Berapa lama 100 ekor kucing mampu membunuh 100 ekor tikus?
A. 1 menit.
B. 3 menit.
C. 100 menit.
D. $\frac{100}{3}$ menit.
- 8) Penalaran yang diperlukan untuk menjawab Soal No. 7 adalah penalaran
A. induktif
B. deduktif
C. induktif kemudian deduktif
D. eksperimen kemudian induktif.
- 9) Semua penduduk di Papua adalah dari suku Aiu dan suku Babiu. Bagi orang asing mereka tampak sama. Akan tetapi orang-orang dari suku Babiu selalu berbicara benar, sedangkan orang-orang dari suku Aiu selalu berbicara bohong. Pada suatu saat datanglah orang asing, dan menjumpai 3 orang Papua. Terjadilah wawancara sebagai berikut:
“Dari suku manakah Anda?”, tanya orang asing kepada orang Papua I.
“Bel geduel beh” jawab orang itu.
“Apa katanya” tanya orang asing kepada orang Papua II dan Papua III.
Dua orang ini mampu berbahasa Indonesia.
“Ya bilang dari suku Babiu”, jawab orang Papua II
“Ya bilang dari suku Aiu” jawab orang Papua III.
Dari suku manakah orang Papua I?
A. Aiu
B. Babiu
C. Bukan Aiu, bukan pula Babiu
D. Orang Papua
- 10) Untuk menjawab pertanyaan soal nomor. 9, Anda dapat menggunakan penalaran apa?
A. Induktif.
B. Deduktif.
C. Induktif, kemudian deduktif.
D. Eksperimen, kemudian induktif.

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali

80 - 89% = baik

70 - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 2

Filsafat Matematika

☉ pertama-tama yang perlu Anda ketahui adalah bahwa filsafat matematika bukanlah satu-satunya filsafat, melainkan hanya salah satu dari banyak filsafat. Oleh karena itu akan kita awali dengan pemaparan filsafat pada umumnya dan kemudian filsafat matematika khususnya. Tentu saja pemaparan hanya sesingkat mungkin.

A. FILSAFAT UMUM

Manusia, termasuk Anda dan saya, adalah makhluk yang bertanya. Bertanya artinya, manusia tidak mau menerima begitu saja, baik keadaan dirinya maupun lingkungannya. Ia ingin tahu segala sesuatu. Bila yang diketahuinya itu tidak sesuai dengan yang diinginkannya, ia akan berusaha keras mengubahnya. Dan kalau itu tidak mungkin, ia akan mengubah dirinya dan ia akan menyesuaikan diri.

Ini adalah kunci peradaban manusia. Peradaban adalah hasil proses transformasi dan adaptasi. Peradaban adalah hasil proses perubahan dan penyesuaian diri.

Manusia adalah makhluk bertanya. Mula-mula bertanya “Apa”. Untuk menjawab “apa” dibutuhkan nama. Tetapi manusia belum puas, kemudian bertanya “Mengapa”. Untuk ini dibutuhkan gagasan.

Titik-titik air yang jatuh dari langit Anda memberi nama ‘hujan’. ‘Hujan’ adalah jawaban untuk pertanyaan ‘apa’. Tetapi tidak untuk pertanyaan ‘mengapa’. Untuk yang terakhir ini jawabannya terletak pada akal manusia. Akal inilah yang mengamati, menimbang-nimbang, kemudian menarik kesimpulan ‘mengapa’. Inilah hakikat *ilmu* atau *sains*. Ilmu selalu berusaha mencari dan merumuskan hukum-hukum yang berlaku yang ada di balik peristiwa-peristiwa atau kenyataan-kenyataan tertentu. Ilmu berusaha menjawab pertanyaan “Mengapa ia begitu?”, sedangkan filsafat berusaha menjawab “Apa hakikat sesuatu”. Dengan demikian ada filsafat ilmu, filsafat bahasa, filsafat hukum, filsafat matematika, filsafat agama, dan bahkan filsafat dari filsafat.

B. PENGERTIAN DAN DEFINISI FILSAFAT

Secara etimologis (arti menurut kata) istilah filsafat berasal dari bahasa Yunani *philosophia*. Kata ini adalah kata majemuk *philos* yang berarti kekasih atau sahabat pengetahuan, dan *sophia* yang berarti kearifan atau kebijaksanaan. Jadi secara harfiah, filsafat berarti yang mencintai kebijaksanaan atau sahabat pengetahuan. Pakar filsafat disebut filsuf, dan orang yang berpikir menggunakan cara filsafat dikatakan berpikir filsafati (kata keterangan atau adjektif).

Para filsuf mempertanyakan awal dan asal mula alam dan berusaha menjawabnya dengan menggunakan rasio atau akalunya. Tetapi tentang definisi filsafat tentu saja berbeda dari filsuf yang satu ke filsuf yang lain. Berikut ini beberapa contohnya.

1. **Plato** mengatakan bahwa filsafat adalah ilmu pengetahuan untuk meraih kebenaran yang asli dan murni. Ia juga mengatakan bahwa filsafat adalah penyelidikan tentang sebab-sebab dan asas-asas yang paling akhir dari segala sesuatu yang ada.
2. **Aristoteles** (murid Plato) mengatakan bahwa filsafat adalah ilmu pengetahuan yang selalu berusaha mencari prinsip-prinsip dan penyebab-penyebab dari realitas yang ada. Ia juga mengatakan bahwa filsafat adalah ilmu pengetahuan yang berupaya mempelajari “ada dan tampilan” dan “ada dan realita”
3. **Rene Descartes**, filsuf Prancis, mengatakan bahwa filsafat merupakan himpunan yang pangkal penyelidikannya tentang Tuhan, alam, dan manusia.
4. **William James**, filsuf Amerika, tokoh pragmatisme dan pluralisme, mengatakan bahwa filsafat adalah suatu upaya yang luar biasa hebatnya untuk berpikir yang jelas dan terang.

Ada empat hal yang merangsang manusia untuk berfilsafat ialah: ketakjuban, ketidakpuasan, hasrat bertanya, dan keraguan.

Kata ketakjuban/keheranan/kekaguman mengandung arti ada subjek (yang kagum) dan ada objek (yang dikagumi). Yang kagum adalah manusia, dan yang dikagumi adalah segala sesuatu yang ada dan yang dapat diamati.

Pada awalnya segala sesuatu dijelaskan melalui mitos-mitos (takhayul-takhayul). Hal ini mengakibatkan keraguan manusia dan merangsang untuk ingin tahu dengan akalunya.

Keraguan merangsang timbulnya pertanyaan, dan terus bertanya, yang kemudian menggiring manusia berfilsafat.

Sifat Dasar Filsafat adalah Berpikir Radikal (sampai ke akar-akarnya); Mencari Asas (esensi realita); Memburu Kebenaran; Mencari Kejelasan (kejelasan seluruh realita); Berpikir Rasional (logis sistematis).

Peranan filsafat adalah sebagai pendobrak (mitos, kezaliman, penipuan), sebagai pembebas (membebaskan dari segala “penjara”), dan pembimbing (untuk berpikir integral/utuh dan koheren/nyata).

C. CABANG-CABANG FILSAFAT

Karena banyaknya persoalan pokok yang dibahas dan dipecahkan, filsafat pun dibagi-bagi dalam bidang-bidang studi yang sesuai dengan kelompok yang dihadapinya. Bidang-bidang studi itu disebut cabang-cabang filsafat. Pembagian cabang-cabang filsafat ini pun sejak kelahirannya hingga kini, tidak pernah sama, walaupun itu bukan berarti berbeda sama sekali. Sebenarnya setiap cabang filsafat itu memiliki kesamaan satu sama lain.

Aristoteles, membagi filsafat ke dalam tiga cabang: Filsafat Spekulatif/ Filsafat Teoretis, Filsafat Praktika dan Filsafat Produktif.

1. Filsafat Spekulatif/ Filsafat Teoretis

Filsafat ini bersifat objektif. Dalam bidang ini termasuklah fisika metafisika, biopsikologi, dan lainnya. Tujuan utama filsafat spekulatif adalah ilmu pengetahuan demi ilmu pengetahuan itu sendiri.

2. Filsafat Praktika

Filsafat ini memberi petunjuk dan pedoman bagaimana manusia bertingkah laku yang baik dan yang seharusnya. Termasuk di sini adalah etika dan politik. Tujuan terpenting dalam filsafat ini adalah membentuk sikap dan perilaku yang akan memungkinkan manusia untuk bertindak dalam terang pengetahuan itu.

3. Filsafat Produktif

Filsafat ini bertujuan membimbing dan menuntut manusia menjadi produktif melalui suatu keterampilan khusus. Tujuan utamanya adalah agar manusia sanggup menghasilkan sesuatu, baik secara teknis, maupun secara puitis dalam terang pengetahuan yang benar.

Aristoteles menyebut *logika* sebagai *analitika* (untuk meneliti argumentasi yang berangkat dari proposisi-proposisi yang benar) dan *dialektika* (untuk meneliti argumentasi yang diragukan kebenarannya). Logika tidak dimasukkan dalam cabang filsafat karena, menurut Aristoteles, logika adalah metode dasar bagi ketiga cabang filsafat tersebut.

Masih banyak lagi cara pembagian ini. Pada umumnya, sekarang pembagian cabang filsafat adalah sebagai berikut:

- a. Epistemologi.
- b. Metafisika yang dibagi ke dalam: (1) Ontologi, (2) Kosmologi, (3) Teologi metafisik, dan (4) Antropologi.
- c. Logika.
- d. Etika.
- e. Estetika.
- f. Filsafat tentang berbagai jenis ilmu.

a. *Epistemologi*

Epistemologi adalah cabang filsafat yang bersangkutan paut dengan ilmu pengetahuan. Istilah epistemologi berasal dari dua kata Yunani, *episteme* (pengetahuan) dan *logos* (kata, pikiran, percakapan, atau ilmu). Jadi epistemologi berarti kata, pikiran, percakapan tentang pengetahuan atau ilmu pengetahuan.

Yang menjadi dasar untuk mendalami persoalan di dalam epistemologi adalah pertanyaan-pertanyaan: Apakah pengetahuan itu? Apakah yang menjadi sumber dan dasar pengetahuan? Apakah pengetahuan itu berasal dari pengamatan, pengalaman, atau akal budi? Apakah pengetahuan itu merupakan kebenaran yang pasti ataukah hanya dugaan?

Pengetahuan adalah suatu kata yang digunakan untuk menunjuk kepada apa yang diketahui oleh seseorang tentang sesuatu. Semua yang Anda ketahui tentang sesuatu adalah pengetahuan. Pengetahuan itu eksis (ada) demi mencapai kebenaran. Ketidaksesuaian antara pengetahuan dan objek yang diketahui adalah suatu kekeliruan.

Ada tiga (3) jenis pengetahuan. Pertama, *pengetahuan biasa*, pengetahuan ini hasil dari penyerapan inderawi terhadap objek tertentu yang dijumpai. Kedua, *pengetahuan ilmiah*, yakni pengetahuan yang diperoleh melalui metode-metode ilmiah yang lebih menjamin kebenaran atau kepastian yang dicapai. Pengetahuan ini disebut *sains*. Dan ketiga, *pengetahuan filsafati*, yakni pengetahuan yang berkaitan dengan hakikat,

prinsip, dan asas dari seluruh realita yang dipersoalkan selaku objek yang hendak diketahui.

b. Sumber pengetahuan

Di sini banyak pendapat yang berbeda. Menurut Plato, Descartes, Spinoza, dan Leibniz, sumber pengetahuan adalah akal budi atau rasio. Menurut Bacon, Hobbes, dan Locke, sumber pengetahuan adalah pengalaman inderawi.

c. Kesahihan atau validitas pengetahuan

Di dalam epistemologi, ada beberapa teori kesahihan pengetahuan, yakni:

- 1) *Teori Kesahihan Koherensi.* Teori ini mengatakan bahwa suatu pernyataan atau proposisi adalah sah (valid) apabila proposisi itu memiliki hubungan dengan gagasan-gagasan dan proposisi yang juga dapat dibuktikan secara logis sesuai dengan ketentuan-ketentuan logika.
- 2) *Teori Kesahihan Korespondensi.* Teori ini mengatakan bahwa suatu pengetahuan adalah sah (valid) apabila proposisi-proposisinya bersesuaian dengan realitas yang menjadi objek pengetahuan itu. Kesahihan ini memiliki pertalian erat dengan kebenaran dan kepastian inderawi. Jadi, kesahihan pengetahuan dapat dibuktikan secara langsung.
- 3) *Teori Kesahihan Pragmatis.* Teori ini mengatakan bahwa suatu pengetahuan adalah sah (valid) apabila memiliki konsekuensi-konsekuensi kegunaan atau benar-benar bermanfaat bagi yang memiliki pengetahuan itu.
- 4) *Teori Kesahihan Semantik.* Teori ini menekankan arti dan makna suatu proposisi. Proposisi harus menunjukkan arti dan makna yang mengacu kepada realitas dengan menunjuk ciri khas yang nyata.
- 5) *Teori Kesahihan Logik yang berlebihan.* Teori ini mengatakan bahwa suatu proposisi yang memiliki term atau istilah berbeda tetapi berisi informasi yang sama tak perlu dibuktikan lagi, atau ia telah menjadi suatu bentuk logis yang berlebihan. Misalnya: lingkaran adalah bulatan. Jadi: lingkaran itu bulat tak perlu dibuktikan lagi.

d. *Metafisika atau ontologi*

Metafisika umum atau ontologi, membahas segala sesuatu yang ada secara menyeluruh dan sekaligus. Pembahasan ini dilakukan dengan membedakan dan memisahkan eksistensi yang sesungguhnya dari penampilan atau penampakan eksistensi itu. Persoalan-persoalannya adalah apakah *realitas* atau *ada* yang beraneka ragam dan berbeda-beda itu sesungguhnya satu atau tidak? Apabila memang benar satu, apakah gerangan yang satu itu? Apakah eksistensi yang sesungguhnya dari segala sesuatu yang ada itu merupakan realita yang tampak atau tidak?

Ada 3 teori ontologi yang terkenal.

- 1) *Idealisme*. Teori ini mengajarkan bahwa *ada* yang sesungguhnya berada di dalam dunia ide. Segala sesuatu yang tampak dan wujud nyata dalam inderawi hanyalah merupakan gambaran atau bayangan dari yang sesungguhnya, yang berada di dunia ide. Jadi realitas yang sesungguhnya, bukanlah yang kelihatan, melainkan yang tidak kelihatan. Tokoh-tokoh idealis adalah George Berkeley, Immanuel Kant, dan Wilhelem Friederich Hegel.
- 2) *Materialisme*. Bagi materialisme, *ada* yang sesungguhnya adalah yang keberadaannya semata-mata bersifat material atau sama sekali bergantung pada material. Jadi, realitas yang sesungguhnya alam kebendaan, dan segala sesuatu yang mengatasi alur kebendaan itu haruslah dikesampingkan. Oleh karena itu seluruh realitas hanya mungkin dijelaskan secara materialistis. Tokoh-tokoh materialis adalah Demokritos, Thomas Hobbes, dan Ludwig Andreas Feuerbach.
- 3) *Dualisme*. Teori ini mengajarkan bahwa substansi individual terdiri dari dua tipe fundamental yang berbeda dan tak dapat direduksi kepada yang lainnya. Kedua tipe fundamental dari substansi itu ialah *material* dan *mental*. Dengan demikian, dualisme mengakui bahwa realitas terdiri dari *materi* atau yang ada *secara fisik* dan *mental* atau yang *keberadaannya tidak kelihatan secara fisik*.

e. *Aksiologi*

Aksiologi adalah ilmu pengetahuan yang menyelidiki hakikat nilai, pada umumnya dipandang dari sudut kefilisafatan. Banyak cabang ilmu pengetahuan yang bersangkutan dengan masalah-masalah nilai yang khusus seperti ekonomi, etika, estetika, filsafat agama, dan epistemologi.

Epistemologi berkaitan dengan masalah *kebenaran*. Etika bersangkutan dengan masalah *kebaikan*, dan estetika bersangkutan dengan *keindahan*.

Makna yang dikandung “nilai” menimbulkan tiga persoalan yang bersifat umum, yakni, “Apakah yang dinamakan nilai itu?” “Apakah yang menyebabkan bahwa sesuatu atau perbuatan bernilai, dan bagaimanakah cara mengetahui dan bilamanakah sebutan nilai dapat diterapkan?”. “Proses kejiwaan apakah yang tersangkut dalam tanggapan-tanggapan penilai, dan bagaimana cara menentukan nilai-nilai yang dikandungnya serta verifikasi yang dapat dilakukan terhadapnya?”

Di sini Anda, sebagai seorang guru, akan diajak menikmati salah satu nilai dalam Etika saja. Setiap orang mempunyai nilai-nilai yang dipegangi. Tetapi tidak semua orang tahu persis apa itu. Anda sering mendengar orang mengatakan: “ya, saya ini hanya melaksanakan perintah atasan saja. Secara pribadi, saya sebenarnya tidak begitu”. Ia seolah-olah mengatakan, bahwa apa yang dilakukan itu bertentangan dengan nilai-nilai yang diyakininya. Ia lebih menjunjung tinggi rasa aman daripada kebenaran. Inilah justru nilainya itu.

Nilai adalah sesuatu yang dijunjung tinggi. Yang mewarnai dan menjiwai tindakan seseorang. Nilai lebih daripada sekedar keyakinan. Nilai selalu menyangkut tindakan. Nilai seseorang diukur melalui tindakannya. Itulah sebabnya, etika menyangkut tentang nilai. Menurut Steeman, nilai ialah yang memberi makna kepada hidup; yang memberi kepada hidup ini titik tolak, isi dan tujuan.

Seorang psikolog, Louis Rath, dalam bukunya *Values and Teaching* (1996), menulis bahwa ada 7 hal yang membuat sesuatu itu merupakan nilai dalam arti yang sebenar-benarnya. Yang pertama, nilai adalah sesuatu yang kita *hargai* dan *junjung tinggi*. Tetapi ini belum cukup. Langkah kedua, ialah bahwa kita bersedia *mengakui* dan *menyatakan diri di depan orang lain*. Yang ketiga, nilai itu Anda pilih dengan *bebas*, tanpa paksaan, di antara banyak pilihan yang tersedia. Yang keempat, nilai yang sesungguhnya adalah nilai yang Anda pilih setelah Anda mempertimbangkan dengan *sadar*. Yang kelima, nilai yang Anda pilih dengan bebas dan sadar itu dari *banyak pilihan* yang ada. Yang keenam, nilai itu Anda nyatakan dengan *tindakan* Anda. Dan yang ketujuh, tindakan itu bukan sekali-sekali, tetapi *berulang-ulang* dan *terus menerus*.

f. *Filsafat matematika*

Sejak milenium ke-5 dan ke-3 Sebelum Masehi (SM) matematika telah dikenal di Mesir dan Babilonia kuno sebagai suatu alat bantu memecahkan berbagai persoalan non-fisik maupun berbagai persoalan praktis. Misalnya, banjir tahunan di lembah Nil memaksa orang-orang Mesir kuno mengembangkan suatu rumus atau formula yang membantu mereka menetapkan dan menentukan kembali batas-batas tanah mereka (ingat: mengukur bumi = geometri). Rumus-rumus matematika juga digunakan untuk membantu konstruksi, penyusunan kalender, dan perhitungan dalam perniagaan. Akan tetapi, matematika sebagai ilmu, baru dikembangkan oleh filsuf Yunani sekitar lima ribu tahun kemudian. Filsuf-filsuf besar Yunani yang mengembangkan matematika ialah Pythagoras dan Plato, meskipun secara umum dapat dikatakan semua filsuf Yunani kuno bukan hanya menguasai matematika, melainkan juga ikut serta mengembangkannya.

Bagi Pythagoras, matematika adalah yang sangat penting untuk memahami filsafat. Ia pun menemukan kenyataan yang menunjukkan bahwa fenomena yang berbeda dapat menunjukkan sifat-sifat matematis yang identik. Karena itu, ia menyimpulkan bahwa sifat-sifat tersebut dapat dilambangkan ke dalam bilangan dan dalam keterhubungan angka-angka. Semboyan Pythagoras yang sangat terkenal adalah *panta aritmos* yang berarti segala sesuatu adalah bilangan (kebenaran asersi ini akan dibahas dalam Modul selanjutnya).

Plato berpendapat bahwa geometri adalah kunci untuk meraih pengetahuan dan kebenaran filsafat. Menurut Plato, ada suatu “dunia” yang disebutnya “dunia ide”, yang dirancang secara matematis. Segala sesuatu yang dapat dipahami lewat indera, hanyalah suatu representasi tidak sempurna dari “dunia ide” tersebut.

Prinsip pertama dan utama dalam matematika saat ini adalah abstraksi, karena bagi para filsuf Yunani yang mengembangkan matematika, *kebenaran* pada hakikatnya hanya bersangkut paut dengan suatu entitas permanen serta suatu keterhubungan dan pertalian yang tidak berubah-ubah. Dengan demikian, jelas sejak semula matematika bukan hanya merupakan alat bagi pemahaman filsafat, tetapi juga merupakan bagian dari pemikiran filsafat itu sendiri.

Pada masa kita matematika lebih mengeraskan titik tumpuannya pada studi tentang konsep-konsep matematika, hakikat matematika (ciri-ciri dan karakteristik darinya) prinsip-prinsip serta justifikasi prinsip-prinsip yang

digunakan dalam matematika, dan landasan-landasan dalam matematika (akan dibahas dalam Modul 7)

Ada pula terdengar suara-suara dari matematikawan yang mengharapkan agar para filsuf dapat berbuat lebih banyak dengan menjadikan filsafat matematika sebagai *penyusun*, *penghimpun*, dan *penertib* ilmu matematika yang dianggap telah terkeping-keping dan kacau balau selama berabad-abad (dibahas dalam Modul 7)

Sejak matematika utamanya bersangkutan dengan menunjukkan struktur dan fungsi teori matematis, ia kelihatannya menjadi bebas dari asumsi-asumsi spekulatif. Bahkan ini dapat membimbangkan apakah otonomi demikian secara prinsip mungkin? Apakah bukan telah dibatasi oleh pemilihan alat-alat konseptual atau terminologi yang terkait dengan persoalan bidang studi? Atau sesungguhnya oleh jenis persoalan yang dipandang penting? Kenyataannya sebegitu jauh semua filsafat matematika secara eksplisit telah dikembangkan di dalam jaringan sistem filsafat yang lebih dalam atau telah diserap oleh semangat ilmu yang tak terformulasikan.

Dugaan filsafati umum demikian menunjukkan dirinya dengan jelas apabila eksponen dalam filsafat matematika bukan isi yang harus diperhatikan untuk menggambarkan teori-teori matematis yang sesungguhnya dimiliki. Akan tetapi menjaga agar semua teori matematis seharusnya miliknya, atau mengasersikan teori yang semuanya “baik” atau “kebenaran yang dapat dipahami” yang sungguh dimilikinya.

Selanjutnya akan dipaparkan secara ringkas pandangan para filsuf matematika “lama” atau “terdahulu”. Pandangan para filsuf masa “kini” akan di bahas pada modul-modul selanjutnya (Modul 5, 6, 8)

1) Pandangan Plato

Bagi Plato, yang penting, bahkan yang terpenting, adalah tugas akal budi untuk membedakan tampilan (penampakan) dari realita (kenyataan yang sebenar-benarnya). Tugas demikian bukan saja diperlukan oleh para ilmuwan dan filsuf, tetapi juga oleh manusia pada umumnya. Lebih khusus, para pejabat pemerintahan, yang harus mencari sarangnya di dunia tampilan dan harus memahami permasalahan senyatanya. Apa yang dapat dilakukan, dan yang seharusnya dilakukan, agar menjadi pemimpin, praktis atau teoretis, di dunia tampilan, yang selalu berubah, Anda harus tahu realita, yang tidak pernah berubah. Hanya dengan begitulah, kita dapat memahami dan mengatur dunia tampilan di sekitar kita.

Derivatif dari bidang filsafat umum yang tinggi dan kering ini ke filsafat Plato tentang matematika terapan dan murni, yakni, perbedaan antara tampilan dan realita menjadi lebih jelas. Plato melihat bahwa orang biasanya membedakan antara apa yang tampak dan apa yang realitanya tanpa keraguan. Pertimbangan mereka semacam kriteria yang kurang jelas. Maka Anda memerlukan objek real yang keberadaannya kira-kira bebas dari persepsi Anda dan cara bagaimana Anda menangkapnya. Karena itu objek harus memiliki suatu derajat permanen. Kemudian dapat didefinisikan dengan derajat ketepatan tertentu, dan sebagainya. Realitas entitas absolut ini disebut "dunia ide" atau "bangun ide", menjadi permanen, abadi, dan bebas dari persepsi. Dunia ide bukan hanya model ideal dari objek fisik saja akan tetapi juga termasuk kejadian-kejadian.

Menurut Plato, ketetapan, abadi atau permanen, bebas untuk dipahami haruslah merupakan karakteristik pernyataan-pernyataan matematika. Dan pandangannya bahwa bilangan-bilangan, entitas geometri dan relasi antara entitas-entitas itu objektif, atau paling tidak saling terkait, eksistensinya masuk akal.

Plato yakin bahwa terdapat objek-objek yang permanen, tertentu, bebas dari pikir seperti yang Anda sebut "satu", "dua", "tiga", dan sebagainya, yaitu, Bangun Aritmetika. Hal yang sama untuk objek-objek "titik", "garis", "lingkaran" dan sebagainya, yakni, bangun geometri.

Jadi terdapat dunia ide, permanen, tertentu, yang berlainan dengan dunia cita rasa. Dunia ide dipahami tidak dengan cita rasa, tetapi dengan nalar. Bangun aritmetika dan bangun geometri telah menjadi isi bidang studi matematika.

Bagi Plato, matematika murni (pada masanya adalah aritmetika dan geometri Euclid) mendeskripsikan bangun matematis dan realisasi di antara mereka. Matematika terapan melukiskan objek-objek empiris beserta relasi-relasinya. Menurut Plato, matematika bukanlah idealisasi aspek-aspek tertentu dari dunia empiris akan tetapi sebagai deskripsi dari bagian realitanya.

2) Pandangan Aristoteles

Filsafat matematika Aristoteles sebagian dikembangkan dari oposisinya terhadap Plato (gurunya) dan sebagian lagi bebas dari ajaran Plato. Ia menolak pembedaan Plato antara dunia ide yang disebutnya realita kebenaran, dan bahwa pengalaman cita rasa dikatakan hanya sebagai

pendekatan (aproksimasi) dari dunia ide. Bagi Aristoteles, bangun atau esensi sebarang objek empiris, misalnya piring, membangun, sebagiannya, seperti halnya pada materinya. Dalam menyatakan bahwa Anda melihat piring bulat, kita harus tidak menyimpulkan bahwa piring adalah aproksimasi bulat dari bangun lingkaran.

Aristoteles membedakan dengan tajam antara kemungkinan mengabstraksi bulatan dengan karakteristik matematis yang lain dan objek-objek dan kebebasan keberadaannya dari karakteristik atau contoh-contohnya, yakni lingkaran. Ia sering kali menekankan bahwa kemungkinan mengabstraksikan tidak berarti memerlukan kebebasan keberadaan yang diabstraksikan. Bidang studi matematika adalah hasil abstraksi matematis yang ia sebut “objek matematis”.

Pandangan Aristoteles tentang hubungan matematika murni dan terapan juga menjadi agak jelas. Pernyataan-pernyataan dalam matematika terapan harus mendekati pernyataan-pernyataan dalam matematika murni.

Aristoteles juga banyak mencurahkan perhatiannya pada struktur keseluruhan teori dalam matematika. Ia membedakan dengan jelas antara: (i) prinsip-prinsip yang berlaku bagi semua sains (dalam bahasa sekarang prinsip-prinsip logika formal yang diduga berlaku dalam pengembangan formulasi dan deduksi sebarang sains), (ii) prinsip khusus yang dianggap benar oleh matematikawan terhalang di dalam demonstrasi teori-teori, (iii) definisi-definisi, yang tidak mengasumsikan apakah yang didefinisikan itu ada, dan (iv) hipotesis keberadaan, yang mengasumsikan bahwa apa yang didefinisikan itu ada. Hipotesis keberadaan ini dalam matematika murni tidak diperlukan.

3) Filsafat Matematika Leibniz

Gottfried Wilhelm Leibniz adalah matematikawan, filsuf, dan fisikawan. Ia banyak menyerupai Plato dan Aristoteles. Dengan yang terakhir adalah sejajar dalam hal doktrin metafisis, yang menyebutkan bahwa setiap proposisi dapat direduksi ke dalam bentuk subjek-predikat. Leibniz mengambil posisi lebih radikal, bahwa predikat sebarang proposisi “termuat” di dalam subjek, paralel dengan doktrin metafisis yang terkenal bahwa dunia terdiri dari subjek yang *self-contained* (substansi atau *monad* yang tidak berinteraksi).

Dalam bukunya *Monadology*, yang ditulis dua tahun sebelum kematiannya, ia memberikan sinopsis filsafatnya sebagai berikut:

“Terdapatlah, juga, dua macam *kebenaran*, yaitu kebenaran *penalaran* dan kebenaran *kenyataan* (fakta). Kebenaran penalaran adalah *perlu* dan lawannya adalah *tidak mungkin*. Kebenaran kenyataan adalah *kebetulan* dan lawannya adalah *mungkin*. Apabila suatu kebenaran adalah perlu, alasannya dapat dicari dengan melalui analisis, menguraikannya ke dalam ide-ide kebenaran yang lebih sederhana, sampai Anda tiba di sini tempat yang Anda ... Dengan demikian, kebenaran penalaran, mendasarkan pada “prinsip kontradiksi”, yang diambilnya untuk mengkovert *prinsip identitas* dan prinsip *tolak-tengah*. Bukan hanya tologi trivial, tetapi semua aksioma, postulat, definisi, dan teorema matematika, adalah kebenaran penalaran, dengan kata lain, semuanya itu adalah *proposisi identik* yang sebaliknya adalah suatu pernyataan kontradiksi”.

Leibniz, setuju dengan Aristoteles, bahwa setiap proposisi di dalam analisis terakhir berbentuk subjek-predikat. Ia juga percaya bahwa subjek “memuat” predikat. Hal itu harus berlaku untuk semua kebenaran penalaran yang berbentuk subjek-predikat. Dengan demikian, menurutnya, harus benar untuk kebenaran penalaran apa pun. Dalam arti bagaimanakah kebenaran kenyataan (misalnya kebenaran bolpoin Anda berwarna hitam) dipandang sebagai subjek yang memuat predikatnya sangat tidak jelas. Sebenarnya untuk menjelaskan asersi bahwa subjek dari *kebenaran kenyataan* memuat predikatnya, Leibniz harus membawa Tuhan dan ketaklingaan. Reduksi kebenaran/kebetulan, yang akan menunjukkan predikatnya termuat dalam subjeknya, hanya mungkin bagi Tuhan. Leibniz menjelaskan persoalan ini dengan mengatakan bahwa, seperti dalam kasus pecahan bentuk akar, “reduksi melibatkan proses taklingga dan bahkan mendekati ukuran umum sehingga tertentu tetapi harus diperoleh deretan tak berakhir, demikian pulalah kebenaran-kebetulan memerlukan analisis taklingga, yang hanya Tuhan yang mampu menyelesaikannya.

Konsepsi Leibniz tentang bidang studi matematika murni sangat berbeda dengan pandangan Plato dan Aristoteles. Bagi Plato, proposisi matematis adalah serupa proposisi logis dan bahwa proposisi ini bukan objek tertentu yang permanen atau idealisasi hasil abstraksi objek-objek atau sebarang jenis obyek. Proposisi-proposisi itu benar karena penolakannya menjadi tak mungkin secara logis. Anda boleh mengatakan bahwa proposisi-proposisi adalah perlu benar untuk semua objek, semua kejadian yang mungkin, atau menggunakan phrase Leibniz, *dalam semua dunia yang mungkin*.

4) Beberapa Pandangan Kant

Sistem filsafat Kant dikembangkan di bawah pengaruh filsafat rasionalis yang diwakili oleh Leibniz dan filsafat empiris yang diwakili oleh Hume, dan dengan kesadarannya berlawanan dengan keduanya Hume dan Leibniz membagi semua proposisi ke dalam kelas yang eksklusif, yakni, proposisi analisis dan faktual. Kedua filsuf memandang proposisi matematis sebagai analisis. Bagaimanapun, Hume dan Leibniz sangat berbeda dalam hal proposisi faktual. Hume tidak bicara banyak tentang matematika murni. Dengan demikian polemik Kant ditujukan kepada Leibniz.

Kant membagi proposisi ke dalam 3 kelas. Pertama proposisi analisis, seperti Leibniz (yakni, proposisi yang negasinya kontradiksi). Proposisi non-analisis disebutnya proposisi sintesis. Kant membedakannya menjadi dua kelas, yakni, yang empiris atau *apostteori*, dan yang non-empiris atau *apriori*.

Proposisi sintesis *apostteori* bergantung pada persepsi indera. Dalam sebarang proposisi *apriori*, jika benar, harus melukiskan persepsi indera yang mungkin (bolpoin saya hitam), atau secara logis berimplikasi pendeskripsian persepsi indera (semua burung gagak adalah hitam). Sebaliknya proposisi sintesis *apriori* tidak tergantung pada persepsi indrawi. Proposisi-proposisi demikian perlu dalam arti bahwa *sebarang* proposisi di dunia fisis, mereka ini juga harus benar. Dengan kata lain, proposisi sintesis *apriori* adalah syarat perlu bagi kemungkinan pengalaman objektif.

Jadi, Kant membagi proposisi sintesis *apriori* ke dalam dua kelas: “intuitif”, dan “diskursif”. Intuitif terutama berkaitan dengan struktur persepsi dan justifikasi perseptual. Diskursif dengan pengurutan fungsi dari pengertian umum. Contoh dari diskursif, proposisi sintetik *apriori* adalah prinsip sebab-akibat. Semua proposisi matematika murni adalah masuk dalam kelas proposisi sintetik *apriori*.

Kant tidak setuju dengan pandangan pada matematika murni yang menjadikan persoalan definisi dan entitas terpostulatkan berada di bawahnya. Baginya, matematika murni bukanlah analisis, ia sintetik *apriori*, sebab ia terkait (mendeskripsikan) ruang dan waktu. Jawaban Kant terhadap persoalan sifat matematika murni dan terapan dapat secara kasar dirumuskan sebagai berikut. Proposisi dalam aritmetika dan geometri murni adalah proposisi yang perlu, meskipun proposisi-proposisi itu sintetik *apriori*, bukan analisis. Sintetik, sebab proposisi-proposisi itu tentang struktur ruang dan waktu terlihat oleh apa yang dapat di konstruksi di dalamnya. Dan *apriori* sebab

ruang dan waktu adalah kondisi invarian (tak berubah) dari sebarang persepsi objek fisik. Proposisi-proposisi dalam matematika terapan, adalah aposteori sepanjang proposisi-proposisi ini tentang persepsi materi empiris dan apriori sepanjang proposisi-proposisi itu mengenai ruang dan waktu. Matematika murni memiliki isi untuk dirinya sendiri struktur ruang dan waktu dan bebas dari materi empiris. Matematika terapan memiliki isi untuk dirinya sendiri struktur ruang dan waktu dengan materi yang mengisinya.

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716)

Leibniz adalah seorang matematikawan termasyhur, namun ia juga seorang “sarjana segala ilmu”. Ia berkontribusi pada hukum, agama, politik, sejarah, filsafat, dan sains, sebaik seperti dalam matematika.

Leibniz memasuki universitas di kota kelahirannya Leipzig, Jerman, dan pada usia 17 tahun memperoleh gelar sarjana. Ia akan memperoleh derajat doktor pada usia dua puluh tahun jikalau dosen di fakultasnya tidak iri hati pada pemuda yang cerdas ini. Ia menghabiskan sisa hidupnya dalam kegiatan semacam diplomat berkeliling. Banyak dari ide hebatnya muncul ketika ia sedang dalam perjalanan di atas jalan-jalan yang rusak di tujuh belas kota di Eropa.

Salah satu minat terbesar dari Leibniz adalah perkembangan matematika yang akan mampu menjawab semua pertanyaan dalam semua bidang. Ini membawanya ke dalam diskusi tentang logika yang sekarang telah menjadi basis logika simbolik modern.

Leibniz adalah orang yang sangat taat beragama dan banyak menulis tentang agama. Bahkan penemuannya tentang bilangan biner dikaitkan dengan kepercayaannya yang kokoh. Ia memandang Tuhan sebagai representasi dari 1, dan kekosongan, sebagai 0. Tepat seperti Tuhan dapat menciptakan segala sesuatu di kekosongan itu, demikian pulalah semua bilangan dapat disajikan dalam sistem biner dengan menggunakan lambang 1 dan 0.

Leibniz menemukan kalkulus pada kira-kira bersamaan waktu dengan Newton, dan telah menjadi kontroversi siapakah yang terlebih dahulu menemukan. Leibniz juga menemukan mesin hitung yang mampu menjumlah, mengurangi, mengali, membagi, dan menarik akar.

Leibniz barangkali dapat menjadi matematikawan terbesar di antara para matematikawan, namun ada dua hal yang menariknya. Salah satunya sangat mencintai uang, dan yang lain keinginannya yang kuat tentang semua bidang

pengetahuan kemanusiaan. Kita tentu hanya akan dapat kagum matematika mana lagi yang akan diketemukan jika ia hanya memilih bidang matematika dalam rentang masa hidupnya.



LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Jelaskan arti kata filsafat secara etimologis!
- 2) Sebutkan definisi filsafat menurut Plato, Aristoteles, Descartes, dan William James!
- 3) Jelaskan bahwa “hasrat bertanya” manusia merangsang lahirnya filsafat!
- 4) Sebutkan dan jelaskan sifat dasar filsafat?
- 5) Jelaskan peranan filsafat sebagai pendobrak!
- 6) Sebutkan dan jelaskan cabang-cabang filsafat menurut Aristoteles?
- 7) Apakah epistemologi, ontologi, dan aksiologi?
- 8) Bagaimana pandangan Pythagoras tentang matematika?
- 9) Bagaimanakah pandangan filsafat matematika menurut Plato, Aristoteles, Leibniz, dan Kant?
- 10) Jelaskan perbedaan proposisi sintesis *postteori* dan apriori menurut Kant!

Petunjuk Jawaban Latihan

- 1) Menurut “asal kata”: Mencintai kebijaksanaan atau sahabat pengetahuan. Baca Teks.
- 2) Bacalah Teks
- 3) Manusia tidak betah akan keadaan dirinya dan lingkungannya. Ia bertanya ‘apa’, dan ‘bagaimana’. Manusia bertanya ‘hakikat sesuatu’. Ia ingin tahu segalanya.
- 4) Berpikir radikal, mencari asas, memburu kebenaran, mencari kejelasan, berpikir rasional. Penjelasan bacalah teks.
- 5) Bacalah teks.
- 6) Teoretis, Praktis, Produktif. Bacalah Teks.

- 7) Epistemologi berbicara tentang hakikat pengetahuan. Ontologi berbicara tentang kebenaran (realita). Aksiologi berbicara tentang sangkut-paut masalah nilai. Baca teks!
- 8) Matematika adalah alat untuk memahami filsafat. “Segala sesuatu adalah bilangan”
- 9) Plato: yang tampak bukanlah sesungguhnya, yang ideal adalah realitas yang permanen/abadi. Aristoteles: sifat permanen itu abstraksi. Leibniz: subjek memuat predikat; ada dua kebenaran (realita) penalaran dan fakta. Kant: ada tiga kelas proposisi: analisis dan sintetis yang dibagi menjadi dua kelas: *apostteori* dan *apriori*. Bacalah Teks!
- 10) Sintetis *postteori* bergantung pada persepsi indrawi. *Apriori* tidak. Bacalah Teks.



RANGKUMAN

Filsafat adalah ilmu pengetahuan yang menyelidiki hakikat sesuatu. Pakar filsafat disebut filsuf, dan adjektifnya filosofi. Setiap filsuf memiliki definisi sendiri-sendiri. Tidak bertentangan tetapi sering saling melengkapi dan ini menunjukkan luasnya bidang persoalan dalam filsafat. Empat hal yang merangsang manusia untuk berfilsafat: ketakjuban, ketidakpuasan, hasrat bertanya, dan keraguan. Sifat dasar filsafat adalah: berpikir radikal, mencari asas, memburu kebenaran, mencari kejelasan, dan berpikir rasional. Peranan filsafat adalah sebagai pendobrak, pembebas, dan pembimbing. Aristoteles membagi filsafat ke dalam filsafat teoretis, praktis, dan produktif. Filsuf yang lain membagi filsafat dengan cara lain pula. Epistemologi adalah cabang filsafat yang bersangkutan dengan ilmu pengetahuan. Pokok persoalan epistemologi adalah sumber, asal mula, sifat dasar, bidang, batas, jangkauan, dan validitas serta reliabilitas ilmu pengetahuan. Ontologi adalah cabang filsafat yang membahas segala sesuatu secara menyeluruh. Pembahasan apa yang tampil dan apa yang realita. Tiga teori dalam ontologi adalah: idealisme, materialisme, dan dualisme.

Filsafat dari berbagai bidang ilmu: misalnya filsafat politik, ekonomi, bahasa, pendidikan, matematika, hukum, dan sebagainya.

Filsafat matematika dan filsafat umum dalam sejarahnya adalah saling melengkapi. Filsafat matematika bersangkut paut dengan fungsi dan struktur teori-teori matematika. Teori-teori itu terbebas dari asumsi-asumsi atau metafisik.

Filsuf matematika yang dikenalkan di sini adalah Pythagoras, Plato, Aristoteles, Leibniz, dan Kant. Doktrin Pythagoras antara lain bahwa fenomena yang tampak berbeda dapat memiliki representasi matematis yang identik (cahaya, magnet, listrik – sebagai getaran - dapat memiliki persamaan diferensial yang sama). Aristoteles menekankan, menemukan ‘dunia permanen’ merupakan realita daripada ‘apa yang tampak’. Aristoteles lebih menekankan pada ‘absraksi’ daripada ‘apa yang tampak’. Leibniz dan Kant menekankan pada proposisi matematis.



TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

- 1) Filsafat yang ingin memperoleh kejelasan tentang ‘hal ada sebagaimana adanya’ dikemukakan oleh
 - A. Plato
 - B. Aristoteles
 - C. Descartes
 - D. Pythagoras

- 2) Ilmu pengetahuan yang ingin meraih ‘kebenaran yang asli dan murni’ dikemukakan oleh
 - A. Plato
 - B. Aristoteles
 - C. Descartes
 - D. Pythagoras

- 3) Definisi tentang filsafat sangat banyak. Hal ini menunjukkan bahwa ...
 - A. setiap manusia berbeda pikirannya
 - B. setiap manusia berbeda minatnya
 - C. adanya kesimpang-siuran telaah ilmu
 - D. luasnya bidang filsafat tanpa batas

- 4) Empat hal yang merangsang lahirnya filsafat adalah sebagai berikut, *kecuali*
 - A. ketidakpuasan
 - B. ketakjuban
 - C. memburu kebenaran
 - D. hasrat bertanya

- 5) Berikut adalah sifat dasar filsafat, *kecuali*
 - A. hasrat bertanya
 - B. berpikir radikal
 - C. mencari asas
 - D. mencari akal

- 6) Retorika, estetika, dan kritik sastra adalah termasuk filsafat
 - A. spekulatif
 - B. praktikan
 - C. produktif
 - D. logika

- 7) Matematika murni termasuk cabang filsafat
 - A. spekulatif
 - B. praktikan
 - C. produktif
 - D. logika

- 8) “Untuk belajar filsafat dengan sukses, sebaiknya belajar geometri” adalah doktrin dari
 - A. Plato
 - B. Aristoteles
 - C. Descartes
 - D. Pythagoras

- 9) “Matematika murni mendeskripsikan bentuk-bentuk matematis dan relasi-relasi di antara bentuk-bentuk itu.” adalah pendapat
 - A. Plato
 - B. Aristoteles
 - C. Descartes
 - D. Pythagoras

- 10) Ada dua kebenaran: “kebenaran penalaran dan kebenaran fakta” adalah pendapat filsuf matematika
 - A. Plato
 - B. Aristoteles
 - C. Descartes
 - D. Leibniz

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali

80 - 89% = baik

70 - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 3. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 3

Filsafat Pendidikan Matematika

A. FILSAFAT PENDIDIKAN

Dalam arti yang luas dapatlah dikatakan bahwa filsafat pendidikan adalah

pemikiran-pemikiran filsafat tentang pendidikan. Ada yang berpendapat bahwa filsafat pendidikan ialah filsafat tentang *proses pendidikan*, dan pada sisi lain ada yang berpendapat filsafat pendidikan ialah filsafat tentang *disiplin ilmu pendidikan*. Filsafat tentang proses pendidikan bersangkut paut dengan *cita-cita, bentuk, metode, dan hasil* dari *proses pendidikan*. Sedangkan filsafat tentang disiplin ilmu pendidikan bersifat metadisiplin, dalam arti bersangkut paut dengan *konsep-konsep, ide-ide, dan metode-metode* ilmu pendidikan. Secara historis, filsafat pendidikan yang dikembangkan oleh para filsuf, seperti Aristoteles, Augustinus, dan Locke, adalah filsafat tentang proses pendidikan sebagai bagian dari sistem filsafat yang mereka anut. Adapun filsafat pendidikan yang dikembangkan pada akhir-akhir ini, oleh pengaruh filsafat analitik, merupakan filsafat tentang ilmu pendidikan, yakni, sejarah pendidikan, sosiologi pendidikan, dan psikologi pendidikan.

Ada beberapa aliran filsafat yang begitu mempengaruhi filsafat pendidikan. Beberapa di antaranya diuraikan di bawah ini.

Filsafat analitik. Filsafat pendidikan analitik tidak menetengahkan dan tidak membahas proposisi-proposisi substantif atau pun persoalan-persoalan faktual dan normatif tentang pendidikan. Filsafat ini menganalisis dan menguraikan istilah-istilah dan konsep-konsep pendidikan seperti pengajaran (*teaching*), kemampuan (*ability*), pendidikan (*education*), dan sebagainya. Filsafat ini mengecam dan sekaligus mengklarifikasi berbagai slogan pendidikan seperti “ajarlah anak, bukan pelajaran” (*teach children, not subject matter*). Alat-alat yang digunakan oleh filsafat pendidikan analitik untuk melaksanakan tugasnya adalah logika dan linguistik serta teknik-teknik analisis yang berbeda-beda dari filsuf yang satu dengan filsuf yang lain.

Progressivisme. Filsafat ini berpendapat bahwa pendidikan bukanlah sekedar mentransfer pengetahuan kepada anak-anak, melainkan melatih kemampuan dan keterampilan berpikir dengan cara memberi rangsangan yang tepat. **John Dewey** (tokoh pragmatisme), termasuk dalam golongan *progressivisme*. Ia mengatakan bahwa sekolah adalah *institusi sosial*. Selanjutnya, pendidikan adalah *proses kehidupan*, bukan mempersiapkan anak untuk masa depan. Pendidikan adalah proses kehidupan itu sendiri, maka kebutuhan individual anak-anak harus diutamakan, bukan berorientasi mata pelajaran (*subject matter oriented*).

Eksistensialisme. Filsafat ini menyatakan bahwa yang menjadi tujuan utama pendidikan bukan agar anak didik dibantu bagaimana menanggulangi masalah-masalah eksistensial mereka, melainkan agar dapat mengalami secara penuh eksistensi mereka. Para pendidik eksistensialis akan mengukur hasil pendidikan bukan semata-mata pada apa yang telah dipelajari dan diketahui oleh si anak didik, akan tetapi yang lebih penting adalah apa yang mampu mereka ketahui dan alami. Para pendidik eksistensialis menolak pendidikan dengan sistem indoktrinasi.

Rekonstruksionisme. Filsafat ini berpendapat bahwa pendidikan merupakan reformasi sosial yang menghendaki “renaissance sivilisasi modern”. Para pendidik rekonstruksialis melihat bahwa pendidikan dan reformasi sosial itu sesungguhnya adalah sama. Mereka memandang kurikulum sebagai *problem-centered*. Pendidikan pun harus berani menjawab pertanyaan **George S. Cout**: “Beranikah sekolah-sekolah membangun suatu orde sosial baru?”

B. FILSAFAT PENDIDIKAN MATEMATIKA

Ada yang memperlmasalahkan istilah “pendidikan matematika” dan “matematika pendidikan”. Kita tidak akan memperlmasalahkan mana yang lebih benar. Filsafat pendidikan matematika lebih menyoroti *proses pendidikan dalam bidang matematika*. Tetapi apakah pendidikan matematika itu?

Menurut **Wein** (1973), pendidikan matematika adalah “suatu studi aspek-aspek tentang sifat-sifat dasar dan sejarah matematika beserta psikologi belajar dan mengajarnya yang akan berkontribusi terhadap pemahaman guru dalam tugasnya bersama siswa, bersama-sama studi dan

analisis kurikulum sekolah, prinsip-prinsip yang mendasari pengembangan dan praktik penggunaannya di kelas”

Dengan demikian, filsafat pendidikan matematika mempersoalkan masalah-masalah berikut: (a) sifat dasar matematika, (b) sejarah matematika, (c) psikologi belajar matematika, (d) teori mengajar matematika, (e) psikologi anak dalam kaitannya dengan belajar matematika, (f) pengembangan kurikulum matematika sekolah, dan (g) pelaksanaan kurikulum matematika di kelas.

Dalam filsafat pendidikan matematika ini secara khusus akan dikemukakan Filsafat Konstruktivisme yang sejak tahun sembilan puluhan banyak diikuti.

Pada tahun 1983, **Resnick** menerbitkan catatan tentang pengertian baru “belajar matematika”. Ia menjelaskan bahwa “seseorang yang belajar itu membentuk pengertian”. **Bettencourt** (1989) menuliskan bahwa orang yang belajar itu tidak hanya meniru atau merefleksikan apa yang diajarkan atau yang ia baca, melainkan menciptakan pengertian. Pengetahuan atau pengertian dibentuk oleh siswa yang aktif, bukan hanya diterima secara pasif dari gurunya. Dalam penelitiannya tentang miskonsepsi, **Fisher** dan **Lipson**, 1986, mendapati bahwa dalam belajar matematika “pengetahuan dan pengertian mencakup suatu proses aktif dan konstruktif”.

Konstruktivisme mempengaruhi banyak studi tentang “salah pengertian” (*misconceptions*) dan pengertian alternatif dalam belajar matematika. Di Universitas Cornell, pada Konferensi Internasional tentang Miskonsepsi I, 1983, disajikan 69 makalah. Pada konferensi II, 1987, membengkak menjadi 160 makalah, dan konferensi III, 1993, lebih membengkak lagi menjadi 250 makalah. Ini menunjukkan bahwa konstruktivisme sedang naik daun.

C. FILSAFAT KONSTRUKTIVISME

Ringkasnya, gagasan konstruktivisme tentang pengetahuan adalah sebagai berikut (**von Glaserfeld** dan **Kitchener**, 1987).

1. Pengetahuan bukanlah gambaran kenyataan belaka, tetapi selalu merupakan konstruksi kenyataan melalui kegiatan subjek.
2. Subjek membentuk skema kognitif, kategori, konsep, dan struktur yang perlu untuk pengetahuan.
3. Pengetahuan dibentuk dalam struktur konsepsi seseorang. Struktur konsepsi membentuk pengetahuan apabila konsepsi berlaku dalam

berhadapan dengan pengalaman-pengalaman seseorang dan disebut konsep itu *jalan*.

Dalam proses konstruksi, menurut Glaserfeld, diperlukan berbagai kemampuan: (1) kemampuan mengingat dan mengungkap kembali pengalaman, (2) kemampuan membandingkan, mengambil keputusan mengenai kesamaan dan perbedaan, dan (3) kemampuan untuk lebih menyenangkan pengalaman yang satu daripada pengalaman yang lain.

D. IMPLIKASI KONSTRUKTIVISME DALAM PROSES BELAJAR

Belajar merupakan proses aktif pelajar mengonstruksi makna atau arti baik dari teks, dialog, pengalaman fisis, atau lainnya. Belajar juga menyatakan proses mengasimilasi dan menghubungkan pengalaman atau bahan yang telah dipelajari dengan pengertian yang sudah dipunyai pelajar sehingga pengertiannya berkembang. Cirinya adalah sebagai berikut:

1. Belajar berarti membentuk makna. Makna diciptakan oleh siswa dari apa yang dilihat, dirasakan, dan dialami. Konstruksi makna dipengaruhi oleh pengertian yang sudah dimilikinya.
2. Konstruksi makna itu adalah proses yang terus menerus. Setiap kali berhadapan dengan fenomena baru diadakanlah konstruksi.
3. Belajar bukanlah hasil pengembangan, melainkan pengembangan itu sendiri, perkembangan menuntut penemuan dan pengaturan kembali pikiran siswa.
4. Proses belajar yang sesungguhnya terjadi pada waktu skema seseorang dalam keraguan, yang merangsang pikiran lebih lanjut.
5. Hasil belajar dipengaruhi oleh pengalaman siswa dengan dunia fisik dan alam sekitarnya.
6. Hasil belajar siswa dipengaruhi oleh apa yang telah diketahui siswa: konsep, tujuan, dan motivasi yang mempengaruhi interaksi dengan bahan yang dipelajari.

E. PERAN SISWA

Menurut konstruktivisme, kegiatan belajar adalah kegiatan yang aktif. Siswa membangun sendiri pengetahuannya. Siswa mencari makna sendiri dari apa yang dipelajari. Proses mencari ini adalah proses menyesuaikan

konsep dan ide-ide baru dengan kerangka berpikir yang telah ada dalam pikiran siswa. Siswa sendirilah, yang bertanggung jawab atas hasil belajarnya (Shymanski, 1992).

F. MAKNA MENGAJAR

Menurut konstruktivisme, mengajar bukanlah memindahkan (mentransfer) pengetahuan dari guru kepada siswa, melainkan suatu kegiatan yang memungkinkan siswa membangun sendiri pengetahuannya. Mengajar berarti berpartisipasi dengan siswa dalam membentuk pengetahuan, membuat makna, mencari kejelasan, bersikap kritis, dan mengadakan justifikasi. Jadi, mengajar adalah suatu bentuk belajar sendiri (Bettencourt, 1989).

Berpikir yang baik lebih penting daripada mempunyai jawaban yang baik terhadap suatu persoalan yang sedang dipelajari. Siswa yang mempunyai cara berpikir yang baik, dalam arti bahwa cara berpikirnya dapat digunakan untuk menghadapi fenomena baru (= *jalan*), akan menemukan pemecahan dalam menghadapi persoalan yang lain. Jika cara berpikir ini berdasarkan pengandaian yang salah atau tidak dapat diterima pada saat itu, siswa masih dapat mengembangkan pikirannya. Mengajar, dalam konteks ini, adalah membantu siswa berpikir secara benar dengan membiarkannya berpikir sendiri.

G. FUNGSI DAN PERAN GURU

Menurut prinsip konstruktivisme, peran guru adalah sebagai *mediator* dan *fasilitator* yang membantu siswa agar proses belajar siswa berjalan dengan baik. Tekanannya ada pada siswa yang belajar dan bukan pada guru yang mengajar. Penjabaran guru sebagai mediator dan fasilitator adalah sebagai berikut.

1. Menyediakan kegiatan-kegiatan yang memungkinkan siswa bertanggung jawab dalam membuat rancangan, proses, dan penelitian (bukan ceramah).
2. Menyediakan kegiatan-kegiatan yang merangsang keingintahuan siswa dan membantu siswa mengungkapkan ide ilmiahnya. Menyediakan sarana yang mendukung berpikir produktif. Menyediakan pengalaman yang mendukung proses belajar.

3. Memonitor, mengevaluasi, dan menunjukkan apakah pikiran siswa jalan atau tidak. Guru mempertanyakan apakah pengetahuan siswa berlaku untuk menghadapi persoalan baru yang terkait. Guru membantu mengevaluasi kesimpulan siswa.



LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Bedakanlah bidang telaah dalam filsafat proses pendidikan dan filsafat ilmu pendidikan!
- 2) Filsafat Pendidikan Matematika termasuk filsafat yang mana?
- 3) Bedakanlah filsafat pendidikan analitik dan filsafat pendidikan progresif!
- 4) Sebutkan persamaan dan perbedaan filsafat pendidikan progresivisme dan eksistensialisme!
- 5) Jelaskan pandangan filsafat konstruktivisme tentang belajar!
- 6) Jelaskan pandangan filsafat konstruktivisme tentang mengajar!
- 7) Jelaskan maksud peran guru sebagai mediator dan fasilitator!

Petunjuk Jawaban Latihan

- 1) Filsafat proses pendidikan, mengutamakan hasil yang ingin dicapai melalui pendidikan (menjadi apa siswa nanti setelah selesai mengikuti pendidikan?), sedangkan filsafat ilmu pendidikan menyangkut bagaimana ilmu pendidikan dikembangkan.
- 2) Termasuk proses. Siswa memiliki gambaran yang jelas tentang sifat dasar, sejarah dan prinsip-prinsip dalam matematika.
- 3) Analitik: mendidik anak sebagai anak, bukan mengajar ilmu pengetahuan. Progresif: pendidikan adalah proses kehidupan, anak muda memang harus belajar, bukan untuk mempersiapkan masa depan, tetapi itulah dunia mereka.
- 4) Kedua-duanya tidak menyetujui indoktrinasi. Perbedaannya pada pandangan terhadap siswa sebagai makhluk sosial, sedang eksistensialisme sebagai makhluk individual.
- 5) Belajar adalah membentuk pengertian. Siswa sendiri yang harus aktif di bawah bimbingan guru.

- 6) Guru sebagai mediator dan fasilitator. Guru harus menyediakan segala kemungkinan untuk terjadinya pembentukan pengertian oleh siswa.
- 7) Menyediakan berbagai kemungkinan agar siswa lebih cepat dan tertib dalam proses pembentukan pengertian.



RANGKUMAN

Filsafat pendidikan adalah pemikiran-pemikiran filsafat tentang pendidikan. Dapat mengonsentrasikan pada proses pendidikan, dapat juga pada ilmu pendidikan. Jika mengutamakan proses pendidikan, yang dipersoalkan adalah cita-cita, bentuk, metode, dan hasil dari proses pendidikan. Jika mengutamakan ilmu pendidikan maka yang menjadi pusat perhatian adalah konsep, ide, dan metode pengembangan dalam ilmu pendidikan. Filsafat pendidikan matematika termasuk filsafat yang membahas proses pendidikan dalam bidang studi matematika. Aliran-aliran yang berpengaruh dalam filsafat pendidikan antara filsafat analitik, progresivisme, eksistensialisme, rekonstruksionisme, dan konstruktivisme.

Pendidikan matematika adalah bidang studi yang mempelajari aspek-aspek sifat dasar dan sejarah matematika, psikologi belajar dan mengajar matematika, kurikulum matematika sekolah, baik pengembangan maupun penerapannya di kelas.

Filsafat konstruktivisme banyak mempengaruhi pendidikan matematika sejak tahun sembilan puluhan. Konstruktivisme berpandangan bahwa belajar adalah membentuk pengertian oleh si belajar. Jadi siswa harus aktif. Guru bertindak sebagai mediator dan fasilitator.



TES FORMATIF 3

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

- 1) Penugasan guru kelas, misalnya teman-teman guru SD, adalah penerapan pendidikan yang dipengaruhi oleh filsafat
 - A. analitik
 - B. progresivisme
 - C. eksistensialisme
 - D. rekonstruksionism

- 2) Penugasan guru-guru SLTP/SLTA adalah praktik pendidikan yang dipengaruhi oleh filsafat
 - A. analitik
 - B. progressivisme
 - C. eksistensialisme
 - D. rekonstruksionisme

- 3) CBSA (cara belajar siswa aktif) adalah penerapan pendidikan yang dipengaruhi oleh filsafat
 - A. konstruktivisme
 - B. analitik
 - C. progressivisme
 - D. eksistensialisme

- 4) Pada tahun tujuh puluhan di sekolah-sekolah dikembangkan teori belajar J. Piaget, yang berpandangan bahwa pembelajaran harus disesuaikan dengan tingkat perkembangan intelektual siswa. Teori belajar ini termasuk penerapan filsafat
 - A. analitik
 - B. konstruktivisme
 - C. eksistensialisme
 - D. rekonstruksionisme

- 5) Semakin banyaknya penelitian guru tentang miskonsepsi, menunjukkan makin besarnya kecenderungan guru menerapkan filsafat
 - A. konstruktivisme
 - B. analitik
 - C. progressivisme
 - D. eksistensialisme

- 6) Mengapakah para guru lebih menyenangi istilah “konsepsi alternatif” dari pada istilah “miskonsepsi”?
 - A. Lebih menghargai siswa.
 - B. Lebih merendahkan siswa.
 - C. Dua istilah itu tidak ada sangkut pautnya.
 - D. Dua konsep itu berbeda makna.

- 7) Menurut konstruktivisme, kebenaran adalah
 - A. realita atau dunia ide
 - B. kenyataan sebagai mana adanya
 - C. apa yang jalan
 - D. abstraksi objek-objek

- 8) Menurut konstruktivisme, pengetahuan adalah
- A. himpunan fakta
 - B. tiruan dari kenyataan
 - C. bentukan kita sendiri
 - D. segala sesuatu yang kita ketahui
- 9) Situasi atau konteks berikut dapat membantu pembentukan pengertian siswa, *kecuali*
- A. konstruksi pengetahuan yang sudah lama
 - B. konteks tindakan
 - C. konteks membuat masuk akal
 - D. konteks yang menjelaskan
- 10) Hal-hal berikut dapat menghalangi proses pembentukan pengertian siswa, *kecuali*
- A. konstruksi pengetahuan yang lama
 - B. domain pengalaman siswa
 - C. situasi membenaran
 - D. jaringan struktur kognitif siswa

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 3 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 3.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan modul selanjutnya. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 3, terutama bagian yang belum dikuasai.

Kunci Jawaban Tes Formatif

Tes Formatif 1

- 1) D. Sebagai alat yang membantu memecahkan segala persoalan.
- 2) C. Deduksi.
- 3) C. Tidak ada pola.
- 4) B. Barangkali; karena induksi.
- 5) B. Karena hasil eksperimen.
- 6) A. Berdasar hasil eksperimen.
- 7) B. Tiga menit berdasar deduksi, setiap ekor perlu waktu 3 menit.
- 8) B. Deduksi, berdasar kebenaran terdahulu.
- 9) B. Sebab Aiu pembohong. Deduksi.
- 10) B. Berdasar asumsi siapa jujur dan siapa pembohong. Deduksi.

Tes Formatif 2

- 1) A. Aristoteles.
- 2) A. Plato.
- 3) D. Luasnya telaah.
- 4) D. Memburu kebenaran adalah tugas filsafat.
- 5) A. Hasrat bertanya.
- 6) C. Produktif.
- 7) A. Spekulatif/teoretis.
- 8) D. Pythagoras.
- 9) A. Plato dengan “dunia ide”-nya.
- 10) D. Leibniz.

Tes Formatif 3

- 1) A. “ajarlah anak, bukan mengajar mata pelajaran”.
- 2) D. Konstruktivisme.
- 3) A. Konstruktivisme.
- 4) B. Konstruktivisme.
- 5) C. Konstruktivisme.
- 6) A. Menghargai siswa.
- 7) C. Apa yang jalan.
- 8) C. Bentukkan kita sendiri.
- 9) A. Konstruksi pengetahuan yang lama.
- 10) C. Situasi pembenaran.

Daftar Pustaka

- Bell, E. T. (1966). *The Development of Mathematics*. New York: Mc. Millan.
- Boyer, C. B. (1967). *A Concise History of Mathematics*. New York: Willey & Son.
- Eka Darmaputra. (1996). *Etika Sederhana untuk Semua*. Jakarta: Gunung Mulya.
- Hampel, C. G. (1966). University of New Mexico: *Philosophical Series*.
- Johnson, D. A. (1970). *Invitation to Mathematics*. London: John Murray.
- Kattasoff, L. O. (1986). *Pengantar Filsafat*. Alih bahasa: Suyono Sumargono. Yogyakarta: Tiara Wacara.
- Korne, Stephan. (1986). *The Philosophy of Mathematics*. New York: Dover.
- Newsom, C. W. (1966). *Mathematical Monthly*. Vol. 52. Pp 543-556.
- Pujawijatna, I. I. (1963). *Pembimbing ke Filsafat*. Jakarta: Pembangunan.
- Pujawijatna, I. I. (1982). *Etika, Filsafat Tingkah Laku*. Jakarta: Bina Aksara.
- Rapar, J. H. (1996). *Pengantar Filsafat*. Yogyakarta: Kanisius.
- Schaaf, W. L. (1963). *The Arithmetics Teacher*. Vol. 8. Pp.5-9.
- Suparma. (1996). *Ilmu, Teknologi, dan Etika*. Jakarta: Gunung Mulya.
- Struik, D. J. (1967). *A Concise History of Mathematics*. New York: Dover.
- Suseno, Franz Magnis. (1995). *Filsafat sebagai Ilmu Kritis*. Yogyakarta: Kanisius.

Wein, G. T. (1973). *Mathematics Education*. London: Van Nostrand.

Moris, Kleine. (1966). *Mathematical Monthly*. Vol. **52**, PP. 664-672.