

# Bilangan 1

Dr. Edy Bambang Irawan, M.Pd.



## PENDAHULUAN

---

Materi yang dipelajari dalam Modul 1 ini adalah (1) operasi bilangan bulat dan bilangan rasional, (2) bilangan berpangkat dan bentuk akar. Bilangan bulat dalam modul ini dikenalkan melalui representasi bilangan bulat menggunakan model himpunan dan model pengukuran. Selanjutnya, dikembangkan operasi dan sifat-sifat operasi pada bilangan bulat. Dari pengertian bilangan bulat dikenalkan bilangan rasional dengan definisi. Definisi bilangan rasional digunakan untuk mempelajari operasi dan sifat-sifat operasi bilangan rasional.

Uraian tentang bilangan berpangkat didahului dengan arti perkalian dua bilangan bulat. Selanjutnya, bilangan berpangkat dikenalkan dalam bentuk  $a^n$ , dengan  $a$  suatu bilangan bulat, dan  $n$  bilangan bulat yang tak nol. Bentuk akar dijelaskan melalui pangkat bilangan rasional, dengan syarat tertentu. Dari pengertian bentuk akar tersebut, selanjutnya dapat disusun sifat-sifat bilangan bentuk akar. Dalam penerapannya, bentuk akar ini banyak digunakan untuk menyelesaikan masalah geometri, utamanya yang berhubungan dengan penggunaan teorema Pythagoras.

Setelah mempelajari modul ini, diharapkan Anda dapat memberi penjelasan tentang bilangan bulat, bilangan rasional, bilangan berpangkat dan bentuk akar. Penjelasan tersebut meliputi lambang-lambang yang digunakan, operasi dan sifat-sifatnya, penerapannya dalam menyelesaikan masalah, serta kesalahan konsep yang biasa dilakukan siswa SMP, dengan menggunakan pendekatan dan atau media yang sesuai.

Setelah mempelajari modul ini, diharapkan Anda dapat:

1. menyelesaikan masalah-masalah dalam matematika atau bidang lain yang penyelesaiannya menggunakan bilangan bulat dan operasinya;
2. menjelaskan bilangan dan lambang bilangan bulat, operasi dan sifat-sifat operasi pada bilangan bulat, serta penggunaan bilangan bulat dan operasinya dalam menyelesaikan masalah kepada siswa SMP dengan menggunakan pendekatan atau media yang sesuai;

3. menganalisis suatu kesalahan konsep yang biasa dilakukan oleh guru atau siswa (jika ada) dalam memahami konsep bilangan bulat;
4. menyelesaikan masalah-masalah dalam matematika atau bidang lain yang penyelesaiannya menggunakan bilangan rasional dan operasinya;
5. menjelaskan bilangan dan lambang bilangan rasional, operasi dan sifat-sifat operasi pada bilangan rasional, serta penggunaan bilangan rasional dan operasinya dalam menyelesaikan masalah kepada siswa SMP, dengan menggunakan pendekatan atau media yang sesuai;
6. menganalisis suatu kesalahan konsep yang biasa dilakukan oleh guru atau siswa (jika ada) dalam memahami konsep bilangan rasional;
7. menyelesaikan masalah-masalah dalam matematika atau bidang lain yang penyelesaiannya menggunakan bilangan berpangkat dan bentuk akar;
8. menjelaskan sifat-sifat bilangan berpangkat dan bentuk akar, operasi-operasi aljabar yang berkaitan dengan bilangan berpangkat dan bentuk akar, serta penggunaannya dalam menyelesaikan masalah kepada siswa SMP, dengan menggunakan pendekatan atau media yang sesuai;
9. menganalisis suatu kesalahan konsep yang biasa dilakukan oleh guru atau siswa (jika ada) dalam memahami konsep bilangan berpangkat dan penarikan akar.

**KEGIATAN BELAJAR 1**

# Operasi Bilangan Bulat dan Bilangan Rasional

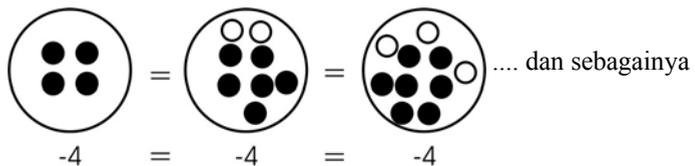
## A. BILANGAN BULAT

Pada semesta himpunan bilangan cacah, persamaan  $x + 11 = 5$ , tidak mempunyai penyelesaian. Oleh karena itu, himpunan bilangan cacah diperluas menjadi himpunan bilangan bulat sehingga persamaan tersebut mempunyai penyelesaian. Himpunan bilangan bulat dapat dituliskan sebagai berikut.

$$Z = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$$

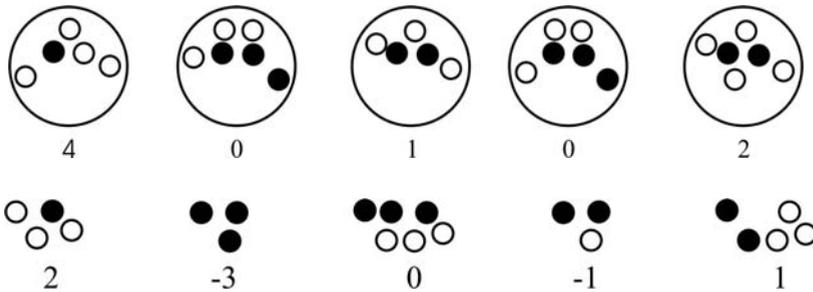
Bilangan bulat dapat diklasifikasi menjadi bilangan bulat positif, nol, dan bilangan bulat negatif. Nol bukan bilangan bulat positif maupun negatif.

Bilangan bulat dapat direpresentasikan dengan dua cara, yaitu dengan model himpunan dan model pengukuran. Dalam model himpunan, bilangan bulat dapat direpresentasikan dengan keping berwarna. Misalkan, keping warna hitam menunjukkan bilangan negatif dan keping warna putih menunjukkan bilangan positif. Bilangan 1 dapat direpresentasikan dengan satu keping berwarna putih, dan bilangan -1 dapat direpresentasikan dengan satu keping berwarna hitam. Sebuah keping berwarna hitam dan sebuah keping berwarna putih dapat saling menghapus. Dengan menggunakan konsep ini, bilangan bulat dapat direpresentasikan sebagai kumpulan keping dengan beberapa cara. Misalkan bilangan -4, dapat direpresentasikan sebagai kumpulan keping sebagai berikut.



Gambar 1.1

Beberapa contoh bilangan-bilangan bulat lainnya dapat ditunjukkan sebagai berikut.



Gambar 1.2

Masing-masing contoh bilangan bulat tersebut dapat direpresentasikan dalam berbagai cara.

Bilangan bulat dapat direpresentasikan dengan cara lain, yaitu dengan model pengukuran. Dalam hal ini, bilangan bulat ditunjukkan dengan noktah-noktah pada garis bilangan sebagai berikut.



Gambar 1.3

Bilangan-bilangan bulat tersebut direpresentasikan secara simetris terhadap 0 dari kiri ke kanan pada garis bilangan. Bilangan bulat di sebelah kiri 0 menunjukkan bilangan negatif, sedangkan di kanan 0 menunjukkan bilangan positif. Lawan bilangan bulat  $a$ , ditulis dengan  $-a$  atau  $(-a)$ . Dengan model pengukuran, lawan dari  $a$  ditunjukkan dengan bayangan  $a$  terhadap 0 pada garis bilangan. Lawan bilangan bulat positif adalah negatif, lawan bilangan bulat negatif adalah positif. Sedangkan lawan dari 0 adalah 0.

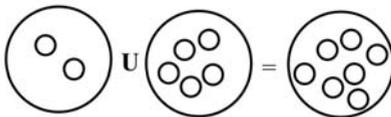
### 1. Penjumlahan Bilangan Bulat

Penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat akan dijelaskan melalui permasalahan berikut. Ali mempunyai kartu-kartu yang terbuat dari karton. Kartu-kartu tersebut bertuliskan bilangan-bilangan, seperti 3, -4, 7, 9, 12, -5, 16, -9, 11, 34. Selanjutnya, akan ditentukan jumlah bilangan-bilangan pada 10 kartu tersebut. Permasalahan tersebut dapat diselesaikan melalui operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat. Penjumlahan dan

pengurangan bilangan bulat dapat diselesaikan dengan menggunakan model himpunan dan model pengukuran.

Dengan model himpunan, penjumlahan dua bilangan bulat dilakukan dengan menggabungkan dua himpunan yang saling asing. Kedua himpunan tersebut merupakan representasi dari dua kumpulan keping. Beberapa penjumlahan dua bilangan bulat dengan model himpunan ditunjukkan sebagai berikut.

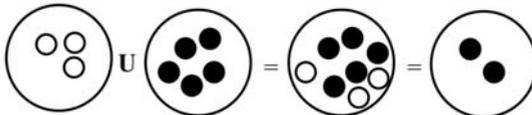
a.  $2 + 5 = 7$



b.  $(-2) + (-4) = -6$

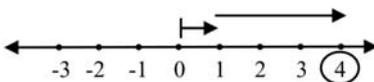


c.  $3 + (-5) = -2$

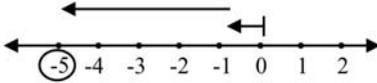


Dengan model pengukuran, penjumlahan dua bilangan bulat dilakukan dengan menempatkan pangkal anak panah berarah pada ujung anak panah yang pangkalnya 0. Bilangan bulat positif ditunjukkan dengan anak panah yang arahnya ke kanan. Bilangan bulat negatif ditunjukkan dengan anak panah ke kiri. Beberapa penjumlahan bilangan bulat dengan model pengukuran ditunjukkan sebagai berikut.

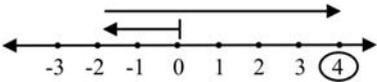
a.  $1 + 3 = 4$



b.  $(-1) + (-4) = -5$



c.  $-2 + 6 = 4$



Melalui penjelasan di atas, dapat dirumuskan aksioma penjumlahan bilangan bulat sebagai berikut.

### Aksioma penjumlahan bilangan bulat

Misalkan  $a$  dan  $b$  masing-masing merupakan bilangan bulat.

- a. Penjumlahan dengan nol.

$$a + 0 = a = 0 + a$$

- b. Penjumlahan dua bilangan bulat positif

Misalkan  $a$  dan  $b$  masing-masing bilangan bulat positif. Jika  $A$  dan  $B$  dua himpunan yang saling asing dengan  $n(A) = a$  dan  $n(B) = b$  maka

$$a + b = n(A \cup B).$$

- c. Penjumlahan dua bilangan bulat negatif

Misalkan  $a$  dan  $b$  masing-masing bilangan bulat positif. Berarti  $-a$  dan  $-b$  masing-masing bilangan negatif sehingga  $(-a) + (-b) = -(a+b)$ .

Dalam hal ini,  $a + b$  merupakan jumlah dua bilangan positif.

- d. Penjumlahan bilangan positif dan negatif.

1) Jika  $a$  dan  $b$  masing-masing bilangan bulat positif, dan  $a > b$  maka  $a + (-b) = a - b$ . Dalam hal ini,  $a - b$  merupakan selisih bilangan cacah  $a$  dan  $b$ .

2) Jika  $a$  dan  $b$  masing-masing bilangan bulat positif, dan  $a < b$  maka  $a + (-b) = -(b - a)$ . Dalam hal ini,  $b - a$  merupakan selisih bilangan cacah  $a$  dan  $b$ .

Dari aksioma penjumlahan bilangan bulat di atas, dapat dikembangkan sifat-sifat penjumlahan bilangan bulat sebagai berikut.

**Sifat penjumlahan bilangan bulat**

Misalkan  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  masing-masing merupakan bilangan bulat.

- a. Sifat tertutupan penjumlahan bilangan bulat  
 $a + b$  menunjukkan bilangan bulat tunggal.
- b. Sifat komutatif penjumlahan bilangan bulat  
 $a + b = b + a$
- c. Sifat asosiatif penjumlahan bilangan bulat  
 $(a + b) + c = a + (b + c)$
- d. Sifat identitas penjumlahan bilangan bulat  
 $0$  adalah bilangan bulat tunggal, sedemikian hingga  $a + 0 = a = 0 + a$  untuk semua  $a$ .
- e. Sifat invers jumlah penjumlahan bilangan bulat.  
Untuk setiap bilangan bulat  $a$ , ada bilangan bulat tunggal  $-a$ , sedemikian hingga  $a + (-a) = 0$ .

Konsekuensi dari sifat-sifat penjumlahan bilangan bulat di atas, dapat diturunkan teorema-teorema berikut.

**Teorema 1: Kanselasi jumlah pada bilangan bulat**

Misalkan  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  masing-masing bilangan bulat.

Jika  $a + c = b + c$  maka  $a = b$ .

**Teorema 2:**

Misalkan  $a$  sebarang bilangan bulat

Berlaku hubungan:  $-(-a) = a$

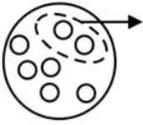
**2. Pengurangan Bilangan Bulat**

Pada bagian sebelumnya telah dijelaskan tentang representasi bilangan bulat sebagai kumpulan keping. Representasi tersebut dapat digunakan untuk menjelaskan pengurangan bilangan bulat melalui pengambilan langsung dan penjumlahan dengan lawan. Pengurangan bilangan bulat juga dapat dijelaskan dengan pemisalan.

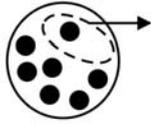
*a. Pengambilan langsung*

Kumpulan keping pada gambar berikut menunjukkan pengurangan bilangan bulat yang dilakukan melalui pengambilan langsung. Tanda titik-titik pada kumpulan keping menunjukkan keping-keping yang diambil.

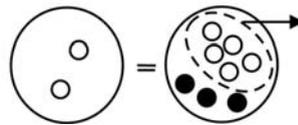
a.  $7 - 2 = 5$



b.  $-7 - (-1) = -6$



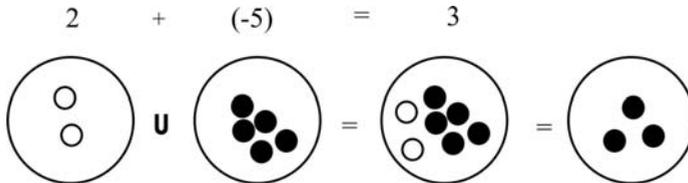
c.  $2 - 5 = -3$



Gambar 1.4

### b. Penjumlahan dengan lawan

Pengurangan dua bilangan bulat dengan pengambilan langsung seperti yang ditunjukkan pada contoh di atas, dapat dilakukan melalui penjumlahan dengan lawan. Misalkan untuk bagian c, dalam mencari hasil pengurangan  $2 - 5$  dapat dilakukan dengan mencari hasil penjumlahan  $2 + (-5)$ , seperti ditunjukkan pada kumpulan keping berikut.



Gambar 1.5

Pengurangan dua bilangan bulat yang dilakukan melalui penjumlahan dengan lawan memunculkan sifat berikut.

### Sifat Penjumlahan dengan Lawan

Misalkan  $a$  dan  $b$  masing-masing merupakan bilangan bulat.

Berlaku hubungan:  $a - b = a + (-b)$

### c. Pemisalan

Perubahan pengurangan menjadi penjumlahan telah ditunjukkan pada pengurangan bilangan bulat melalui penjumlahan dengan lawan. Perubahan pengurangan dua bilangan bulat menjadi penjumlahan-penjumlahan juga dapat dilakukan melalui pemisalan. Menentukan hasil pengurangan  $7 - 3$  dilakukan dengan mencari suatu bilangan, apabila bilangan tersebut ditambah 3 menghasilkan 7. Proses tersebut dituliskan sebagai berikut.  $7 - 3 = n$  jika dan hanya jika  $7 = 3 + n$ . Pengurangan dua bilangan bulat dengan pemisalan, memunculkan definisi berikut.

**Definisi:**

Misalkan a, b, dan c masing-masing merupakan bilangan bulat. Berlaku hubungan:  $a - b = c$  jika dan hanya jika  $a = b + c$ .

**3. Perkalian Bilangan Bulat**

Perkalian bilangan bulat dapat dipandang sebagai perluasan perkalian bilangan cacah. Pada bilangan cacah, perkalian dapat dipandang sebagai penjumlahan berulang, seperti ditunjukkan pada contoh berikut.

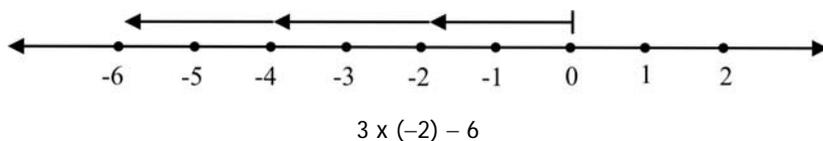
$$3 \times 2 = 2 + 2 + 2 = 6$$

Perhatikan kasus berikut, yang penyelesaiannya menggunakan perkalian bilangan bulat. Ali mempunyai kebiasaan menjual tiket masuk pertandingan sepak bola. Harga setiap tiket Rp20.000,00. Dari tiket-tiket yang terjual, terdapat 3 tiket yang dibayar dengan uang palsu. Berapa kerugian Ali yang disebabkan oleh kekeliruan menerima uang palsu? Penyelesaian kasus tersebut dapat ditunjukkan sebagai berikut.

$$3 \times (-20.000) = (-20.000) + (-20.000) + (-20.000) = - 60.000$$

Kerugian Ali yang disebabkan oleh kekeliruan menerima uang palsu sebesar Rp60.000,00.

Apabila setiap satuan garis bilangan menunjukkan 10.000, gambaran kasus di atas dapat ditunjukkan sebagai berikut.



Gambar 1.6

Hasil di atas dapat digunakan untuk mengisi tabel perkalian bilangan bulat berikut.

		Kolom							
		1	2	3	4	5	6	7	8
Baris	1	x	-3	-2	-1	0	1	2	3
	2	-3	...	...	...	...	...	...	...
	3	-2	...	...	...	...	...	...	...
	4	-1	...	...	...	...	...	...	...
	5	0	0	0	0	0	0	0	0
	6	1	-3	-2	-1	0	1	2	3
	7	2	-6	-4	-2	0	2	4	6
	8	3	-9	-6	-3	0	3	6	9

Perhatikan tabel di atas yang memperlihatkan perkalian sebagian bilangan bulat. Pada daftar tersebut tampak sebagai berikut.

a. Hasil pada kolom 2

$$-3 \times (-3) = \dots$$

$$-2 \times (-3) = \dots$$

$$-1 \times (-3) = \dots$$

$$0 \times (-3) = 0$$

$$1 \times (-3) = -3$$

$$2 \times (-3) = -6$$

$$3 \times (-3) = -9$$

Setiap bilangan dari hasil perkalian pada kolom 2 jika diurutkan dari bawah ke atas diperoleh dengan menambahkan 3 dari hasil di bawahnya, yaitu:

$$3 \times (-3) = -9$$

$$2 \times (-3) = -9 + 3 = -6$$

$$1 \times (-3) = -6 + 3 = -3$$

$$0 \times (-3) = -3 + 3 = 0$$

$$\text{sehingga: } -1 \times (-3) = 0 + 3 = 3$$

$$-2 \times (-3) = 3 + 3 = 6$$

$$-3 \times (-3) = 6 + 3 = 9$$

b. Hasil pada kolom 3

$$-3 \times (-2) = \dots$$

$$-2 \times (-2) = \dots$$

$$-1 \times (-2) = \dots$$

$$0 \times (-2) = 0$$

$$1 \times (-2) = -2$$

$$2 \times (-2) = -4$$

$$3 \times (-2) = -6$$

Setiap bilangan dari hasil perkalian pada kolom 3 jika diurutkan dari bawah ke atas diperoleh dengan menambahkan 2 dari hasil di bawahnya, yaitu:

$$3 \times (-2) = -6$$

$$2 \times (-2) = -6 + 2 = -4$$

$$1 \times (-2) = -4 + 2 = -2$$

$$0 \times (-2) = -2 + 2 = 0$$

sehingga:  $-1 \times (-2) = 0 + 2 = 4$

$$-2 \times (-2) = 2 + 2 = 4$$

$$-3 \times (-2) = 4 + 2 = 6$$

Hasil pada kolom 4 sampai kolom 8 dapat Anda kerjakan mengikuti langkah pada kolom 2 dan 3. Dengan demikian, tabel perkalian tersebut dilengkapi pengisiannya memperoleh hasil berikut.

	-3	-2	-1	0	1	2	3
-3	9	6	3	0	-3	-6	-9
-2	6	4	2	0	-2	-4	-6
-1	3	2	1	0	-1	-2	-3
0	0	0	0	0	0	0	0
1	-3	-2	-1	0	1	2	3
2	-6	-4	-2	0	2	4	6
3	-9	-6	-3	0	3	6	9

Pola-pola di atas memunculkan definisi berikut.

**Definisi:**

Misalkan a dan b masing-masing merupakan bilangan bulat.

- a. *Perkalian dengan nol*

$$a \cdot 0 = 0 = 0 \cdot a$$

- b. *Perkalian dua bilangan bulat positif*  
Misalkan a dan b masing-masing merupakan bilangan positif. Jika A dan B dua himpunan yang saling asing dengan  $n(A) = a$  dan  $n(B) = b$  maka  $a \cdot b = n(A \times B)$ .
- c. *Perkalian bilangan bulat positif dan negatif*  
Jika a dan b masing-masing merupakan bilangan positif (dengan demikian, -b negatif) maka  $a \cdot (-b) = -(ab)$ , dengan ab adalah hasil kali bilangan cacah a dan b. Hasil perkalian bilangan bulat positif dan bulat negatif adalah bilangan bulat negatif.
- d. *Perkalian dua bilangan bulat negatif*  
Jika a dan b bilangan positif maka  $(-a) \cdot (-b) = ab$ , dengan ab hasil kali bilangan cacah a dan b. Hasil perkalian dua bilangan bulat negatif adalah bilangan bulat positif.

Dari definisi perkalian bilangan bulat di atas, dapat dikembangkan sifat-sifat perkalian bilangan bulat sebagai berikut.

#### **Sifat-sifat perkalian bilangan bulat**

Misalkan a, b, dan c masing-masing merupakan bilangan bulat.

- Sifat tertutupan perkalian bilangan bulat  
 $ab$  menunjukkan bilangan bulat tunggal.
- Sifat komutatif perkalian bilangan bulat  
 $ab = ba$
- Sifat asosiatif perkalian bilangan bulat  
 $(ab)c = a(bc)$
- Sifat identitas perkalian bilangan bulat  
1 adalah bilangan bulat tunggal sehingga  $a \cdot 1 = a = 1 \cdot a$ , untuk semua a.
- Sifat distributif perkalian bilangan terhadap penjumlahan bilangan bulat  
 $a(b + c) = ab + ac$

Konsekuensi dari sifat-sifat perkalian bilangan bulat di atas, dapat diturunkan teorema-teorema berikut.

#### **Teorema 1:**

Jika a bilangan bulat maka berlaku:  $a(-1) = -a$

**Teorema 2:**

Jika  $a$  dan  $b$  masing-masing merupakan bilangan bulat maka berlaku:  $(-a)b = -(ab)$ .

**Teorema 3:**

Jika  $a$  dan  $b$  masing-masing merupakan bilangan bulat maka berlaku:  $((-a)(-b)) = ab$ .

**Teorema 4: Kanselasi kali pada bilangan bulat**

Misalkan  $a$ ,  $b$  dan  $c$  masing-masing bilangan bulat,  $c \neq 0$ .

Jika  $ac = bc$  maka  $a = b$

**4. Pembagian Bilangan Bulat**

Pembagian bilangan bulat dapat dijelaskan melalui contoh perkalian bilangan bulat  $20 = 5 \times n$ . Pada contoh tersebut,  $n$  dan  $5$  merupakan faktor  $20$ . Menentukan  $n$  berarti menentukan faktor bulat dari  $20$  yang memenuhi hubungan tersebut. Ungkapan tersebut dapat ditulis sebagai  $20 : 5 = n$ . Proses menentukan faktor bulat pada ilustrasi tersebut memunculkan definisi pembagian bilangan bulat sebagai berikut.

**Definisi:**

Jika  $a$  dan  $b$  masing-masing merupakan bilangan bulat, dengan  $b \neq 0$  maka berlaku

$a : b = c$  jika dan hanya jika  $a = bc$  untuk suatu bilangan bulat  $c$ .

**5. Sifat Urutan Bilangan Bulat**

Pengertian “kurang dari” pada bilangan bulat dikenalkan melalui pendekatan garis bilangan dan pendekatan penjumlahan. Dengan pendekatan garis bilangan, bilangan bulat  $a$  kurang dari  $b$ , ditulis  $a < b$ , ditunjukkan dengan letak  $a$  di sebelah kiri  $b$ . Pada garis bilangan tersebut, dapat dilihat bahwa  $-3 < 2$ ,  $-4 < -1$ ,  $-2 < 3$ .

Dengan pendekatan penjumlahan, bentuk  $a < b$  ditunjukkan dengan adanya bilangan positif, sedemikian hingga  $a + p = b$ . Dapat pula dikatakan bahwa  $a < b$  jika dan hanya jika  $b - a$  adalah bilangan positif. Dengan pendekatan penjumlahan, jelas bahwa  $-21 < -4$  karena  $(-4) - (-21) = 17$ , merupakan bilangan positif.

Serupa dengan penjelasan di atas, pengertian “kurang dari atau sama dengan”, “lebih dari”, dan “lebih dari atau sama dengan”, yang masing-masing disimbolkan dengan  $\leq$ ,  $>$ , dan  $\geq$  juga dapat dikenalkan melalui pendekatan garis bilangan dan pendekatan penjumlahan.

Selanjutnya, sifat-sifat urutan bilangan bulat, ditunjukkan sebagai berikut.

### Sifat urutan bilangan bulat

Misalkan  $a$ ,  $b$ , dan  $c$  masing-masing merupakan bilangan bulat,  $p$  bilangan bulat positif, dan  $n$  bilangan bulat negatif.

- Sifat transitif kurang dari  
Jika  $a < b$  dan  $b < c$  maka  $a < c$
- Sifat kurang dari dan penjumlahan  
Jika  $a < b$  maka  $a + c < b + c$
- Sifat kurang dari dan perkalian dengan bilangan positif  
Jika  $a < b$  maka  $ap < bp$
- Sifat kurang dari dan perkalian dengan bilangan negatif  
Jika  $a < b$  maka  $an > bn$ .

Sifat-sifat urutan tersebut tetap berlaku apabila simbol  $<$  diubah dengan  $\leq$ ,  $>$ , dan  $\geq$ . Tampak bahwa ketiga sifat urutan yang pertama berlaku pada semesta himpunan bilangan cacah, tetapi sifat yang keempat tidak berlaku pada semesta himpunan bilangan cacah.

## B. BILANGAN RASIONAL

Pada semesta himpunan bilangan bulat, persamaan:  $5x + 3 = 0$ , tidak mempunyai penyelesaian. Oleh karena itu, himpunan bilangan bulat diperluas menjadi himpunan bilangan rasional sehingga persamaan tersebut mempunyai penyelesaian. Himpunan semua bilangan rasional didefinisikan sebagai berikut.

**Definisi himpunan bilangan rasional:**

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \text{ dan } b \text{ bilangan bulat, } b \neq 0 \right\}$$

Dari definisi tersebut, setiap bilangan bulat merupakan bilangan rasional karena setiap bilangan bulat dapat dinyatakan dalam  $\frac{a}{b}$ , dengan  $a$  dan  $b$  merupakan bilangan bulat,  $b \neq 0$ .

Kesamaan bilangan rasional didefinisikan sebagai berikut.

### Definisi Kesamaan Bilangan Rasional

Jika  $\frac{a}{b}$  dan  $\frac{c}{d}$  masing-masing merupakan bilangan rasional maka berlaku hubungan:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  jika dan hanya jika  $ad = bc$ .

Definisi kesamaan bilangan rasional tersebut berguna untuk menyederhanakan dan menyamakan penyebut pada penjumlahan, pengurangan atau membandingkan beberapa bilangan rasional. Definisi kesamaan bilangan rasional memunculkan teorema berikut.

### Teorema:

Jika  $\frac{a}{b}$  sebarang bilangan rasional dan  $n$  sebarang bilangan bulat, maka berlaku:  $\frac{a}{b} = \frac{an}{bn} = \frac{na}{nb}$

Teorema tersebut dapat digunakan untuk menentukan bentuk paling sederhana dari suatu bilangan rasional. Bilangan rasional  $\frac{a}{b}$  dikatakan mempunyai bentuk paling sederhana jika  $a$  dan  $b$  mempunyai faktor prima yang bersekutu dan  $b$  adalah bilangan positif.

## 1. Penjumlahan Bilangan Rasional

Penjumlahan bilangan rasional didefinisikan sebagai berikut.

### Definisi penjumlahan bilangan rasional

Jika  $\frac{a}{b}$  dan  $\frac{c}{d}$  masing-masing merupakan bilangan rasional maka berlaku hubungan:  $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad + bc}{bd}$

Dari definisi penjumlahan bilangan rasional di atas, dapat dikembangkan sifat-sifat penjumlahan bilangan rasional sebagai berikut.

### Sifat-sifat penjumlahan bilangan rasional

Misalkan  $\frac{a}{b}$ ,  $\frac{c}{d}$ , dan  $\frac{e}{f}$  masing-masing merupakan bilangan rasional.

- a. Sifat tertutup penjumlahan bilangan rasional

$\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$  adalah bilangan rasional tunggal.

- b. Sifat komutatif penjumlahan bilangan rasional

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$$

- c. Sifat asosiatif penjumlahan bilangan rasional

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right)$$

- d. Sifat identitas penjumlahan bilangan rasional

$$\frac{a}{b} + 0 = \frac{a}{b} = 0 + \frac{a}{b}, \quad \left(0 = \frac{0}{m}, m \neq 0\right)$$

- e. Sifat invers penjumlahan bilangan rasional

Pada setiap bilangan rasional  $\frac{a}{b}$ , ada bilangan rasional tunggal  $-\frac{a}{b}$

sedemikian hingga  $\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = 0 = \left(-\frac{a}{b}\right) + \frac{a}{b}$

Konsekuensi dari sifat-sifat penjumlahan bilangan rasional di atas, dapat diturunkan teorema-teorema berikut.

### Teorema: Sifat kanselasi bilangan rasional

Misalkan  $\frac{a}{b}$ ,  $\frac{c}{d}$ , dan  $\frac{e}{f}$  masing-masing merupakan bilangan rasional.

Jika  $\frac{a}{b} + \frac{e}{f} = \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$  maka  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

## 2. Pengurangan Bilangan Rasional

Pengurangan bilangan rasional didefinisikan sebagai berikut.

**Definisi:**

Jika  $\frac{a}{b}$  dan  $\frac{c}{d}$  masing-masing merupakan bilangan rasional maka

$$\text{berlaku hubungan } \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{d}\right).$$

Pengurangan bilangan rasional pada definisi di atas, dapat dipandang sebagai perluasan pengurangan pecahan. Pengurangan pecahan dengan penyebut sama ditunjukkan sebagai berikut.

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(-\frac{c}{d}\right) = \frac{a}{b} + \left(\frac{-c}{d}\right) = \frac{a+(-c)}{b} = \frac{a-c}{b}.$$

Pengurangan pecahan dengan penyebut tak sama ditunjukkan sebagai berikut

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} - \frac{bc}{bd} = \frac{ad-bc}{bd}$$

**3. Perkalian Bilangan Rasional**

Perkalian bilangan rasional didefinisikan sebagai berikut.

**Definisi:**

Jika  $\frac{a}{b}$  dan  $\frac{c}{d}$  masing-masing merupakan bilangan rasional maka

$$\text{berlaku hubungan: } \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

Dari definisi perkalian bilangan rasional di atas, dapat dikembangkan sifat-sifat perkalian bilangan rasional sebagai berikut.

**Sifat-sifat perkalian bilangan rasional**

Misalkan  $\frac{a}{b}$ ,  $\frac{c}{d}$ , dan  $\frac{e}{f}$  masing-masing merupakan bilangan rasional.

- a. Sifat tertutup perkalian bilangan rasional

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd} \text{ adalah bilangan rasional tunggal.}$$

- b. Sifat komutatif perkalian bilangan rasional

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}$$

- c. Sifat asosiatif perkalian bilangan rasional

$$\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}\right)$$

- d. Sifat identitas perkalian bilangan rasional

$$\frac{a}{b} \cdot 1 = \frac{a}{b} = 1 \cdot \frac{a}{b}, \quad \left(1 = \frac{m}{m}, m \neq 0\right)$$

- e. Sifat invers perkalian bilangan rasional

Pada setiap bilangan rasional  $\frac{a}{b} \neq 0$ , ada bilangan rasional tunggal  $\frac{b}{a}$

$$\text{sedemikian hingga } \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{b}{a}\right) = 1 = \left(\frac{b}{a}\right) \cdot \frac{a}{b}$$

- f. Sifat distribusi perkalian terhadap penjumlahan bilangan rasional

$$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f}$$

Invers kali suatu bilangan sering disebut juga dengan kebalikan dari bilangan tersebut. Kebalikan dari kebalikan bilangan rasional yang tidak nol adalah bilangan rasional itu sendiri.

#### 4. Pembagian Bilangan Rasional

Pembagian bilangan rasional didefinisikan sebagai berikut.

##### Definisi:

Jika  $\frac{a}{b}$  dan  $\frac{c}{d}$  masing-masing merupakan bilangan rasional maka

$$\text{berlaku hubungan } \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} .$$

#### 5. Sifat Urutan Bilangan Rasional

Pengertian “kurang dari” pada bilangan rasional dikenalkan melalui pendekatan garis bilangan, pendekatan penyebut positif sama, dan pendekatan penjumlahan. Dengan pendekatan garis bilangan, bilangan

rasional  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ , ditunjukkan dengan letak  $\frac{a}{b}$  di sebelah kiri  $\frac{c}{d}$ . Dengan

penyebut positif sama, bilangan rasional  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$ , ditunjukkan dengan  $a < c$ , dengan  $b > 0$ .

Dengan pendekatan penjumlahan, bentuk  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  ditunjukkan dengan adanya bilangan rasional positif  $\frac{p}{q}$ , sedemikian hingga  $\frac{a}{b} + \frac{p}{q} = \frac{c}{d}$ . Dapat pula dikatakan bahwa  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  jika dan hanya jika  $\frac{c}{d} - \frac{a}{b}$  adalah bilangan positif.

Serupa dengan penjelasan di atas, pengertian “kurang dari atau sama dengan”, “lebih dari”, dan “lebih dari atau sama dengan”, yang masing-masing disimbolkan dengan  $\leq$ ,  $>$ , dan  $\geq$  juga dapat dikenalkan melalui pendekatan garis bilangan, pendekatan penyebut positif sama, dan pendekatan penjumlahan.

### **Teorema: Sifat perkalian silang ketaksamaan**

Jika  $\frac{a}{b}$ ,  $\frac{c}{d}$  masing-masing merupakan bilangan rasional, dengan  $b > 0$

dan  $d > 0$  maka berlaku hubungan  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  jika dan hanya jika  $ad < bc$ .

Selanjutnya, sifat-sifat urutan bilangan rasional, ditunjukkan sebagai berikut.

### **Sifat urutan bilangan rasional**

Misalkan  $\frac{a}{b}$ ,  $\frac{c}{d}$ , dan  $\frac{e}{f}$  masing-masing merupakan bilangan rasional,

a. Sifat transitif kurang dari

Jika  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  dan  $\frac{c}{d} < \frac{e}{f}$  maka  $\frac{a}{b} < \frac{e}{f}$

b. Sifat kurang dari dan penjumlahan

Jika  $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$  maka  $\frac{a}{b} + \frac{e}{f} < \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$

c. Sifat kurang dari dan perkalian dengan bilangan positif

$$\text{Jika } \frac{a}{b} < \frac{c}{d} \text{ dan } \frac{e}{f} > 0 \text{ maka } \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} < \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

d. Sifat kurang dari dan perkalian dengan bilangan negatif

$$\text{Jika } \frac{a}{b} < \frac{c}{d} \text{ dan } \frac{e}{f} < 0 \text{ maka } \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f} > \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}$$

Sifat-sifat urutan seperti ditunjukkan di atas tetap berlaku apabila simbol  $<$  diubah dengan  $\leq$ ,  $>$ , dan  $\geq$ . Tampak bahwa ketiga sifat urutan yang pertama berlaku pada semesta himpunan bilangan cacah, tetapi sifat yang keempat tidak berlaku pada semesta himpunan bilangan cacah.

Sifat urutan bilangan rasional dapat digunakan untuk menyelesaikan suatu pertaksamaan.

### Contoh 1.1.

$$\begin{aligned} x + \frac{3}{5} &< \frac{-7}{10} \\ x + \frac{3}{5} + \left(-\frac{3}{5}\right) &< \frac{-7}{10} + \left(-\frac{3}{5}\right) \\ x &< -\frac{13}{10} \end{aligned}$$

### Contoh 1.2.

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}x &< -\frac{5}{6} \\ \left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{2}{3}x\right) &< \left(\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{5}{6}\right) \\ x &< -\frac{5}{4} \end{aligned}$$



## LATIHAN

---

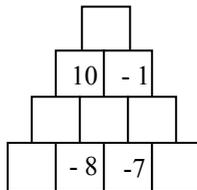
Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Tunjukkan hasil penjumlahan berikut dengan menggunakan (a) model himpunan, (b) model pengukuran.
  - a)  $6 + (-4)$
  - b)  $(-3) + 5$
  - c)  $(-5) + (-7)$
- 2) Tunjukkan hasil pengurangan berikut dengan menggunakan (a) pengambilan langsung, (b) penjumlahan dengan lawan, dan (c) pemisalan.
  - a)  $7 - (-8)$
  - b)  $(-4) - 3$
  - c)  $(-5) - (-9)$
- 3) Gunakan adanya invers jumlah pada himpunan bilangan bulat untuk menyelesaikan persamaan berikut.
  - a)  $x + 19 = 11$
  - b)  $(-7) + x = 9$
  - c)  $27 + x = -13$
  - d)  $(-5) + x = 9$
  - e)  $x - 5 = -6$
  - f)  $x - 24 = -54$
- 4) a) Lanjutkan pola berikut dengan menuliskan 3 bentuk perkalian berikutnya.
 

$(1) \begin{aligned} 6 \times 3 &= 18 \\ 6 \times 2 &= 12 \\ 6 \times 1 &= 6 \\ 6 \times 0 &= 0 \end{aligned}$	$(2) \begin{aligned} 9 \times 3 &= 27 \\ 9 \times 2 &= 18 \\ 9 \times 1 &= 9 \\ 9 \times 0 &= 0 \end{aligned}$
--	--

  - b) Tuliskan aturan perkalian yang dapat dibuat dari pola yang dihasilkan.
- 5) Apakah sifat-sifat berikut berlaku pada pengurangan bilangan bulat? Berikan contoh apabila berlaku. Tunjukkan contoh penyangkal apabila tidak berlaku.
  - a) Tertutup
  - b) Asosiatif

- c) Komutatif  
d) Identitas
- 6) a) Misalkan  $A$  merupakan himpunan yang tertutup terhadap pengurangan. Jika 4 dan 9 merupakan elemen  $A$ , tunjukkan setiap elemen berikut juga elemen  $A$ .
- (i) 5            (ii) -5            (iii) 0  
(iv) 13            (v) 1            (vi) -3
- b) Daftarkan semua elemen  $A$   
c) Serupa dengan pertanyaan pada (b) jika diberikan 4 dan 8 sebagai elemen  $A$ .  
d) Buatlah generalisasi dari hasil yang diperoleh.
- 7) Seorang siswa melakukan algoritma berikut pada pengurangan  $72 - 38$ .
- 73  
 $\frac{38}{-6}$  — dua kurang delapan sama dengan negatif enam  
40    Tujuh puluh kurang tiga puluh sama dengan empat puluh  
34    Empat puluh tambah negatif enam sama dengan tiga puluh empat
- Bagaimana menurut Anda pekerjaan siswa tersebut? Apakah algoritma yang dilakukan selalu demikian? Jelaskan!
- 8) Misalkan  $a$  dan  $b$  masing-masing merupakan bilangan bulat. Apakah selalu benar bahwa  $a - b$  dan  $b - a$  saling berlawanan? Bagaimana jika  $a = b$ ?
- 9) Isilah setiap bujur sangkar yang kosong berikut dengan jumlah pasangan bilangan yang terletak di bawah bujur sangkar berikut.



- 10) Operasikan bilangan-bilangan rasional berikut. Tunjukkan hasilnya dalam bentuk paling sederhana.
- a)  $\frac{5}{9} + \frac{7}{9}$

b)  $\frac{-2}{5} + \frac{13}{20}$

c)  $\frac{-5}{6} + \frac{30}{36} + \frac{2}{3}$

d)  $\frac{5}{6} - \frac{1}{6}$

e)  $\frac{-7}{12} - \frac{5}{18}$

f)  $\frac{5}{24} - \frac{23}{40} - \frac{-1}{2}$

11) Gunakan sifat-sifat bilangan rasional untuk menghitung operasi bilangan berikut.

a.  $-\frac{3}{5} \cdot \left( \frac{11}{17} \cdot \frac{5}{3} \right)$

b.  $\left( -\frac{3}{7} \cdot \frac{10}{12} \right) \cdot \frac{6}{10}$

c.  $\frac{2}{3} \cdot \left( \frac{3}{2} + \frac{5}{7} \right)$

d.  $\frac{5}{9} \cdot \frac{2}{7} + \frac{2}{7} \cdot \frac{4}{9}$

e.  $\frac{7}{6} \cdot \frac{-3}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{6}$

f.  $\frac{-5}{6} \cdot \frac{-11}{12} - \frac{1}{3} \cdot \frac{11}{12}$

12) Operasikan bilangan-bilangan rasional berikut. Tunjukkan hasilnya dalam bentuk paling sederhana.

a)  $\frac{-40}{27} \div \frac{-10}{9}$

b)  $\frac{-1}{4} \div \frac{3}{2}$

c)  $\frac{21}{25} \div \frac{-3}{5}$

13) Dengan menggunakan sifat urutan bilangan rasional, selesaikan pertaksamaan berikut.

$$\text{a) } x + \frac{1}{2} < -\frac{5}{6}$$

$$\text{b) } x - \frac{2}{3} < \frac{-3}{4}$$

$$\text{c) } \frac{5}{4}x < \frac{15}{8}$$

$$\text{d) } \frac{2}{3}x < \frac{a}{b} - \frac{9}{8}$$

$$\text{e) } -\frac{3}{4}x < -\frac{15}{16}$$

$$\text{f) } -\frac{3}{5}x < \frac{9}{10}$$

$$\text{g) } \frac{-3}{7}x > \frac{8}{5}$$

- 14) Apakah sifat-sifat berikut berlaku pada pengurangan bilangan rasional? Berikan contoh apabila berlaku. Tunjukkan contoh penyangkal apabila tidak berlaku.
- Tertutup
  - Asosiatif
  - Komutatif
  - Identitas
  - Invers
- 15) Bilangan rasional positif dapat didefinisikan sebagai bilangan yang ditulis dalam bentuk  $\frac{a}{b}$ , dengan  $ab > 0$ . Tentukan benar atau salah setiap pernyataan di bawah ini.
- Buktikan apabila pernyataannya benar. Tunjukkan contoh penyangkal apabila pernyataannya salah.
- Jumlah dua bilangan rasional positif adalah bilangan rasional positif.
  - Selisih dua bilangan rasional positif adalah bilangan rasional positif.
  - Hasil kali dua bilangan rasional positif adalah bilangan rasional positif.
  - Hasil bagi dua bilangan rasional positif adalah bilangan rasional positif.

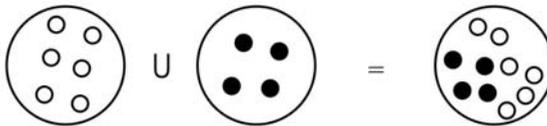
16) Dengan menggunakan sifat penjumlahan dengan lawan, tunjukkan

$$-\left(-\frac{a}{b}\right) = \frac{a}{b}.$$

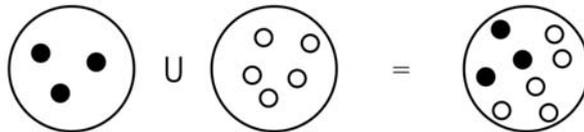
*Petunjuk Jawaban Latihan*

1) a) Penjumlahan dengan menggunakan model *himpunan*

a.  $6 + (-4) = 2$

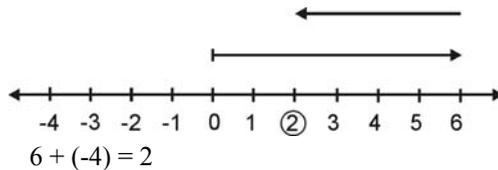


b.  $-3 + 5 = 2$

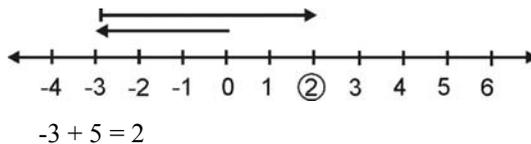


b) Untuk jawaban c) mengikuti jawaban a) dan b).  
Penjumlahan dengan menggunakan model pengukuran.

(1)



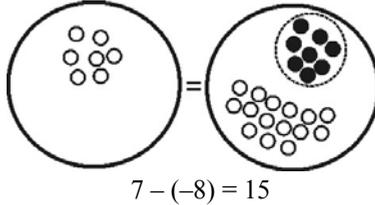
(2)



c) Untuk jawaban c) mengikuti jawaban a) dan b).

2) Jawaban berikut hanya untuk poin a, sedangkan b dan c mengikuti jawaban a.

- a) Pengambilan langsung



- b) Penjumlahan dengan lawan

$$7 - (-8) = 7 + 8 = 15$$

- c) Pemisalan

$$7 - (-8) = n \text{ jika dan hanya jika } 7 = -8 + n \text{ atau } n = 15.$$

- 3) a)  $x + 19 = 11$

$$\Leftrightarrow x + 19 + (-19) = 11 + (-19)$$

$$\Leftrightarrow x = -8$$

- b)  $-7 + x = 9$

$$\Leftrightarrow -7 + x + 7 = 9 + 7$$

$$\Leftrightarrow x + (-7) + 7 = 16$$

$$\Leftrightarrow x = 16$$

- c) Untuk jawaban c), d), e), dan f) mengikuti jawaban a) dan b).

- 4) Jawaban berikut hanya untuk poin (1), sedangkan (2) mengikuti jawaban poin (1) tersebut.

- a) 3 bentuk perkalian berikutnya adalah:

$$6 \times (-1) = -6$$

$$6 \times (-2) = -12$$

$$6 \times (-3) = -18$$

- b) Pola yang ditemukan adalah jika a dan b bilangan positif maka  $a \times (-b) = -a \times b$

- 5) a) Pengurangan pada bilangan bulat bersifat tertutup, contoh  $5 - 7 = -2 \in$  bilangan bulat.

- b) Pengurangan pada bilangan bulat tidak asosiatif.

$$\text{Contoh: (i) } (3 - 2) - (-3) = 1 - (-3)$$

$$= 1 + 3$$

$$= 4$$

$$\text{(ii) } 3 - ((2 - (-3))) = 3 - (2 + 3)$$

$$= 3 - 5$$

$$= -2$$

sedangkan  $4 \neq -2$

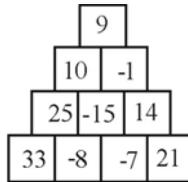
- c) Pengurangan pada bilangan bulat tidak komutatif.

$$\begin{aligned}\text{Contoh: (i) } -4 - (-5) &= -4 + 5 \\ &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(ii) } -5 - (-4) &= -5 + 4 \\ &= -1\end{aligned}$$

sedangkan  $1 \neq -1$

- d) Oleh karena pengurangan pada bilangan bulat tidak komutatif maka tidak terdapat identitas pengurangan.
- 6) a) Diketahui  $A$  tertutup terhadap pengurangan,  $9 \in A$ ,  $4 \in A$ ,
- (1) akibatnya  $9 - 4 \in A$ , sedangkan  $9 - 4 = 5$ , berarti  $5 \in A$ .
  - (2) akibatnya  $4 - 9 \in A$ , sedangkan  $4 - 9 = -5$ , berarti  $-5 \in A$ .
  - (3) dari (i), berakibat  $5 - 5 \in A$ . Sedangkan  $5 - 5 = 0$ , berarti  $0 \in A$ .
  - (4) akibatnya  $9 + 4 \in A$ , sedangkan  $9 + 4 = 13$ , berarti  $13 \in A$ .
  - (5) diketahui  $4 \in A$  dan (i), akibatnya  $5 - 4 \in A$ , sedangkan  $5 - 4 = 1$ , berarti  $1 \in A$
  - (6) diketahui  $4 \in A$  dan (v), akibatnya  $1 - 4 \in A$ , sedangkan  $1 - 4 = -3$ , berarti  $-3 \in A$ .
- b) Pertanyaan-pertanyaan berikut dapat digunakan untuk menyelidiki semua elemen-elemen dari  $A$ :
- (1) Mungkinkah elemen terbesar dari  $A$  lebih dari 9?
  - (2) Apakah 8, 7, 6, masing-masing merupakan elemen dari  $A$ ?
- Dua pertanyaan tersebut mengantar pada jawab pertanyaan di atas.
- 7) Jawaban siswa benar, algoritma yang digunakan untuk menyelesaikan pengurangan  $72 - 38$  tidak tunggal. Algoritma lain ditunjukkan sebagai berikut.  $72 - 38 = (60 + 12) - (30 + 8) = (60 - 30) + (12 - 8) = 30 + 4 = 34$ .
- 8) Lawan dari  $a - b$  adalah  $-(a - b) = b - a$ . Hubungan tersebut berlaku untuk  $a = b$ .
- 9) Strategi untuk menyelesaikan soal tersebut cukup jelas. Misalnya, bujur sangkar yang teratas adalah  $10 + (-1) = 9$ . Dengan demikian, setelah terisi seluruh bujur sangkar sebagai berikut.



10) Operasi penjumlahan atau pengurangan bilangan rasional dilakukan apabila penyebutnya sama, dengan menentukan kelipatan persekutuan terkecil.

a)  $1\frac{1}{3}$

b)  $\frac{1}{4}$

c)  $\frac{2}{3}$

11) a)  $-\frac{11}{17}$

b)  $-\frac{3}{14}$

c)  $1\frac{10}{21}$

12) a)  $1\frac{1}{3}$

b)  $-\frac{1}{6}$

c)  $-\frac{7}{5}$

13) a)  $x < -1\frac{1}{3}$

b)  $x < -\frac{1}{12}$

c)  $x < 1\frac{1}{2}$

14) a) Pengurangan pada bilangan rasional bersifat tertutup.

Contoh:  $-\frac{3}{4} - \left(\frac{-2}{3}\right) = -\frac{1}{12} \leftarrow$  bilangan rasional.

b) Pengurangan pada bilangan rasional tidak asosiatif.

$$\text{Contoh: (i) } \left(2 - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{-4}{5}\right) = 2\frac{7}{15}$$

$$\text{(ii) } 2 - \left(\frac{1}{3} - \left(\frac{-4}{5}\right)\right) = \frac{13}{15}$$

$$\text{Sedangkan } 2\frac{7}{15} \neq \frac{13}{15}$$

c) Pengurangan pada bilangan rasional tidak komutatif.

$$\text{Contoh: (i) } 5 - \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$$

$$\text{(ii) } \frac{1}{2} - 5 = -4\frac{1}{2}$$

$$\text{sedangkan } 4\frac{1}{2} \neq -4\frac{1}{2}$$

d) Karena pengurangan pada bilangan rasional tidak komutatif maka tidak terdapat identitas pengurangan.

e) Demikian juga dengan invers karena tidak ada identitas pengurangan maka pada bilangan rasional tidak ada invers pengurangan.

15) a) Benar.

b) Salah, contoh  $3 - 5 = -2$  merupakan bilangan negatif.

c) Benar.

d) Benar.

16)  $\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = 0$ , dengan sifat penjumlahan dengan lawan berarti

$$\frac{a}{b} = -\left(-\frac{a}{b}\right) \text{ atau } -\left(-\frac{a}{b}\right) = \frac{a}{b}.$$



1. Bilangan bulat dapat direpresentasikan dengan dua cara, yaitu dengan model himpunan dan model pengukuran. Dalam model himpunan, bilangan bulat dapat direpresentasikan dengan keping berwarna. Misalkan keping warna hitam menunjukkan bilangan

- negatif, dan keping warna putih menunjukkan bilangan positif. Bilangan 1 dapat direpresentasikan dengan satu keping berwarna putih, dan bilangan  $-1$  dapat direpresentasikan dengan satu keping berwarna hitam. Sebuah keping berwarna hitam dan sebuah keping berwarna putih dapat saling menghapus.
2. Bilangan bulat dapat direpresentasikan dengan cara lain, yaitu dengan model pengukuran. Dalam hal ini, bilangan bulat ditunjukkan dengan noktah-noktah pada garis bilangan, yang simetris terhadap 0 dari kiri ke kanan pada garis bilangan.
  3. Sifat-sifat penjumlahan bilangan bulat terdiri dari: ketertutupan, komutatif, asosiatif, sifat identitas, dan sifat invers. Konsekuensi sifat-sifat penjumlahan bilangan bulat dapat diturunkan teorema kanselasi jumlah dan teorema tentang lawan dari lawan bilangan bulat yang merupakan bilangan itu sendiri.
  4. Serupa dengan sifat-sifat pada penjumlahan, sifat-sifat perkalian bilangan bulat terdiri dari: ketertutupan, komutatif, asosiatif, identitas, dan distributif perkalian terhadap penjumlahan. Konsekuensi sifat-sifat perkalian bilangan bulat dapat diturunkan beberapa teorema tentang perkalian bilangan bulat.
  5. Sifat urutan bilangan bulat mencakup transitif kurang dari, kurang dari dan penjumlahan, kurang dari dan perkalian bilangan positif, kurang dari dan perkalian bilangan negatif. Sifat-sifat urutan lainnya tidak hanya berlaku pada simbol  $<$ , tetapi juga berlaku pada simbol-simbol:  $\leq$ ,  $>$ , dan  $\geq$ .
  6. Sifat-sifat operasi penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian pada bilangan rasional dikenalkan serupa dengan sifat-sifat operasi pada bilangan bulat.



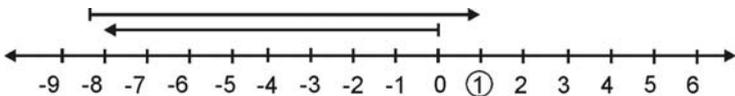
### TES FORMATIF 1

---

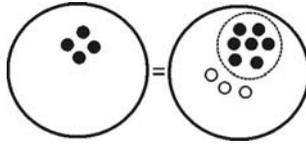
Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

- 1) Pada semesta himpunan bilangan bulat, sifat berikut yang berlaku dalam operasi pengurangan adalah ....
  - A. tertutup
  - B. komutatif
  - C. asosiatif
  - D. memiliki identitas

- 2) Misalkan bilangan positif direpresentasikan dengan keping putih, dan bilangan negatif direpresentasikan dengan keping hitam. Penjumlahan bilangan:  $5 + (-3)$  dapat ditunjukkan dengan ....
- gabungan 3 keping putih dan 5 keping hitam
  - gabungan 8 keping putih dan 2 keping hitam
  - gabungan 7 keping putih dan 5 keping hitam
  - gabungan 10 keping putih dan 5 keping hitam
- 3) Misalkan bilangan positif direpresentasikan dengan keping putih, dan bilangan negatif direpresentasikan dengan keping hitam. Pengurangan bilangan:  $-5 - (-8)$  dapat ditunjukkan dengan ....
- pengambilan 5 keping hitam dari kumpulan keping yang terdiri dari 8 keping hitam
  - pengambilan 8 keping hitam dari kumpulan keping yang terdiri dari 5 keping hitam
  - pengambilan 5 keping hitam dari kumpulan keping yang terdiri dari 5 keping hitam
  - pengambilan 8 keping hitam dari kumpulan keping yang terdiri dari 8 keping hitam
- 4) Manakah di antara pernyataan berikut yang salah?
- Himpunan bilangan bulat tertutup terhadap operasi penjumlahan.
  - Himpunan bilangan cacah tertutup terhadap operasi perkalian.
  - Himpunan bilangan bulat tertutup terhadap operasi perkalian.
  - Himpunan bilangan cacah tertutup terhadap operasi pembagian.
- 5) Gambar berikut menunjukkan operasi hitung ....



- $-8 + 9$
  - $8 - 9$
  - $9 - 8$
  - $-9 + 8$
- 6) Misalkan bilangan positif direpresentasikan dengan keping putih dan bilangan negatif direpresentasikan dengan keping hitam. Gambar berikut menunjukkan operasi hitung ....



- A.  $-4 - 7$
- B.  $-4 - (-7)$
- C.  $4 - 7$
- D.  $4 - (-7)$

7) Bentuk paling sederhana dari  $-\frac{3}{8} : \frac{5}{6}$  adalah ....

- A.  $\frac{-18}{40}$
- B.  $\frac{-9}{20}$
- C.  $\frac{-15}{48}$
- D.  $\frac{-5}{16}$

8) Penyelesaian dari pertaksamaan  $-\frac{1}{3}x < \frac{-5}{6}$  adalah ....

- A.  $x > 2\frac{1}{2}$
- B.  $x < 2\frac{1}{2}$
- C.  $x > -2\frac{1}{2}$
- D.  $x < -2\frac{1}{2}$

9) Pada semester himpunan bilangan rasional, sifat berikut yang berlaku dalam operasi pengurangan adalah ....

- A. tertutup
- B. asosiatif
- C. komutatif
- D. memiliki identitas

- 10) Bilangan rasional yang apabila 5 di tambah dengan kuadrat bilangan rasional tersebut akan menghasilkan kuadrat bilangan rasional yang lain adalah ....
- A. 0
  - B. 1
  - C. 2
  - D. 3

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali  
80 - 89% = baik  
70 - 79% = cukup  
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama bagian yang belum dikuasai.

## KEGIATAN BELAJAR 2

## Bilangan Berpangkat dan Bentuk Akar

## A. BILANGAN BERPANGKAT

Pada bagian sebelumnya kita telah mengenal arti perkalian, seperti  $3 \times 5$  yang berarti  $5 + 5 + 5$ , sedangkan  $5 \times 3$  berarti  $3 + 3 + 3 + 3 + 3$ . Walaupun maknanya berbeda antara  $3 \times 5$  dan  $5 \times 3$ , namun keduanya menghasilkan bilangan yang sama, yakni 15. Sifat semacam ini disebut sifat komutatif dalam perkalian, yakni  $3 \times 5 = 5 \times 3$ . Pernahkah Anda menjumpai bentuk  $3^5$ ? Bentuk semacam ini disebut bentuk pangkat. Mungkin akan timbul pertanyaan “apakah  $3^5$  sama dengan  $5^3$ ?”. Untuk mengetahuinya, perlu dipahami bagaimana bentuk pangkat didefinisikan.

**Definisi:**

Bentuk  $a^n$  dengan  $a, n \in \mathbb{Z}$  disebut bentuk pangkat.  $n$  disebut pangkat (eksponen) dan  $a$  disebut bilangan pokok (basis).

Untuk  $n$  bilangan asli  $a^n$  berarti bilangan  $a$  dikalikan sebanyak  $n$  kali.

$$\underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}$$

**Contoh 1.3.**

$$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \text{ dan } 5^3 = 5 \times 5 \times 5.$$

Dari contoh tersebut telah terjawablah pertanyaan di atas, yakni  $3^5 \neq 5^3$ . Jadi dalam operasi pangkat tidak berlaku sifat komutatif.

Untuk  $n$  bilangan bulat negatif maka  $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$  ( $n$  negatif maka  $-n$  positif). Pernyataan ini setara dengan  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ , untuk bilangan asli  $n$ .

Definisi ini sebenarnya mudah dipahami dari kenyataan bahwa  $a^{-1}$  adalah invers dari  $a$  pada operasi perkalian, yakni

$$a \times a^{-1} = 1 \Leftrightarrow a^{-1} = \frac{1}{a}, a \neq 0 \text{ sehingga } a^{-n} = a^{-1 \times n} = (a^{-1})^n = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}.$$

**Contoh 1.4.**

$$1. \quad 3^{-5} = \frac{1}{3^5} = \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$$

Untuk  $n = 0$  dan  $a \neq 0$  maka  $a^n = a^0 = 1$ .

2. Berapakah nilai  $x^3$  ketika  $x = 5$ ?

Untuk menjawab pertanyaan semacam ini substitusikan  $x = 5$  ke  $x^3$ , diperoleh  $x^3 = 5^3 = 125$ .

Jadi, nilai  $x^3$  ketika  $x = 5$  adalah 125.

**1. Sifat-sifat Bilangan Berpangkat**

Perhatikan bilangan  $a^2$  dan  $a^3$ . Jika kedua bilangan ini dikalikan maka diperoleh:

$$a^2 \times a^3 = \underbrace{(a \times a)}_{2 \text{ faktor}} \times \underbrace{(a \times a \times a)}_{3 \text{ faktor}} = a^5 = a^{2+3}$$

sedangkan

$$(a^2)^3 = \underbrace{a^2 \times a^2 \times a^2}_{3 \text{ faktor}} = a \times a \times a \times a \times a \times a = a^6 = a^{2 \times 3}.$$

Secara umum adalah sebagai berikut.

*a. Sifat perkalian pangkat*

Untuk mengalikan bilangan berpangkat dengan basis yang sama, jumlahkan pangkatnya.

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

**Bukti:**

Kasus 1:

$n$  dan  $m$  bilangan asli,

$$a^n \times a^m = \underbrace{(a \times a \times \dots \times a)}_{n \text{ faktor}} \times \underbrace{(a \times a \times \dots \times a)}_{m \text{ faktor}} = a^{n+m}.$$

Kasus 2:

$n$  bilangan asli dan  $m$  bilangan negatif atau  $m$  bilangan asli dan  $n$  bilangan negatif. Untuk kasus ini, kita hanya akan menimbulkan  $n$  untuk kasus bilangan asli dan  $m$  bilangan negatif, sedangkan yang lainnya dapat dilakukan dengan cara yang serupa, jika  $m$  bilangan negatif maka  $(-m)$  bilangan positif.

$$a^n \times a^m = \frac{\overbrace{a \times a \times \dots \times a}^{n \text{ faktor}}}{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{-m \text{ faktor}}} = \overbrace{a \times a \times \dots \times a}^{n-(-m) \text{ faktor}} = a^{n+m}.$$

Kasus 3:

$n$  dan  $m$  bilangan negatif.

$$a^n \times a^m = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{-n \text{ faktor}} \times \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{-m \text{ faktor}}} = \frac{1}{a^{-(n+m)}} = a^{n+m}.$$

Kasus 4:

$n$  bilangan bulat dan  $m = 0$  atau  $m$  bilangan bulat dan  $n = 0$ . Untuk kasus ini, kita hanya akan membuktikan untuk kasus  $n$  bilangan bulat dan  $m = 0$ , sedangkan yang lainnya dapat dilakukan dengan cara yang serupa.

$$a^n \times a^m = a^n \times a^0 = a^n \times 1 = a^n = a^{n+0} = a^{n+m}.$$

Tentu saja untuk kasus  $a^0$  menyaratkan  $a \neq 0$ .

Dari keempat kasus ini, lengkaplah pembuktian  $a^n \times a^m = a^{n+m}$ .

### Contoh 1.5.

$$3^7 \times 3^2 = 3^{7+2} = 3^9.$$

#### b. Sifat pembagian pangkat

Untuk membagi bilangan berpangkat dengan basis yang sama, kurangkan pangkatnya.

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

### Contoh 1.6.

$$\frac{3^7}{3^2} = 3^{7-2} = 3^5.$$

#### c. Sifat perpangkatan dari pangkat

Untuk memangkatkan bilangan berpangkat dengan basis yang sama, kalikan pangkatnya.

$$(a^n)^m = a^{n \times m}$$

### Contoh 1.7.

$$(3^7)^2 = 3^{7 \times 2} = 3^{14}.$$

d. *Sifat perpangkatan dari perkalian*

Untuk mencari pangkat dari perkalian bilangan berpangkat, cari pangkat dari masing-masing faktor kemudian kalikan.

$$(a \times b)^m = a^m \times b^m$$

**Bukti:**

$$(a \times b)^m = \underbrace{(a \times b) \times (a \times b) \times \dots \times (a \times b)}_{m \text{ faktor}} \quad (\text{definisi})$$

$$= a \times (a \times b) \times b \times a \times \dots \times a \times b \quad (\text{sifat komutatif perkalian})$$

$$= \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{m \text{ faktor}} \times \underbrace{b \times b \times \dots \times b}_{m \text{ faktor}}$$

$$= a^m \times b^m \quad (\text{definisi})$$

**Contoh 1.8.**

$$(3 \times 7)^2 = 3^2 \times 7^2.$$

e. *Sifat perpangkatan dari pembagian*

Untuk mencari pangkat dari pembagian bilangan berpangkat, cari hasil pemangkatan dari pembilang dan hasil pemangkatan dari penyebut kemudian bagilah.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

**Contoh 1.9.**

$$\left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{3^2}{7^2} = \frac{9}{49}.$$

Perhatikan bahwa  $(a + 1)^2 \neq a^2 + 1^2$ , namun

$$(a + 1)^2 = (a + 1)(a + 1) = a^2 + 2a + 1^2 \text{ dan perhatikan dua bentuk berikut:}$$

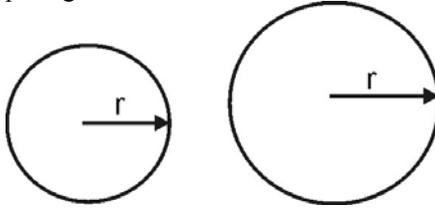
$$(-2w)^2 = (-2w)(-2w) = 4w^2$$

$$-(2w)^2 = -(2w \times 2w) = -4w^2$$

dua hal yang cukup berbeda. Untuk itu hati-hati dalam melakukan operasi bilangan berpangkat.

*Contoh penerapan*

1. Beberapa petani menggunakan sistem pengairan terpusat (*center-pivot irrigation*), dengan pusat semburan ada pada tengah-tengah lingkaran irigasi seperti pada gambar.



Lingkaran irigasi yang besar membantu para petani untuk menghemat air, memaksimalkan hasil panen, dan mereduksi harga pestisida. Maka, perbandingan luas lingkaran irigasi besar dan luas lingkaran irigasi kecil adalah:

$$\frac{\pi r(2r)^2}{\pi r r^2} = \frac{\pi r 4r^2}{\pi r r^2} = \frac{4}{1}$$

Dari kasus ini dapat disimpulkan bahwa dengan membuat lingkaran irigasi dengan jari-jari dua kali lebih besar akan menghasilkan daerah irigasi yang dapat menjangkau adalah 4 kali daerah semula.

2. Banyaknya saham  $N$  (dalam miliar) yang terdaftar di *New York Stock Exchange* dari tahun 1977 hingga 1997 dapat dimodelkan dengan:

$$N = 92,56(1,112)^t$$

dengan  $t = 0$  menyatakan tahun 1990.

Untuk tahun 1977 diperoleh  $t = -13$  dan untuk tahun 1997 diperoleh  $t = 7$  sehingga perbandingan saham pada tahun 1997 dan saham pada tahun 1977 adalah:

$$\frac{92,56(1,112)^7}{92,56(1,112)^{-13}} = 1,112^{7-(-13)} = 1,112^{20} \approx 8,4.$$

Dari sini dapat disimpulkan bahwa dari tahun 1977 ke tahun 1997 pertumbuhan saham yang terdaftar naik sebesar 8,4 kali.

Walaupun bentuk  $a^n$  didefinisikan sebelumnya untuk  $a$  bilangan bulat, namun sebenarnya sifat-sifat yang diperoleh dapat diperluas untuk bilangan real, dengan

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ faktor}}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$a^0 = 1, a \neq 0.$$

### Teorema:

Untuk bilangan real  $a$ ,  $b$  dan  $n$ ,  $m$  bilangan bulat berlaku

$$1. \quad a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$2. \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$3. \quad (a^n)^m = a^{n \times m}$$

$$4. \quad (a \times b)^m = a^m \times b^m$$

$$5. \quad \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

Teorema ini dapat diperluas untuk  $n$  dan  $m$  bilangan rasional.

## B. BENTUK AKAR

Kita telah memperluas definisi bilangan berpangkat dari basis bilangan bulat ke basis bilangan real, namun pangkatnya masih tetap bilangan bulat. Pada bagian ini kita perluas pembahasan dengan pangkat bilangan rasional (ingatlah definisi bilangan rasional).

### Definisi:

Untuk bilangan real  $a$ ,  $b$ , dan  $n$  bilangan asli maka:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

Untuk  $n = 2$  bentuk  $\sqrt[n]{a}$  cukup ditulis  $\sqrt{a}$ .

Bentuk  $\sqrt{a}$  sering disebut bentuk akar ketika  $\sqrt{a}$  merupakan bilangan irasional.

Perhatikan bahwa  $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = a$ .

### Sifat-sifat Bentuk Akar

Untuk  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , dan  $d$  bilangan real, berlaku:

#### 1. Penjumlahan dan Pengurangan bentuk akar

$$a. \quad a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a + c)\sqrt{b}$$

$$b. \quad a\sqrt{b} - c\sqrt{b} = (a - c)\sqrt{b}$$

#### 2. Perkalian dan pembagian bentuk akar

$$a. \quad \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

$$b. \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}, b \neq 0$$

$$c. \quad a\sqrt{b} \times c\sqrt{d} = (a \times c)\sqrt{(b \times d)}$$

$$d. \quad \frac{c\sqrt{a}}{d\sqrt{b}} = \frac{c}{d}\sqrt{\frac{a}{b}}, b \neq 0 \neq d$$

Kita perluas pembahasan tentang bilangan bentuk akar  $\sqrt{a}$  dengan memperkenalkan definisi berikut.

### Definisi:

Misalkan  $a$  bilangan real dan  $n$  bilangan rasional yang berbentuk  $n = \frac{p}{q}$ ,

dengan  $p$ ,  $q$  bilangan asli. Maka bentuk pangkat  $a^n$  dituliskan sebagai

bentuk akar  $a^n = a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$ , dengan  $a$  tidak negatif saat  $p$  genap.

Untuk  $q = 2$ , bentuk  $\sqrt[q]{a^p}$  cukup ditulis sebagai  $\sqrt{a^p}$ .

### Contoh 1.10.

$$3^{\frac{2}{5}} = \sqrt[5]{3^2}, \quad 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2}, \quad 36^{\frac{1}{2}} = \sqrt{36} = 6$$

Pada dasarnya sifat-sifat yang telah dimiliki oleh bilangan berpangkat juga dimiliki oleh bilangan bentuk akar, yakni:

Untuk bilangan real  $a, b$  dan  $n, m$  bilangan rasional berbentuk  $n = \frac{p}{q}$

dan  $m = \frac{s}{t}$ , dengan  $p, q, s, t$  bilangan asli berlaku

1.  $\sqrt[q]{a^p} \times \sqrt[t]{a^s} = \sqrt[qt]{a^{pt+qs}}$
2.  $\frac{\sqrt[q]{a^p}}{\sqrt[t]{a^s}} = \sqrt[qt]{a^{pt-qs}}$
3.  $\sqrt[q]{a^p} \times \sqrt[q]{b^p} = \sqrt[q]{(a \times b)^p}$
4.  $\frac{\sqrt[q]{a^p}}{\sqrt[q]{b^p}} = \sqrt[q]{\left(\frac{a}{b}\right)^p}$

dengan  $a$  dan  $b$  tidak negatif saat  $p$  atau  $s$  genap.

**Bukti:**

Kita hanya akan membuktikan bagian 1, 3, dan 4; sedangkan yang lain dapat dicoba sebagai latihan.

1.  $\sqrt[q]{a^p} \times \sqrt[t]{a^s} = a^{\frac{p}{q}} \times a^{\frac{s}{t}}$  (definisi)  
 $= a^n \times a^m$  (hipotesis)  
 $= a^{n+m}$  (Teorema)  
 $= a^{\frac{p}{q} + \frac{s}{t}}$   
 $= a^{\frac{pt+qs}{qt}}$  (operasi bilangan rasional)  
 $= \sqrt[qt]{a^{pt+qs}}$  (definisi).
3.  $\sqrt[q]{a^p} \times \sqrt[q]{b^p} = a^{\frac{p}{q}} \times b^{\frac{p}{q}}$  (definisi)  
 $= a^n \times b^n$  (hipotesis)  
 $= (a \times b)^n$  (teorema)  
 $= (a \times b)^{\frac{p}{q}}$   
 $= \sqrt[q]{(a \times b)^p}$  (definisi).

$$\begin{aligned}
 4. \quad \frac{\sqrt[q]{a^p}}{\sqrt[q]{b^p}} &= \frac{a^{\frac{p}{q}}}{b^{\frac{p}{q}}} \quad (\text{definisi}) \\
 &= \frac{a^n}{b^n} \quad (\text{hipotesis}) \\
 &= \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad (\text{teorema}) \\
 &= \left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{p}{q}} \\
 &= \sqrt[q]{\left(\frac{a}{b}\right)^p} \quad (\text{definisi})
 \end{aligned}$$

**Contoh 1.11.**

1.  $\sqrt[5]{3^2} \times \sqrt[10]{3^3} = 3^{\frac{2}{5}} \times 3^{\frac{3}{10}} = 3^{\frac{2}{5} + \frac{3}{10}} = 3^{\frac{7}{10}} = \sqrt[10]{3^7}$ .
2.  $\frac{\sqrt[5]{3^2}}{\sqrt[10]{3^3}} = \frac{3^{\frac{2}{5}}}{3^{\frac{3}{10}}} = 3^{\frac{2}{5} - \frac{3}{10}} = 3^{\frac{1}{10}} = \sqrt[10]{3}$ .
3.  $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 2^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{2}} = (2 \times 3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$ .
4.  $\frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{7^2}} = \frac{5^{\frac{2}{3}}}{7^{\frac{2}{3}}} = \left(\frac{5}{7}\right)^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\left(\frac{5}{7}\right)^2}$ .

**LATIHAN**

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Pada bentuk  $15^3$ , disebut apakah 15? Disebut apakah 3? Disebut apakah bentuk tersebut?
- 2) Berapakah nilai dari:
  - a)  $10^2$
  - b)  $5^2$
  - c)  $10^5$

- d)  $6^4$   
 e)  $4^6$   
 e)  $9^3$
- 3) Jika  $x = 3$ , berapakah nilai dari:  
 a.  $x^2$   
 b.  $(x+1)^3$   
 c.  $2x^2$   
 d.  $(2x)^3$   
 e.  $5^x$
- 4) Buktikan sifat pembagian dari pangkat!  
 5) Buktikan sifat perpangkatan dari pembagian yang ada pada halaman 1.37  
 6) Sederhanakan bentuk berikut.
- a)  $\left(\frac{a^2b^{-3}}{a} \cdot \frac{a^4}{b^2}\right)^2$   
 b)  $\left(\sqrt[3]{a^4} \cdot \sqrt{b}\right)^8$
- 7) Tentukan nilai dari:  
 a)  $\left(\frac{27 \times \sqrt{3} \times 0,3}{81}\right)^2$   
 b)  $\sqrt{\frac{10^2 \times 9^{-1}}{4 \times 25}}$

*Petunjuk Jawaban Latihan*

- 1) Ingat kembali definisi bilangan berpangkat.
- 2) Gunakan definisi bilangan berpangkat untuk melakukan operasi hitung sesuai bilangan yang dipangkatkan.
- 3) Substitusi  $x = 3$  ke bentuk aljabar yang sesuai.
- 4) Perhatikan pembuktian dari sifat perkalian dari pangkat.
- 5) Gunakan definisi bilangan berpangkat dan sifat-sifat operasi pada bilangan bulat.
- 6) a)  $\frac{a^{10}}{a^{10}}$

b)  $a^6b^4$

7) a)  $\frac{3}{100}$

b)  $\frac{1}{3}$



## RANGKUMAN

---

1. Bentuk  $a^n$  dengan  $a, n \in Z$  disebut bentuk pangkat, dengan pangkat  $n$  dan basis  $a$ .
2. Untuk  $n$  bilangan asli  $a^n$  dinyatakan sebagai perkalian sebanyak  $n$  kali dari bilangan  $a$ , kemudian  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ . Untuk  $a \neq 0$  maka  $a^0 = 1$ .
3. Terdapat beberapa sifat bilangan berpangkat di antaranya *sifat pembagian dari pangkat* (untuk membagi bilangan berpangkat dengan basis yang sama, kurangkan pangkatnya), *sifat perpangkatan dari pangkat* (untuk memangkatkan bilangan berpangkat dengan basis yang sama, kalikan pangkatnya), *sifat perpangkatan dari perkalian* (untuk mencari pangkat dari perkalian bilangan berpangkat, cari pangkat dari masing-masing faktor kemudian kalikan), *sifat perpangkatan dari pembagian* (untuk mencari pangkat dari pembagian bilangan berpangkat, cari hasil pemangkatan dari pembilang dan hasil pemangkatan dari penyebut kemudian bagilah).
4. Bentuk  $\sqrt[q]{a^p}$  dengan  $a$  bilangan real dan  $p, q$  bilangan bulat disebut bentuk akar. Bentuk ini menyaratkan dengan  $a$  tidak negatif ketika  $p$  genap.
5. Sifat-sifat yang dimiliki oleh bilangan berpangkat dapat diadopsi untuk bilangan bentuk akar.

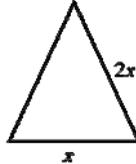


TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

- 1) Misalkan  $x = 2$ . Tentukan luas segitiga sama kaki berikut ....

- A. 3,87
- B. 3,73
- C. 3,75
- D. 3,45



- 2) Seorang seniman akan membuat pahatan berbentuk kubus dari suatu kristal padat. Kristal kubus yang akan dibuat memiliki rusuk sepanjang 20 cm. Dalam satuan  $\text{cm}^2$ , tentukan banyak kristal yang diperlukan seniman untuk membuat kubus tersebut ....

- A.  $20^3$
- B.  $6 \times 20^3$
- C.  $6 \times 20^2$
- D.  $(20 \times 20)^3$

- 3) *The rain forest pyramid* (suatu tanaman berbentuk piramida) di taman Moody dekat Galveston, Texas, memiliki tinggi 100 kaki dan panjang masing-masing sisi alasnya adalah 200 kaki (alasannya berbentuk persegi). Dalam satuan kaki<sup>3</sup>, tentukan volume ruangan di dalam *the rain forest pyramid*?

- A.  $\frac{1}{3} \times 4 \times 10^5$
- B.  $\frac{1}{3} \times 4 \times 10^6$
- C.  $\frac{1}{3} \times 2 \times 10^6$
- D.  $\frac{1}{3} \times 2 \times 10^5$

- 4) Suatu tes benar salah memiliki dua bagian yaitu bagian A dan bagian B. Ada  $2^{10}$  cara untuk menjawab 10 pertanyaan pada bagian A, dan ada  $2^{15}$  cara untuk menjawab 15 pertanyaan bagian B. Ada berapa cara untuk menjawab 25 soal tes tersebut?
- A.  $2^{10-15}$   
B.  $2^{10:15}$   
C.  $2^{10 \times 15}$   
D.  $2^{10+15}$
- 5) Suatu pekerjaan yang dapat diselesaikan selama  $x$  jam, ditawarkan dalam 4 jenis penggajian. Seandainya Anda akan bekerja minimal 2 jam maka jenis penggajian yang sebaiknya dipilih adalah ....
- A.  $2x$   
B.  $x^2$   
C.  $2^x$   
D.  $\sqrt{x}$
- 6)  $(3^{-2})^{-3} = \dots$
- A.  $6^{-3}$   
B. 9  
C.  $6^3$   
D.  $9^3$
- 7)  $\frac{a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{6}}} = \dots$
- A.  $\sqrt[4]{a^3}$   
B.  $\sqrt[3]{a^4}$   
C.  $\sqrt[4]{a^3}$   
D.  $a^3$

8) Nilai  $a^{-\frac{2}{3}}$  untuk  $a = 27$  adalah ....

A.  $-\frac{1}{9}$

B.  $\frac{1}{3}$

C.  $-\frac{1}{3}$

D.  $\frac{1}{9}$

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali

80 - 89% = baik

70 - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan modul selanjutnya. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama bagian yang belum dikuasai.

## Kunci Jawaban Tes Formatif

### Tes Formatif 1

- 1) A. Lihat latihan nomor 5.
- 2) C
- 3) D
- 4) D.
- 5) A
- 6) B
- 7) B
- 8) A
- 9) A. Lihat latihan nomor 14.
- 10) C.  $5 + 2^2 = 9 = 3^2$ .

### Tes Formatif 2

$$1) \text{ A. Tinggi segitiga} = \sqrt{(2x)^2 - \left(\frac{1}{2x}\right)^2}$$

$$= \sqrt{4x^2 - \frac{1}{4}x^2}$$

$$= \sqrt{\frac{15}{4}x^2}$$

$$= \frac{1}{2}x\sqrt{15}$$

$$\text{Luas segitiga} = \frac{\frac{1}{2}x\sqrt{15} \cdot x}{2}$$

$$= \frac{1}{4}x^2\sqrt{15}$$

$$x \rightarrow 2 \rightarrow \text{luas segitiga} = \sqrt{15}$$

$$= 3,87$$

- 2) A. Ingat kembali volume kubus.
- 3) B. Piramida tersebut membentuk lima persegi.

$$\begin{aligned} \text{Volume} &= \frac{1}{3} \times \text{luas alas} \times \text{tinggi} \\ &= \frac{1}{3} \times 200 \times 200 \times 100 \\ &= \frac{1}{3} \times 4 \times 10^6 \end{aligned}$$

- 4) D. Ada  $2^{10} \cdot 2^{15} = 2^{10+15}$ .  
 5) C. Akan menghasilkan gaji yang paling besar.

6) D.  $(3^{-2})^{-3} = 3^6$   
 $= (3^2)^3$   
 $= 9^2$

7) C.  $\frac{a^{\frac{1}{4}} \cdot a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{6}}} = a^{\frac{1}{4} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6}}$   
 $= a^{\frac{3}{4}}$   
 $\leq \sqrt[4]{a^3}$

8) D.  $(27)^{-\frac{2}{3}} = (3^3)^{-\frac{2}{3}}$   
 $= 3^{\left(3 \cdot -\frac{2}{3}\right)}$   
 $= 3^{-2}$   
 $= 3^{\frac{1}{2}}$   
 $= \frac{1}{9}$

## Daftar Pustaka

- Abdul Kodir, M, dkk. (1979). *Matematika untuk SMP Jilid 5*. Jakarta: Depdikbud.
- Abdul Kodir, M, dkk. (1979). *Matematika untuk SMA Jilid 10*. Jakarta: Depdikbud.
- Andi Hakim Nasution, dkk. (1994). *Matematika 2 untuk Sekolah Menengah Umum*. Jakarta: Balai Pustaka.
- Depdiknas. (2002). *Contextual Teaching and Learning (CTL)*. Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Dasar Menengah.
- Karso. (2007). *Materi Kurikulum Matematika SMA (Aljabar 4)*. Jakarta: Pusat Penerbitan Universitas Terbuka Depdiknas.
- Lilik Hendrajaya dan Ismail (1975). *Matematika untuk SLA & Sederajat*. Bandung: Ganeca Science Book Series.
- Stephen, W. J. dan Gallagher, S. A. (2003). *Problem Based Learning*. [online]. Tersedia <http://www.Score.rims.h.12.Ca.us/problem.html>.