MODUL 1

Himpunan

Ali Nugraha
A. Sy. Dina Dwiyana

PENDAHULUAN

Penguasaan konsep dan ruang lingkup materi tentang himpunan sangat penting karena semua cabang-cabang matematika bertumpu pada konsep dasar dan teori himpunan. Penguasaan konsep dan teori himpunan yang memadai akan bermanfaat bagi seorang guru atau calon guru, khususnya guru Anak Usia Dini; karena pengetahuan tentang himpunan tersebut akan juga disampaikan kepada anak didiknya sebagai dasar pemahaman matematika anak.

Modul satu secara umum akan memaparkan dengan rinci topik himpunan dan ruang lingkupnya. Melalui modul ini, para mahasiswa diharapkan dapat menguasai dan memahami semua materi himpunan yang disajikan sesuai dengan tujuan instruksional umum, yaitu mahasiswa dapat menerapkan konsep himpunan dalam menyelesaikan masalah pada matematika maupun masalah sehari-hari. Sedangkan tujuan instruksional khusus yang diharapkan dicapai adalah agar mahasiswa dapat:

1. Membedakan kumpulan yang merupakan himpunan dengan yang bukan himpunan.
2. Menyatakan suatu himpunan.
3. Memberikan contoh himpunan (termasuk himpunan kosong) yang berkenaan dengan dunia ke-TK-an.
4. Memberikan contoh himpunan berhingga dan tak berhingga.
5. Menentukan bahwa dua himpunan berhingga sama atau ekuivalen.
6. Memberikan contoh himpunan bagian yang berkenaan dengan dunia ke-TK-an.
7. Menentukan banyaknya himpunan bagian dari suatu himpunan.
8. Menggambarkan himpunan dalam diagram venn.
9. Menjelaskan pengertian operasi pada himpunan.
10. Menentukan himpunan sebagai hasil operasi dua atau lebih himpunan.

11. Menggunakan sifat-sifat operasi himpunan dalam menyelesaikan soal-soal.
12. Menjelaskan sifat-sifat operasi himpunan.
13. Menyelesaikan soal-soal dalam matematika atau bidang lain dengan menggunakan konsep himpunan.

Tujuan tersebut dapat Anda peroleh setelah mempelajari tiga kegiatan belajar berikut.

Kegiatan Belajar 1: membahas tentang Himpunan dan Macamnya, yang meliputi: a) Himpunan (Pengertian, Notasi dan Cara Menyatakan), b) Macam-Macam Himpunan (Himpunan Kosong, Himpunan Semesta, Himpunan Hingga, serta Himpunan Tak Hingga).

Kegiatan Belajar 2: membahas tentang a) Macam-macam Himpunan (Lanjutan) yang meliputi Himpunan Sama, Himpunan Ekuivalen dan Himpunan Bagian, serta b) Diagram Venn.

Kegiatan Belajar 3: membahas tentang Operasi Himpunan dan Sifat-sifatnya yang meliputi a) Irisan, b) Gabungan, c) Penjumlahan, d) Pengurangan, d) Komplemen, serta e) Aplikasi Himpunan dan Operasi Himpunan dalam Masalah Nyata.

Simaklah baik-baik setiap uraiannya. Belajar modul ini sebaiknya dilakukan dalam kelompok belajar, dengan dikoordinir oleh ketua kelompok yang bertugas menjaga keharmonisan kelompok dan membuat rencana belajar. Selain latihan soal dan tes formatif hendaknya contoh soal dikerjakan secara mandiri sebagai latihan juga. Buatlah catatan untuk hal-hal yang tidak dipahami. Jawaban, contoh, latihan dan tes formatif didiskusikan terlebih dahulu dalam kelompok sebelum dicocokkan dengan kunci jawaban. Selamat belajar! Semoga Anda semua sukses.

KEGIATAN BELAJAR 1

Himpunan dan Macamnya

A. HIMPUNAN

1. Pengertian Himpunan

Hasil studi mendalam para ahli matematika mutakhir menyimpulkan bahwa semua cabang-cabang matematika bertumpu pada konsep dasar dan teori tentang himpunan. Teori himpunan bukan saja digunakan dalam penjelasan bilangan-bilangan, namun juga sangat penting untuk menyelesaikan persamaan, interpretasi grafik, teori kemungkinan dan statistika. Selain itu, konsep himpunan juga menunjang penjelasan konsep-konsep geometri, baik geometri bidang, maupun geometri ruang.

Konsep tentang himpunan pertama kali dikemukakan oleh seorang ahli matematika berkebangsaan Jerman, yaitu George Cantor (1918), akhir abad ke-19. Konsep himpunan pada saat itu masih menjadi bahan perdebatan. Dan baru pada tahun 1920, konsep ini mulai digunakan sebagai landasan matematika.

Apakah sesungguhnya himpunan itu? Secara umum himpunan dapat diartikan sebagai kumpulan objek yang didefinisikan dengan jelas dan dapat dibeda-bedakan. Jadi himpunan adalah sebuah koleksi dari objek-objek yang terdefinisi dengan baik (*well defined*). Terdefinisi dengan baik artinya bahwa untuk sebarang objek **X** yang diberikan maka kita selalu dapat menentukan apakah objek **X** itu termasuk dalam sebuah himpunan tertentu atau tidak. Mengapa perlu jelas pendefinisiannya? Maksudnya adalah agar orang dapat menentukan apakah suatu benda merupakan anggota himpunan yang dimaksudkan atau bukan. Selanjutnya objek-objek yang termasuk ke dalam sebuah himpunan disebut sebagai elemen atau unsur atau anggota dari himpunan itu.

Melengkapi pengertian di atas Julius Hambali dan Siskandar (2002: 1) memberikan batasan bahwa himpunan adalah suatu koleksi benda yang nyata atau pun tidak nyata. Seperti sekawanan kuda, sekelompok ayam, dan sekumpulan huruf-huruf, masing-masing kata kawanan, “kelompok”, dan kumpulan dapat diganti dengan kata himpunan. Istilah lain dari himpunan adalah kelas, set, kelompok, keluarga atau gugus.

Untuk memperjelas pemahaman Anda, di bawah ini akan disajikan gambaran himpunan yang lebih kongkrit serta ilustrasinya, simaklah baik-baik:

Contoh 1.1.
Kumpulan binatang berkaki empat.

Kumpulan binatang berkaki empat adalah himpunan, karena jika ada sekumpulan hewan (misalnya, anjing, kucing, monyet, sapi, laba-laba, ayam) maka kita dengan mudah menyebutkan hewan-hewan yang memiliki kaki 4 yaitu anjing, kucing, sapi yang merupakan anggota himpunan binatang berkaki empat. Sedangkan sisanya (monyet, laba-laba, ayam) bukan anggota himpunan binatang berkaki empat. Ketidakraguan kita untuk menetapkan suatu binatang sebagai anggota himpunan binatang berkaki empat atau bukan menunjukkan himpunan binatang berkaki empat terdefinisi dengan jelas.

Contoh 1.2.
Kumpulan bilangan 1, 2, 3 dan 4

Kumpulan bilangan 1, 2, 3 dan 4 adalah contoh himpunan, karena jelas anggota himpunan itu hanya bilangan 1, 2, 3 dan 4. Selain itu bukan merupakan anggota himpunan.

2. Notasi Himpunan

Istilah himpunan dinotasikan dengan tanda kurung kurawal **{ }** dan biasanya himpunan diberi nama dengan memakai huruf-huruf kapital (besar) seperti: A, B, C, D, X atau semacamnya. Sedangkan huruf-huruf kecil biasanya dipakai untuk menyatakan anggota suatu himpunan. Setiap objek yang terdapat dalam suatu himpunan disebut anggota atau elemen atau unsur himpunan itu. Keanggotaan suatu himpunan dinyatakan dengan lambang $\in$ yang dibaca “anggota dari”, sedangkan untuk menyatakan anggota yang tidak termuat dalam himpunan digunakan lambang $\notin$ dan dibaca “bukan anggota dari”. Pernyataan bahwa a sebuah anggota dari himpunan A dapat ditulis $a \in A$, sedangkan pernyataan bahwa m bukan anggota dari himpunan A ditulis $m \notin A$.

Contoh 1.3.

Jika anak ditanya tentang himpunan A yang didefinisikan sebagai himpunan warna pada pelangi maka jawaban anak benar jika jawabannya adalah Merah, Jingga, Kuning, Hijau, Biru, Nila dan Ungu.

Notasi dari himpunan tersebut adalah A = {merah, jingga, kuning, hijau, biru, nila, ungu}. Keanggotaan dari himpunan A dapat dituliskan sebagai berikut.

Merah $\in$ A
Hijau $\in$ A
Kuning $\in$ A
Ungu $\in$ A

Sedangkan jika ada anak yang menjawab warna hitam maka dinyatakan hitam $\notin$ A artinya hitam bukan anggota A, karena warna pelangi tidak ada yang berwarna hitam. Jumlah anggota himpunan A atau banyaknya anggota himpunan A ditulis n (A) = 7 (Karena warna pada pelangi ada 7 warna).

3. Cara Menyatakan Himpunan

Ada beberapa cara menyatakan himpunan, di antaranya dengan tabulasi atau mendaftar (*The Roster Method*), dengan Notasi pembentuk himpunan (*The Rule Method*), dan dengan menyebutkan syarat keanggotaannya. Cara-cara menyatakan himpunan tersebut dapat dijelaskan sebagai berikut.

a. Tabulasi (The roster method)

Metode ini mengharuskan kita untuk menyebutkan/mendaftarkan anggota-anggota himpunan satu demi satu, dan dalam penulisan tiap-tiap anggota dipisahkan oleh tanda koma (**,**).

Contoh 1.4:

1) Himpunan A adalah himpunan bilangan asli yang kurang dari 7 maka ditulis: A = {1, 2, 3, 4, 5, 6}.
2) Himpunan B adalah himpunan huruf-huruf vokal maka ditulis: B = { a, i, u, e, o }.
3) Himpunan C adalah himpunan lima buah alat transportasi darat maka ditulis: C = {delman, becak, motor, mobil, kereta api}.

b. *Dengan notasi pembentukan himpunan (The rule method)*

Anggota himpunan dinyatakan dengan notasi pembentuk himpunan (*set builder*). Dalam cara ini anggota himpunan yang akan ditulis dinyatakan dengan variabel (pengganti, peubah), yang diikuti dengan tanda garis kemudian dilanjutkan dengan menyebutkan sifat-sifat atau ciri-ciri unsur himpunan. Untuk memperjelas cara ini, kita perhatikan contoh di bawah:

Contoh 1.5.

1) A = {x │ x alat musik tiup}
   Maka dibaca: himpunan A adalah himpunan **x** sedemikian hingga x adalah alat musik tiup.
2) B = {y │ warna lampu lalu lintas}
   Maka dibaca: himpunan B adalah himpunan **y** di mana y adalah warna lampu lalu lintas.
3) C = {x │ x adalah bilangan bulat genap dan $0 < x < 10$}
   Maka dibaca: himpunan C adalah himpunan x sedemikian hingga x adalah bilangan bulat genap yang berada di antara 0 dan 10.
4) D = {x │ x adalah lima huruf pertama abjad latin}
   Maka dibaca: himpunan D adalah himpunan x sedemikian hingga x adalah huruf pertama abjad latin.

c. *Dengan menyebutkan syarat keanggotaannya*

Dalam menyatakan himpunan dapat disajikan dengan cara deskripsi, yaitu menyatakan himpunan dengan kata-kata; yaitu dengan menyebutkan syarat keanggotaannya.

Contoh 1.6.

1) Himpunan **A** adalah himpunan warna-warna yang ada dalam lagu ’Balonku Ada Lima’.
2) Himpunan **B** adalah himpunan empat huruf pertama dalam urutan abjad latin.
3) Himpunan **C** adalah himpunan-himpunan warna lalu-lintas.
4) Himpunan **D** adalah himpunan siswa TK Salman Al-Farisi Kelompok A.

B. MACAM-MACAM HIMPUNAN

1. Himpunan Kosong

Himpunan kosong adalah himpunan yang tidak memiliki atau tidak mempunyai anggota. Himpunan kosong dilambangkan atau dinotasikan dengan Φ atau { }. Perlu diperhatikan antara himpunan kosong dengan himpunan yang tidak tepat (bukan himpunan). Sering kali yang bukan himpunan dianggap sebagai himpunan kosong. Untuk itu kita harus benar-benar memperhatikan syarat-syarat keanggotaannya. Bila anggotanya benar-benar tidak ada, maka kumpulan itu termasuk himpunan kosong. Sebaliknya bila anggotanya tidak jelas, dalam arti tidak dapat dibedakan apakah suatu objek termasuk anggotanya atau tidak, maka kumpulan tersebut bukanlah himpunan. Perhatikan contoh himpunan kosong di bawah ini:

a. Himpunan **A** adalah himpunan mahasiswa PGTK UT yang berusia 6 tahun.
b. Himpunan **B** adalah himpunan bilangan asli yang lebih kecil dari 1.
c. Himpunan **C** adalah himpunan hari yang berawalan “H”.
d. Himpunan **D** adalah himpunan bilangan ganjil yang habis di bagi 2.

Hati-hati dengan angka nol (0) sebab nol (0) bukanlah himpunan kosong tetapi merupakan anggota dari himpunan yang bernilai nol (0). Seperti pada himpunan 5 bilangan cacah pertama, maka bilangan nol adalah salah satu anggota himpunan bilangan tersebut.

2. Himpunan Semesta (Universum)

Himpunan semesta adalah suatu himpunan yang memuat seluruh benda atau semua objek yang sedang dibicarakan, atau himpunan yang menjadi objek pembicaraan. Himpunan semesta sering disebut semesta pembicaraan atau set universum, dilambangkan dengan S atau U.

Contoh 1.7.

a. Himpunan anak TK Nugraha yang memakai jepit rambut.
   Maka himpunan semestanya adalah himpunan semua anak TK Nugraha.
b. Himpunan nama-nama hari yang dimulai dengan huruf S.
   Maka himpunan semestanya adalah himpunan nama-nama hari.
c. Misalkan A = {2, 3, 5, 7}.

Himpunan semesta yang mungkin untuk himpunan tersebut adalah S = {bilangan prima}. Himpunan bilangan prima bukanlah satu-satunya himpunan semesta bagi A akan tetapi masih banyak himpunan lain yang dapat dianggap sebagai himpunan semestanya. Misalnya himpunan bilangan asli, himpunan bilangan cacah, himpunan bilangan bulat, dan sebagainya.

d. Misalkan B = {merah, kuning, hijau}. Maka himpunan semesta yang mungkin di antaranya adalah S = {warna-warna lampu lalu lintas} atau S = {warna-warna pelangi} dan sebagainya.

3. Himpunan Hingga

Himpunan hingga yang sering disebut *finite set* merupakan himpunan yang jumlah anggotanya terhingga, artinya anggotanya dapat dihitung.

Contoh 1.8.

a. A = {x | x bilangan asli <10}.
   Jika ditulis dalam bentuk tabulasi maka A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.
   Banyaknya anggota terhingga dari himpunan A (dapat dihitung), yakni 9 (sembilan).
b. B adalah himpunan warna-warna pelangi.
   Ini adalah contoh himpunan terhingga, karena jumlah anggotanya bisa dihitung, yakni 7 (merah, jingga, kuning, hijau, biru, nila, ungu).

4. Himpunan Tak Hingga

Himpunan tak hingga yang sering disebut *infinite set* merupakan himpunan yang jumlah anggotanya tak terhingga. Himpunan yang mempunyai anggota sangat banyak, sehingga tak mungkin kita tulis secara terperinci, dapat ditulis dengan cara tabulasi menggunakan tanda "…" (tiga titik), dibaca '**seterusnya**'. Tanda ini dimaksudkan untuk menyatakan bahwa ada beberapa anggota yang tidak kita tuliskan.

Contoh 1.9.

Misalkan B = {x | x bilangan asli >15} maka B dapat ditulis dengan B = {16, 17, 18,…}

Dibaca himpunan **B** adalah himpunan bilangan 16, 17, 18 dan seterusnya.

Himpunan C adalah himpunan tema pembelajaran yang dapat digunakan di TK atau PAUD.

Tema pembelajaran sangat banyak, karena amat tergantung kepada kreativitas guru dalam menemukannya.

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakan latihan di bawah ini:

1) Berikut ini adalah beberapa contoh kumpulan. Tentukan manakah yang merupakan himpunan dan manakah yang bukan himpunan.
    a) Kumpulan anak-anak cerdas.
    b) Kumpulan anak-anak TK Harapan Ibu yang berusia 5 tahun.
    c) Kumpulan binatang berkaki empat.
    d) Kumpulan siswa kelas Ia yang memakai jam tangan.
    e) Kumpulan lagu-lagu indah.
    f) Kumpulan makanan lezat.
    g) Kumpulan huruf-huruf vokal.
    h) Kumpulan warna-warna pelangi.
    i) Kumpulan mahasiswa UT yang berambut panjang.
    j) Kumpulan kendaraan beroda 3.
2) A= {xlx<5, x ∉ C}
    Nyatakan himpunan di atas dengan.
    a) Metode roster / tabulasi.
    b) Menyebutkan syarat keanggotaannya.
3) Berilah dua contoh himpunan kosong yang berkenaan dengan dunia ke-TK-an.
4) Berikut ini adalah beberapa contoh himpunan. Tentukan manakah yang merupakan himpunan hingga dan yang merupakan himpunan tak hingga.
    a) {1,2,3,4,5,6...}
    b) (1000,100,10,1}
    c) {...,-3,-2,-1,0.1,2,3.....}
    d) {a, b, c. d, f, g}
    e) {warna-warna balon di lagu balonku}
    f) {bilangan kelipatan dua)

Petunjuk Jawaban Latihan

1) Untuk dapat menyelesaikan soal Latihan 1, Anda harus mengingat kembali pengertian himpunan. Himpunan adalah sekumpulan benda-benda atau obyek yang dapat didefinisikan atau diterangkan dengan jelas. Jadi ketika kita diminta memilih mana yang termasuk anggota dan yang tidak termasuk anggota dapat berdasarkan definisi yang diminta dan kita dapat menyebutkan tanpa keraguan. Jadi jawaban untuk Latihan 1 adalah
   a) bukan himpunan;
   b) himpunan;
   c) himpunan;
   d) himpunan;
   e) bukan himpunan;
   f) bukan himpunan;
   g) himpunan;
   h) himpunan;
   i) bukan himpunan;
   j) himpunan.

2) Jawaban dari soal latihan nomor 2 adalah
   a) Metode roster / tabulasi adalah metode penulisan himpunan dengan menyebutkan satu per satu anggotanya. Jadi penulisannya adalah: A={0, 1, 2 3, 4}.
   b) Metode dengan menyebutkan syarat keanggotaannya. Penulisannya adalah: A adalah himpunan bilangan cacah yang kurang dari 5.
3) Himpunan kosong adalah himpunan yang tidak memiliki anggota, misalnya himpunan anak TK yang berusia 20 tahun, himpunan lagu-lagu anak TK yang panjangnya 200 baris. dan masih banyak contoh lainnya.
4) Untuk dapat menyelesaikan soal Nomor 4, Anda harus mengingat kembali pengertian himpunan hingga dan himpunan tak hingga. Himpunan hingga adalah himpunan yang jumlah anggotanya terhingga (dapat dihitung), sedangkan himpunan tak hingga adalah himpunan yang jumlah anggotanya tak terhingga (tak dapat dihitung). Jadi jawabannya adalah:
   a) Himpunan tak hingga.
   b) Himpunan hingga.

c) Himpunan tak hingga.
d) Himpunan hingga.
e) Himpunan hingga.
f) Himpunan tak hingga.

RANGKUMAN

Secara umum pembahasan terkait dengan kegiatan belajar 1 dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Himpunan adalah sekumpulan benda yang didefinisikan dengan jelas.
2. Himpunan dilambangkan dengan sepasang kurung kurawal **{ }** dan dinotasikan dengan huruf kapital.
3. Himpunan dapat dinyatakan dengan:
   a. Metode Roster / Tabulasi.
   b. Notasi Pembentuk Himpunan.
   c. Metode Rule / Deskripsi.
4. Macam-macam himpunan:
   a. Himpunan Kosong.
   b. Himpunan Semesta.
   c. Himpunan Hingga.
   d. Himpunan Tak Hingga.

TES FORMATIF 1

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

1) Dari kumpulan berikut, yang dapat dinyatakan sebagai himpunan adalah ....
   A. kumpulan orang pandai
   B. kumpulan orang kaya
   C. kumpulan siswa di kelas yang berkacamata
   D. kumpulan bunga indah

2) Notasi pembentuk himpunan berikut yang benar untuk himpunan A = {2,3,5,7}, adalah ….
   A. $A = \{x \mid x < 7, x \in \text{ bilangan prima}\}$
   B. $A = \{x \mid x < 8, x \in \text{ bilangan asli}\}$

C. $A = \{x \mid x < 7, x \in \text{bilangan cacah}\}$
D. $A = \{x \mid x < 8, x \in \text{bilangan prima}\}$

3) Himpunan B adalah himpunan warna pada lampu lalu-lintas maka pernyataan di bawah ini yang benar adalah ….
A. Kuning $\in$ B
B. Hijau $\notin$ B
C. Merah $\notin$ B
D. Hitam $\in$ A

4) Himpunan G adalah himpunan bilangan genap antara 24 dan 35, jika himpunan G ditulis dengan cara mendaftar anggota-anggotanya maka diperoleh ….
A. {24, 26, 28, 30, 32, 34}
B. {26, 28, 30, 32, 34}
C. {26, 28, 30, 32, 34, 36}
D. {24, 26, 28, 30, 32, 34, 36}

5) $A = \{x \mid 3 \leq x < 10, x \in \text{bilangan asli}\}$, n (A) adalah ....
A. 8
B. 7
C. 6
D. 5

6) Berikut ini pernyataan yang bukan himpunan adalah ….
A. kumpulan bunga putih
B. kumpulan bilangan
C. kumpulan makanan enak
D. kumpulan huruf vokal

7) Himpunan berikut yang dapat menjadi semesta dari himpunan {5, 10, 15, 20, 25} adalah ….
A. {bilangan genap}
B. {bilangan ganjil}
C. {bilangan prima}
D. {bilangan kelipatan lima}

8) Yang merupakan himpunan kosong adalah ….
A. kumpulan nama bulan yang memiliki 28 hari
B. siswa TK yang berusia 15 tahun

C. nama negara yang dimulai dengan huruf s
D. warna-warna pelangi

9) Yang merupakan himpunan hingga adalah ….
A. $A = \{x \mid x < 10, x \in \text{ bilangan asli}\}$
B. $B = \{x \mid x > 10.000, x \in \text{ bilangan cacah}\}$
C. $C = \left\{x \mid x > \frac{2}{3}, x \in \text{bilangan bulat}\right\}$
D. $D = \{x \mid x < 5, x \in \text{ bilangan bulat}\}$

10) A = {1,2,3,4…}; merupakan contoh dari ….
A. himpunan hingga
B. himpunan kosong
C. himpunan tak hingga
D. himpunan semesta

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila Anda mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 2

Macam-macam Himpunan (Lanjutan) dan Diagram Venn

A. MACAM-MACAM HIMPUNAN (*LANJUTAN*)

1. Himpunan Sama

Himpunan A dan B disebut sama, bila keduanya memiliki anggota yang persis sama, tanpa melihat urutannya. Dengan kata lain, himpunan A dan B dikatakan sama, bila setiap anggota A termasuk anggota B, dan begitu sebaliknya. Kita nyatakan kesamaan antara himpunan A dan B dengan lambang A=B.

Contoh 1.10.

a. A= { 1, 2 , 3 } dan B= { 3 , 1 , 2 }. Maka A=B, karena setiap anggota himpunan A ada pada himpunan B, dan setiap anggota himpunan B termasuk anggota himpunan A.
b. C = { k , a , r , t , u } dan D = { t , a , u , r , k }
   Maka C = D , karena setiap anggota himpunan A ada pada himpunan B, dan setiap anggota himpunan B ada pada himpunan A.
c. E = {gurame, lele, tawes, mujair} dan F = { tawes, mujair, gurame, lele}
   Maka E = F, karena setiap anggota himpunan E ada pada himpunan F, dan setiap anggota himpunan F ada pada himpunan E.
d. A = { p , q , r } dan B {1, 2, 3}. Maka A $\neq$ B
e. P= {alat transportasi}
   Q= {sayur-mayur}
   Himpunan P tidak sama dengan himpunan Q dan ditulis P $\neq$ Q, karena anggota himpunan P tidak merupakan anggota himpunan Q, dan sebaliknya, anggota himpunan Q tidak merupakan anggota himpunan P.

2. Himpunan Ekuivalen

Dua buah himpunan atau lebih disebut ekuivalen satu sama lain, bila banyaknya anggota himpunan–himpunan tersebut sama. Dengan kata lain, dua himpunan atau lebih disebut saling ekuivalen, bila antara setiap anggota himpunan yang satu mempunyai hubungan satu-satu dengan setiap anggota himpunan lainnya. Kita nyatakan himpunan A yang ekuivalen dengan himpunan B dalam notasi A ~ B. Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa A ~ B, bila n (A) = n (B) atau banyaknya anggota himpunan A sama dengan banyaknya anggota himpunan B. Untuk lebih jelasnya kita perhatikan contoh di bawah ini:

Contoh 1.11.
A = {nama hari dalam seminggu yang diawali dengan huruf S}
A = {senin, selasa, sabtu} n (A) = 3)
B = { a, b, c } n (B) = 3
Maka, A ~ B, karena n (A) = n (B).

Contoh 1.12:
P = { 1, 2, 3, 4}, n (P) = 4
Q = { v, w, x, y}, n (Q) = 4
Maka, P ~ Q, karena n (P) = n (Q)

3. Himpunan Bagian

Himpunan A disebut himpunan bagian dari himpunan B, ditulis dengan lambang A $\subset$ B, bila setiap anggota A termasuk anggota B. Dapat pula kita menulis B $\supset$ A, hanya dibaca " B sumber dari A", "B mengandung A", atau "B super himpunan dari A". bila A tidak merupakan himpunan bagian dari B maka representasinya dinyatakan dengan A $\not\subset$ B atau B $\not\supset$ A.

Himpunan A merupakan himpunan bagian dari himpunan B. Himpunan A dinamakan himpunan bagian murni (sejati) dari himpunan B jika dan hanya jika setiap anggota himpunan A adalah anggota himpunan B, tetapi sekurang-kurangnya ada sebuah anggota himpunan B yang bukan anggota himpunan A.

Dari penjelasan di atas kita dapat mengatakan bahwa himpunan A disebut himpunan bagian murni dari B, jika A $\subset$ B dan A $\neq$ B. dalam beberapa buku istilah "A himpunan bagian dari B" sering dinyatakan dengan A $\subseteq$ B, sedangkan "A himpunan bagian murni dari B" dinyatakan dengan A $\subset$ B. Biasanya kita mempergunakan notasi A $\subset$ B dan kita tidak membedakan antara himpunan bagian dan himpunan bagian murni.

Perlu kita perhatikan dengan teliti bahwa dalam pengertian himpunan bagian ini terdapat hal yang menarik, yaitu setiap himpunan selalu mempunyai himpunan kosong dan himpunan yang sama persis dengan himpunan itu sendiri sebagai himpunan bagiannya, hal ini diakibatkan dari pengertian himpunan bagian itu sendiri.

Banyaknya himpunan bagian yang mungkin dari himpunan A dapat diperoleh dengan rumus $2^{n(A)}$

Contoh 1.13.

a) Jika A = { 1 }, maka himpunan bagian dari himpunan A adalah { }, {1}.
   Banyaknya himpunan bagian adalah 2. Dengan rumus diperoleh $2^{n(A)} = 2^1 = 2$.
b) Jika B = { a, b }, maka himpunan bagian dari himpunan B adalah { },{a}, {b}, {a, b}.
   Banyaknya himpunan bagian adalah 4. Dengan rumus diperoleh $2^{n(B)} = 2^2 = 4$.
c) Jika C = {piring, gelas, sendok}, maka himpunan bagian dari C adalah { }, {piring}, {gelas}, {sendok}, {piring, gelas}, {piring, sendok}, {gelas, sendok}, {piring, gelas, sendok}.
   Banyaknya himpunan bagian adalah 8. Dengan rumus diperoleh $2^{n(c)} = 2^3 = 8$.

Mengakhiri paparan di atas, apakah konsep himpunan dapat diajarkan kepada anak-anak, khususnya anak TK dan anak usia dini? Dengan yakin, kita dapat mengajarkan konsep himpunan kepada mereka. Konsep himpunan bisa diajarkan kepada anak, asalkan melalui praktek secara langsung, sesuai dengan daya nalar anak usia TK bahwa mereka dalam mengenal dan mempelajari sesuatu harus secara konkrit. Konsep himpunan bagian di atas, dapat diperkenalkan kepada anak-anak melalui hal-hal yang sederhana. Sebagai contoh, guru menyediakan berbagai jenis kelompok benda-benda, misalnya ”keluarga sayuran”, dalam suatu keranjang tersedia berbagai macam sayuran seperti: kol, wortel, buncis, kacang panjang, terong, kangkung, sawi, dan sebagainya. Keluarga sayuran tersebut dikenalkan sebagai kelompok sayuran dan misalnya: kol, wortel dan buncis sebagai anggota dari keluarga sayuran tersebut dikenalkan sebagai ”himpunan bagian” dari keluarga sayuran. Hal ini tentu sesuai dengan pemahaman konsep dari anak usia dini, yaitu mengenal sesuatu dari hal yang umum ke hal yang khusus.

Berikut adalah ilustrasi lebih jelas tentang praktek pengajarannya:

a. *Persiapan*

Sediakanlah hal-hal berikut.

1) 1 buah keranjang besar.
2) Berbagai macam jenis buah-buahan.
3) Lembar kerja siswa berupa kertas kosong.

b. *Prosedur pelaksanaan*

Tahapan dan teknik pelaksanaannya dapat mengikuti petunjuk berikut.

1) Guru menyiapkan peralatan yang telah tersedia di atas meja.
2) Kemudian guru menjelaskan tentang keluarga buah-buahan.
3) Setiap anak diberikan kesempatan untuk menyebutkan apa saja anggota dari keluarga buah-buahan beserta ciri-ciri dari masing-masing buah-buahan.
4) Setiap anak diberikan kertas lembar kerja dan mulai menggambarkan anggota-anggota himpunan bagian dari keluarga buah-buahan tersebut.

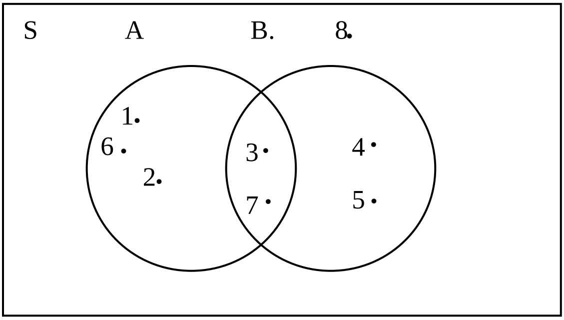
Proses pembelajaran atau kegiatan belajar mengajarnya dapat disesuaikan dengan kondisi dimana TK atau PAUD berada, serta daya dukung yang tersedia. Bahkan guru-guru dapat lebih kreatif memperkaya bahan dan alatnya dari objek yang beragam, misalkan kumpulan mobil-mobilan, kumpulan bebatuan, kumpulan berbagai jenis bola, dan sebagainya.

B. DIAGRAM VENN

Diagram Venn adalah cara untuk menyatakan himpunan dengan gambar. Diagram ini diperkenalkan pertama kali oleh John Venn seorang ahli Matematika berkebangsaan Inggris pada tahun 1834–1923. Beliau mengemukakan suatu cara yang praktis untuk menggambarkan hubungan antara himpunan, dengan menggunakan kurva tertutup, misalnya lingkaran, *ellips*, garis lengkung sebarang atau segi banyak sebagai batas himpunan–himpunan tersebut.

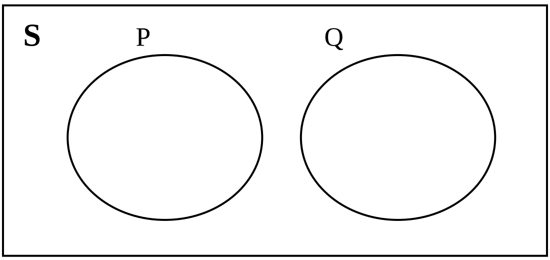
Bagaimanakah caranya? Terdapat dua bagian kunci untuk menyatakan diagram venn, yaitu semesta dan himpunan-himpunannya. Semesta (S) dinyatakan (digambarkan) dengan persegi panjang dan himpunan–himpunan lain yang dinyatakan dengan kurva tertutup yang terletak di dalam persegi panjang. Lebih jelasnya dapat dicontohkan sebagai berikut.

Contoh 1.14.
Jika:
S = { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 }
A = { 1 , 2 , 3 , 6 , 7 }
B = { 3 , 4 , 5 , 7 }
Maka diagram venn-nya dapat disajikan sebagai berikut.



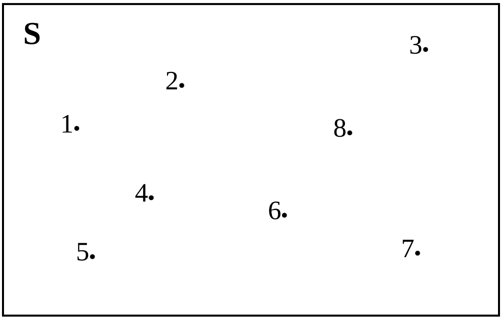
Namun demikian ada kasus tertentu di mana himpunannya tidak bisa di daftar, misalkan saja diakibatkan oleh anggotanya terlalu banyak. Jika anggota himpunannya tidak bisa didaftar maka Anda cukup dengan memberikan namanya saja.

Hal tersebut dapat diperjelas dengan contoh berikut ini.
Jika:
S = {Bilangan bulat}
P = {Bilangan genap}
Q = {Bilangan ganjil}
Maka diagram venn-nya dapat disajikan sebagai berikut.

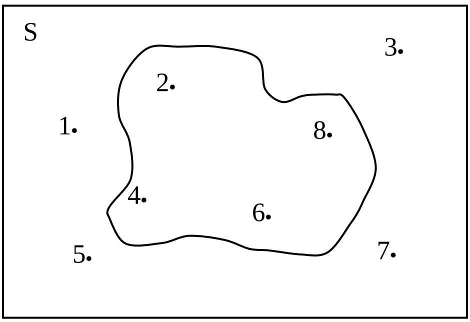


Agar Anda lebih mantap menguasai konsep tentang diagram Venn, berikut adalah sejumlah ketentuan yang harus diperhatikan di dalam membuat diagram Venn yang tepat, diantaranya:

1. Himpunan semesta digambarkan dengan sebuah persegi panjang dan di pojok kiri atas diberi simbol **S** (semesta).
2. Setiap anggota himpunan semesta ditunjukkan dengan sebuah noktah dalam persegi panjang itu, dan nama anggotanya ditulis berdekatan dengan noktahnya.
   Misal : S = { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 }
   Diagram Venn dari himpunan **S** adalah sebagai berikut.



3. Setiap himpunan yang termuat di dalam himpunan semesta ditunjukkan oleh kurva tertutup sederhana.
   Misal : S = {1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8}
   A = {2 , 4 , 6 , 8}



LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1) Dari pasangan-pasangan himpunan di bawah ini, tentukan mana yang merupakan himpunan sama dan mana yang merupakan himpunan ekuivalen.
   a) A = {k, l, m}
      B = {p, g, r}
   b) C adalah warna bendera Indonesia
      D adalah warna seragam sekolah nasional siswa SD
   c) E = {l, a. u, t}
      F = {u, l, a. t}
   d) G = {x | x < 10, x $\in$ Prima}
      H = {x | x < 4, x $\in$ Cacah}
   e) 1 = { m, a. r, e. t}
      J = {a. p, r, i, l}
   f) K adalah nama-nama jari di tangan kanan
      L adalah nama-nama jari di tangan kiri
2) A = {merah, kuning, hijau, biru}
   Tentukan banyaknya himpunan bagian yang mungkin dari A.
3) Buatlah diagram Venn dari:
   a) S = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}
      A = {1,3,5,7}
      B = {2,4,6}
   b) S = {m, e, l, a, t, i, k, u}
      A = {m, e, l, a, t, i}
      B = {m, a, t, i}
   b) S = {k, u, c, i, n, g, r, e, t, a}
      A = {k, u, n, c, i}
      B = {c, i, n, t, a}

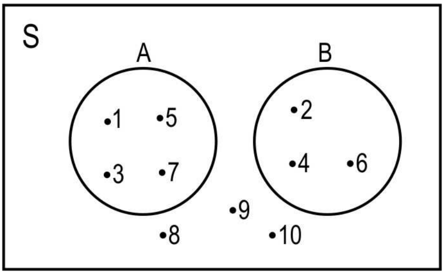
Petunjuk Jawaban Latihan

1) Dua himpunan dikatakan sama apabila anggota-anggotanya sama dan dua himpunan dikatakan ekuivalen bila banyaknya kedua anggota sama. Jadi jawabannya adalah..
   a) n (A) = 3
      n (B) = 3
      Jadi, A dengan B adalah himpunan ekuivalen
   b) C = {merah, putih}
      D = {putih, merah}
      Jadi C=D (himpunan sama)
   c) E = F (himpunan sama)
   d) G = {2,3,5,7} $\rightarrow$ n(G) = 4
      H = {0.1,2,3} $\rightarrow$ n (H) = 4
      Jadi G dengan H adalah himpunan ekuivalen
   e) n (I) = n (J), jadi adalah himpunan ekuivalen
   f) K = {jempol, telunjuk, jari tengah, jari manis, kelingking}
      L = {jempol, telunjuk, jari tengah, jari manis, kelingking}
      Jadi, K = L adalah himpunan sama.
2) Himpunan bagian yang mungkin dari A adalah:
   a) {}
   b) {merah}
   c) {kuning}
   d) {hijau}
   e) (biru}
   f) {merah, kuning}
   g) {merah, hijau}
   h) {kuning, biru}
   i) {kuning, hijau}
   j) {kuning, biru}
   k) {hijau, biru}
   l) {merah, kuning, hijau}
   m) {merah, kuning, biru}
   n) {merah, hijau, biru}
   o) {kuning, hijau, biru)
   p) {merah, kuning, hijau, biru}

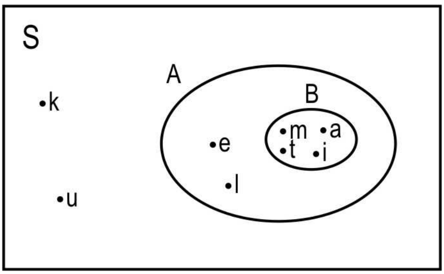
Sehingga diperoleh jumlahnya 16 atau jika menggunakan rumus:
n (A) = 4
Banyaknya himpunan bagian yang mungkin dari $A = 2^{n(A)} = 2^4 = 16$

3) Untuk membuat diagram Venn, kita perlu memperhatikan langkah-langkah berikut:
   a) Gambarlah persegi panjang dengan simbol S di pojok kiri atas sebagai simbol semestanya.
   b) Buatlah kurva tertutup sederhana sebagai tempat anggota himpunan, dengan sebelumnya memperhatikan hubungan dengan himpunan lain dalam semesta tersebut. (Apakah kedua kurva itu berpotongan, tidak berpotongan atau satu kurva ada di dalam kurva yang lain). Beri nama kurva sesuai nama himpunannya.
   c) Terakhir, jika memungkinkan tuliskan nama anggotanya satu per satu beserta noktahnya.

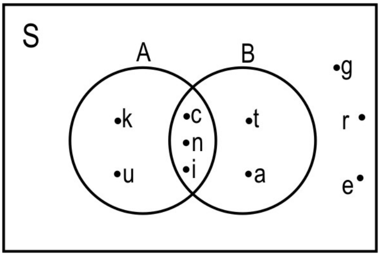
   Jadi jawabannya adalah:
   a) Diagram Venn-nya:



   b) Diagram Venn-nya:

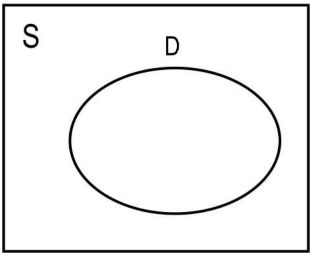


c. Diagram Venn-nya:



Karena semua anggota himpunan A termuat di dalam himpunan S, maka himpunan A berada di dalam himpunan S.

4. Dalam menggambar himpunan-himpunan yang mempunyai anggota sangat banyak, maka diagram Venn tidak menggunakan noktah. Misalnya: S = {siswa disekolahan}.
D = {siswa dikelas}



RANGKUMAN

Secara umum pembahasan Kegiatan Belajar 2 dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Dua himpunan dikatakan himpunan sama apabila setiap anggota himpunan A juga merupakan anggota himpunan B, begitupun sebaliknya; dituliskan A = B.
2. Dua himpunan dikatakan ekuivalen apabila banyaknya anggota himpunan A = banyaknya anggota himpunan B.
3. Himpunan A merupakan himpunan bagian dari himpunan B apabila seluruh anggota himpunan A merupakan anggota himpunan B,

ditulis $A \subset B$. Banyaknya himpunan bagian yang mungkin dari himpunan A dapat diperoleh dengan aturan $2^{n(A)}$.

4. Diagram Venn adalah salah satu cara untuk menggambarkan hubungan antara himpunan dengan menggunakan kurva tertutup sebagai batas himpunan.

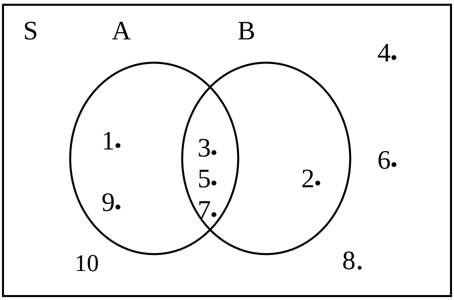
TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

1) A = {1, 2, 3, 4}
   B = {a, b, c, d}
   Himpunan A dan B adalah dua himpunan yang ….
   A. sama
   B. ekuivalen
   C. beririsan
   D. berkomplemen

2) Berikut ini yang merupakan contoh himpunan yang sama, adalah ….
   A. {1,2,3,4} dan {5,6,7,8}
   B. {merah, putih}dan {warna bendera Negara Belanda}
   C. {a,b,c}dan {1,2,3}
   D. {r,a,t,u} dan {u,r,a,t}

3) Perhatikan diagram Venn di bawah ini:



   A. S = {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}
   B. A = {bilangan ganjil anggota S}
   C. B = {3,5,7}
   D. B = {bilangan prima kurang dari 11}

4) Pernyataan di bawah ini yang benar adalah..
   A. {a,b,c,d} ⊂ {a,b,c}
   B. 3 ⊂ {bilangan ganjil}
   C. {1,2,3,4} ⊂ {a,b,c,d}
   D. 5 ⊂ {bilangan genap}

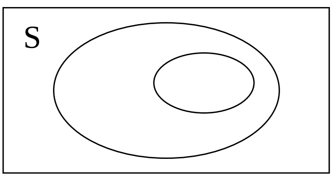
5) Banyaknya himpunan bagian dari P = {warna lampu lalu lintas} adalah...
   A. 8
   B. 7
   C. 4
   D. 3

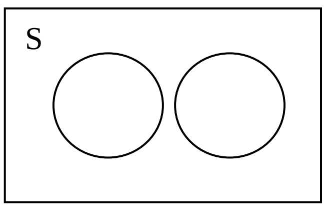
6) Banyaknya himpunan bagian dari V = {huruf-huruf vokal} yang memiliki 2 anggota adalah ....
   A. 8
   B. 10
   C. 16
   D. 32

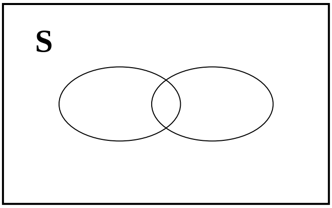
7) Jika banyaknya himpunan bagian dari P adalah 32 maka n (P) =
   A. 3
   B. 4
   C. 5
   D. 6

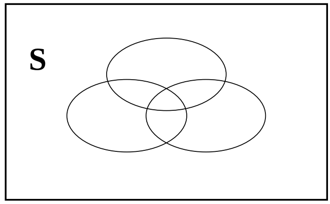
8) Jika P = {k, e, l, a, b, u} dan Q adalah {l, u, k, a} maka pernyataan berikut yang benar adalah...
   A. P ⊂ Q
   B. Q ⊂ P
   C. P = Q
   D. P ~ Q

9) Diagram Venn yang menunjukkan kondisi dari himpunan bagian adalah...

A.


B.


C. 

D. 

10) Diketahui :

A = {bilangan prima < 10}
B = {huruf vokal}
C = {bilangan asli ganjil < 10}
D = $\{x \mid 5 \le x \le 10, x \in \text{ bilangan asli}\}$

Dari himpunan di atas yang merupakan himpunan ekuivalen adalah himpunan ...

A. A dan B
B. B dan C
C. C dan D
D. A dan C

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 3. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 3

Operasi Himpunan dan Sifat-sifatnya

A. PENGANTAR

Operasi adalah suatu relasi atau hubungan yang berkenaan dengan satu unsur atau lebih sehingga menghasilkan unsur lain yang unik (tunggal). Dengan demikian operasi dapat dipandang sebagai suatu pemetaan (fungsi), karena:

1. Memuat unsur yang dioperasikan sebagai anggota domain (daerah asal), dan.
2. Menghasilkan unsur yang unik sebagai anggota *range* (daerah hasil).

Perhatikan contoh di bawah ini:

Contoh 1.15.

a. Operasi tambah (+) sebagai pemetaan pada bilangan real

   $+ : (2,3) \xrightarrow{+} 5$

   $+ : (-1,1) \xrightarrow{+} 0$

   Pemetaan tersebut ditulis sebagai berikut.

   $2 + 3 = 5$

   $(-1) + 1 = 0$

b. Operasi akar kuadrat (√) sebagai pemetaan pada bilangan real tidak negatif.

   $\sqrt{\ } : 4 \rightarrow 2$

   $\sqrt{\ } : 16 \rightarrow 4$

   $\sqrt{\ } : 0 \rightarrow 0$

   Pemetaan tersebut ditulis sebagai berikut.

   $\sqrt{4} = 2$

   $\sqrt{16} = 4$

   $\sqrt{0} = 0$

Operasi yang dikenakan terhadap satu unsur disebut operasi *uner (monar)*, seperti tampak pada contoh (b). Sedangkan operasi yang dikenakan terhadap dua unsur disebut *operasi biner*, seperti tampak pada contoh (a).

Demikian pula halnya dengan operasi pada himpunan, dapat digolongkan ke dalam dua kelompok operasi, yaitu *pertama* operasi *uner* *(monar)* dan kedua *operasi biner.* Kedua jenis operasi tersebut akan diperjelas satu per satu.

Pertama contoh operasi uner (monar) misalnya operasi negasi atau yang disebut pula penyangkalan (ingkaran). Operasi negasi merupakan operasi yang hanya berkenaan dengan satu unsur yang dalam hal ini pernyataanlah sebagai unsurnya. Nilai kebenaran negasi sebuah pernyataan adalah kebalikan dari nilai kebenaran yang dimiliki oleh pernyataannya. Dengan demikian jika sebuah pernyataan mempunyai nilai kebenaran B (benar) maka nilai kebenaran dari negasinya adalah S (salah), dan begitu pula sebaliknya.

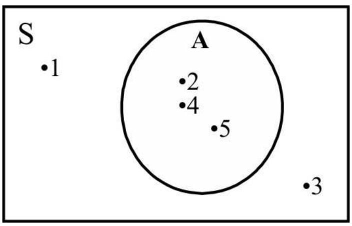
Contoh operasi uner yang didefinisikan pada himpunan adalah operasi komplemen. Operasi komplemen dinotasikan dengan menumbuhkan tanda aksen (') pada himpunan yang dioperasikan itu, yang didefinisikan sebagai berikut:

$A' = \{x \mid x \notin A, x \in S\}$

Himpunan S di sini dimaksudkan sebagai semesta dari himpunan A. Untuk menentukan A' haruslah diketahui anggota dari A dan anggota dari S sebagai semestanya.

Contoh 1.16.

$S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. $A = \{2, 4, 5\}$ adalah himpunan bagian dari S . Semua anggota dalam S yang bukan anggota himpunan A membentuk himpunan bagian {1, 3}. Himpunan bagian {1, 3} adalah *komplemen* dari himpunan A terhadap semesta S, dan komplemen ini ditulis dengan lambang A'. Perhatikan diagram Venn di bawah ini.



Kedua adalah operasi biner adalah operasi yang berkenaan dengan dua unsur. Operasi biner pada himpunan yang terdefinisi ada lima macam yaitu: operasi irisan, gabungan, penjumlahan, pengurangan, dan operasi perkalian.

Operasi-operasi binerlah yang akan di bahas dalam Kegiatan Belajar 3 ini yang lebih mendalam. Simaklah oleh Anda secara seksama. Selamat mempelajari.

B. OPERASI HIMPUNAN

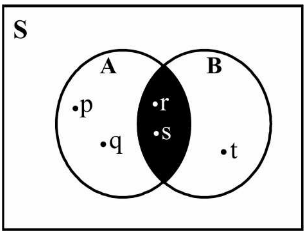
1. Operasi Irisan (Interseksi)

Irisan dikenal juga dengan sebutan *interseksi*. Jika kita mengatakan dua himpunan A dan B beririsan, maksudnya adalah himpunan elemen-elemen yang menjadi anggota himpunan A dan juga menjadi anggota himpunan B.

Operasi irisan dapat dinotasikan dengan tanda ∩. Maka untuk menuliskan himpunan A beririsan dengan himpunan B dapat ditulis dengan operasi yaitu: A∩B (dapat dibaca: “A irisan B”, atau “A interseksi B”).

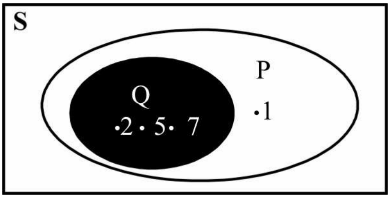
Untuk memperjelas maksud dari penjelasan tersebut perhatikanlah contoh berikut ini:

Contoh 1.17.
Bila A = { p, q, r, s} dan B = { r, s, t} maka A∩B = {r, s}.
Hasil tersebut dapat digambarkan melalui diagram Venn sebagai berikut:



Diperolehnya A∩B = {r, s}, karena r dan s termasuk dalam anggota himpunan A sekaligus termasuk dalam anggota himpunan B.

Contoh 1.18.
Bila P = {1, 2, 5, 7} dan Q = {2, 5, 7} maka P∩Q = {2, 5, 7}.
Hasil tersebut dapat digambarkan melalui diagram Venn sebagai berikut.



Diperolehnya P∩Q = {2, 5, 7}, karena 2, 5 dan 7 termasuk dalam anggota himpunan P sekaligus termasuk dalam anggota himpunan Q.

Selanjutnya, operasi irisan juga dapat didefinisikan sebagai berikut:
$A \cap B = \{ x \mid x \in A, x \in B \}$, himpunan A irisan B adalah himpunan x sedemikian hingga x merupakan anggota A dan x merupakan anggota B.

Dari definisi di atas, disimpulkan bahwa irisan antara dua buah himpunan adalah himpunan yang anggotanya termasuk pada kedua himpunan itu.

Ada dua jenis relasi berkenaan dengan operasi irisan, yaitu:

a. Relasi Berpotongan

Dua buah himpunan disebut memiliki relasi berpotongan jika dan hanya jika (j.h.j) irisannya bukan himpunan kosong. Ditulis dalam notasi matematika: $A \cap B \neq \varnothing$

Himpunan-himpunan yang irisannya tidak kosong disebut himpunan berpotongan atau himpunan beririsan (*join sets*).

b. Relasi Lepas

Dua himpunan disebut memiliki relasi lepas jika dan hanya jika (j.h.j) irisannya merupakan himpunan kosong. Ditulis dalam notasi matematika $A \cap B = \varnothing$

Pada beberapa sumber ajar, sering pula notasi disajikan dengan notasi // yang berarti relasi lepas.

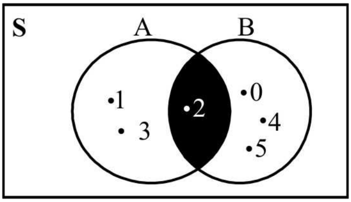
Himpunan-himpunan yang irisannya merupakan himpunan kosong disebut himpunan-himpunan yang saling lepas (*disjoint sets*).

Contoh operasi irisan:

Contoh 1.19.

A = {1, 2, 3}, B = {0, 2, 4, 5} diperoleh A∩B = {2}.

Diagram Venn-nya digambarkan sebagai berikut.



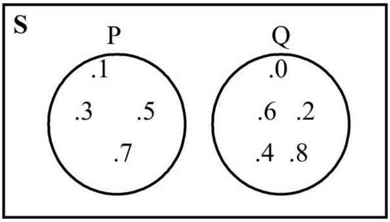
Daerah yang diarsir pada diagram venn tersebut menyatakan A∩B

Contoh 1.20

C = {1,3,5,7}, D = {0, 2, 4, 6, 8}

Diperoleh A∩B = Ø. Relasinya A // B

Diagram Venn-nya



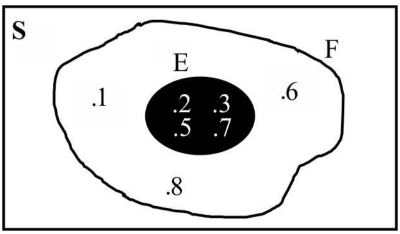
Karena irisannya Ø maka tidak ada daerah yang diarsir.

Contoh 1.21.

E = {2, 3, 5, 7}, F = {x | x ≤ 8, x bilangan asli}

E∩F = {2, 3, 5, 7}, E ∩ F = E. Relasinya E ⊂ F

Diagram Venn-nya



2. Operasi Gabungan

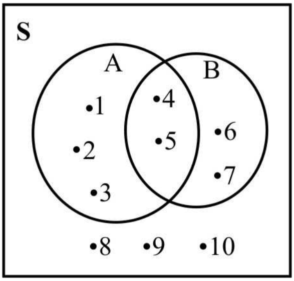
Melakukan operasi gabungan dua buah himpunan adalah membentuk himpunan baru yang anggota-anggotanya meliputi semua anggota dua himpunan yang digabungkan.

Gabungan (union) dari dua buah himpunan A dan B adalah himpunan elemen-elemen yang menjadi anggota himpunan A saja atau B saja, atau anggota himpunan A dan B kedua-duanya.

Himpunan gabungan ditulis $A \cup B$ ("A gabungan B" atau "A union B" atau gabungan dari A dan B" atau union dari A dan B").

Contoh 1.22.

S = {1, 2, 3, …, 10}, A = {1, 2, 3, 4, 5} dan B ={ 4, 5, 6, 7} maka $A \cup B$ = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}



Daerah arsiran dalam diagram venn di atas menunjukkan $A \cup B$ dan $A \cap B$ = {4,5}

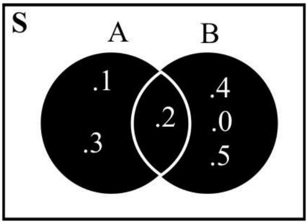
Adapun definisi operasi gabungan antara dua buah himpunan adalah $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}$, dibaca himpunan A gabungan B adalah himpunan x sedemikian hingga x merupakan anggota A atau x merupakan anggota B.

Pengertian "atau" dalam definisi di atas bersifat inklusif, yaitu untuk x anggota A saja, x anggota B saja, dan x anggota irisannya ($A \cap B$).

Contoh: 1.23.

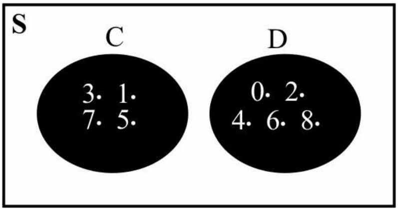
A ={ 1, 2, 3} B = {0, 2, 4, 5} diperoleh $A \cup B$ = {0, 1, 2, 3, 4, 5}

Diagram Venn-nya



Daerah yang di arsir menyatakan $A \cup B$

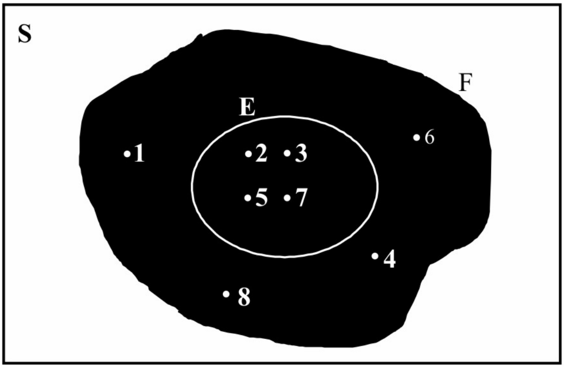
Contoh: 1.24.
C = {1, 3, 5, 7}, D = {0, 2, 4, 6, 8} diperoleh $C \cup D$ = {0, 1, 2, 3, …, 8}
Diagram Venn-nya



Daerah yang diarsir menyatakan $C \cup D$

Contoh: 1.25.
E = {2, 3, 5, 7}, F ={ x | x ≤ 8, x bilangan asli}
$E \cup F$ ={ x | x ≤ 8, x bilangan asli}
= {1, 2, 3, …, 8}
= F

Diagram Venn-nya



Daerah yang diarsir menyatakan $E \cup F = F$

3. Operasi Penjumlahan

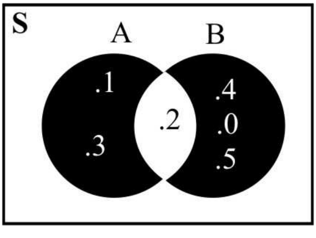
Operasi Penjumlahan dua buah himpunan jika dinyatakan dengan notasi pembentuk himpunan ditulis.

$$A + B = \{x \mid x \in A, x \in B, x \notin (A \cap B)\}$$

Himpunan A tambah himpunan B, ditulis A + B, adalah himpunan yang anggotanya merupakan anggota himpunan A atau himpunan B, tetapi bukan anggota $A \cap B$.

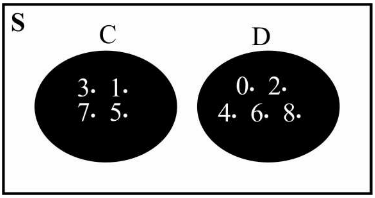
Contoh 1.26.
A = {1, 2, 3}, B = {0, 2, 4, 5} diperoleh A + B = {0, 1, 3, 4, 5}

Diagram Venn-nya



Daerah yang diarsir menyatakan A + B

Contoh 1.27.
C = {1, 3, 5, 7}, D = {0, 2, 4, 6, 8} diperoleh C + D = {0, 1, 2, 3, …8}
Diagram Venn-nya



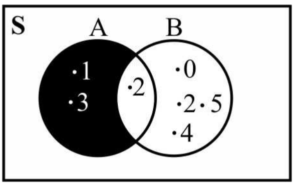
Daerah yang diarsir menyatakan C + D.
Ternyata bahwa operasi (+) dan gabungan untuk dua himpunan lepas C dan D menghasilkan himpunan yang sama.

4. Operasi Pengurangan

Operasi pengurangan dua buah himpunan diberi notasi (–), yang didefinisikan sebagai berikut:

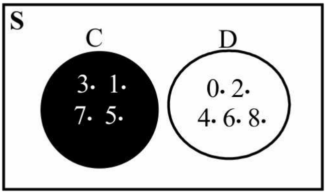
$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$$

Contoh 1.28.
A = {1, 2, 3}, B = {0, 2, 4, 5} diperoleh A – B = {1, 3}
Diagram Venn-nya



Contoh 1.29.
C = {1, 3, 5, 7}, D = {0, 2, 4, 6, 8} diperoleh C – D = {1, 3, 5, 7} = C. Ternyata bahwa selisih dua himpunan lepas sama dengan himpunan yang dikurangi.

Diagram Venn-nya



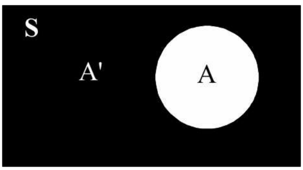
5. Komplemen

Dalam kamus Matematika, komplemen bilangan A adalah bilangan lain B sedemikian sehingga jumlah A + B akan menghasilkan himpunan semesta yang diinginkan.

Komplemen dari himpunan A dilambangkan dengan A′ (A aksen). Komplemen dari himpunan A didefinisikan sebagai suatu himpunan yang anggota-anggotanya adalah anggota himpunan semesta yang tidak (bukan) merupakan anggota himpunan A.

Contoh 1.30.

a. Komplemen himpunan A (A′) jika disajikan dengan diagram Venn



Daerah yang diarsir merupakan komplemen himpunan A

b. Komplemen himpunan A (A′) jika disajikan dengan mendaftar anggotanya

Jika S = { 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 } dan A = { 1,2,3,4,5 }

Maka A ′ = { 6,7,8,9,10 }

c. Komplemen himpunan A (A′) jika disajikan dengan kata-kata

Contoh: Jika S adalah himpunan bilangan cacah dan A adalah himpunan bilangan genap dalam S maka A′ adalah himpunan bilangan ganjil.

d. Komplemen himpunan A (A′) jika disajikan dengan notasi pembentuk himpunan
   Telah kita ketahui bahwa komplemen dari himpunan A didefinisikan sebagai suatu himpunan yang anggota-anggotanya adalah anggota himpunan semesta yang tidak (bukan) merupakan anggota himpunan A. Dengan notasi pembentuk himpunan, pernyataan itu dapat kita tulis: $A' = \{x \mid x \in S \text{ dan } x \notin A\}$

C. APLIKASI HIMPUNAN DAN OPERASI HIMPUNAN DALAM MASALAH NYATA

Konsep tentang himpunan tidak hanya menjadi dasar dan pengembangan cabang matematika, tetapi banyak diterapkan dalam permasalahan kehidupan sehari-hari.

Berikut ini adalah contoh mengenai penerapan konsep himpunan dalam membantu menyelesaikan permasalahan dalam kehidupan sehari-hari.

Contoh 1.31.

Suatu sekolah TK mempunyai tiga Tim kesenian, yaitu tim A merupakan tim paduan suara, tim B adalah tim tari, dan tim C adalah tim seni musik angklung.

Anggota tim A adalah Yunda, Nada, Rafi, Yuki, Nanda, Rido dan Mona. Anggota tim B adalah Sinta, Reni, Andi, Banu, Yuki, Rafi, dan Nada. Sedangkan anggota tim C adalah Rafi, Nada, Reni, Andi, Serly, Novi, Desi, Yunda, dan Mona.

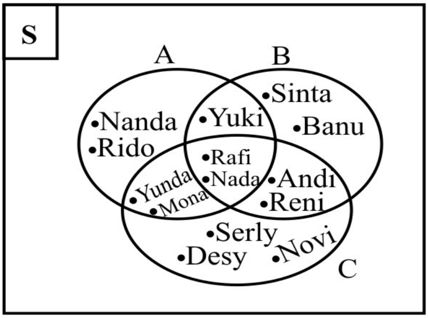
Berapa siswa yang hanya menjadi anggota dari satu tim dan berapa siswa yang terlibat dalam tiga tim?

Jawab: Notasi himpunan dari soal di atas adalah:

A = {Yunda, Nada, Rafi, Yuki, Nanda, Rido, Mona}

B = {Sinta, Reni, Andi, Banu, Yuki, Rafi, Nada}

C = {Rafi, Nada, Reni, Andi, Serly, Novi, Desi, Yunda, Mona} dan diagram vennnya.



Banyaknya siswa yang menjadi anggota satu tim sebanyak 7 siswa, yaitu: Nanda, Rido, Sinta, Banu, Serly, Novi dan Desi.
Banyak siswa yang menjadi anggota tiga tim sebanyak 2 siswa, yaitu: Rafi dan Nada.

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1) Jika S = {1,2,3,4.5,6,7,8}
   A = {1,2,3,4}
   B = {4, 5, 6, 7}
   Tentukanlah:
   a) $A \cap B$
   b) $A \cup B$
   c) A + B
   d) A – B
   e) A′
2) Dari sekelompok anak TK diperoleh: 10 anak senang membuat origami, 8 anak senang mewarnai gambar, 3 anak senang membuat origami dan mewarnai gambar dan dua anak tidak suka membuat origami maupun mewarnai gambar. Tentukan jumlah anak dalam kelompok tersebut.

Petunjuk Jawaban Latihan

1) a) $A \cap B$ (dibaca A irisan B) adalah sebuah himpunan yang anggotanya merupakan anggota himpunan A dan B.
Dari soal terlihat "4" ada di A dan "4" ada juga di B sehingga $A \cap B = \{4\}$

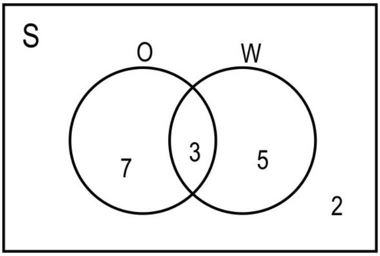
b) $A \cup B$ (dibaca A gabungan B), adalah sebuah himpunan yang anggotanya meliputi seluruh anggota himpunan A dan anggota himpunan B (anggota yang sama cukup ditulis satu kali saja). Dari soal dapat ditentukan $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

c) B (dibaca A ditambah B) adalah himpunan yang anggotanya merupakan anggota himpunan A atau himpunan B, tetapi bukan anggota $A \cap B$. Karena 4 adalah irisan dari A dan B berarti 4 tidak termasuk ke dalam himpunan A + B. Selain 4 semua anggota A dan semua anggota B merupakan anggota A + B.
Jadi, hasil A + B = {I, 2, 3, 5, 6, 7}

d) A – B (dibaca A dikurang B) adalah himpunan yang anggotanya merupakan anggota himpunan A tetapi tidak menjadi anggota himpunan B.
Dari soal terlihat A= {1, 2, 3, 4}, padahal $4 \in B$, sehingga dapat ditentukan A – B={1,2,3}

e) A' (dibaca komplemen dari himpunan A) adalah himpunan yang anggota-anggotanya adalah anggota himpunan semesta yang bukan merupakan anggota himpunan A.
Dari soal terlihat :
S = {1,2,3,4,5,6,7,8}
A = {1,2,3,4}
Sehingga dapat ditentukan A'= {5, 6, 7, 8}

2) Soal latihan Nomor 2 akan lebih mudah penyelesaiannya jika dibuat terlebih dahulu diagram Venn-nya. Sebagai berikut:



Karena ada anak yang senang keduanya maka diagram Venn-nya saling berpotongan. Isilah dengan angka 3 di wilayah yang berpotongan, karena ada 3 anak yang senang keduanya. Anak yang senang membuat origami 10 anak berarti ada 10 anak di kurva "O". Karena sebelumnya telah tertulis 3 maka tambahkan angka 7 agar anak di kurva "O" jumlahnya menjadi 10.

Yang senang mewarnai gambar 8 anak, dan telah ada 3 berarti tinggal tambahkan 5 agar jumlahnya menjadi 8.

Yang tidak suka keduanya ditulis di luar kurva "0" dan "W" yaitu 2. Sehingga anak dalam kelompok tersebut adalah: 7 anak + 3 anak + 5 anak + 2 anak = 17 anak.

RANGKUMAN

Secara umum pembahasan terkait dengan kegiatan belajar 3 dapat disimpulkan sebagai berikut:

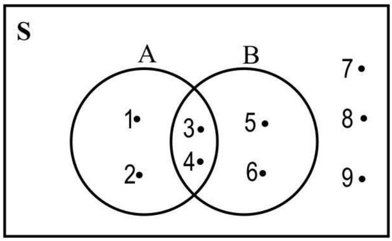
1. Operasi dua himpunan dapat berupa:
   a. $A \cap B$ (dibaca A irisan B) = $\{x \mid x \in A \text{ dan } x \in B\}$
   b. $A \cup B$ (dibaca A gabung B) = $\{x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}$
   c. $A + B = \{x \mid x \in A, x \in B, x \notin (A \cap B)\}$
   d. $A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$
2. Komplemen dinyatakan dalam:
   $A' = \{x \in S, x \notin A\}$

TES FORMATIF 3

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

1) Diketahui:
   A = {bilangan prima kurang dari 12}
   B = {1,3,5,7,9}
   Maka $A \cap B$ adalah:
   A. {2}
   B. {3,5,7}
   C. {3,5,7,9}
   D. {1,3,5,7,9}

2) Perhatikan diagram Venn berikut:



   Dari gambar $A \cup B$ adalah ....
   A. {1,2,3,…,9}
   B. {1,2,3,4,5,6}
   C. {7,8,9}
   D. {3,4}

3) Jika A = {alat transportasi}, dan B = {kendaraan roda dua} maka $A \cup B$ adalah ....
   A. { }
   B. A
   C. B
   D. 0

4) Jika P = {tiga bilangan prima yang pertama}, dan Q = {bilangan asli kurang dari 10} maka Q – P adalah ....
   A. {1,4,6,8,9}
   B. {1,2,6,7,8,9}
   C. {1,2,4,6,7,8,9}
   D. {1,4,6,7,8,9}

5) Jika S = {bilangan cacah kurang dari 10}, A = {0,2,4,6}, B = {1,3,5,7}; maka ($A \cap B$) adalah ....
   A. { }
   B. $\{x \mid x < 7, x \notin S\}$
   C. $\{x \mid x < 10, x \notin S\}$
   D. $\{x \mid 0 < x < 7, x \notin S\}$

6) Jika S = {warna pelangi}, A = {warna lampu lalu lintas} maka komplemen dari A adalah ....
   A. {merah, jingga, kuning, hijau, biru, nila, ungu}
   B. {merah, kuning, hijau}
   C. {jingga, biru, nila, ungu}
   D. { }

7) Dari sekelompok anak TK diperoleh data: 15 anak suka minum susu, 10 anak suka minum teh; dan 5 anak suka kedua-duanya; serta 3 anak tidak suka susu atau pun teh. Jumlah anak dalam kelompok tersebut adalah ....
   A. 33
   B. 23
   C. 30
   D. 28

8) Dari angket yang dilaksanakan pada suatu kelas yang terdiri dari 50 siswa diperoleh data sebagai berikut: 20 orang siswa senang menari, 30 orang siswa senang menyanyi, dan 10 orang siswa tidak senang kedua-duanya. Banyaknya siswa yang senang menari dan menyanyi adalah ....
   A. 20 orang
   B. 5 orang
   C. 10 orang
   D. 15 orang

9) Dari 40 orang anak, 16 orang memelihara burung; 21 orang memelihara kucing dan 12 orang memelihara burung dan kucing. Banyaknya anak yang tidak memelihara burung atau pun kucing sebanyak ....
   A. 12 orang
   B. 15 orang
   C. 19 orang
   D. 28 orang

10) Jika A = {1,2,3,4,5, dan B={4,5,6,7,8,9} maka A + B adalah ....
   A. {1,2,3,4,5,6,7,8,9}
   B. {4,5}
   C. {1,2,3,6,7,8,9}
   D. {1,2,3}

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 3 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 3.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan modul selanjutnya. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 3, terutama bagian yang belum dikuasai.

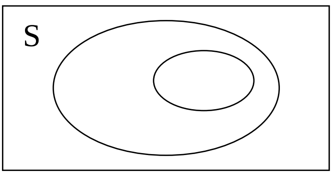
Kunci Jawaban Tes Formatif

Tes Formatif 1

1) C. Kumpulan siswa di kelas yang berkaca mata.
2) D. A = { x | x < 8, x ∈ bilangan prima}.
3) A. Kuning ∈ B.
4) B. {26, 28, 30, 32, 34}.
5) B. 7.
6) C. Kumpulan makanan enak.
7) D. {bilangan kelipatan lima}.
8) B. Siswa TK yang berusia 15 tahun.
9) A. A = {x | x < 10, x ∈ bilangan asli}.
10) C. Himpunan tak hingga.

Tes Formatif 2

1) B. Ekuivalen.
2) D. {r, a, t, u} atau {u, r, a, t}.
3) C. B = {3, 5, 7}.
4) B. 3 ⊂ {bilangan ganjil}.
5) A. 8.
6) B. 10.
7) C. 5.
8) B. Q ⊂ P
9) A.

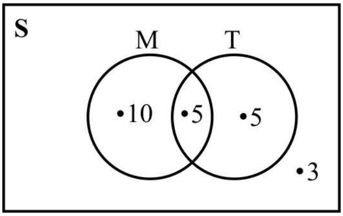


10) B. B dan C.

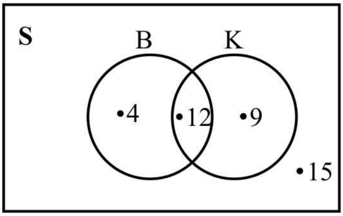
Tes Formatif 3

1) B. {3, 5, 7}.
2) B. {1, 2, 3, 4, 5, 6}.
3) B. 4.
4) D. {1, 4, 6, 7, 8, 9}.

5) A. {}
6) C. {jingga, biru, nila, unggu}.
7) B. 23



8) C. 10 orang.
9) B. 15 orang.



10) C. {1, 2, 3, 6, 7, 8, 9}.

Daftar Pustaka

Burton, David M. (1998). *Elementary Number Theory.* Singapore: McGraw Hill.

Djumanta, Wahyudin. (2005). *Mari Memahami Konsep Matematika*. Bandung: Grafindo Media Pratama.

Erickson, Martin J & Flowers, Joe. (1999). *Principles of Mathematical Problems Solving.* New Jersey: Pretice Hall.

Hasan Iqbal M. (2002). *Pokok-pokok Materi Statistik 2*. Jakarta: Bumi aksara.

Karso. (2004). *Pengantar Dasar Matematika*. Jakarta: Universitas Terbuka.

Kerami, Djati. (2002). *Kamus Matematika*. Jakarta: Balai Pustaka.

Kusumah, Yaya S. dan Endang Dedy. (1986). *Teori Himpunan*. Bandung: IKIP Jurusan Matematika.

Long, Calvin T & Temple, Duane W.D. (2000). *Mathematical Reasoning for Elementary Teachers.* New York: Addison-Wesley.

Negoro, ST dan Harahap, B. (2003). *Ensiklopedia Matematika.* Jakarta: Ghalia Indonesia.

Pangestu, H dan Rahmayandi. (1994). *Matematika Dasar dan IPA*. Bandung: Pustaka Ganesha.

Parker, A et.al. (1990). *Signpost Maths 3*. Glebe: Pascal Press.

Raflan, Dian S. (2006). *Teori Taktis Matematika*. HUP.

Ruseffendi, E.T. (1979). *Pengajaran Matematika Modern Untuk Orang Tua Murid dan Guru SPG*. Bandung: Tarsito.

Seymour Lipschutz. Schaum Outlines, Mc Graw Hill. (1981). *Set Theory and Related Topics*. Singapore : International Book Company.

Sitorus, Ronald H. (2003). *Rangkuman Materi-materi Penting Matematika*. Bandung: CV Pionir.

Soehakso, RMJT. (1992). *Pengantar Matematika Modern*. Yogyakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan, Direktorat jenderal Pendidikan Tinggi, Proyek Pendidikan Tenaga Guru.

Suharman, Erman. (1991). *Perkenalan Dengan Teori Himpunan (Untuk Guru dan calon Guru).* Bandung: Wijayakusumah 157.

Team Matematika. (1976). *Pedoman Khusus Matematika*. Jakarta: Departemen Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia.

Tim FPMIPA. (1985). *Kamus Istilah Matematika dan IPA*. Bandung: IKIP Bandung.

Tim MKPBM. (2001). *Common Textbook Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. Bandung: UPI, Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA.

Yoong, W.K. (2001). *Exploring Mathematics.* Pan Pacific Publication.

Wahyudin. (2000). *Pengantar Aljabar Abstrak*. Bandung: Delta Bawean.

Wahyudin dan Turmudi. (2002). *Kapita Selekta Matematika Sekolah*. Bandung: Universitas Pendidikan Indonesia.

Sumber internet:
http://id.wikipedia.org/wiki/ Pendidikan
http://www.p3matyo.go.id/download/SMK/logika.pdf
htto://fpmipa.upi.edu./kuliah/mod/forum/discuss.php?d=696
http://www.mail-archive.com/sarikata@yahoogroups.com
http://elearning.unej.co.id/courses/mpk004/dokument/bab2.pdf.cidred.
http://www.gizi.net/cgi-bin/berita/fullnews.cgi?newsid1127271308,54863,

http://ganeca.blogspirit.com/archive/2005/05/27/ge_mozaik_mei_2005_%E2%80%93_bagaimana_mengajar_matematika_yang_ben.html

http://www.iel.ipb.ac.id/sac/hibah/2003/pm_web/materi%20kuliah/Bab%201_files/slide0021.htm -

http://library.gunadarma.ac.id/files/disk1/1/jbptgunadarma-gdl-course-2000-dlucianacr-14-himpunan-r.doc