MODUL 1

Pendahuluan Geometri

Drs. Mohamad Rahmat, M.Pd.

PENDAHULUAN

Modul ini berjudul Pendahuluan Geometri, terdiri atas tiga kegiatan belajar, yang pertama berjudul Pengenalan Bentuk Geometri, berisi pengertian dasar dari geometri dan bentuk dasar geometri. Kegiatan belajar kedua berjudul Penalaran Geometri, berisi tentang penalaran pada geometri, logika, dan pola penalaran.

Sedang kegiatan belajar ketiga berjudul Postulat Geometri, berisi postulat dalam geometri yang menjadi titik tolak bekerja dan bertindak dalam geometri.

Untuk mempelajari modul ini Anda tidak dituntut prasyarat yang tegas, tetapi sebaiknya Anda telah memahami geometri sekolah menengah.

Dengan modul ini Anda diharapkan mengetahui dan memahami istilah, konsep, notasi, pola penalaran, logika, yang akan digunakan pada pembahasan modul selanjutnya.

Tujuan Pembelajaran Khusus modul ini adalah:

1. mengetahui istilah yang tidak didefinisikan dalam geometri;
2. memahami relasi antara titik, garis, dan bidang;
3. dapat memodelkan dan membuat notasi beberapa bentuk geometri dasar;
4. memahami pengertian kongruensi segmen dan sudut;
5. dapat membuat konstruksi dasar (segmen, sudut, sumbu segmen, garis bagi, garis tegak lurus);
6. dapat membuat generalisasi dari contoh-contoh;
7. dapat membuat contoh salah dari generalisasi salah;
8. memahami proses penalaran deduktif;
9. memahami keberadaan postulat geometri;
10. memahami dan menggunakan pola penalaran deduktif.

KEGIATAN BELAJAR 1

Pengenalan Bentuk Geometri

A. TITIK, GARIS, BIDANG, DAN RUANG

Bagaimana memberi gambaran tentang titik, garis, bidang, dan ruang. Konsep-konsep itu sangat penting untuk mempelajari geometri, walaupun titik, garis, dan bidang tidak didefinisikan.

Titik, menyatakan tempat, tidak mempunyai panjang, lebar dan tebal. Titik adalah ide yang tidak didefinisikan, dimodelkan oleh noktah/bintik yang dibuat oleh media tulis.

Garis, panjangnya tidak terbatas, lurus, tidak mempunyai tebal, tidak berujung. Garis adalah ide yang tidak didefinisikan.

Bidang, rata tak terbatas, tak mempunyai tebal. Bidang juga merupakan ide yang tidak didefinisikan.

Ruang, tidak terbatas ke semua arah.

Definisi 1.1

Ruang merupakan himpunan semua titik, merupakan himpunan semesta untuk geometri.

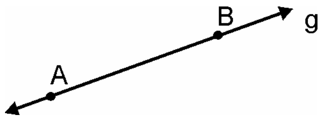
B. RELASI ANTARA TITIK, GARIS, DAN BIDANG

Titik digambarkan (dimodelkan) oleh suatu noktah, diberi nama dengan huruf besar. Kita sebut titik A, titik B, dan titik C.

. A   . B

                  . C

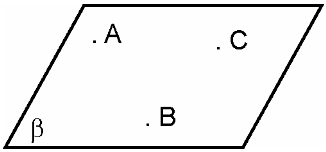
Bayangkan garis sebagai himpunan titik-titik. Penamaan garis biasanya dengan huruf kecil, dapat juga dengan menggunakan dua titik yang terletak pada garis, misalnya A dan B pada garis g; garis AB juga disebut garis g.

Ditulis $\overrightarrow{AB}$ 

garis AB atau garis g

Bidang juga dapat dibayangkan sebagai himpunan titik-titik. Nama bidang biasanya menggunakan huruf Latin $\alpha, \beta, \gamma, \phi,$ dan sebagainya atau tiga huruf nama titik yang terletak pada bidang tersebut. Misalnya bidang β atau bidang ABC.

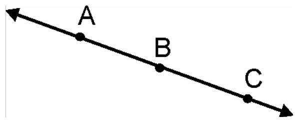
Titik A, B, dan C pada bidang β



Hanya satu bidang yang memuat tiga titik, dikatakan tiga titik tak segaris menentukan satu bidang.

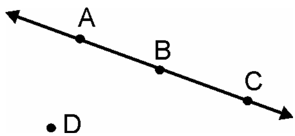
Titik A terletak pada garis g atau garis, g memuat titik A, jika titik A merupakan anggota dari garis g

Jika A, B, dan C tiga titik pada garis g, seperti yang tergambar di bawah ini, dikatakan bahwa titik B di antara titik A dan titik C.



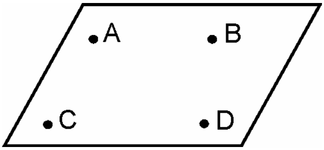
Definisi 1.2

Titik-titik kolinier adalah titik-titik yang terletak pada satu garis. A



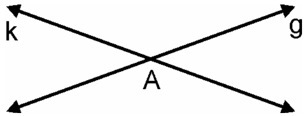
Definisi 1.3

Titik-titik koplanar adalah titik-titik yang terletak pada satu bidang.



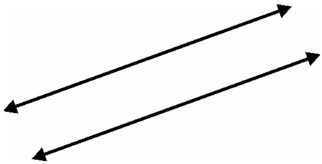
Definisi 1.4

Garis berpotongan adalah dua garis dengan satu titik persekutuan.



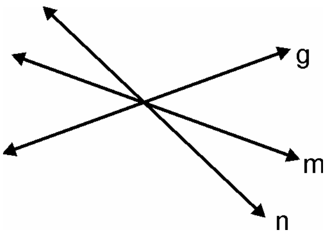
Definisi 1.5

Garis-garis sejajar adalah garis-garis yang terletak satu bidang yang tidak berpotongan.



Definisi 1.6

Garis-garis konkuren adalah tiga garis atau lebih yang koplanar (sebidang) yang mempunyai satu titik persekutuan.

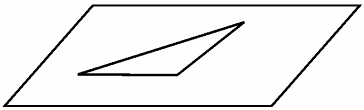


Garis g, garis m, dan garis n konkuren.

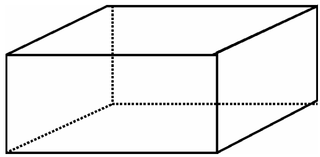
C. BENTUK DASAR GEOMETRI

Karena garis, bidang, dan ruang dibayangkan sebagai himpunan titik-titik,sangl7e-berguna untuk mendefinisikan bentuk geometri dengan himpunan. Bentuk geometri bidang adalah bentuk (geometri) yang semua titiknya terletak pada bidang, tetapi tidak semuanya pada satu garis. Bentuk geometri ruang adalah bentuk geometri yang tidak semua titiknya terletak pada satu bidang.

Segitiga adalah bentuk geometri bidang



Balok adalah bentuk geometri ruang



Kita mengingat istilah tentang himpunan

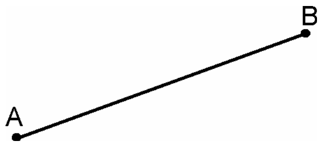
Himpunan bagian, jika setiap anggota himpunan pertama juga merupakan anggota himpunan kedua, dikatakan bahwa himpunan pertama adalah himpunan bagian dari himpunan kedua.

Gabungan dua himpunan atau lebih adalah himpunan yang memuat semua anggota himpunan-himpunan itu.

Irisan dua himpunan adalah himpunan yang memuat anggota yang termuat di kedua himpunan tersebut.

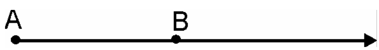
Definisi 1.7.

Segmen AB ditulis $\overline{AB}$ adalah himpunan yang berisi A dan B beserta titik-titik antara A dan B.



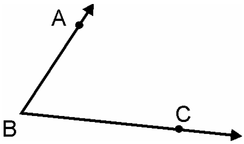
Definisi 1.8

Sinar AB ditulis $\overrightarrow{AB}$ adalah himpunan bagian dan garis yang memuat titik-titik A dan semua titik yang berada pada sisi yang sama dari A dengan B.



Definisi 1.9

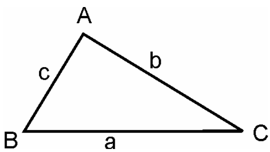
Sudut adalah gabungan dua sinar yang tidak segaris yang mempunyai titik pangkal yang sama.



sudut ABC = sudut CBA = sudut B atau ditulis $\angle$ ABC = $\angle$ CBA = $\angle$ B

Definisi 1.10

Segitiga adalah gabungan tiga segmen yang ditentukan oleh tiga titik yang tidak kolinier.

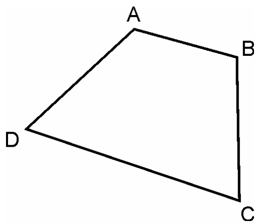


$\Delta ABC = \overline{AB} \cup \overline{BC} \cup \overline{AC}$

sisi dihadapan sudut A, yaitu sisi BC biasa dinamai sisi a, dihadapan B biasa dinamai b, dihadapan C dengan sisi c.

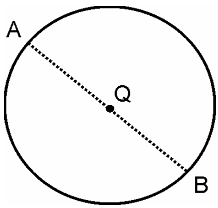
Definisi 1.11

Segiempat adalah gabungan empat segmen yang ditentukan oleh empat titik yang tiap tiga titiknya tidak kolinier. Segmen berpotongan hanya pada titik-titik ujungnya.



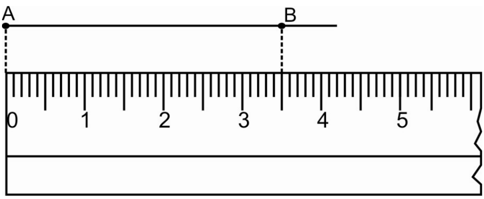
Definisi 1.12

Lingkaran adalah himpunan semua titik pada bidang yang berjarak tetap dari titik yang diketahui.



D. PENGUKURAN DAN KONGRUENSI - SEGMEN DAN SUDUT

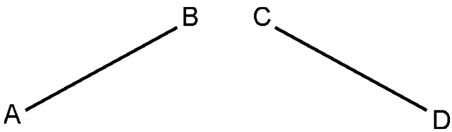
Ukuran (panjang) segmen adalah bilangan real positif diikuti dengan satuan panjang seperti sentimeter, meter, inci, depa, dan sebagainya.



Panjang AB adalah 3,5 cm, ditulis AB = 3,5 cm atau $u\overline{AB} = 3,5$ cm.

Definisi 1.13

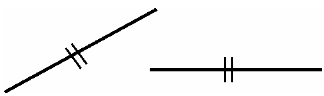
Dua segmen adalah kongruen jika panjangnya sama.



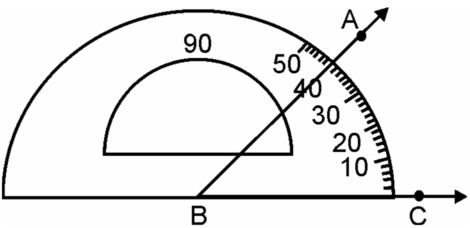
Segmen AB sama panjang segmen CD.

dikatakan segmen AB kongruen segmen CD, dan ditulis $\overline{AB} = \overline{CD}$.

Biasanya diberi tanda yang sama pada gambar segmen untuk menyatakan kongruen, seperti



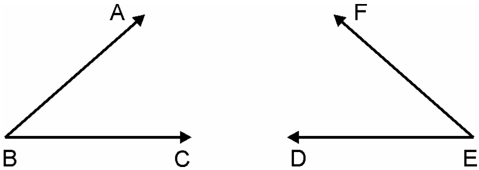
Ukuran sudut adalah bilangan real antara 0 dan 180 untuk setiap sudut.



Ukuran derajat $\angle$ ABC adalah 40° ditulis u $\angle$ABC= 40°.

Definisi 1.14

Dua sudut kongruen jika mempunyai ukuran yang sama.



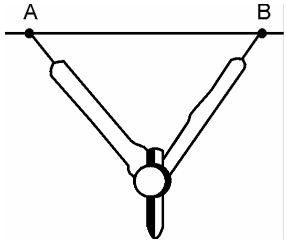
Misal ∠ ABC kongruen dengan ∠ DEF, ditulis ∠ ABC ≡ ∠ DEF

Di dalam geometri kita punya dua alat yaitu penggaris tanpa skala dan jangka untuk membuat gambar khusus bentuk geometri, yang disebut **konstruksi** (**lukisan**).

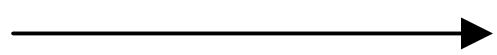
Konstruksi 1

Mengkonstruksi segmen yang kongruen dengan segmen yang diketahui. (Mengkopi segmen).

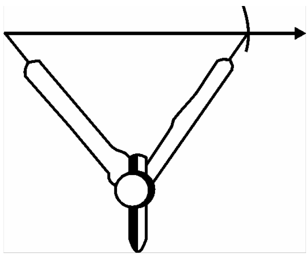
1. Bukalah jangka sesuai dengan panjang segmen yang diketahui



2. Tentukan satu sinar dengan tergambar cukup panjang melebihi panjang segmen yang diketahui



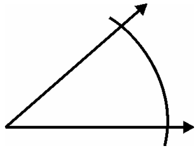
3. Gunakan jangka yang sama untuk memberi tanda kopi segmen pada sinar



Konstruksi 2

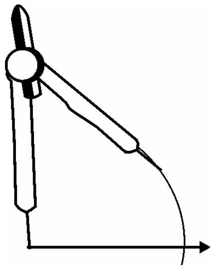
Mengkonstruksi sudut yang kongruen dengan sudut yang diketahui.

1. Gambar busur yang memotong kedua sinar sudut yang diketahui

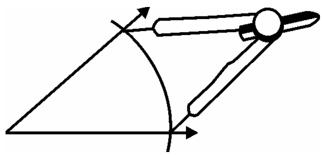


2. Gambar sinar sebagai salah satu kaki kopian

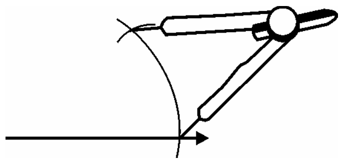
3. Dengan jangka yang sama bukaannya dengan langkah 1 buat busur melintas sinar



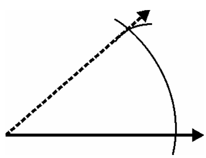
4. Buka jangka untuk mengukur bukaan sudut yang diketahui



5. Gunakan jangka dengan bukaan sama seperti 4 dan buat busur seperti terlihat

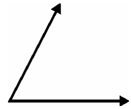


6. Buat sisi kedua untuk melengkapi kopi sudut yang diketahui

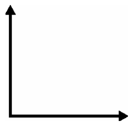


Dilihat dari ukuran, sudut ada tiga jenis sudut, yakni sudut lancip, sudut siku-siku, dan sudut tumpul.

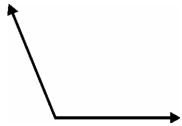
Definisi 1.15
Sudut lancip adalah sudut dengan ukuran kurang dari 90^{O}



Definisi 1.16
Sudut siku-siku adalah sudut dengan ukurannya 90^{O}



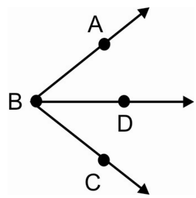
Definisi 1.17
Sudut tumpul adalah sudut dengan ukuran lebih dari 90^{O}



SUMBU SEGMEN DAN GARIS BAGI SUDUT

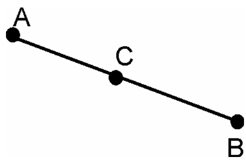
Dalam Bahasa Indonesia terdapat salah kaprah untuk istilah **garis bagi**, yang sebenarnya adalah sinar bagi, karena memang sinar bukan garis, biarkan saja ini hanyalah istilah tetapi tetap harus dipahami (dalam istilah Bahasa Inggris *bisector*).

Definisi 1.18
Garis bagi $\angle$ ABC adalah sinar pada interior $\angle$ ABC sedemikian sehingga $\angle ABC \equiv \angle DBC$.



Sinar $\overrightarrow{BD}$ adalah garis bagi ABC.
Setiap titik pada sinar $\overrightarrow{BD}$ berjarak sama dari sisi-sisi $\angle$ ABC

Definisi 1.19
Titik tengah segmen AB adalah titik C antara A dan B sehingga $\overline{AC} \equiv \overline{CB}$.



Titik C adalah titik tengah segmen AB

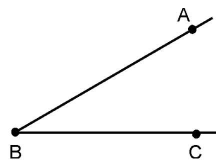
Definisi 1.20

Pembagi segmen (*bisector of a segment*) adalah titik, segmen, sinar, garis, atau bidang yang memuat titik tengah segmen.

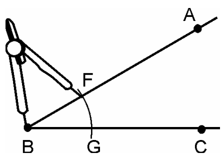
Konstruksi 3

Membagi dua sudut (garis bagi sudut).

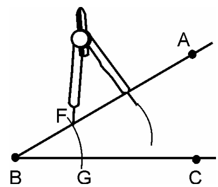
1. Diketahui ∠ ABC



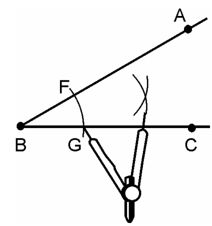
2. Dengan pusat B, buat busur yang memotong kedua kaki ∠ ABC.



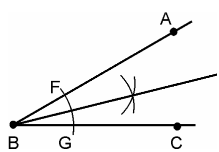
3. Dengan pusat F, buat busur di interior sudut



4. Dengan pusat G, dan bukaan yang sama dengan langkah 3, buat busur sehingga memotong busur yang dibuat pada langkah 3.



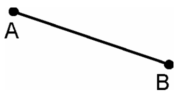
5. Hubungkan B dengan perpotongan dua busur, itulah garis bagi.



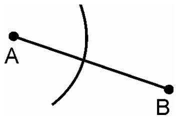
Konstruksi 4

Sumbu segmen.

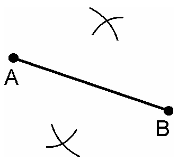
1. Diketahui segmen AB



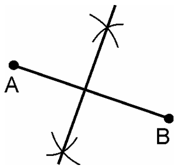
2. Dengan pusat A buat busur dengan bukaan lebih dari setengah AB.



3. Dengan pusat B buat busur dengan yang sama dengan langkah 2, sehingga memotong busur pada 2.



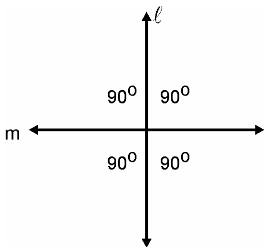
4. Hubungkan kedua titik potong, itulah sumbu AB.



Garis dan Bidang Tegak Lurus

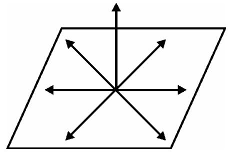
Definisi 1.21

Dua garis tegak lurus jika kedua garis itu berpotongan dengan membentuk sudut siku-siku.

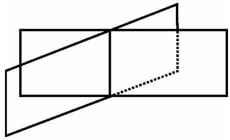


Garis ℓ tegak lurus garis m, ditulis $\ell \perp m$

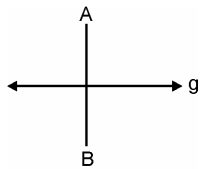
Definisi 1.22
Satu garis tegak lurus pada bidang jika garis itu tegak lurus terhadap semua garis yang ada pada bidang.



Definisi 1.23
Dua bidang tegak lurus jika ada garis pada satu bidang yang tegak lurus pada bidang lain.

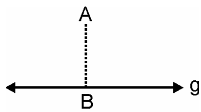


Definisi 1.24
Sumbu segmen adalah garis yang tegak lurus dan membagi segmen sama panjang.



g sumbu segmen AB

Definisi 1.25
Jarak titik ke garis adalah panjang segmen yang terbentuk tegak lurus dari titik itu ke garis.

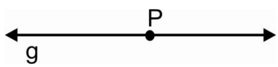


AB = jarak A ke g

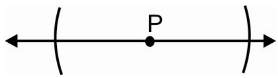
Konstruksi 5

Konstruksi garis tegak lurus terhadap garis melalui satu titik pada garis yang diketahui.

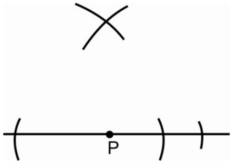
1. Diketahui garis dan titik P pada g.

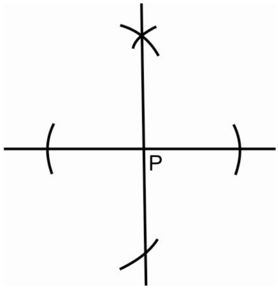


2. Buat busur pada tiap sisi dari P.



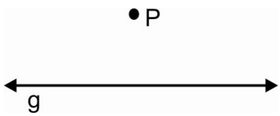
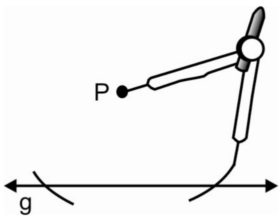
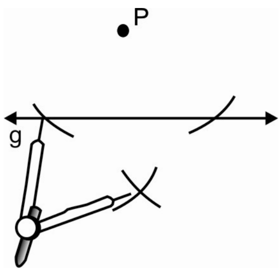
3. Buat busur saling memotong.

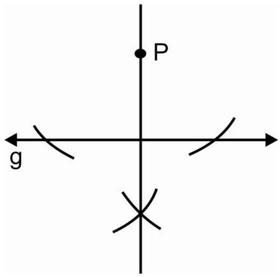




Konstruksi 6

Konstruksi garis tegak lurus terhadap garis melalui titik di luar garis.

1. Diketahui garis g dan titik P tidak pada g.	
2. Dengan pusat P buat busur sehingga memotong di dua titik.	
3. Buat busur saling memotong di bawah g.	

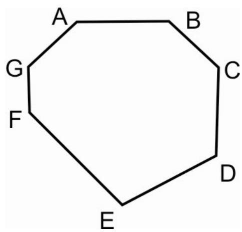
4. Buat garis melalui P dan titik potong pada 3.	

Segi Banyak

Sering kita temukan bentuk segi banyak, misalnya paving blok, piring, daun meja, dan sebagainya.

Definisi 1.26

Segi banyak adalah gabungan segmen-segmen yang berpotongan hanya pada ujung-ujungnya sehingga; (1) paling banyak dua segmen bertemu pada satu titik dan (2) masing-masing segmen bertemu tepat dua semen lain.

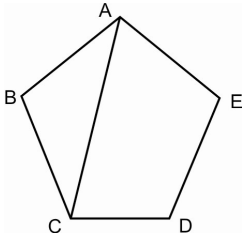


Segi banyak ini mempunyai 7 sisi. Titik A, B, C, D, E, F, dan G, adalah titik-titik sudutnya. Masing-masing segmen dari segi banyak ini disebut sisi.
Ditulis: Segi banyak ABCDEFG.

Segi banyak diberi nama sesuai dengan banyak sisinya, misal segi-3 (triangle), segi-4 (quadrilateral), segi-5 (pentagon). segi-6 (hexagon), segi-7 (heptagon), segi-8 (octagon). Banyak sisinya n: segi-n (n-gon).

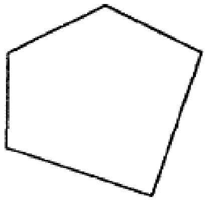
Berikut beberapa definisi menyangkut segi banyak.

Definisi 1.27
Diagonal segi banyak adalah segmen yang menghubungkan titik sudut yang tidak berurutan.



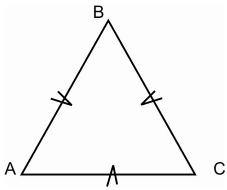
A dan C bukan titik sudut yang berurutan segi-5 ABCDE, Segmen AC adalah diagonal.

Definisi 1.28
Segi banyak adalah cembung (convex) jika semua diagonalnya berada dalam interior segi banyak.



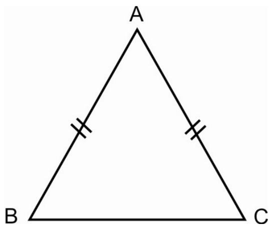
Segi-5 tidak cembung
Segi-5 cembung (convex) (tidak convex)

Definisi 1.29
Segitiga sama sisi adalah segitiga dengan semua sisinya kongruen.



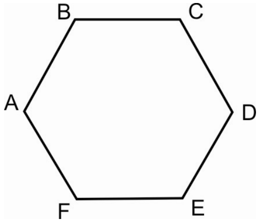
Definisi 1.30
Segitiga sama kaki adalah segitiga dengan dua sisinya saling kongruen.

$\angle$ A disebut sudut puncak.
$\angle$ B dan $\angle$ C disebut sudut alas.



Δ ABC segitiga sama kaki

Definisi 1.31
Segi banyak beraturan adalah segi banyak dengan semua sisi saling kongruen dan semua sudut kongruen.

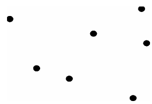


Semua sisi panjangnya sama. Semua sudut ukurannya sama.

LATIHAN

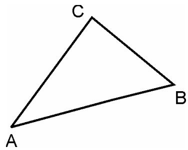
Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1) Gunakan penggaris untuk memeriksa 3 titik yang mana yang segaris!

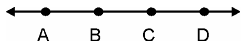


2) Gambarkan dan beri label yang sesuai dengan:
a. $\angle$ ABC b. Δ DEF c. $\overrightarrow{PQ}$ d. $\overline{XY}$

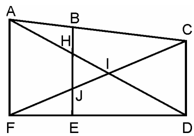
3) Δ ABC dan Δ BCA adalah dua nama untuk segitiga tergambar. Buat empat nama lain untuk segitiga itu!



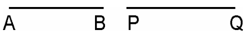
4) Sebutkan nama-nama jenis, sesuai dengan titik-titik yang termuat pada gambar di samping.



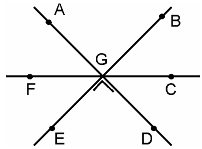
5) Tuliskan nama segitiga sebanyak-banyaknya dari gambar berikut ini (tidak mengulangi yang sudah ada seperti Δ FAI dan Δ AIF).



6) Ukurlah berapa cm segmen-segmen ini? Mana yang lebih panjang?
AB = ... PQ = ...
$\overline{AB} \ldots \overline{PQ}$ atau $\overline{PQ} \ldots \overline{AB}$

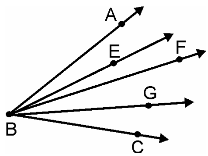


7) a. Sebutkan empat sudut lancip!
b. Sebutkan empat sudut siku-siku!
c. Sebutkan empat sudut tumpul!

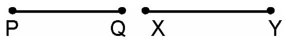


8) Gambarlah segmen $\overline{PQ}$ konstruksi (lukis) titik S sehingga $PS = \frac{3}{4}PQ$.

9) Pada gambar $\overrightarrow{BF}$ garis bagi $\angle$ EBF adalah:
$u\angle ABC = 45^o$
$u\angle ABE = 10^o$
$u\angle GBC = 14^o$
Hitunglah $u\angle ABF$!



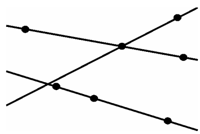
10) Konstruksi segitiga dengan sudut 45^o yang diapit sisi-sisi yang kongruen dengan $\overline{PQ}$ dan $\overline{XY}$.



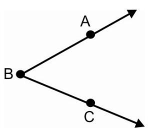
11) Segitiga tak punya diagonal.
Segi empat mempunyai 2 diagonal.
Segi lima mempunyai 5 diagonal.
Segi enam mempunyai ...
⋮
Berapa diagonal segi sepuluh?

Petunjuk Jawaban Latihan

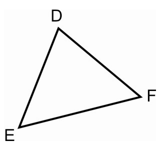
1) Mudah saja, gunakan penggaris seperti:



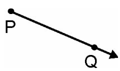
2) a.



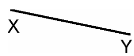
b.



c.



d.



3) Ada enam segitiga itu, yaitu:

Δ ABC (sudah disebut), Δ ACB, Δ BAC, Δ BCA (sudah disebut), Δ CAB, dan Δ CBA.

4) Garis diberi nama dengan dua titik yang terletak pada garis tersebut, Jadi garis di atas adalah $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{AD}$ atau $\overleftrightarrow{BA}$, $\overleftrightarrow{CB}$, $\overleftrightarrow{DC}$, $\overleftrightarrow{CA}$, $\overleftrightarrow{DB}$, $\overleftrightarrow{DA}$.

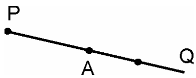
5) Δ ACF, Δ FAI, Δ ABH, Δ HIJ, Δ FCD, Δ FID, Δ FJE, Δ FAD, Δ DIC, Δ BCJ.

6) AB = 3 cm, PQ = $3\frac{1}{2}$ cm.

$\overline{AB}$ lebih pendek dari $\overline{PQ}$, $\overline{PQ}$ lebih panjang dari $\overline{AB}$.

7) a. Sudut lancip: $\angle$ AGF, $\angle$ DGC, $\angle$ BGC, $\angle$ CGD.
   b. Sudut siku-siku: $\angle$ AGB, $\angle$ BGD, $\angle$ DGE, $\angle$ EGA.
   c. Sudut tumpul: $\angle$ AGC, $\angle$ CGE, $\angle$ DGF, $\angle$ FGB.

8) Konstruksi A titik tengah $\overline{PQ}$ sehingga $\overline{PA} \cong \overline{AQ}$.
Konstruksi S titik tengah $\overline{AQ}$ sehingga $\overline{AS} \cong \overline{SQ}$.



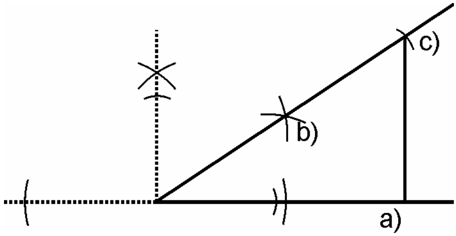
9) $u\angle EBG = 45^o - (10+14)^o = 45^o - 24^o = 31^o$

$\overrightarrow{BF}$ garis bagi $\angle EBG$ maka $u\angle EBF = u\angle FBG = \frac{1}{2}.31^o = 15\frac{1}{2}^o$

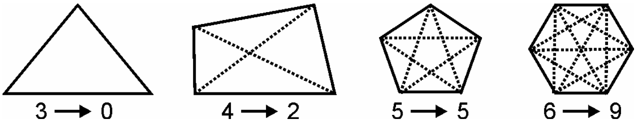
$u\angle ABF = u\angle ABE + u\angle EBF$

$= 10^o + 15\frac{1}{2}^o = 25\frac{1}{2}^o$.

10) Langkah-langkah konstruksi:
   a) Konstruksi sisi yang kongruen $\overline{PQ}$.
   b) Konstruksi sudut 45^o dengan titik sudut salah satu ujung segmen pada langkah a).
   c) Konstruksi sisi yang kongruen dengan $\overline{XY}$ pada kaki sudut dari langkah b).



11)



$$3 \rightarrow \frac{2.3}{2} - 3 = 0;\ 4 \rightarrow \frac{3.4}{2} - 4 = 2;\ 5 \rightarrow \frac{4.5}{2} - 5 = 5;\ 6 \rightarrow \frac{5.6}{2} - 6 = 9$$

Dapat dilanjutkan untuk

$$7 \rightarrow \frac{6.7}{2} - 7 = 14$$

$$8 \rightarrow \frac{7.8}{2} - 8 = 20$$

$$9 \rightarrow \frac{8.9}{2} - 9 = 27$$

$$10 \rightarrow \frac{9.10}{2} - 10 = 35$$

$$\vdots$$

$$n \rightarrow \frac{(n-1)n}{2} - n.$$

Banyaknya diagonal segi 10 adalah $\frac{9.10}{2} - 10 = 35.$

RANGKUMAN

Geometri adalah ilmu yang mempelajari himpunan titik-titik dalam ruang dan relasi di antara mereka.

Seperti halnya bidang-bidang matematika lainnya, dalam geometri dikenal aksioma-aksioma atau postulat (kebenaran yang disepakati), istilah yang tak terdefinisi, definisi, definisi.

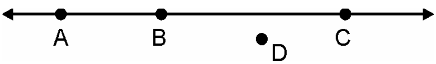
Relasi atau postulat, istilah tak terdefinisi, definisi menghasilkan kebenaran baru yang disebut teorema. Teorema harus dibuktikan kebenarannya dengan penalaran logika.

TES FORMATIF 1

Pilih satu jawaban yang paling tepat!

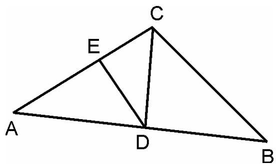
1) Berikut ini adalah ide (konsep) yang tak terdefinisikan, *kecuali* ....
   A. titik
   B. sudut
   C. garis
   D. bidang

2) Yang *bukan* merupakan nama garis ini adalah ....



   A. $\overleftrightarrow{BC}$
   B. $\overleftrightarrow{AB}$
   C. $\overleftrightarrow{AC}$
   D. $\overleftrightarrow{DC}$

3) Ada berapa segitiga berbeda pada gambar berikut ....



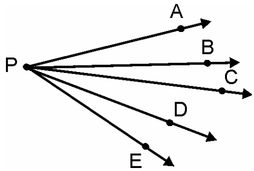
   A. 3
   B. 4
   C. 5
   D. 6

4) Sudut A lebih besar dari sudut B, sudut B lebih kecil dari sudut C. Keadaan yang sesuai dengan kondisi pernyataan di atas adalah ....
   A. $u\angle A = 40^\circ,\ u\angle B = 30^\circ,\ u\angle C = 25^\circ$
   B. $u\angle A = 25^\circ,\ u\angle B = 30^\circ,\ u\angle C = 40^\circ$

C. $u\angle A = 25^\circ$, $u\angle B = 20^\circ$, $u\angle C = 23^\circ$

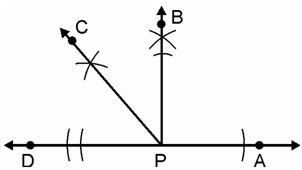
D. $u\angle A = 60^\circ$, $u\angle B = 50^\circ$, $u\angle C = 35^\circ$

5) $\overrightarrow{PC}$ garis bagi $\angle$ BPD.
$\overrightarrow{PC}$ juga garis bagi $\angle$APE.



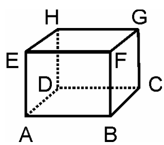
Jika u $\angle$ BPC = 20^o dan u $\angle$ DPE = 30^o. Maka u $\angle$ APE = ...
A. 40^o
B. 50^o
C. 60^o
D. 100^o

6) Berdasarkan konstruksi di samping maka ....
A. u $\angle$ APC = 134^o
B. u $\angle$ BPC = 30^o
C. u $\angle$ APC = 120^o
D. u $\angle$ CPD = 60^o



7) Jika ada dua orang terjadi salaman (berjabatan tangan) satu kali, ada tiga orang terjadi salaman tiga kali, empat orang terjadi salaman 6 kali, lima orang terjadi salaman 10 kali. Berapa kali salaman bila ada dua belas orang ?
A. 12
B. 28
C. 45
D. 66

8) Garis yang sejajar dengan bidang ABCD pada gambar di samping adalah ....
A. $\overleftrightarrow{DF}$
B. $\overleftrightarrow{EC}$
C. $\overleftrightarrow{EG}$
D. $\overleftrightarrow{GC}$



9) Dari gambar soal nomor 8, garis yang tidak sejajar dan juga tidak tegak lurus dengan setiap bidang permukaan kubus adalah ....
   A. $\overleftrightarrow{AB}$
   B. $\overleftrightarrow{DB}$
   C. $\overleftrightarrow{HB}$
   D. $\overleftrightarrow{HF}$

10) Ali dan Bahar bersekolah di sekolah yang sama. Jarak rumah Ali ke sekolah 5 km, jarak rumah Bahar ke sekolah 7 km. Jarak rumah Ali ke rumah Bahar adalah ....
   A. 12 km
   B. 2 km
   C. 2 km $\leq$ d $\leq$ 12 km; d = jarak
   D. d > 12 km; d = jarak

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

$$\boxed{\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%}$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 2

Penalaran Geometri

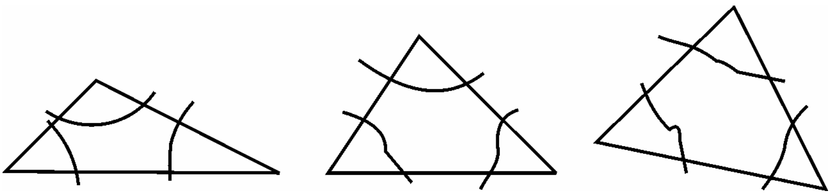
A. PROSES PENALARAN INDUKTIF

Penalaran adalah proses pembentukan kesimpulan dari informasi yang ada. Kadang-kadang orang menyimpulkan berdasarkan informasi yang diperoleh dari observasi. Setelah memperhatikan kejadian yang memberikan hasil yang sama dalam beberapa pengulangan, orang lalu menyimpulkan bahwa kejadian itu hasilnya sama. Jenis penalaran ini disebut penalaran induktif (*inductive reasoning*).

Berikut tiga contoh yang memperlihatkan penalaran induktif dalam geometri.

Contoh 1.1

Misal seseorang memotong bagian pojok dari beberapa segitiga yang berbeda dari selembar kertas.



Pojok masing-masing setelah dipotong, kemudian disusun seperti terlihat pada gambar

Apa yang teramati tentang jumlah ukuran sudut dalam segitiga? Apa Anda berpikir bahwa ini benar untuk semua segitiga?

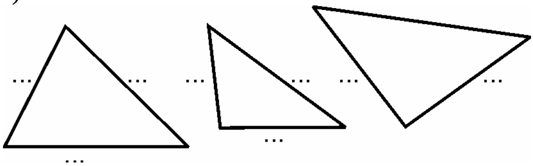
Anda akan mendapatkan generalisasi (perumuman) dari beberapa kasus tersebut, yaitu:

Jumlah ukuran tiga sudut segitiga adalah 180°.

Benarkah perumuman ini? Ini baru konjektur (dugaan) karena hanya disimpulkan dari tiga segitiga.

Contoh 1.2

Anda diminta untuk mengukur panjang sisi-sisi tiga segitiga berikut dalam milimiter, cantumkan hasilnya di dekat sisi-sisi yang bersangkutan (pada titik-titik).

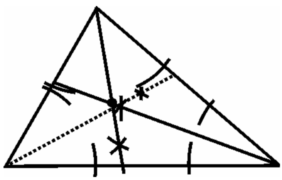


Pada masing-masing segitiga ini, jumlah panjang dua sisi lebih besar dari panjang sisi yang ketiga. Apakah ini berlaku untuk semua segitiga? Didapat perumuman berikut ini:

Jumlah panjang dua sisi segitiga adalah lebih besar dibanding panjang sisi ketiga.

Contoh 1.3

Misal seseorang mengkonstruksi (melukis) garis bagi masing-masing sudut dari tiga segitiga yang berbeda.



Pada masing-masing segitiga akankah garis bagi sudut berpotongan di satu titik pada interior segitiga?

Apakah Anda menduga ini berlaku untuk semua segitiga? Dapatkah Anda membuat perumuman (generalisasi) dari ini?

Ketiga garis bagi sudut segitiga berpotongan di satu titik dalam interior segitiga.

Langkah proses Penalaran induktif	Penalaran Induktif
	Langkah 1. Observasi sifat-sifat yang benar untuk setiap kasus.
	Langkah 2. Karena sifat itu benar untuk setiap kasus yang diperiksa, simpulkan bahwa sifat itu benar untuk semua kasus, kemudian buat perumuman

Perumuman Salah dan Contoh Salah

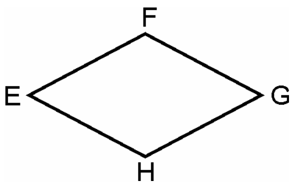
Generalisasi (perumuman) yang dibuat secara induktif sering salah, karena terbatasnya pengamatan, tidak menyangkut semua kasus. Untuk memperlihatkan bahwa perumuman salah, sering disangkal dengan hanya mengemukakan satu contoh salah (*counterexample* = contoh penyangkalan).

Contoh 1.4

Perumuman Salah: Jika segi empat mempunyai empat sisi yang kongruen, maka sudut-sudutnya kongruen.

Komentar : Pernyataan di atas salah, harus ditunjukkan ada segi empat (cukup satu saja) yang sisi-sisinya kongruen tetapi keempat sudutnya tidak kongruen.

Contoh salah : Segi empat EFGH semua sisinya kongruen, tetapi $\angle E$ tidak kongruen dengan $\angle F$.

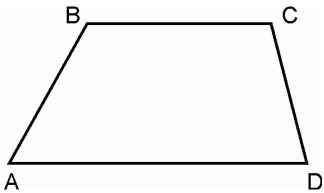


Contoh 1.5

Perumuman salah : Jika segi empat mempunyai sepasang sisi sejajar, maka segi empat itu mempunyai sepasang sisi yang kongruen.

Komentar : Untuk memperlihatkan ini salah, tunjukkan adanya segi empat dengan sepasang sisi sejajar dengan tidak mempunyai sepasang sisipun yang sejajar.

Contoh Salah : Segi empat ABCD dengan $\overline{BC} // \overline{AD}$, tetapi tidak sepasang sisipun yang kongruen.

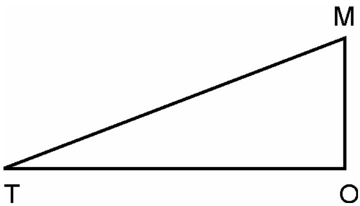


Contoh 1.6

Perumuman Salah : Jika segitiga mempunyai sudut siku-siku, maka dua sisinya kongruen.

Komentar : Pernyataan itu salah, tunjukkan dengan memperlihatkan adanya segitiga dengan satu sudut siku-siku tadi tidak mempunyai dua sisi yang kongruen.

Contoh Salah : Segitiga TOM mempunyai sudut siku-siku ($\angle$O), tetapi tidak ada dua sisinya yang kongruen.



Definisi 1.32

Contoh Salah adalah satu contoh yang memperlihatkan perumuman salah.

Mengembangkan Geometri Menggunakan Penalaran Deduktif

Penyimpulan dengan penalaran induktif lemah, tidak meyakinkan, oleh karena itu tidak diakui dalam matematika, untuk memberi jalan mendapatkan perumuman, harus kembali dibuktikan dengan penalaran deduktif. Sejauh ini, sudah mengenal istilah/konsep/ide geometri, seperti istilah *tak didefinisikan*, seperti titik, garis. dan bidang. Dengan menggunakan istilah tak didefinisikan, telah didefinisikan bentuk geometri seperti segitiga segmen, dan sudut. Telah pula didefinisikan hubungan antara bentuk-bentuk geometri seperti kongruen, sejajar. dan tegak lurus.

Kemudian telah pula digunakan *penalaran induktif* untuk menarik perumuman tentang beberapa bentuk, bila meragukan kebenaran perumuman tersebut kita cari contoh salahnya.

Kita perlu metode untuk membuktikan bahwa perumuman itu benar untuk semua kasus. Metode yang digunakan adalah penalaran deduktif. Prosesnya kita mulai pembenaran dasar-dasar kebenaran tanpa dibuktikan, yang disebut postulat (aksioma). Kebenaran yang lain dibuktikan berdasarkan postulat, definisi, dan logika deduktif, disebut teorema.

Bahasan terdahulu kita sudah gunakan *penalaran induktif*, penalaran induktif biasanya lemah karena tidak bisa mencakup setiap kasus, hanya berdasarkan contoh-contoh. Untuk itu kita perlu proses penalaran yang deduktif. Proses penalaran deduktif meliputi tiga tahap.

Langkah Penalaran Deduktif

1. Mulai dengan kondisi yang diketahui (hipotesis)
2. Gunakan logika, definisi, dan postulat, atau teorema yang sudah dibuktikan untuk membenarkan urutan pernyataan atau langkah yang menuntun ke hasil yang diinginkan.
3. Tegaskan hasilnya (kesimpulan).

Diketahui: Δ ABC dengan $\overline{AB} \cong \overline{AC}$

(Pernyataan yang menuntun ke kesimpulan tidak disertakan di sini. Pada bahasan ini akan dipelajari beberapa pola yang akan membantu untuk memilih, mengurutkan, dan memberi alasan pada tiap pernyataan).

Jadi, $\angle$ B dan $\angle$ C kongruen.

Setelah digunakan logika pada langkah 2, kita tegaskan bahwa teorema dapat dibuktikan, jadi:

Jika *dua sisi segitiga kongruen* (hipotesis-diketahui), maka *dua sudut dihadapan sisi itu juga kongruen*. (konklusi-kesimpulan).

Bentuk Pernyataan Jika-Maka

Pernyataan: "Jika kamu lulus, maka Ayah belikan kamu sepeda." Merupakan pernyataan yang berbentuk "Jika p, maka q."

Definisi 1.33

Pernyataan jika-maka adalah pernyataan yang berbentuk ‘jika p, maka q’ dimana p dan q adalah pernyataan p disebut hipotesis q disebut konklusi. Notasi $p \rightarrow q$ dibaca 'jika p maka q' atau 'p mengakibatkan q'.

Contoh

Manakah bagian yang disebut hipotesis dan konklusi dari pernyataan berikut:

'Jika turun hujan, kita tidak jadi pergi.'

Hipotesis (p): Turun hujan. Konklusi (q) : Kita tak jadi pergi.

Sering pernyataan 'jika-maka' tersebunyi dalam bentuk lain.

Contoh

Nyatakan kalimat ini dalam bentuk 'jika-maka', kemudian tentukan mana hipotesisnya dan mana konklusinya.

‘Temperatur di bawah 0° C, ketika turun salju’.

Bentuk jika-maka: ‘Jika turun salju, maka temperatur di bawah 0° C’

Hipotesis (p): turun hujan, Konklusi (q): temperatur di bawah 0° C.

Untuk mempelajari tentang penalaran deduktif, pertama harus bisa memutuskan kapan pernyataan jika-maka benar. Perhatikan kalimat berbentuk 'jika-maka' berikut,

“Jika kamu lulus, maka Ayah belikan kamu sepeda.”

Kasus 1	Kamu lulus (hipotesis benar)	Ayah belikan kamu sepeda (konklusi benar)
Kasus 2	Kamu lulus (hipotesis benar)	Ayah tidak belikan kamu sepeda (konklusi salah)
Kasus 3	Kamu tidak lulus (hipotesis salah)	Ayah belikan kamu sepeda (konklusi benar)
Kasus 4	Kamu tidak lulus (hipotesis salah)	Ayah belikan kamu sepeda (konklusi salah)

Pernyataan ‘jika-maka’ adalah salah apabila hipotesis benar dan konklusi salah.

Konvers, Invers, dan Kontrapositif

Bila kita punya pernyataan 'Jika-maka', kita dapat membuat tiga pernyataan yang berhubungan yaitu yang disebut *konvers*, *invers*, dan *kontrapositif* dari pernyataan asal. Sebelumnya dikenalkan dahulu notasi "~". Tertulis "~p" maksudnya 'tidak p' atau 'bukan p'.

Pernyataan: $p \rightarrow q$	Jika bendera adalah bendera Indonesia, maka bendera itu ada merahnya.	
Konvers: $q \rightarrow p$	Jika bendera adalah bendera yang ada merahnya, maka bendera itu bendera Indonesia.	Jika pernyataan $p \rightarrow q$ **benar**, maka konversnya $q \rightarrow p$ **tidak perlu benar.**
Invers: $\sim p \rightarrow \sim q$	Jika bendera bukan bendera Indonesia, maka bendera itu tidak ada merahnya.	Jika pernyataan $p \rightarrow q$ **benar**, maka inversnya $\sim p \rightarrow \sim q$ **tidak perlu benar** (bisa benar atau salah).
Kontrapositif: $\sim q \rightarrow \sim p$	Jika bendera tidak ada merahnya, maka bendera itu bukan bendera Indonesia.	Jika pernyataan $p \rightarrow q$ **benar**, maka kontraposirtifnya $\sim q \rightarrow \sim p$, **juga benar**.

Apabila suatu pernyataan dan pernyataan konversnya dua-duanya bernilai **benar**, kita dapat memadukannya dengan menggunakan ungkapan *jika dan hanya jika*.

Pernyataan: $p \rightarrow q$	Jika hari ini Selasa, maka besok hari Rabu
Konvers: $q \rightarrow p$	Jika besok hari Rabu, maka hari ini Selasa
Pernyataan *jika dan hanya jika*: $p \leftrightarrow q$	Hari ini Selasa jika dan hanya jika besok Rabu.

Setiap definisi dapat dibentuk menggunakan pernyataan *jika dan jika*. Sebagai contoh definisi berikut ini.
Segitiga sama sisi adalah segitiga dengan semua sisi kongruen satu sama lain.

Dapat ditulis seperti ini:
Suatu bentuk adalah segitiga sama sisi jika dan hanya jika bentuk segitiga dengan semua sisi kongruen satu sama lain.

Pernyataan itu merupakan penggabungan dua pernyataan betul, yakni:

1. Jika satu segitiga sama sisi, maka sisi-sisinya kongruen.
2. Jika satu segitiga sisi-sisinya kongruen, maka itu sama sisi.

Pola Penalaran

Pola penalaran sering dipakai untuk membuktikan teorema. Pola penalaran pertama mulai dengan pernyataan 'jika-maka'. Hipotesis ditentukan benar, kemudian disimpulkan bahwa kesimpulannya memang betul.

$p \rightarrow q$ benar
p diberikan
Disimpulkan bahwa q benar
Pola di atas pola modus *ponens* atau *affirming the hypothesis*

Definisi 1.34
Pola modus ponens:
Apabila $p \rightarrow q$ benar, dan p benar, disimpulkan bahwa q benar.

Contoh:

Jika x makhluk hidup, maka x akan mati.
Pak Rahmat adalah makhluk hidup.
Jadi Pak Rahmat akan mati.

Pola berikutnya adalah *modus tollens*.

$p \rightarrow q$ benar
~q diberikan (bukan q diberikan)
Disimpulkan ~p benar (p salah)

Definisi 1.35
Modus tollens pola yang digambarkan sebagai berikut: Apabila $p \rightarrow q$ benar dan ~q benar (atau q salah)
Disimpulkan ~p benar (p salah)

Contoh:

Jika x orang Bandung, maka x orang Jawa Barat.
Mr. Smith bukan orang Jawa Barat.
Jadi Mr. Smith bukan orang Bandung.

Pola berikutnya adalah *aturan rantai*

Contoh:

Definisi 1.36

Jika suatu segitiga sama sisi, maka segitiga itu semua sisinya kongruen dan semua sudutnya kongruen.
Jika suatu segitiga semua sisinya kongruen dan sudutnya kongruen, maka itu adalah segi banyak beraturan.

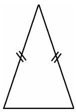
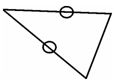
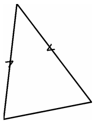
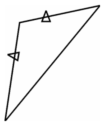
Aturan Rantai adalah pola penalaran yang digambarkan berikut:
Apabila $p \to q$ benar
dan $q \to r$ benar

Disimpulkan $p \to r$

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1) Segitiga di bawah ini mempunyai dua sisi yang kongruen.

a.  b.  c.  d. 

Ukurlah sudut-sudut dihadapkan sisi yang kongruen. Apakah tiap pasang sudut itu kongruen satu sama lain? Buatlah perumuman dari situasi ini!

2) Diketahui ΔABC garis melalui A tegak lurus $\overleftrightarrow{BC}$ dan garis melalui B tegak lurus $\overleftrightarrow{AC}$ memotong pada suatu titik di dalam ΔABC. Apakah pernyataan ini betul/salah. Jika salah buat contoh salah/*Counter example*.
3) Manakah hipotesis-hipotesis dan konklusi dari pernyataan berikut, kemudian tuliskan pernyataan dalam bentuk “jika, maka” tanpa merubah arti.
   a) Satu bilangan adalah ganjil apabila berakhiran 5.
   b) Kerjakan apa yang saya katakan dan kamu akan kaya.
   c) Suatu segitiga sama kaki apabila dua sudutnya kongruen.
   d) semua segitiga adalah segi banyak.
4) Buat konvers, invers, dan kontra positif dari pernyataan dengan mengubah pernyataan berikut dalam bentuk ‘jika-maka’ tanpa merubah arti.
   Kita jadi juara, jika kita menang pada permainan malam ini.

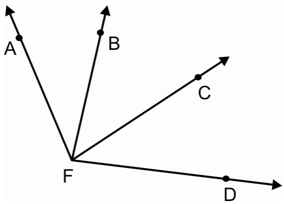
5) Tuliskan informasi yang harusnya ada agar pola berikut menjadi benar.

a. - Titik pada sumbu dari segmen berjarak sama terhadap ujung-ujung segmen.
   - ....
   - Jadi titik C berjarak sama terhadap ujung-ujung segmen $\overline{AB}$.

b. - ....
   - Sudut ABC mempunyai ukuran lebih dari 90^o.
   - Jadi sudut ABC adalah sudut tumpul.

6) Titik P, Q, dan R kolinier. PR = 7, PQ = 11, dan RQ = 4. Titik manakah yang berada di antara dua titik lainnya?

7) Jika u $\angle$ AFC = 2 u $\angle$ CFD, u $\angle$ AFB = $\frac{1}{2}$u $\angle$ CFD, dan u $\angle$ AFD = 114^o. Cari u $\angle$ AFB, u $\angle$ BFC, dan u $\angle$ CFD.



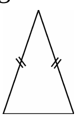
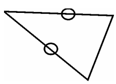
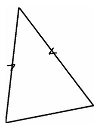
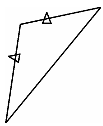
8) Titik A, B, dan C segaris dengan koordinat a, b, dan c. Jika C di antara A dan B, BC = 8 dan CA = 36. Tentukan a, b, dan c.

9) Satu sudut salah satu kakinya pada busur derajat menunjuk 43^o, sudut itu besarnya 31^o. Kaki lainnya menunjuk berapa?

10) Segmen $\overline{AB}$ panjangnya 12 cm. Seseorang mencoba mengukur segmen itu dengan menentukan A pada koordinat 14. Berapa koordinat B?

Petunjuk Jawaban Latihan

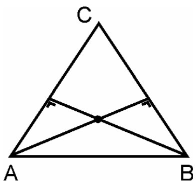
1) Hasil pengukuran sudut-sudut dihadapkan sisi yang kongruen didapat dari gambar

a.  b.  c.  d. 

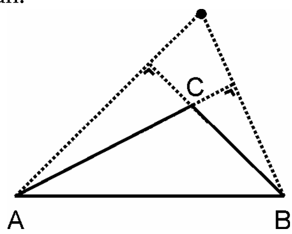
Ternyata tiap pasang sudut itu kongruen.

Perumuman: Sudut-sudut dihadapkan sisi-sisi kongruen pada segitiga sama kaki kongruen.

2) Untuk ΔABC yang lancip pernyataan itu betul.



Tetapi untuk ΔABC yang tumpul salah.



3) a) Hipotesis : Bilangan berakhir dengan 5.
Konklusi : Bilangan ganjil.
"Jika, maka" : Jika suatu bilangan berakhir dengan 5, maka bilangan itu bilangan ganjil.

b) Hipotesis : Kerjakan apa yang saya katakan.
Konklusi : Kamu akan kaya.
"Jika, maka" : Jika kamu kerjakan apa yang saya katakan, maka kamu akan kaya.

c) Hipotesis : (suatu segitiga) dua sudutnya kongruen.
Konklusi : Segitiga itu sama kaki.
"Jika, maka" : Jika suatu segitiga dua sudutnya kongruen, maka segitiga itu sama kaki.

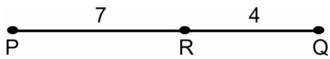
d) Hipotesis : (suatu) segitiga.
Konklusi : Merupakan segi banyak.
"Jika, maka" : Jika suatu segitiga, maka merupakan segi banyak.

4) Bentuk 'jika, maka' pernyataan adalah:
Jika kita menang pada permainan malam ini, maka kita jadi juara.
Konvers Jika kita juara, maka kita menang pada permainan malam ini.

Invers	Jika kita tidak menang pada permainan malam ini, maka kita tidak juara.
Kontra positif	Jika kita tidak jadi juara, maka kita tidak menang pada permainan malam ini.

5) Soal ini berisi pola penyimpulan yang terdiri atas 3 bagian: kebenaran umum, suatu kasus yang memenuhi kondisi dari kebenaran umum, dan bagian terakhir penyimpulan bahwa kasus tersebut benar memenuhi kriteria dari kebenaran umum itu.
   Jawaban lengkapnya sebagai berikut.
   a. - titik pada sumbu dari segmen berjarak sama terhadap ujung-ujung segmen.
      - titik C pada sumbu dari segmen $\overline{AB}$.
      - Jadi titik C berjarak sama terhadap ujung-ujung segmen $\overline{AB}$.
   b. - Sudut tumpul adalah sudut yang ukurannya lebih dari 90^o.
      - Sudut ABC mempunyai ukuran lebih dari 90^o.
      - Jadi sudut ABC adalah sudut tumpul.

6) Kita tahu 7 + 4 = 11, PR + RQ = PQ.
   Jadi, R di antara P dan Q, gambarnya seperti berikut.



7) $u \angle AFD = u \angle AFC + u \angle CFD$
   $114 = 2\ u \angle CFD + u \angle CFD$
   $114 = 3\ u \angle CFD$
   $u \angle CFD = 38^o$.

   $u \angle AFD = u \angle AFB + u \angle BFC + u \angle CFD$
   $114^o = \frac{1}{2}\ u \angle CFD + u \angle BFC + u \angle CFD$
   $114^o = \frac{1}{2} \cdot 38^o + u \angle BFC + 38^o$
   $114^o = 19^o + u \angle BFC + 38^o$
   $u \angle BFC = 114^o - 19^o - 38^o$
   $u \angle BFC = 114^o - 57^o$
   $u \angle BFC = 57^o$.

$u \angle AFB = \frac{1}{2}\ u \angle CFD$

$u \angle AFB = \frac{1}{2}\ .\ 38^o$

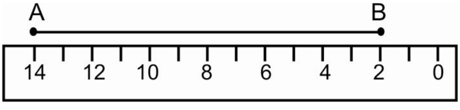
$u \angle AFB = 19^o$.

(Ada banyak cara untuk menyelesaikan soal ini).

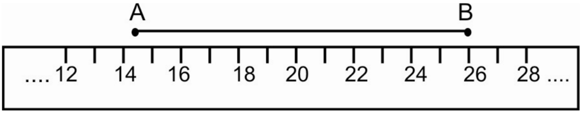
8) Untuk menentukan koordinat (a, b, dan c) terdapat banyak kemungkinan yang memenuhi syarat berikut.
Selisih a dengan c = 36 dan selisih b dengan c = 8.
Bisa dipilih a = 0, b = 36 + 8 = 44, c = 36.
Bisa dipilih a = 0, b = - 44, c = - 36.
Bisa juga a = 1, b = 45, c = 37.
atau a = 1, b = - 43, c = - 35.
Dan banyak jawaban yang lain asal syaratnya selisih a dengan c adalah 36, selisih b dengan c adalah 8.

9) Pertanyaan ini dijawab seperti menjawab bilangan berapa yang selisihnya 31 dengan bilangan 43?
$| 43 – a | = 31$, jawabnya
$43 – a_1 = 31$ atau $a_2 – 43 = 31$
$a_1 = 12$ atau $a_2 = 74$
Ada dua kemungkinan yang ditunjukkan kaki sudut itu, yaitu 12 atau 74.

10) Bilangan berapa yang selisihnya 12 dengan 14?
$| 14 – a | = 12$, jawabnya
$14 – a_1 = 12$ atau $a_2 – 14 = 12$
$a_1 = 2$ atau $a_2 = 26$
Koordinat titik B, mungkin 2 atau 26.



atau



RANGKUMAN

Penalaran induktif adalah penarikan kesimpulan yang didasarkan kepada beberapa kasus, penalaran ini lemah karena hanya didasarkan pengamatan beberapa kasus (contoh, tidak berdasarkan semua kasus). Generalisasi (perumuman), dapat disangkal dengan satu contoh salah (*counter example*) yang memenuhi kondisi perumuman tetapi menyalahi konklusi perumuman.

Penalaran deduktif adalah penarikan kesimpulan berdasarkan kepada logika, definisi dan atau postulat atau teorema yang sudah dibuktikan untuk membenarkan urutan pernyataan atau langkah yang menuntun ke hasil yang diinginkan.

Pola penalaran modus ponens: Apakah $p \rightarrow q$ benar dan p benar disimpulkan q benar.

Pola penalaran modus tolens: Apabila $p \rightarrow q$ benar dan ~q salah, disimpulkan ~p benar.

Pola penalaran Aturan rantai: Apabila $p \rightarrow q$ benar dan $q \rightarrow r$ benar, disimpulkan $p \rightarrow r$ benar.

TES FORMATIF 2

Pilih satu jawaban yang paling tepat!

1) Jika segi empat mempunyai sepasang sisi sejajar maka segi empat itu mempunyai sepasang sisi kongruen. Perumusan di atas salah, contoh salahnya adalah ....
   A. persegi panjang mempunyai dua pasang sisi yang kongruen
   B. persegi adalah persegi panjang
   C. trapesium ABCD mempunyai sisi $\overline{BC}$ dan $\overline{AD}$ dengan $\overline{BC} // \overline{AD}$ tetapi tidak mempunyai sepasang sisi yang kongruen
   D. belah ketupat adalah segi empat keempat sisinya kongruen

2) Semua orang kaya mempunyai H.P. Contoh salah untuk pernyataan tersebut adalah ....
   A. orang kaya layak mempunyai HP
   B. kaya atau miskin bisa saja mempunyai HP
   C. Pak Amin orang kaya, tetapi Pak Amin tidak mempunyai HP
   D. yang mempunyai HP adalah orang kaya
3) Jika sekarang hari Minggu maka sekolah libur.

A. Konvers: Jika sekolah tidak libur maka sekarang bukan hari Minggu
B. Kontra positif: Jika sekolah libur maka sekarang hari Minggu
C. Invers: Jika sekarang bukan hari Minggu maka sekolah tidak libur
D. Konvers: Jika sekarang bukan hari Minggu maka sekolah tidak libur

4) Segmen yang ditarik dari titik tengah sisi segitiga ke titik sisi kedua segitiga itu panjangnya adalah setengah panjang sisi ketiga.
Contoh yang memenuhi adalah ....
A. Δ PQR, S titik tengah $\overline{PQ}$, RS = $\frac{1}{2}$ PQ
B. Δ PQR, S titik tengah $\overline{PR}$, T titik tengah $\overline{RS}$ didapat PQ = $\frac{1}{2}$ ST
C. Δ XYZ, P titik tengah $\overline{XY}$, Q titik tengah $\overline{YZ}$ didapat PQ = $\frac{1}{2}$ XZ
D. Δ XYZ, XY = $\frac{1}{2}$ (YZ + XZ)

5) Ani adik Bony, Bony adik Cindy. Jadi ani adik Cindy. Pola penyimpulan ....
A. modus ponens
B. modus tolens
C. Aturan rantai
D. invers

6) .... (Diterima sebagai kebenaran) Δ ABC mempunyai satu sudut yang ukurannya lebih dari 90°. Jadi Δ ABC adalah segitiga tumpul.
Pengisi titik-titik di atas adalah ....
A. Segitiga lancip semua sudut berukuran kurang dari 90°.
B. Segitiga siku-siku jika semua sudutnya berukuran 90°.
C. Segitiga tumpul adalah segitiga yang salah satu sudutnya berukuran lebih dari 90°.
D. Sudut tumpul adalah sudut yang ukurannya lebih dari 90°.

7) P : Besok hari Senin
~p : ....
A. Besok hari Selasa
B. Besok bukan hari Senin
C. Besok hari Rabu
D. Besok bukan hari Sabtu

8) Semua sopir sudah berumur 17 tahun. Kontra positifnya ....
A. Semua yang belum berumur 17 tahun bukan sopir.
B. Ada sopir yang belum berumur 17 tahun.
C. Semua yang berumur 17 tahun adalah sopir.

D. Semua yang belum berumur 17 tahun sopir.

9) Sudut yang ukurannya kurang dari 90^o adalah sudut lancip. u $\angle$ PQR < 90^o. Jadi $\angle$ PQR adalah sudut lancip.
A. modus Ponens
B. modus Tolens
C. Aturan Rantai
D. Kontra Positif

10) Jika Δ ABC segitiga siku-siku dengan $\angle$ C siku-siku maka $\angle$ A dan $\angle$ B saling komplemen.
Bukti:
1. ......
2. Jika jumlah u $\angle$ A + u $\angle$ B + u $\angle$ C = 180^o dan u $\angle$ C = 90^o maka u $\angle$ A + u $\angle$ B = 90^o.
3. Jika jumlah ukuran dua sudut 90^o maka kedua sudut saling komplemen.

Pengisi titik-titik di atas adalah ....
A. Segitiga sama kaki mempunyai dua sudut yang komplemen
B. Sudut A suplemen sudut B jika u $\angle$ A + u $\angle$ B = 180^o.
C. Sudut A komplemen sudut B jika u $\angle$ A + u $\angle$ B = 90^o.
D. Jumlah ukuran sudut segitiga adalah 180^o.

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

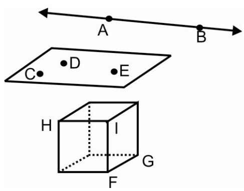
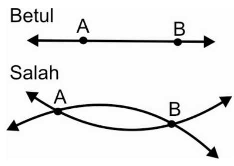
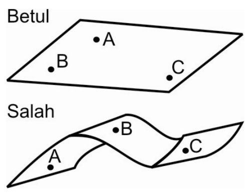
Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

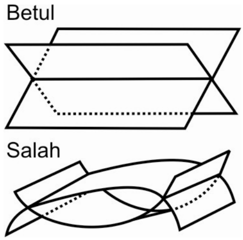
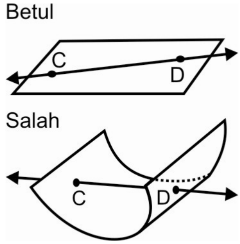
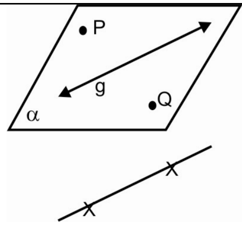
Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 3. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama bagian yang belum dikuasai.

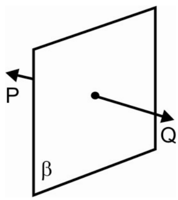
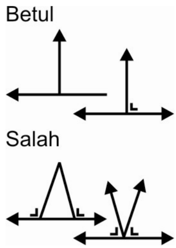
KEGIATAN BELAJAR 3

Postulat Geometri

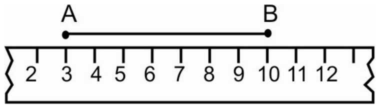
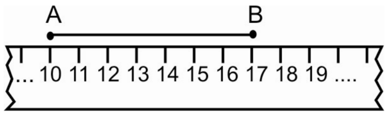
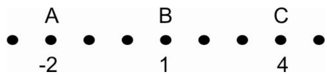
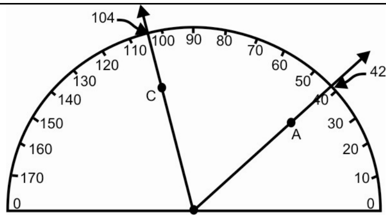
Postulat geometri sangat penting dalam penalaran deduktif, yang merupakan aturan main geometri. Kita sepakati postulat sebagai pernyataan yang benar. Dari postulat ini bisa lahir teorema, yang pembuktiannya tersebut dasarnya istilah tak terdefinisi, definisi, teorema lain yang sudah dibuktikan. Berikut ini daftar postulat beserta penjelasan dan ilustrasinya.

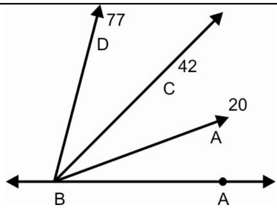
<table>
<tr><th>Postulat</th><th>Penjelasan</th><th>Ilustrasi</th></tr>
<tr><td>Postulat Eksistensi Titik
Ruang ada, dan memuat paling sedikit empat titik tak sebidang. Bidang memuat paling sedikit tiga titik yang tak segaris. Garis memuat paling sedikit dua titik.</td><td>Untuk menjamin adanya titik kita terima postulat ini. Postulat juga memberikan informasi tentang garis dan bidang.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Postulat Titik-Garis
Dua titik dimuat pada satu dan hanya satu garis</td><td>Untuk menjamin bahwa garis lurus, dikehendaki ada satu dan hanya satu garis memuat dua titik. Juga dua titik menentukan satu garis.</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Postulat Titik-Bidang
Tiga titik yang tak segaris dimuat dalam satu dan hanya satu bidang.</td><td>Untuk menjamin bahwa ada bidang rata. Dikehendaki satu dan hanya satu Bidang yang memuat titik tak segaris. Juga tiga titik menentukan satu bidang.</td><td>
</td></tr>
</table>

Postulat	Penjelasan	Ilustrasi
Postulat Perpotongan Bidang Jika dua bidang berpotongan maka perpotongannya tepat satu garis.	Untuk menjamin bidang rata. Kita menghendaki Perpotongan hanya satu garis, bukan dua.	
Postulat Dua Titik, Garis, Bidang Jika dua titik pada bidang, maka garis yang memuat kedua titik itu terletak pada bidang.	Untuk menjamin bahwa bidang rata, kita menghendaki satu bidang memuat semua titik dari garis bila diketahui bahwa itu memuat dua titik dari garis.	
Postulat Pemisah Bidang Misalkan N adalah bidang dan g adalah garis pada N. Titik dari bidang tidak pada g membentuk setengah bidang sedemikian sehingga: a. Masing-masing setengah bidang adalah himpunan cembung (konveks). b. Jika P di salah satu setengah bidang dan Q pada setengah bidang lain, maka segmen PQ memotong g.	Dikehendaki garis memisahkan bidang menjadi dua setengah bidang. Ini digunakan untuk memutuskan bilamana dua titik terletak pada sisi yang sama dari garis atau di seberangnya.	

Postulat	Penjelasan	Ilustrasi
Postulat Pemisah Ruang Misal N adalah bidang. Semua titik pada ruang tidak pada N terbagi menjadi setengah ruang sedemikian sehingga: a. Masing-masing setengah ruang adalah himpunan konveks. b. Jika titik A pada salah satu setengah ruang, dan B di setengah ruang lainnya, maka segmen AB memotong (menembus) bidang N.	Kita menghendaki bidang membagi ruang ke dalam setengah ruang. Postulat ini digunakan untuk memutuskan bilamana dua titik berada pada setengah bidang yang sama, atau berseberangan.	
Postulat Tegak lurus Diketahui satu titik dan garis pada bidang, terdapat tepat satu garis yang melalui titik dan legak lurus pada garis yang diketahui.	Kita menghendaki hanya satu garis yang melalui titik yang diketahui tegak lurus garis yang diketahui.	

Postulat penting lainnya akan disajikan pada bahasan berikutnya.

Postulat	**Contoh dan Ilustrasi**
Postulat Penggaris a. Setiap pasang titik berkorespondensi dengan satu bilangan positif yang unik, bilangan itu dinamakan jarak antara dua titik. b. Titik pada garis berpasangan satu-satu dengan bilangan real sehingga jarak antara dua titik adalah nilai mutlak selisih bilangan yang bersesuaian	 AB = |3 - 10| = |10 - 3| = 7  AB = |10 - 17| = |17 - 10| = 7 Contoh di atas menyarankan bahwa tidak apa-apa dimanapun menempatkan penggaris karena panjang segmen adalah nilai mutlak dari selisih dua bilangan yang bersesuaian dengan titik ujung segmen. Contoh: AB = | 3 – (-2) | = 5 BC = | 18 – 3 | = 15 AC = | -2 – 19 | = 20
Definisi 2-6: Titik B di antara A dan C jika dan hanya jika A, B, dan C segaris dan AB + BC = AC.	
Postulat Busur Derajat a. Setiap sudut berkorespondensi dengan bilangan antara 0 sampai dengan 180 secara unik, yang disebut ukuran sudut. b. Misal P adalah satu titik pada tepi setengah bidang H. Tiap sinar pada setengah bidang	 Contoh: Tentukan u ∠ ABC, u ∠ CBD, dan u ∠ ABD u ∠ ABC = |42 - 20| = 22

Postulat	Contoh dan Ilustrasi
itu atau dengan pangkal P dapat dipasangkan satu-satu dengan $0 < n < 180$, sedemikian sehingga ukuran sudut yang terbentuk oleh pasangan sinar tak segaris dengan titik sudut P adalah nilai mutlak selisih bilangan yang bersesuaian.	u $\angle$ CBD = $\lvert 77 - 42 \rvert = 35$ u $\angle$ ABD = $\lvert 77 - 20 \rvert = 57$
Definisi 2.7 $\overrightarrow{BC}$ di antara $\overrightarrow{BA}$ dan $\overrightarrow{BD}$ jika dan hanya jika $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, dan $\overrightarrow{BD}$ sebidang dan u $\angle$ ABC + u $\angle$ CBD = u $\angle$ ABD	

Ada dua versi postulat yang didaftarkan di sini yang pertama postulat yang sebagian sudah tertuliskan terdahulu yang selanjutnya akan dipakai dalam rangka penyelesaian masalah dan soal buku ini, yang kedua adalah postulat SMSG (School Mathematics Study Group, diambil dari buku *Road To Geometry*, karangan Wallace.

Kumpulan Postulat Geometri Stanley R Clemen:

1. **Postulat Keberadaan titik**. Ruang itu ada dan paling sedikit memuat empat titik tak sebidang (nonkoplanar), tak segaris (*noncollinear*). Bidang memuat paling sedikit tiga titik *noncollinear*. Garis memuat paling sedikit dua titik.
2. **Postulat Titik-Garis**. Dua titik dimuat oleh satu dan hanya satu garis.
3. **Postulat Titik-Bidang**. Tiga titik *noncollinear* (tak segaris) dimuat oleh satu dan hanya satu bidang.
4. **Postulat Perpotongan Bidang**. Jika dua bidang berpotongan, maka perpotongannya satu garis.
5. **Postulat dua Titik, garis, bidang**. Jika dua titik pada bidang maka garis yang memuat kedua titik itu juga pada bidang.

6. **Postulat Pemisahan Bidang**. Misal N adalah bidang dan g adalah garis pada N. Suatu titik pada N tidak pada g membentuk dua setengah bidang sedemikian sehingga,
   a. masing-masing setengah bidang merupakan himpunan cembung.
   b. jika P pada salah satu setengah bidang dan Q pada setengah bidang lainnya, maka PQ memotong g.
7. **Postulat Pemisahan Ruang**. Misal N adalah bidang dalam ruang.
   Suatu titik di dalam ruang tidak pada bidang N membentuk setengah ruang, sedemikian sehingga:
   a. masing-masing setengah ruang merupakan himpunan cembung.
   b. jika A pada suatu setengah ruang, dan B di setengah-ruang lainnya, maka AB memotong (menembus) bidang N.
8. **Postulat Tegak lurus**. Diketahui titik dan garis pada bidang, terdapat tepat satu garis melalui titik tegak lurus terhadap garis yang diketahui. Diketahui bidang dan titik tidak pada bidang itu, terdapat tepat satu garis melalui titik dan tegak lurus terhadap garis yang diketahui.
9. **Postulat Penggaris**.
   a. Untuk setiap pasang titik berkorespondensi secara unik satu bilangan positif yang disebut *jarak antara titik*.
   b. Titik pada garis dapat dipasangkan satu-satu dengan bilangan real sehingga jarak antara dua titik adalah nilai mutlak selisih antara bilangan yang berhubungan.
10. **Postulat Busur derajat**. Masing-masing sudut berkorespondensi secara unik bilangan antara 0 dan 180 yang disebut ukuran sudut. Misal P adalah titik pada tepi dari setengah bidang H. Tiap sinar pada setengah bidang atau sisi dengan titik pangkal P terpasangkan satu-satu dengan bilangan real n dengan $0 < n < 180$, sedemikian sehingga ukuran sudut yang terbentuk pasangan sinar yang tidak segaris (nonkolinier) adalah nilai mutlak selisih bilangan yang terpasangkan.
11. **Postulat Kongruensi Si-Su-Si**. Jika dua sisi dan sudut yang diapitnya dari segitiga pertama kongruen berturut-turut dengan dua sisi dan satu sudut yang diapitnya dari segitiga kedua maka dua segitiga itu kongruen.
12. **Postulat Su-Si-Su**. Jika dua sudut dan satu sisi yang diapitnya dari segitiga pertama kongruen berturut-turut dengan dua sudut dan satu sisi yang diapitnya dari segitiga kedua maka dua segitiga itu kongruen.

13. **Postulat Si-Si-Si**. Jika semua sisi dari satu segitiga kongruen berturut-turut dengan semua sisi dari segitiga kedua, maka dua segitiga itu kongruen.
14. **Postulat Pasangan Segaris**. Jika dua sudut membentuk pasangan segaris, kedua sudut saling suplemen.
15. **Postulat Kesejajaran**. Diketahui garis g, dan titik P tidak pada g terdapat hanya satu garis melalui P sejajar g.
16. **Postulat Ketidaksamaan Segitiga.** Jumlah dari panjang dari dua sisi suatu segitiga lebih besar dari panjang sisi yang ketiga.
17. **Postulat Kesebangunan Su-Su-Su**. Jika tiga sudut dari satu segitiga kongruen dengan sudut dari segitiga kedua, maka dua segitiga itu kongruen.
18. **Postulat Penambahan Busur**. Jika titik C pada AB, maka u AC + u CB = u AB.
19. **Postulat Luas**. Bilangan positif yang unik disebut luas dapat dikaitkan dengan daerah poligon. Luas daerah dinotasikan dengan A (R).
20. **Postulat Luas Daerah Kongruen**. Jika dua persegi panjang atau dua segitiga kongruen, maka daerah yang dibatasinya mempunyai luas yang sama.
21. **Postulat Penambahan Luas**. Jika daerah segi banyak merupakan gabungan dari n daerah poligon yang tidak bertumpuk, maka luasnya adalah jumlah luas dari n daerah tersebut.
22. **Postulat Luas Persegi Panjang**. Luas persegi panjang dengan panjang p dan lebar g adalah pg.
23. **Postulat Volum**. Setiap benda ruang terkait dengan unik satu bilangan positif yang disebut volum.
24. **Postulat Volum Balok**. Volum balok sama dengan perkalian antara panjang, lebar, dan tingginya.
25. **Postulat Penambahan Volum**. Jika benda ruang merupakan gabungan dua benda ruang yang tidak beririsan di interiornya, maka volumnya adalah jumlah dari volum dua benda tersebut.
26. **Postulat Cavalieri**. Misal S dan T dua benda ruang dan X adalah bidang. Jika setiap bidang sejajar X yang memotong S juga T dengan penampang dengan luas yang sama, maka volum S = volum T.

Untuk pembanding, di sini ditulis postulat geometri versi lain. yaitu Postulat Geometri Euclid model SMSG (*School Mathematics Study Group*):

Postulat 1. Diberikan dua titik berbeda, terdapat tepat satu garis yang memuat titik itu.

Postulat 2. (Postulat jarak). Setiap dua titik berbeda berkorespondensi dengan satu bilangan real positif.

Postulat 3. (Postulat penggaris). 1) Setiap titik pada garis dapat berkorespondensi 1-1 dengan satu bilangan real; 2) Setiap bilangan real dapat berkorespondensi 1-1 dengan titik pada garis; 3) Jarak antara dua titik berbeda adalah nilai mutlak selisih dua bilangan yang berkorespondensi (dengan kedua titik itu).

Postulat 4. (Postulat penempatan penggaris). Diketahui dua titik P dan Q pada garis, sistem koordinat dapat dipilih dengan P berkoordinat nol dan Q berkoordinat positif.

Postulat 5. a) Setiap bidang memuat paling sedikit tiga titik yang tidak kolinier, b) Ruang memuat paling sedikit empat titik yang tidak sebidang.

Postulat 6. Jika dua titik pada bidang, maka garis yang memuat titik itu terletak pada bidang tersebut.

Postulat 7. Setiap tiga titik berada paling sedikit di satu bidang, dan setiap tiga titik yang tak segaris berada tepat pada satu bidang.

Postulat 8. Jika dua bidang berpotongan, perpotongannya berupa garis.

Postulat 9. (Pemisahan bidang) Diketahui satu garis dan bidang yang memuatnya, titik-titik pada bidang tidak terletak pada garis membentuk dua himpunan sehingga,

1) masing-masing himpunan cembung.
2) jika P di suatu himpunan dan Q di himpunan yang lain. maka segmen PQ memotong garis.

Postulat 10. (Pemisahan ruang). Titik-titik di ruang yang tidak terletak pada bidang yang diketahui membentuk dua himpunan sehingga.

1) masing-masing himpunan cembung.
2) jika P di suatu himpunan dan Q di himpunan yang lain, maka segmen PQ menembus bidang.

Postulat 11. (Postulat ukuran sudut) Setiap sudut berkorespondensi dengan bilangan real antara 0^o dan 180^o.

Postulat 12. (Postulat konstruksi sudut) Misal AB adalah sinar pada sisi setengah bidang H. Untuk setiap r antara 0^o dan 180^o terdapat tepat satu sinar AP dengan P di H sedemikian sehingga $m \angle PAB = r$

Postulat 13. (Postulat penjumlahan sudut). Jika D adalah titik di interior $\angle BAC$. maka $u \angle BAC = u \angle BAD + u \angle DAC$.

Postulat 14. (Postulat suplemen) Jika dua sudut merupakan pasangan segaris, kedua sudut itu saling suplemen.

Postulat 15. (Postulat Sisi-Sudut-Sisi). Diberikan korespondensi antara dua segitiga (atau antara suatu segitiga dengan dirinya). Jika dua sisi dan satu sudut yang diapitnya pada segitiga ke satu masing-masing kongruen dengan bagian yang berkorespondensi pada segitiga kedua. maka korespondensi tersebut merupakan kongruensi.

Postulat 16. (Postulat kesejajaran) Melalui titik di luar garis yang diketahui terdapat paling banyak satu garis yang sejajar dengan garis yang diketahui.

Postulat 17. Setiap daerah poligon (segi banyak) berkorespondensi dengan satu bilangan positif yang disebut luas.

Postulat 18. Jika dua segitiga kongruen, maka luasnya sama.

Postulat 19. Misal daerah R merupakan gabungan dari daerah R_l dan R_2 yang pemotongannya di berhingga segmen dan titik maka luas R adalah jumlah dari luas R_1 dan R_2.

Postulat 20. Luas persegi panjang adalah panjang kali lebar.

Postulat 21. Volume paralelepipidum adalah perkalian antara luas dan tingginya.

Postulat 22. (Prinsip Cavalieri). Diberikan dua benda (pejal) dan bidang. Jika setiap bidang yang sejajar dengan bidang yang diketahui memotong benda membentuk daerah dengan luas yang sama maka kedua benda tersebut mempunyai volume yang sama.

Dari dua kelompok postulat geometri ini nampak kelompok pertama lebih mudah dipahami dibanding postulat di kelompok kedua. Ada kemudahan seperti postulat kongruensi Si-Si-Si dan postulat kongruensi Su-Si-Su dikelompok pertama dinyatakan postulat namun dikelompok dua tidak ada dan itu dinyatakan sebagai teorema dan tentu dituntut dibuktikan. Nampaknya itu yang mengakibatkan jumlah postulat lebih banyak (kelompok satu ada 26 postulat. kelompok dua ada 22 postulat).

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

Lengkapilah pernyataan berikut dengan kata: titik, garis, bidang, atau ruang. Tuliskan nomor postulat yang menyiratkan hal tersebut. (Dari daftar postulat pertama/postulat geometri Stanley R. Clemen).

1) Jika dua titik pada bidang maka ... yang memuatnya terletak pada bidang.
2) Jika dua bidang berpotongan maka perpotongannya tepat satu ....
3) Pada bidang terdapat tepat satu .... melalui titik yang diketahui dan tegak lurus terhadap garis yang diketahui.

Untuk nomor 4 sampai dengan 6 jawablah pertanyaan kemudian sebutkan postulat mana (nomor postulat daftar pertama) yang digunakan untuk menjawab pertanyaan itu.

4) Ada berapa garis dapat dibuat melalui empat titik tak kolinier? Lima titik tak kolinier? Enam titik dan n titik?
5) Jika A dan B titik pada bidang α maka $\overleftrightarrow{AB}$ tidak mempunyai titik yang tidak terletak pada α.
6) Dua bidang β dan γ yang berpotongan tidak dapat memuat dua garis potong berbeda g dan m.

Untuk nomor 7 sampai dengan nomor 10, carilah yang sesuai dengan yang ditanyakan!

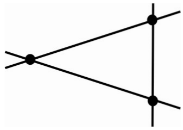
7) Setelah dipasangkan busur derajat dengan benar sinar $\overrightarrow{AB}$ menunjuk 67^o, besar $\angle BAC = 30^o$. Bilangan berapa yang ditunjukkan sinar $\overrightarrow{AC}$?
8) Jika m $\overline{AB}$ = 12, koordinat A adalah 30 berapa koordinat B?
9) Jika titik A, B, dan C kolinier (segaris). Jika koordinat A lebih kecil dari koordinat B. Koordinat B lebih kecil dari koordinat C. Apakah B berada di antara A dan C?
10) Jika S di antara R dan T, ST = 6, RS = 10. Carilah RT!

Petunjuk Jawaban Latihan

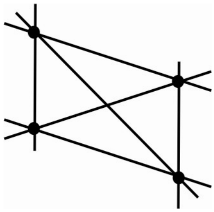
1) **Postulat 5**. Jika dua titik pada bidang maka garis yang memuat kedua titik itu juga pada bidang.
2) **Postulat 4**. Jika dua bidang berpotongan, maka perpotongannya satu garis.
3) **Postulat 8**. Diketahui titik dan garis pada bidang, terdapat tepat satu garis melalui titik tegak lurus terhadap garis yang diketahui. Diketahui bidang dan titik tidak pada bidang itu. Terdapat tepat satu garis melalui titik dan tegak lurus terhadap garis yang diketahui.
4) **Postulat 2**.

2 titik terdapat satu garis (yaitu $\frac{2.1}{2} = 1$)

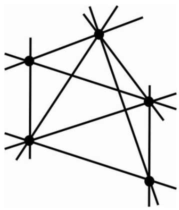
3 titik terdapat satu garis (yaitu $\frac{3.2}{2} = 3$)



4 titik terdapat satu garis (yaitu $\frac{4.3}{2} = 6$)



5 titik terdapat satu garis (yaitu $\frac{5.4}{2} = 10$)



6 titik terdapat satu garis (yaitu $\frac{6.5}{2} = 15$)

⋮

N titik terdapat $\frac{n(n-1)}{2}$ garis.

5) Maksud $\overleftrightarrow{AB}$ tidak mempunyai titik yang tidak terletak pada α adalah semua titik pada $\overleftrightarrow{AB}$ terletak pada α ini tidak lain dari postulat 5.

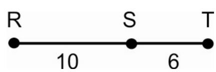
6) Jika bidang β dan γ bidang memuat garis g artinya garis merupakan perpotongan antara bidang β dan γ. Tidak ada perpotongan yang lain selain satu garis, jadi g dan m merupakan garis yang sama.

7) Misalkan selisih antara c dengan 67 adalah 30 maka
$67 – c = 30 \rightarrow c = 47$
$67 – c = –30 \rightarrow c = 97$
Jadi sinar $\overrightarrow{AC}$ menunjukkan ke bilangan 37 atau 97.

8) Misalkan selisih antara B dengan 30 adalah 12 maka
$| 30 – B | = 12$
$30 – B = 12 \rightarrow B = 42$
$30 – B = 12 \rightarrow B = 18$
Jadi koordinat B adalah 18 atau 42.

9) Koordinat A < Koordinat B
Koordinat B < Koordinat C
Dapat disimpulkan bahwa koordinat A < koordinat B < koordinat C maka titik B di antara A dan C.

10) S di antara R dan T dapat digambarkan



Dari diagram didapat RT = 10.

RANGKUMAN

Postulat geometri adalah titik tolak kebenaran dari geometri, merupakan aturan main. Postulat adalah kebenaran yang disepakati, tidak perlu dibuktikan. Kita terima postulat suatu kebenaran dan digunakan untuk membuktikan teorema.

TES FORMATIF 3

Pilih satu jawaban yang paling tepat!

1) Diketahui Δ ABC dan Δ SPT dengan $\overline{CA} \cong \overline{TS}$, $\angle$ A $\cong$ $\angle$ S, $\overline{AB} \cong \overline{SP}$ dapat disimpulkan Δ ABC $\cong$ Δ SPT dengan ....
   A. postulat Si-Su-Si
   B. postulat Su-Si-Su
   C. postulat Si-Si-Si
   D. postulat Penggaris

2) Terdapat tepat satu .... melalui titik yang diketahui dan tegak lurus terhadap bidang yang diketahui.
   A. titik
   B. garis
   C. bidang
   D. ruang

3) Bidang memisahkan .... menjadikan dua setengah ruang.
   A. titik
   B. garis
   C. bidang
   D. ruang

4) Berapa garis dapat dibuat melalui enam titik yang tiap tiga titik tidak kolinier?
   A. 6
   B. 10
   C. 15
   D. 21

5) Titik A, B, dan C kolinier (segaris) jika AB = 23, BC = 7, dan AC = 16.
   A. A di antara B dan C
   B. B di antara A dan C
   C. C di antara A dan B
   D. tidak dapat ditentukan

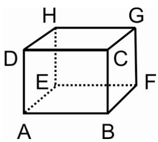
6) Jika u $\angle$ ABC = 40^o pada busur derajat sinar $\overrightarrow{BA}$ menunjukkan 90^o maka sinar $\overrightarrow{BA}$ menunjuk ....
   A. 70^o atau 110^o

B. 50^o atau 130^o
C. 50^o
D. 130^o

7) $\overrightarrow{PR}$ di antara $\overrightarrow{PQ}$, dan $\overrightarrow{PS}$ jika dan hanya jika $\overrightarrow{PR}$, $\overrightarrow{PQ}$, dan $\overrightarrow{PS}$ komplanor (sebidang) dan ....
A. u $\angle$ QPR + u $\angle$ QPS = u $\angle$ RPS
B. u $\angle$ RPS + u $\angle$ QPS = u $\angle$ QPR
C. u $\angle$ QPR + u $\angle$ RPS = u $\angle$ QPS
D. u $\angle$ QPS + u $\angle$ QPR = u $\angle$ RPS

8) I. Jika A, B, dan C kolinier (segaris) AB = 17, AC = 5, BC =12 maka C di antara A dan B.
II. Jika S, R, dan T kolinier, SR = 3, RT = 3, ST = 8 maka S di antara R dan T.
A. I dan II benar
B. I saja yang benar
C. II saja yang benar
D. I dan II salah

9) I. Melalui dua titik terdapat tepat satu garis.
II. Ruang memuat paling sedikit empat titik.
A. I dan II benar
B. I saja yang benar
C. II saja yang benar
D. I dan II salah

10)


A. $\overline{DC}$ memotong (menembus) bidang EFGH
B. $\overline{EF}$ memotong (menembus) bidang ABCD
C. $\overline{DF}$ memotong (menembus) bidang EBCH
D. $\overline{AH}$ memotong (menembus) bidang BFGC

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 3 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 3.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan modul selanjutnya. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 3, terutama bagian yang belum dikuasai.

Kunci Jawaban Tes Formatif

Tes Formatif 1

1) B Konsep sudut.
2) D Titik D di luar garis.
3) C Δ ADE, Δ CDE, Δ BCD, Δ ABC, Δ ACD.
4) C Jelas.
5) D $2(20^o + 30^o) = 100^o$.
6) A $90^o + \frac{1}{2}(90^o) = 135^o$.
7) D $\binom{12}{2} = \frac{12!}{2!10!} = \frac{12.11}{2} = 66$.
8) C Jelas.
9) C Jelas.
10) C Jarak maksimum 12 km, coba analisis dengan 2 lingkaran masing-masing berjari-jari 5 km dan 7 km.

Tes Formatif 2

1) C Jelas.
2) C Konsep negasi dari pernyataan.
3) C Invers suatu pernyataan.
4) C Sifat garis berat segitiga.
5) C Jelas.
6) C Jelas.
7) B Negasi pernyataan.
8) A Kontra positif suatu pernyataan.
9) A Penarikan kesimpulan.
10) D Sifat sudut pada segitiga.

Tes Formatif 3

1) A Dua sisi, satu sudut.
2) C Postulat tegak lurus.
3) D Postulat pemisahan ruang.
4) C $\binom{6}{2} = \frac{6!}{9!2!} = \frac{6.5}{2} = 15$.
5) C Postulat titik, garis.

6) B $| 90 - c | = 40 \rightarrow c = 50$ atau $c = 130$.
7) D Penjumlahan sudut.
8) B Postulat titik, garis.
9) A Postulat keberadaan titik.
10) C Jelas berdasarkan gambar.

Daftar Pustaka

Clemen, Stanley R., O'Daffer, Phares G., dan Cooney, Thomas J. (1984). *Geometry with Application and Problem Solving*. California: Addison-Wesley Publishing Company.

Wallace, Edward C., dan West, Stephen F. (1998). *Roads to Geometry Second Edition.* New York: Prentice Hall Inc. Simon & Schuster/A Viacom Company.

Moise, Edwin E. (1970). *Elementary Geometry from an Advanced Standpoint*. Massachusett: Addisson-Wesley Publishing Company, Inc.

Rawuh. (1993). *Geometri Transformasi*. Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi, Proyek Pembinaan Tenaga Kependidikan Pendidikan Tinggi.

Ulrich, James F., Czarnec, Fred F., dan Guilbault, Dorothy. (1978). *Geometry*. *Third Ed*. New York: Harcourt Brace Jovanovich.