MODUL 1

Bangun Ruang dan Unsur-unsurnya (1)

Drs. A. Sardjana, M.Pd.

PENDAHULUAN

Geometri merupakan cabang Matematika yang mempelajari titik, garis, bidang dan benda-benda ruang serta sifat-sifatnya, ukuran-ukurannya dan hubungannya satu sama lain. Jadi, geometri dapat dipandang sebagai pengetahuan yang mempelajari tentang ruang.

Modul ini menguraikan langkah awal untuk memahami bangun-bangun ruang dan hubungan antara unsur-unsurnya serta cara menggambarkannya. Dengan memahami modul ini berarti Anda akan lebih mengetahui sifat bangun-bangun atau benda-benda yang sehari-hari berada di sekitar kehidupan Anda.

Sebagai guru Matematika maka dengan mempelajari modul ini akan menambah pemahaman Anda tentang pengetahuan dasar dari geometri dimensi tiga, yang merupakan salah satu pokok bahasan dalam program pengajaran di sekolah lanjutan.

Pemahaman yang mantap tentang modul ini juga akan memudahkan Anda dalam memahami isi modul-modul lain berikutnya. Untuk dapat memahami uraian dalam modul ini sebaiknya Anda mengkaji kembali tentang pengertian dan sifat-sifat bangun geometri yang telah Anda pelajari pada geometri bidang.

Akan sangat membantu sekali jika Anda siapkan alat-alat yang diperlukan untuk menggambar atau membuat lukisan bangun-bangun geometri; khususnya yang berupa sepasang penggaris siku-siku, jangka, busur derajat, pensil, dan penghapus.

Sebaiknya setiap pertanyaan atau soal Anda coba menjawabnya dengan sungguh-sungguh dan selengkap-lengkapnya. Buatlah gambar yang benar dan baik jika diperlukan dalam menjawab persoalan yang ditanyakan. Gambar yang baik dan jelas akan membantu mempermudah penyelesaian soalnya, sebaliknya gambar yang tidak baik dan tak jelas akan dapat menyesatkan, bahkan mempersulit penyelesaian soal. Membuat gambar atau lukisan bangun-bangun geometri secara cermat, bersih, dan rapi sebaiknya Anda kembangkan menjadi kebiasaan; untuk itu alangkah baiknya Anda mulai membiasakan diri menggambar dengan pensil, yaitu agar mudah dihapus dan dirapikan apabila terjadi kesalahan.

Sebelum membicarakan bangun ruang pada umumnya akan kita pelajari dahulu bangun ruang dan unsur-unsurnya. Karena luasnya bahasan bangun ruang dan unsur-unsurnya kita bicarakan dalam dua modul. Sebagai judul pertama adalah bangun ruang dan unsur-unsurnya (1) dan nanti modul kedua, bangun ruang dan unsur-unsurnya (2).

Dalam modul pertama akan dibahas tentang hubungan garis dengan bidang garis dengan garis, garis tegak lurus bidang sudut, definisi maupun teorema terkait.

Kompetensi dasar yang harus Anda miliki setelah mempelajari modul ini adalah sebagai berikut.

1. Dapat menyebutkan kedudukan garis dengan bidang.
2. Dapat menyebutkan kedudukan garis dengan garis di dalam ruang.
3. Menentukan sudut antara dua garis.
4. Menunjuk proyeksi suatu garis pada suatu bidang.

Untuk sajian di atas, materi dalam modul ini disajikan dalam dua kegiatan belajar, yang pokok bahasannya disajikan judul-judul kegiatan belajar sebagai berikut.

Kegiatan Belajar 1	:	Hubungan antara garis dan bidang serta garis dan garis dalam ruang.
Kegiatan belajar 2	:	Ketegaklurusan garis terhadap bidang.

Agar Anda berhasil dengan baik dalam mempelajari modul ini, ikutilah petunjuk belajar berikut ini.

1. Bacalah dengan cermat pendahuluan ini sehingga Anda memperoleh gambaran secara global isi modul, untuk apa dipelajari, dan bagaimana mempelajarinya.
2. Bacalah dengan saksama uraian materi dan contoh-contohnya jika perlu carilah contoh lain. Berilah tanda-tanda pada bagian-bagian yang Anda anggap penting atau bagian yang Anda sulit untuk memahaminya sebagai bahan diskusi dalam tutorial atau dengan teman kelompok belajar.

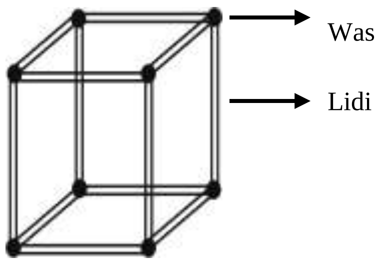
3. Kunci utama agar berhasil belajar Matematika adalah kesanggupan untuk berlatih memecahkan soal-soal. Oleh karena itu, kerjakanlah soal-soal latihan baik secara individual maupun dalam kelompok kecil atau dalam tutorial, untuk pemantapan.
4. Kerjakanlah tiap soal latihan tanpa melihat lebih dahulu petunjuk jawabannya jika Anda belum memperoleh cara penyelesaian, lihatlah rangkuman untuk memilih teorema atau prinsip yang cocok untuk penyelesaian atau lihat kembali uraian materinya. Kegiatan seperti inilah yang sebenarnya merupakan inti dari belajar Matematika.
5. Kerjakanlah semua soal tes formatif tanpa melihat lebih dulu kunci jawaban. Setelah selesai barulah dicocokkan dengan kunci jawaban tes formatif yang ada di bagian akhir modul ini. Selanjutnya, Anda dapat memutuskan untuk mengulang kembali kegiatan ini atau melanjutkan ke kegiatan belajar berikutnya.

KEGIATAN BELAJAR 1

Hubungan antara Garis dan Bidang serta Garis dan Garis dalam Ruang

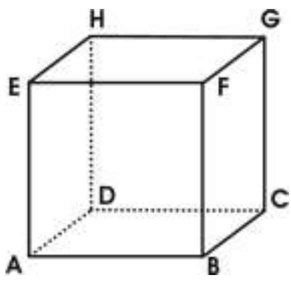
Pada pembelajaran di SMA Anda telah mempelajari pengertian sudut, rusuk, dan sisi dari sebuah balok atau kubus, serta juga hubungan letaknya satu sama lain. Marilah kita siapkan alat peraga yang Anda buat sendiri (Gambar 1.1)

Siapkan 12 batang lidi dan was (lilin lembek). Buatlah kerangka kubus dengan lidi dan wasmu.



Gambar 1.1.
Kerangka Kubus dari Lidi dan Was

Sekarang perhatikan gambar kubus berikut. Namakan kubus itu ABCDEFGH.



Gambar 1.2.

Perhatikanlah Gambar 1.2 yang menunjukkan sebuah kubus ABCDEFGH. Jika sebuah titik sudut, misalnya titik sudut E, kita lepaskan dari strukturnya sehingga tidak lagi merupakan bagian dari kubus maka diperoleh bangun yang memiliki ukuran kecil sempurna yang disebut *titik*. Kemudian jika kita melepaskan salah satu rusuknya, misalnya AE sehingga tidak lagi merupakan bagian dari kubus maka kita peroleh sebuah ruas garis yang berhingga atau terbatas panjangnya. Jika ruas garis itu kita perpanjang ke arah ujung dan pangkalnya sampai tak terbatas panjangnya maka kita mendapatkan sebuah bangun yang disebut *garis lurus*, atau jika tidak dijelaskan secara khusus, cukup disebut *garis* saja. Selanjutnya jika kita melepaskan salah satu sisi dari balok itu, misalnya sisi ABCD maka diperoleh sebuah daerah persegi. Jika daerah persegi itu diperluas ke segenap arah sehingga diperoleh bangun yang sifatnya *rata sempurna* dan *luasnya tak terbatas* maka bangun yang diperoleh itu disebut *bidang datar* atau biasa disebut dengan *bidang*.

Titik, garis dan bidang disebut unsur-unsur ruang. Garis dan bidang merupakan himpunan titik-titik, sedang ruang didefinisikan sebagai himpunan semua titik. Jika tidak dinyatakan lain maka untuk selanjutnya yang dimaksud dengan garis adalah garis lurus, dan yang dimaksud dengan bidang adalah bidang datar.

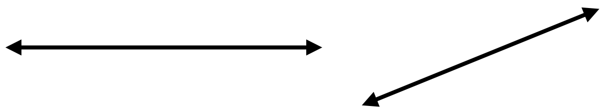
Sekarang perhatikan kembali kesepakatan tentang cara penamaan titik, garis, bidang, dan sudut, yang pada umumnya sebagai berikut: Nama-nama titik ditulis dengan huruf Latin besar, misalnya: A, B, C, D, P, Q, R, …… . Nama-nama garis ditulis dengan huruf latin kecil, misalnya: a, b, c, d, k, l, m, Nama-nama bidang ditulis dengan huruf-huruf kecil pertama dan abjad Yunani, misalnya α, β, γ, δ, …… atau dapat juga dengan huruf-huruf besar latin, yang biasanya bukan huruf-huruf awal, tetapi agak di pertengahan abjad, misalnya K, L, M, N, …… . Nama sudut ditulis dengan huruf-huruf kecil pada bagian akhir dari abjad Yunani, misalnya α, ψ, θ, atau ω.

Demikian juga kita dapat menggunakan beberapa singkatan tertentu yang biasa digunakan dalam pembicaraan geometri ruang, antara lain sebagai berikut.

Titik (a, b)	= titik potong garis a dan garis b.
Titik (a, α)	= titik tembus garis a terhadap bidang α.
Garis (α,β)	= garis potong antara bidang α dan bidang β.
Bidang (ABC)	= bidang melalui titik-titik A, B dan C.
Bidang (a, P)	= bidang melalui garis a dan titik P.
Bidang (a, b)	= bidang melalui garis a dan garis b.

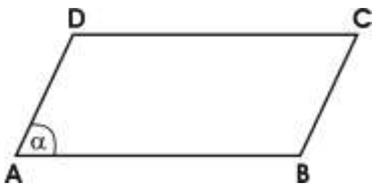
(Catatan: melalui 2 garis a dan b tidak selalu dapat dibuat sebuah bidang)

Selanjutnya, bagaimana kita membuat gambar ruang dari titik, garis, dan bidang? Sebuah titik digambarkan lurus dengan anak panah pada kedua ujungnya, yang menunjukkan bahwa sebuah garis mempunyai panjang yang tidak terbatas, seperti pada Gambar 1.3.



Gambar 1.3.

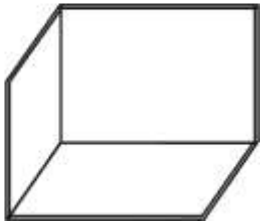
Oleh karena sebuah bidang luasnya tak terbatas maka untuk menggambarkannya diwakili oleh sebuah persegi panjang yang terletak pada bidang tersebut. Pada gambar 1.4 Persegi Panjang ABCD yang terletak pada bidang α, sebagai wakil bidang α. Persegi panjang ABCD dalam ruang digambarkan dengan jajaran genjang pada proyeksi miring.



Gambar 1.4.

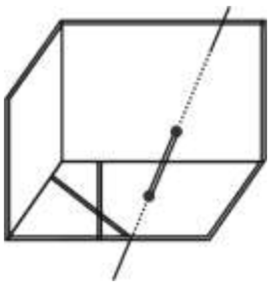
Kita sudah sering kali memecahkan persoalan dalam geometri yang melibatkan garis-garis. Pada kegiatan ini kita diajak untuk mencermati lagi segala sesuatu yang berkaitan tentang hubungan antara garis dan garis.

Untuk ini, marilah kita siapkan alat peraga berikut; ambil kertas karton dan lipatlah untuk meniru gambar berikut. Dapat pula ambil kotak, sobeklah sisi-sisi kotak dan sisakan bagian samping, bagian belakang dan dasar kotak (Gambar 1.4). Kemudian, letakkan lidi-lidi dan tusukkan lidi-lidi yang lain seperti pada gambar berikut (Gambar 1.5).



Gambar 1.5.

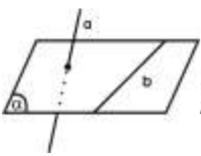
Amatilah lidi-lidi tersebut! Adakah yang berpotongan? Adakah yang tidak berpotongan? Kita dapat menambah tusukan lidi atau meletakkan pada alas.



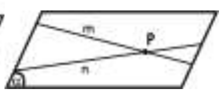
Gambar 1.6.

Kalau kita menganggap lidi-lidi sebagai garis maka kita dapat melihat kenyataan bahwa dua buah garis dalam ruang yang tidak berimpit dapat terjadi beberapa kemungkinan.

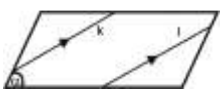
Kemungkinan pertama bahwa kedua garis itu tidak terletak bersama-sama dalam sebuah bidang. Dalam keadaan ini dikatakan bahwa kedua garis itu bersilangan. Gambar 1.7a menunjukkan dua buah garis a dan b yang bersilangan.



Gambar 1.7a.



Gambar 1.7b.

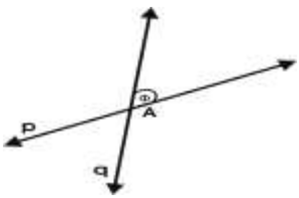


Gambar 1.7c.

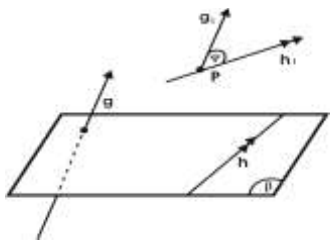
Kemungkinan lain bahwa kedua garis itu bersama-sama terletak dalam sebuah bidang dan jika terletak dalam sebuah bidang maka masih ada kemungkinan-kemungkinan yang dapat terjadi, yaitu kedua garis itu mempunyai titik persekutuan atau sama sekali tidak mempunyai titik persekutuan. Jika memiliki sebuah titik persekutuan dikatakan bahwa kedua garis itu berpotongan; dan jika tidak mempunyai titik persekutuan maka dikatakan bahwa kedua garis itu sejajar. Gambar 1.7b menunjukkan dua buah garis m dan n yang berpotongan di P sedang pada gambar 1.7c menunjukkan dua buah garis k dan l yang sejajar.

Jadi, dua buah garis disebut bersilangan jika keduanya tidak terletak pada sebuah bidang. Dua buah garis dikatakan sejajar jika terletak pada sebuah bidang dan tidak mempunyai titik persekutuan. Sangat penting kita perhatikan cara membuat gambar dari dua garis yang bersilangan, agar secara tegas membedakannya dengan gambar dari dua buah garis yang berpotongan. Perhatikanlah sekali lagi Gambar 1.7b dan Gambar 1.7c.

Selanjutnya kita akan mencermati lagi pengertian sudut antara dua buah garis dalam ruang. Jika kedua garis itu saling berpotongan maka yang dimaksud dengan sudut antara kedua garis itu adalah sudut lancip yang terjadi pada perpotongan dua garis.



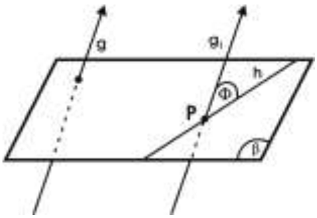
Gambar 1.8.
φ sudut antara a dan b

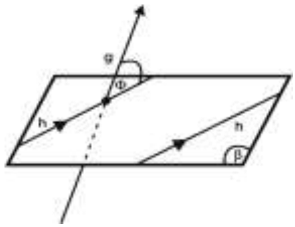


Gambar 1.9
ψ sudut antara g dan h

Pada Gambar 1.8 diperlihatkan bahwa sudut antara garis p dan q yang saling berpotongan di A adalah φ. Bagaimana jika kedua garisnya saling bersilangan, misalnya sudut antara garis g dan h pada Gambar 1.9. Jika P adalah sembarang titik, kemudian dibuat garis-garis g_1 melalui P sejajar g dan h_1 melalui p sejajar h maka sudut antara g_1 dan h_1, yaitu ψ, menyatakan sudut antara garis g dan garis h yang bersilangan.

Untuk P dapat juga dipilih salah sebuah titik pada garis g atau h, seperti kita lihat pada gambar berikut.





Gambar 1.10.
Titik P dipilih pada h, g // g_1

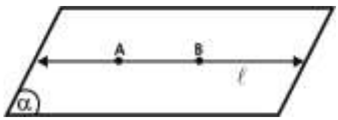
Gambar 1.11.
Titik P dipilih pada g, h // h_1

Jika sudut antara dua garis yang bersilangan p dan q adalah sudut siku-siku maka dikatakan bahwa garis p dan q bersilangan tegak lurus.

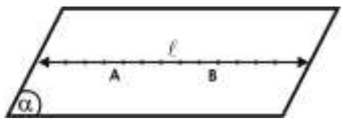
Selanjutnya setelah mengenal hubungan antara garis dan garis, kita akan mempelajari bagaimana hubungan garis dan bidang.

Aksioma 1.1

Jika dua buah titik pada sebuah garis terletak pada sebuah bidang maka semua titik pada garis itu terletak pada bidang tersebut.



Gambar 1.12.



Gambar 1.13.

Gambar 1.2 menunjukkan dua buah titik A dan B yang terletak di bidang α sehingga garis ℓ terletak pada bidang α dan gambar 1.3 menunjukkan bahwa garis ℓ terletak di bidang α, dan semua titik pada garis ℓ akan terletak pada bidang α.

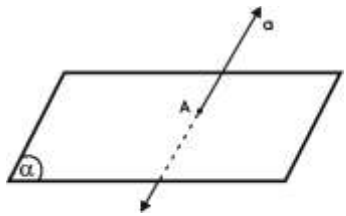
Definisi 1.1

Sebuah garis dikatakan terletak pada sebuah bidang jika semua titik pada garis itu terletak pada bidang tersebut.

Jadi, pada Gambar 1.3 karena semua titik pada garis ℓ terletak pada bidang α maka garis ℓ merupakan sebuah garis yang terletak pada bidang α. Dapat pula dikatakan bahwa *bidang α melalui garis l atau bidang α memuat garis l*. Sebuah garis dapat terletak pada sebuah bidang, dapat juga menembus atau sejajar bidang.

Definisi 1.2

Sebuah garis dikatakan menembus sebuah bidang jika garis dan bidang itu mempunyai sebuah titik persekutuan. Titik itu disebut titik tembus garis dengan bidang tersebut.



Gambar 1.14.

Gambar 1.4 menunjukkan garis a dan bidang α yang mempunyai sebuah titik persekutuan, yaitu titik A maka dikatakan garis a menembus bidang α di titik A.

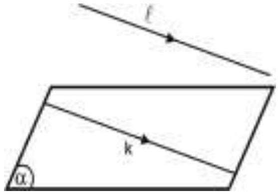
Definisi 1.3

Sebuah garis dan sebuah bidang dikatakan sejajar jika garis dan bidang tersebut tidak mempunyai titik persekutuan.

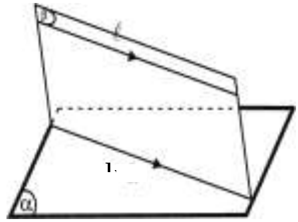
Selanjutnya, akan kita perhatikan teorema tentang kesejajaran garis dan bidang berikut ini.

Teorema 1.1

Sebuah garis dikatakan sejajar dengan sebuah bidang jika garis itu sejajar dengan salah satu garis yang terletak pada bidang tersebut.



Gambar 1.15.



Gambar 1.16.

Diketahui garis k, terletak pada bidang α, ℓ di luar bidang α dan ℓ // k, seperti ditunjuk oleh Gambar 1.15.

Akan dibuktikan bahwa garis ℓ sejajar bidang α, atau $\ell // \alpha$. Bagaimana kita membuktikannya? Pada pengertian dua garis sejajar dinyatakan bahwa dua buah garis itu sejajar jika terletak pada sebuah bidang dan tidak mempunyai titik persekutuan. Hal itu berarti bahwa melalui dua buah garis yang sejajar dapat dibuat sebuah bidang. Pada pembuktian ini maka kita dapat membuat sebuah bidang yang melalui garis ℓ dan k. Namakan bidang itu sebagai bidang β. Bidang β ini memotong bidang α sepanjang garis k, yang merupakan himpunan semua titik persekutuan bidang α dan bidang β. Andaikan garis ℓ tidak sejajar bidang α maka garis ℓ akan mempunyai satu titik persekutuan yang terletak pada α, dan juga pada garis k. Tetapi hal itu tidak mungkin karena diketahui bahwa ℓ//k; perhatikanlah Gambar 1.16. Jadi haruslah ℓ sejajar bidang α.

Teorema 1.1 juga memberi petunjuk bagaimana memastikan sebuah garis adalah sejajar sebuah bidang atau tidak. Di samping itu juga memberikan pedoman cara menggambarkan garis dan bidang yang sejajar, seperti yang ditunjukkan pada Gambar 1.15.

Pada kenyataannya garis-garis dan bidang yang kita hadapi dapat berupa rusuk-rusuk atau sisi dari sebuah bangun, misalnya balok atau kubus. Dengan perkataan lain, pada pembicaraan nanti rusuk dipandang sebagai garis, meskipun sebenarnya hanya berupa ruas garis. Demikian juga sisi dipandang sebagai bidang meskipun sebenarnya hanya berupa bagian bidang.

Contoh:

Buatlah gambar dari sebuah balok PQRS dengan bidang alas ABCD dan rusuk-rusuk AP, BQ, CR dan DS.

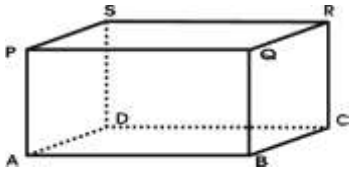
a. Sebutkan empat garis yang bersilangan dengan CR!

b. Buktikan bahwa PQ dan CR bersilangan tegak lurus!
c. Apakah PR sejajar dengan bidang ABCD?

Jawab:

Karena tidak ada ketentuan mengenai ukuran balok maka Anda dapat secara bebas memilih ukurannya.

Jika Gambar 1.17 menunjukkan balok ABCD.PQRS yang dimaksud maka



Gambar 1.17.

a. AB tidak terletak sebidang dengan CR karena CR memotong bidang ABCD yang melalui AB, jadi salah satu garis yang menyilang atau bersilangan dengan CR adalah AB, tiga yang lain adalah AD, PQ, dan PS.
b. PQ dan CR adalah dua buah garis bersilangan sehingga untuk menentukan sudut antara kedua garis itu dapat dibuat garis yang sejajar PQ dan memotong CR, misalnya SR. Sudut antara PQ an CR ditunjukkan oleh sudut antara CR dan SR, yaitu $\angle$ CRS. Karena CRSD sebuah persegi panjang, jadi $\angle$ CRS siku-siku. Ini berarti sudut antara PQ dan CR siku-siku; dengan perkataan lain kita telah membuktikan bahwa PQ dan CR bersilangan tegak lurus.
c. Untuk menyelidiki apakah PR sejajar dengan bidang ABCD, kita hubungkan P dengan R dan A dengan C. Karena AP//CR dan AP = CR maka APCR sebuah jajaran genjang, jadi PR//AC. Karena PR //AC, sedang AC terletak pada bidang ABCD maka menurut Teorema 1.1, garis PR letaknya sejajar dengan bidang ABCD.

Untuk lebih memantapkan pemahaman kita tentang hubungan titik, garis, dan bidang, kerjakanlah latihan berikut!

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1) Buatlah gambar ruang dari sebuah titik A yang terletak pada sebuah bidang α!
2) Buatlah gambar dari sebuah garis ℓ dan sebuah bidang β yang saling berpotongan, sebagai berikut.
   a) Bidang β horizontal.
   b) Bidang β vertikal.
   c) Bidang β frontal.
3) Buatlah gambar dari garis ℓ dan bidang β jika diketahui bahwa garis ℓ sejajar bidang β!
4) Diketahui sebuah kubus dengan bidang alas ABCD dan rusuk-rusuk tegaknya AE, BF, CG, dan DH.
   a) Tentukan besarnya sudut antara BG dan CH!
   b) Buktikan bahwa garis AC dan FH bersilangan tegak lurus!

Petunjuk Jawaban Latihan

1) Untuk menunjukkan bahwa sebuah titik A terletak pada bidang α, harus ditunjukkan bahwa titik A terletak pada salah sebuah garis, misalnya garis g, yang terletak pada bidang α. Maka, gambarlah bidang α dalam bentuk sebuah jajaran genjang, kemudian gambar sebuah garis g yang terletak pada bidang α, ujung-ujung garis g letaknya tepat pada sisi dari gambar bidang α; selanjutnya gambar titik A diletakkan pada gambar garis g itu.
2) Tunjukkan adanya sebuah titik persekutuan antara garis ℓ dan bidang β.
   a) Jika bidang β horizontal maka bagian dari garis p yang terletak di bawah bidang β digambar putus-putus dan yang di atas β penuh atau sebaliknya.
   b) Jika bidang β vertikal maka bagian dari garis ℓ yang terletak di kiri bidang β digambar putus-putus dan di kanan garis penuh atau sebaliknya.

c) Jika bidang β frontal maka bagian dari garis ℓ yang di atas β garis penuh dan di bawah β garis putus-putus atau sebaliknya.

3) Menurut Teorema 1.1 sebuah garis akan sejajar dengan sebuah bidang jika garis itu sejajar dengan salah satu garis yang terletak pada bidang tersebut. Buatlah lebih dahulu gambar dari bidang β, kemudian buatlah gambar dari sebuah garis k yang terletak pada bidang β, dan seterusnya. Buatlah untuk macam-macam letak bidang β dan garis ℓ.

4) a) Garis CF terletak pada bidang CDEF. Jika BG memotong CF di titik P, berarti titik P terletak pada BG dan pada bidang CDEF, berarti pula garis BG dan bidang CDEF mempunyai sebuah titik …, dan seterusnya.

b) Anda tunjukkan dahulu bahwa segi empat CDEF merupakan sebuah jajaran genjang sehingga akibatnya DE//CF, kemudian gunakan Teorema 1.1.

5) a) BE merupakan sebuah garis yang memotong BG dan sejajar dengan CH. Jadi $\angle$ GBE menyatakan sudut antara BG dan CH yang bersilangan. Karena $\angle$ GBE merupakan salah satu sudut dari Δ GBE yang sama sisi (mengapa)? Jadi, besarnya sudut antara BG dan CH adalah …, dan seterusnya.

b) Karena BD memotong AC dan BD sejajar FH maka $\angle$ (AC, BD) menyatakan sudut antara AC dan FH. Karena ACGE sebuah bujur sangkar maka diagonal AC dan GE saling berpotongan tegak lurus; atau dengan perkataan lain $\angle$ (AC, BD) = 90^o. Karena $\angle$ (AC, BD) = $\angle$ (AC, FH), berarti …, dan seterusnya.

RANGKUMAN

Garis memiliki panjang yang tak terbatas, bidang luasnya tak berhingga, dan kita harus dapat menjelaskan hubungan antara garis dan garis atau garis dan bidang dalam bentuk gambar ruangnya.

Dua buah garis dalam ruang dapat bersilangan, berpotongan atau sejajar. Sudut antar dua buah garis yang bersilangan dapat ditentukan. Jika sudut antara dua garis bersilangan siku-siku maka dikatakan kedua garis itu bersilangan tegak lurus.

Jika sebuah garis mempunyai dua buah titik persekutuan dengan sebuah bidang maka semua titik pada garis itu terletak pada bidang tersebut.

Sebuah garis dapat terletak, memotong atau sejajar dengan sebuah bidang. Jika sebuah garis sejajar dengan salah satu garis yang terletak pada sebuah bidang maka garis itu sejajar dengan bidang tersebut.

Pemahaman tentang hubungan antara garis dan garis, serta antara garis dan bidang merupakan landasan untuk memahami uraian lebih lanjut dalam modul ini.

TES FORMATIF 1

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

1) Dua buah garis disebut berpotongan jika ….
   A. tidak mempunyai titik persekutuan
   B. terletak pada sebuah bidang dan mempunyai sebuah titik persekutuan
   C. mempunyai 2 buah titik persekutuan
   D. terletak pada sebuah bidang

2) Dua buah garis disebut bersilangan jika ….
   A. tidak mempunyai titik persekutuan
   B. terletak pada sebuah bidang
   C. terletak pada sebuah bidang dan tidak mempunyai titik persekutuan
   D. tidak terletak pada sebuah bidang

3) Sebuah garis dan bidang hanya mempunyai ….
   A. empat titik persekutuan
   B. tiga titik persekutuan
   C. dua titik persekutuan
   D. sebuah titik persekutuan

4) Sebuah garis dikatakan memotong dengan sebuah bidang α jika garis a ….
   A. mempunyai dua titik persekutuan dengan bidang α
   B. bersekutu semua titiknya dengan bidang α
   C. mempunyai sebuah titik persekutuan dengan bidang α
   D. memotong semua garis yang terletak pada bidang α

5) Sebuah garis akan sejajar dengan sebuah β jika garis g ….
   A. sejajar dengan salah satu garis yang terletak pada bidang β
   B. sejajar dengan dua buah garis yang berpotongan, yang terletak pada bidang β

C. mempunyai sebuah titik persekutuan dengan bidang β
D. mempunyai dua buah titik persekutuan dengan bidang β

6) Pada sebuah balok yang bidang alasnya ABCD dan rusuk-rusuk tegaknya AP, BG, CR, DS maka garis-garis ….
A. BQ dan SR berpotongan
B. AP dan QS bersilangan.
C. CR dan PS sejajar
D. AD dan PR bersilangan tegak lurus

7) Pada balok ABCD.EFGH ….
A. garis CH sejajar bidang ABFE
B. garis AH sejajar bidang EFGH
C. garis GE memotong bidang ABCD
D. sudut antara AD dan HG besarnya 45°

8) Pada sebuah kubus dengan bidang alas ABCD dan rusuk-rusuk tegak AE, BF, CG, dan DH maka garis ….
A. AD sejajar bidang BCHE
B. FG memotong bidang ADHE
C. CH tidak terletak pada bidang CDHG
D. AC tidak sejajar dengan bidang EFGH

9) Pada kubus PQRS.KLMN ….
A. sudut antara QS dan KM besarnya 45°
B. LN dan QM bersilang tegak lurus
C. SM dan KG bersilang tegak lurus
D. sudut antara PK dan RS besarnya 60°

10) Pada kubus ABCD.EFGH ….
A. FC memotong bidang ADHE
B. sudut antara AD dan FH besarnya 45°
C. AD dan BG bersilang tegak lurus
D. DG memotong bidang ABFE

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

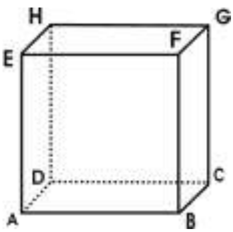
Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 2

Ketegaklurusan Garis terhadap Bidang

Setelah kita mendalami uraian dalam kegiatan belajar yang lalu tentang hubungan kesejajaran antara garis dengan garis dan antara garis dengan bidang. Marilah kita memperhatikan keadaan di sekitar kita banyak dijumpai benda yang memuat garis-garis yang sejajar atau garis dan bidang yang sejajar. Benda-benda itu, antara lain meja, jendela, lantai, langit-langit dari ruangan tempat tinggal kita. Di samping itu, dapat disaksikan hubungan yang ditunjukkan, antara lain oleh tiang bangunan terhadap permukaan lantai, atau disaksikan dari dua dinding ruang belajar terhadap permukaan lantai, yang keduanya merupakan fakta tentang hubungan ketegaklurusan garis terhadap bidang.

Dalam kegiatan belajar ini akan dipelajari lebih jauh tentang hubungan ketegaklurusan garis terhadap bidang. Perhatikan kembali kerangka kubus yang Anda buat (Gambar 1.5) dan gambar kubus berikut (Gambar 1.18).



Gambar 1.18.

Jika kita perhatikan kubus ABCD.EFGH seperti pada Gambar 1.18 karena semua sisinya berbentuk bujur sangkar maka $FB \perp BA$ dan $FB \perp BC$, sedang BA dan BC merupakan dua buah garis yang berpotongan, yang terletak pada sebuah bidang, yaitu bidang ABCD.

Meskipun fakta di atas merupakan kejadian khusus pada sebuah kubus, tetapi hal itu dapat membantu kita untuk menemukan kebenaran tentang adanya sebuah garis yang tegak lurus pada dua buah garis berpotongan yang terletak pada sebuah bidang. Anda tentu dapat menunjukkan contoh lainnya pada kubus itu, misalnya

AD ⊥ DC dan AD ⊥ DH, DC dan DH dua buah garis berpotongan dalam bidang CDHG.

Dalam hubungan fakta seperti di atas marilah kita pelajari hal berikut.

Definisi 1.4 (Ketegaklurusan Garis atau Bidang)

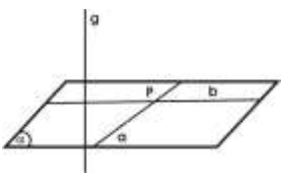
Sebuah garis g dan sebuah bidang γ dikatakan saling tegak lurus jika dan hanya jika setiap garis pada γ tegak lurus pada g.

Teorema 1.2

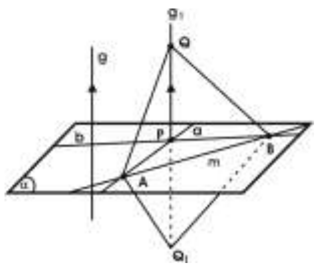
Jika sebuah garis tegak lurus pada dua buah garis berpotongan yang terletak pada bidang maka garis itu akan tegak lurus pada bidang tersebut.

Kebenaran dari teorema di atas dapat di lihat pada pembuktian di bawah ini.

Diketahui	:	Garis a dan b yang berpotongan di titik P, terletak pada bidang α : garis g tegak lurus pada a dan b.
Dibuktikan	:	Garis g tegak lurus pada setiap garis yang terletak pada bidang α .
Bukti	:	Bidang α. Coba perhatikan berturut-turut Gambar 1.19, Gambar 1.20, dan Gambar 1.21.



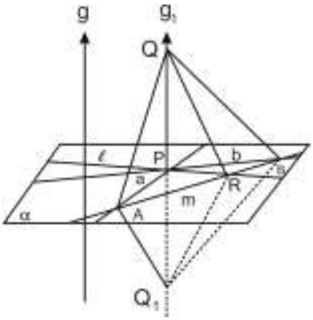
Gambar 1.19.



Gambar 1.20.

Anda dapat melukiskan garis g_1 melalui P yang sejajar g. Kemudian, pada garis g sebelah menyebelah bidang α di lukis titik Q dan titik Q_1 sehingga $PQ_1 = PQ$.

Karena g ⊥ a dan g ⊥ b maka akibatnya g_1 ⊥ a dan g_1 ⊥ b sehingga a dan b merupakan sumbu dari ruas garis QQ_1. Jika Anda membuat sembarangan garis m pada bidang α, yang memotong garis a dan b berturut-turut dititik A dan B maka $AQ_1 = AQ$ dan $BQ_1 = BQ$.



Gambar 1.21.

Sekarang bandingkan Δ ABQ_1 dan Δ ABQ:

$$\left.\begin{aligned} AB &= AB \\ AQ_1 &= AQ \\ BQ_1 &= BQ \end{aligned}\right\} \Delta\ ABQ_1 \cong \Delta\ ABQ \rightarrow \angle\ Q_1AB \cong \angle\ QAB$$

Selanjutnya, apabila Anda buat sembarang garis yang lurus melalui titik P dan terletak pada bidang α, yang memotong garis m di titik R maka jika pada Δ ARQ_1 dan Δ ARQ

$$\left.\begin{aligned} &AQ_1 = AQ \\ &\angle Q_1AR \cong \angle\ QAR \text{ (karena } \angle\ Q_1AB \cong \angle\ QAB \text{)} \\ &AR = AR \end{aligned}\right\} \Delta\ \ ARQ \cong \Delta\ ARQ$$

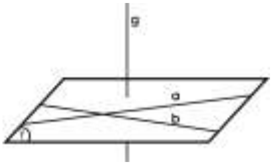
Karena Δ $ARQ_1 \cong \Delta$ ARQ_1 maka RQ_1 = RQ, yang berarti pula bahwa PR merupakan sumbu dari ruas garis QQ_1.

Jika PR merupakan sumbu dari ruas garis QQ_1, berarti garis g_1 tegak lurus pada garis ℓ, berarti juga garis g tegak lurus pada garis ℓ.

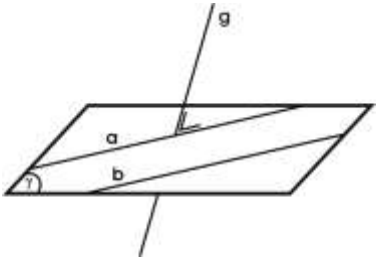
Dengan cara yang sama dibuktikan bahwa garis g juga tegak lurus pada setiap garis melalui P dan terletak pada bidang γ. Dengan demikian, berarti telah dibuktikan garis g tegak lurus pada setiap garis yang terletak pada bidang γ. Menurut Definisi 1.4 maka terbukti g tegak lurus γ.

Menurut Teorema 1.2 jika kita akan memastikan apakah sebuah garis g tegak lurus pada sebuah bidang γ maka kita tidak perlu menunjukkan bahwa garis g tegak lurus pada setiap garis pada bidang γ, tetapi cukup menunjukkan bahwa garis g tegak lurus pada dua garis berpotongan yang terletak pada bidang γ.

Perhatikanlah bahwa jika garis g itu tegak lurus pada dua garis yang tidak berpotongan, jadi tegak lurus bidang γ.



Gambar 1.22.



Gambar 1.23.

Gambar 1.22 menunjukkan kepada kita bahwa:

$g \perp a$
$g \perp b$
a dan b berpotongan
a dan b pada bidang γ

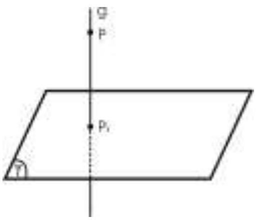
} maka $g \perp$ bidang γ

Sedang Gambar 1.23 menunjukkan kepada kita bahwa

$g \perp a$
$g \perp b$
$a \,//\, b$

} maka : belum tentu $g \perp$ bidang γ

Selanjutnya jika melalui sebuah titik P yang tidak terletak pada bidang γ dibuat garis yang tegak lurus bidang γ dan memotong bidang γ di titik P_1 maka P_1 disebut titik kaki garis tegak lurus yang dibuat melalui P pada bidang γ.



Gambar 1.24.

Definisi 1.5 (Proyeksi suatu Titik)

Proyeksi suatu titik P pada sebuah bidang γ adalah titik kaki dari garis yang dibuat melalui titik P itu tegak lurus bidang γ.

Perhatikanlah Gambar 1.24.

γ disebut bidang proyeksi

P disebut titik yang diproyeksikan

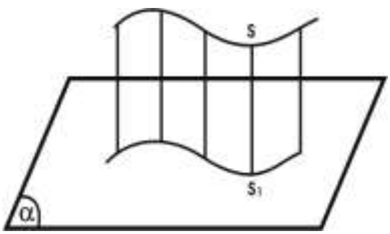
P_1 disebut titik hasil proyeksi atau proyeksi P pada bidang γ

g disebut garis pemproyeksi.

Kalau setiap bangun geometri dipandang sebagai himpunan titik-titik tertentu maka proyeksi suatu bangun pada sebuah bidang merupakan bangun lain yang terjadi dari himpunan proyeksi semua titik dari bangun itu pada bidang tersebut.

Definisi 1.6 (Proyeksi suatu Garis)

Proyeksi suatu garis s pada sebuah bidang γ adalah himpunan titik-titik yang proyeksinya ke bidang tersebut dari titik-titik pada garis tersebut. Pada Gambar 1.25 ditunjukkan bahwa proyeksi dari sebuah kurva s adalah kurva s_1.



Gambar 1.25.

s_1 merupakan himpunan proyeksi semua titik pada kurva s pada bidang α. Meskipun demikian, untuk memperoleh proyeksi sebuah bangun pada sebuah bidang tidak harus dicari proyeksi dari semua titiknya pada bidang tersebut. Contoh: Proyeksi sebuah garis lurus.

Teorema 1.3

Proyeksi sebuah garis pada sebuah bidang pada umumnya merupakan sebuah garis lagi.

Diketahui:

garis g dan bidang α

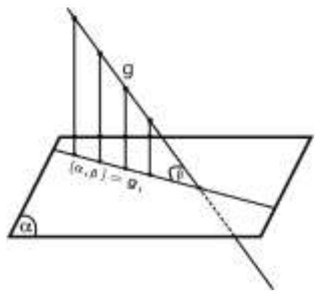
g_1 merupakan proyeksi garis g pada bidang α

Dibuktikan:

g_1 merupakan garis lurus

Bukti:

Garis-garis pemproyeksi dari titik-titik yang terletak pada garis g merupakan garis-garis yang memotong garis g dan sejajar satu sama lain, semuanya terletak pada sebuah bidang, misalnya bidang β.

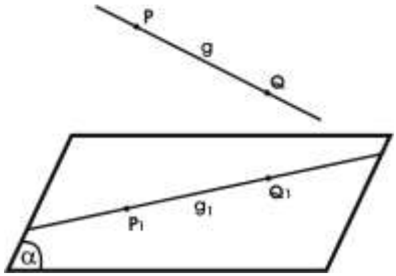


Gambar 1.26.

Bidang β memotong bidang menurut garis lurus (α, β). Garis potong (α, β) tidak lain adalah garis g_1. Dengan perkataan lain, proyeksi dari garis g pada bidang α, yaitu g_1 merupakan garis lurus.

Jika garis g tegak lurus bidang α maka proyeksinya hanya berupa sebuah titik.

Karena sebuah garis lurus letaknya ditentukan oleh dua buah titiknya maka mendasarkan pada Teorema 1.3 untuk menentukan proyeksi sebuah garis pada sebuah bidang, cukup memproyeksikan dua buah titiknya saja dari garis itu. Pada Gambar 1.27, titik P dan Q pada g maka proyeksi g pada bidang α ditentukan oleh titik P_1 dan Q_1.

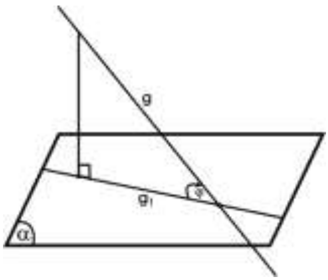


Gambar 1.27.

Setelah Anda mengenal pengertian dari proyeksi dan sifat dari proyeksi sebuah garis lurus pada sebuah bidang maka diharapkan Anda dapat memahami pengertian sudut antara garis dan bidang.

Definisi 1.7

Jika sebuah garis tegak lurus pada sebuah bidang maka sudut antara garis itu dengan bidang tersebut adalah sudut lancip antara garis itu dengan proyeksi garis itu pada bidang tersebut.



Gambar 1.28.

Gambar 1.28 menunjukkan tentang sebuah garis g yang tidak tegak lurus pada bidang α. Garis g_1 adalah proyeksi garis g pada bidang α. Sehingga sudut antara garis g bidang α adalah sudut lancip antara garis g dan g_1, yaitu φ.

Contoh:

Dalam sebuah kubus dengan bidang alas ABCD dan rusuk-rusuk tegaknya AE, BF, CG, dan DH.

a. Buktikan bahwa $\overline{BC}$ tegak lurus bidang ABFE.
b. Buktikan bahwa $\overline{CD}$ tegak lurus $\overline{AH}$.
c. Tentukan proyeksi dari titik C pada bidang ADHE.
d. Tentukan proyeksi dari $\overline{DE}$ pada bidang ABCD.
e. Tentukan sudut antara $\overline{CH}$ dan bidang EFGH.

Jawab:

Jika Gambar 1.29 menunjukkan kubus yang dimaksudkan maka:

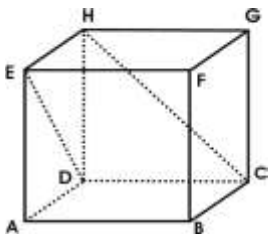
a. Karena ABCD sebuah kubus maka setiap sisinya berupa daerah persegi, yang mengakibatkan

$$\left.\begin{array}{l}\angle \text{ CBA siku-siku atau } \overline{CB} \perp \overline{BA} \\ \angle \text{ CBF siku-siku atau } \overline{CB} \perp \overline{BF} \\ \overline{BA} \text{ dan } \overline{BF} \text{ pada bidang ABF dan} \\ \text{berpotongan}\end{array}\right\} \therefore \overline{CB} \perp \text{bidang ABFE}$$

b. Melalui langkah yang serupa dengan jawaban pada pertanyaan (a), tetapi dipersingkat:

$$\left.\begin{array}{l}\overline{CD} \perp \overline{DA} \\ \overline{CD} \perp \overline{DH}\end{array}\right\} \overline{DA} \text{ dan } \overline{DH} \text{ berpotongan dan pada bidang ADH}$$

$\overline{AH}$ pada bidang ADHE; menurut Teorema 1.2 maka $\overline{CD} \perp \overline{AH}$



Gambar 1.29.

c. Pada jawaban pertanyaan (b) dikemukakan bahwa $\overline{CD} \perp$ bidang ADHE. Berarti bahwa D adalah titik kaki dari garis yang melalui C dan tegak lurus bidang ADHE; jadi proyeksi titik C pada bidang ADHE adalah titik D.

d. Untuk memproyeksikan ruas garis $\overline{DE}$ pada bidang ABCD, ditetapkan dua titiknya, dan dipilih ujung-ujungnya D dan E. Proyeksi dari titik D pada bidang ABCD adalah titik D sendiri. Proyeksi E pada bidang ABCD adalah A. Jadi, proyeksinya adalah $\overline{DA}$.

e. Sudut antara $\overline{CH}$ dengan bidang EFGH adalah sudut antara $\overline{CH}$ dengan proyeksinya pada bidang EFGH. Proyeksi $\overline{CH}$ pada bidang EFGH adalah $\overline{GH}$. Jadi sudut antara $\overline{CH}$ dengan bidang EFGH adalah sudut antara $\overline{CH}$ dan $\overline{GH}$, yaitu $\angle$ CHG = 45^o.

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

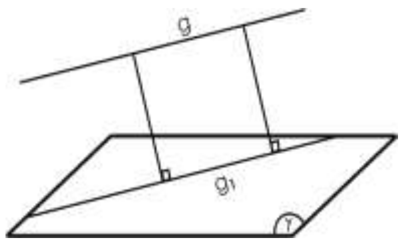
1) Dalam balok dengan bidang alas ABCD dan rusuk-rusuk tegaknya AE, BF, CG, dan DH, buktikan bahwa EH tegak lurus bidang CDHG!
2) Dalam seperti pada soal no. 1), buktikanlah bahwa FG tegak lurus CH!
3) Dalam kubus dengan bidang alas ABCD dan rusuk-rusuk tegaknya AE, BF, CG, dan DI buktikanlah bahwa FH tegak lurus pada bidang ACGE!
4) Dalam kubus seperti pada soal no. 3), tunjukkanlah sudut antara DF dengan bidang BCGF!
5) Buktikanlah bahwa jika garis g sejajar dengan sebuah bidang γ maka proyeksi garis g pada bidang γ, yaitu garis g_1 akan sejajar dengan garis g sendiri!

Petunjuk Jawaban Latihan

1) Tunjukkanlah bahwa EH tegak lurus pada dua buah garis berpotongan yang terletak pada bidang CDHG, dengan mendasarkan pada ketentuan bahwa ABCDEFGH merupakan sebuah balok sehingga setiap sisinya berbentuk persegi panjang, dan seterusnya.
2) Anda buktikan dahulu bahwa FG tegak lurus pada bidang yang memuat CH, yaitu bidang CDHG. Gunakan Teorema 1.2 dan seterusnya.
3) Anda harus menunjukkan bahwa FH tegak lurus pada dua buah garis berpotongan yang terletak pada bidang ACGE, misalnya AE dan EC. Perhatikan letak AE terhadap bidang EFGH, dengan melihat pengalaman

Anda pada waktu menjawab soal no. 1) dan 2). Kemudian, perhatikan letak EG terhadap FH pada bidang EFGH, yang merupakan salah satu sisi dari sebuah kubus, dan seterusnya.

4) Karena DF tegak lurus pada bidang BCGF maka sudut antara DF dengan bidang BCGF adalah sudut lancip yang terbentuk oleh DF dan proyeksi DF pada bidang BCGF. Pilih dua buah titik pada DF, misalnya D dan F, untuk menentukan proyeksi DF pada bidang BCGF; dan seterusnya.
5) Dalam soal ini yang Anda ketahui adalah bahwa g // γ dan g_1 proyeksi g pada bidang γ, dan yang harus Anda buktikan adalah bahwa g_1 // g. Buktinya, dapat Anda lakukan melalui bukti tak langsung. Anda perhatikan Gambar 1.30.



Gambar 1.30.

Anda andaikan g tidak sejajar g_1. Karena g dan g_1 terletak pada sebuah bidang, yaitu bidang pemroyeksi maka pastilah g dan g_1 saling berpotongan. Misalnya, titik potong g dan g_1 adalah titik T, berarti T merupakan titik persekutuan antara g dengan bidang γ, atau dengan perkataan lain g dan γ mempunyai sebuah titik persekutuan.

Sedang diketahui g//γ, berarti g dan γ tidak mempunyai titik persekutuan; dan seterusnya.

RANGKUMAN

Dalam kehidupan sehari-hari banyak dijumpai hubungan ketegaklurusan garis dan bidang. Garis disebut tegak lurus bidang jika garis itu tegak lurus pada setiap garis yang terletak pada bidang tersebut.

Untuk menetapkan apakah sebuah garis tegak lurus pada sebuah bidang, cukup ditunjukkan bahwa garis itu tegak lurus pada dua buah garis berpotongan yang terletak pada bidang tersebut.

Proyeksi sebuah titik pada sebuah bidang adalah titik kaki garis yang dibuat melalui titik itu dan tegak lurus pada bidang tersebut.

Proyeksi sebuah garis tidak tegak lurus pada sebuah bidang maka yang dimaksud dengan sudut antara garis itu dan bidang tersebut adalah sudut lancip yang dibentuk oleh garis itu dengan proyeksinya pada bidang tersebut.

TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

1) Sebuah garis g disebut tegak lurus pada sebuah bidang α jika garis g tegak lurus pada ….
   A. dua garis sejajar di bidang α
   B. sebuah garis di bidang α
   C. tiga garis di bidang α
   D. dua buah garis yang berpotongan dan terletak di bidang α

2) Untuk memastikan bahwa sebuah garis tegak lurus pada sebuah bidang, harus dibuktikan bahwa garis itu tegak lurus pada ….
   A. semua garis pada bidang tersebut
   B. tiga garis berpotongan pada bidang tersebut
   C. dua garis sejajar pada bidang tersebut
   D. dua garis berpotongan pada bidang tersebut

3) Proyeksi sebuah garis lurus g pada sebuah bidang α ….
   A. belum tentu berupa sebuah garis
   B. dipastikan berupa sebuah titik
   C. berupa sebuah garis lurus yang letaknya tegak lurus pada garis semula
   D. berupa sebuah ruas garis

4) Jika P pada garis g dan P tidak terletak pada bidang α, g memotong bidang α; sedang g_1 dan P_1 berturut-turut adalah proyeksi garis g dan titik P pada bidang α maka ….
   A. g_1 belum tentu melalui P_1
   B. g_1 melalui P
   C. g melalui P_1
   D. g_1 melalui P_1

5) Pada balok ABCD.PQRS ….
A. $\overline{BR} \perp \overline{SR}$
B. $\overline{AD} \perp \overline{BD}$
C. $\overline{AC} \perp \overline{BC}$
D. $\overline{PA} \perp \overline{CS}$

6) Dalam balok ABCD. EFGH ….
A. $\overline{AC}$ adalah proyeksi $\overline{DG}$ pada bidang ABCD
B. $\overline{BG}$ adalah proyeksi $\overline{DE}$ pada bidang BCGF
C. $\overline{AH}$ adalah proyeksi $\overline{HB}$ pada bidang ADHE
D. $\overline{CG}$ adalah proyeksi $\overline{AE}$ pada bidang CDHG

7) Dalam balok ABCD.PQRS maka sudut antara $\overline{BS}$ dan bidang PQRS adalah ….
A. $\angle$ BSD
B. $\angle$ BSQ
C. $\angle$ BQS
D. siku-siku

8) Pada kubus ABCD.EFGH maka ….
A. $\overline{BG} \perp \overline{GE}$
B. $\overline{AG} \perp \overline{EH}$
C. $\overline{AG} \perp \overline{GC}$
D. $\overline{BD} \perp \overline{CE}$

9) Dalam kubus ABCD.EFGH maka ….
A. $\overline{BG}$ merupakan proyeksi $\overline{HG}$ pada bidang ABGH
B. $\overline{CF}$ merupakan proyeksi $\overline{CE}$ pada bidang BCGF
C. $\overline{AC}$ merupakan proyeksi $\overline{CH}$ pada bidang ACGE
D. $\overline{AG}$ merupakan proyeksi $\overline{EH}$ pada bidang ACGE

10) Dalam kubus ABCD.EFGH maka ….
A. $\angle$ EGH merupakan sudut antara GH dengan bidang ACGE
B. $\angle$ EGF merupakan sudut antara AG dengan bidang BCGF
C. $\angle$ CAF merupakan sudut antara AC dengan bidang ABFE
D. $\angle$ AGB merupakan sudut antara EG dengan bidang BCGF

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan modul selanjutnya. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama bagian yang belum dikuasai.

Kunci Jawaban Tes Formatif

Tes Formatif 1

1) A. Tidak benar karena mungkin juga kedua garis itu sejajar atau bersilangan.
   B. Benar, sesuai dengan definisi.
   C. Tidak benar karena dua garis yang mempunyai dua titik persekutuan berarti berimpit.
   D. Tidak benar karena mungkin keduanya saling sejajar.
2) A. Tidak benar karena mungkin juga kedua garis itu sejajar.
   B. Tidak benar karena tak sesuai definisi.
   C. Tidak benar karena dua garis itu sejajar.
   D. Benar, menurut definisi dua garis bersilangan.
3) A. Tidak benar karena semua titik pada garis itu akan juga terletak pada bidang itu.
   B. Tidak benar, alasan sama dengan di atas, semua titik dari garis itu akan terletak pada bidang tersebut.
   C. Tidak benar, alasan sama dengan di atas.
   D. Benar, semua definisi dari garis menembus sebuah bidang.
4) A. Tidak benar karena berarti semua titik pada garis itu akan terletak pada bidang α, jadi garis itu terletak pada bidang α.
   B Tidak benar karena itu berarti garis a terletak pada bidang α.
   C Benar, menurut definisi.
   D Tidak benar karena hal itu tidak mungkin.
5) A. Benar, menurut Teorema 1.1.
   B. Tidak benar karena sebuah garis hanya memiliki satu arah, jadi tidak mungkin sejajar lebih dari satu garis yang tidak sejajar atau arahnya tidak sama.
   C. Tidak benar karena berarti garis g memotong bidang β.
   D. Tidak benar karena berarti garis g terletak pada bidang β.
6) A. Tidak benar karena tidak terletak pada sebuah bidang, yang berarti mereka bersilangan.
   B. Benar karena keduanya tidak sebidang.
   C. Tidak benar karena keduanya tidak sebidang.
   D. Tidak benar karena PS//AD dan besar sudut SPQ tidak 90^{o}.

7) A. Benar karena CH sejajar BE yang terletak pada bidang ABFE, menurut teorema bahwa CH sejajar bidang ABFE.
   B. Tidak benar karena AH dan EFGH bersekutu sebuah titiknya, yaitu titik H.
   C. Tidak benar karena GE sejajar AC yang terletak pada bidang ABCD, berarti GE sejajar ABCD.
   D. Tidak benar karena DC sejajar HG sehingga $\angle$ (AD, HG) = $\angle$ (AD, DE) = 90^o, jadi $\angle$ (AD, HG) $\neq 45^o$.
8) A. Benar karena AD//EH, dan EH pada bidang BCHE.
   B. Tidak benar karena FG//EH, dan EH pada bidang ADHE, jadi FG//bidang ADHE, FG tidak memotong bidang ADHE.
   C. Tidak benar karena CH dan bidang CDHG bersekutu dua buah titiknya C dan H sehingga seluruh CH akan terletak pada bidang CDHG.
   D. Tidak benar, AC sejajar EG, dan EG terletak pada bidang EFGH, jadi AC sejajar bidang EFGH.
9) A. Tidak benar karena PR//KH sehingga $\angle$ (BD, EG) = $\angle$ (BD, AC) = 90^o, jadi $\angle$ (BD, EG) $\neq 45^o$.
   B. Tidak benar karena GS//LN sehingga $\angle$ (FH, BG) = $\angle$ (BD, BG) = 60^o karena Δ BDG sama sisi, jadi LN tegak lurus QM.
   C. Benar karena RN//QK sehingga $\angle$ (SM, QK) = $\angle$ (SM, RN) = 90^o atau SM dan KQ bersilangan tegak lurus.
   D. Tidak benar karena PQ//RS sehingga $\angle$ (PK, RS) $\neq 60^o$.
10) A. Tidak benar karena FC//ED, ED pada bidang ADHE sehingga FC//bidang ADHE, jadi FC tidak memotong bidang ADHE.
   B. Benar karena DB//HE sehingga $\angle$ (AD, FH) = $\angle$ (AD, AH) = 45^o karena ABCD bujur sangkar.
   C. Tidak benar karena AH//BG sehingga $\angle$ (AD, BG) = $\angle$ (AD, AH) = 45^o, jadi AD dan BG tidak bersilangan tegak lurus.
   D. tidak benar karena DG//AF, dan AF pada bidang ABFE, berarti DG sejajar bidang ABFE, jadi DG tidak akan memotong bidang ABFE.

Tes Formatif 2

1) A. Tidak benar karena belum tentu garis g tegak lurus bidang α.
   B. Tidak benar karena belum menjamin garis g letaknya tegak lurus bidang α.

C. tidak benar karena belum ada kejelasan tentang letak tiga garis dalam bidang α tersebut.
D. benar karena sesuai dengan Teorema 1.2.

2) A. tidak benar karena pembuktiannya tidak akan pernah selesai.
B. tidak benar karena tidak perlu berlebihan, cukup gunakan Teorema 1.2.
C. tidak benar karena belum menjamin ketegaklurusan garis pada bidang tersebut.
D. benar karena sesuai dengan Teorema 1.2.

3) A. benar karena sesuai Teorema 1.3.
B. tidak benar, berupa titik jika garis tegak lurus bidang proyeksi dan umumnya berupa garis lurus.
C. tidak benar karena proyeksinya harus terletak pada bidang α.
D. tidak benar karena dapat juga merupakan sebuah titik, yaitu jika garis g letaknya tegak lurus bidang α.

4) A. tidak benar karena proyeksi setiap titik dari garis g pada bidang α harus terletak pada g_1, termasuk proyeksi dari P, berarti g_1 harus melalui P_1.
B. tidak benar karena P tidak terletak pada g_1.
C. tidak benar, P_1 tidak terletak pada g.
D. benar, seperti penjelasan pada pilihan (A).

5) A. benar karena $\overline{SR}$ tegak lurus bidang BQRC dan $\overline{BR}$ pada bidang BQRC sehingga $\overline{SR} \perp \overline{BR}$.
B. tidak benar karena BD diagonal bidang alas ABCD.
C. tidak benar karena AC diagonal bidang alas ABCD.
D. tidak benar karena PA//bidang CDSR.

6) A. tidak benar karena proyeksi $\overline{DG}$ pada bidang ABCD adalah $\overline{DC}$.
B. tidak benar karena proyeksi $\overline{DE}$ pada bidang BCGF adalah $\overline{CF}$.
C. benar karena A proyeksi titik B pada bidang ADHE, dan H proyeksi titik H sendiri pada bidang ADHE, sedang proyeksi sebuah garis pada sebuah bidang cukup ditentukan oleh proyeksi dari dua buah titiknya yang berlainan.
D. tidak benar karena proyeksi $\overline{AE}$ pada bidang CDHG adalah $\overline{DH}$.

7) A. tidak benar karena $\angle$ BSD merupakan penyikunya.
B. benar karena QS merupakan proyeksi dari $\overline{BS}$ pada bidang PQRS, dan sesuai dengan Definisi 1.5.

C. tidak benar karena $\angle$ BQS siku-siku, padahal $\overline{BS}$ tidak tegak lurus bidang PQRS.

D. tidak benar karena $\overline{BS}$ tidak tegak lurus bidang PQRS.

8) A. tidak benar karena $\angle$ BGE = 60^o.

B. tidak benar karena $\overline{EH}$ $\perp$ bidang CDHG sehingga $\overline{EH} \perp \overline{HC}$, jadi Δ CEH siku-siku di titik C, akibatnya CEH ≠ 90^o, atau tidak benar $\overline{CE} \perp \overline{EH}$.

C. tidak benar karena $\overline{AG}$ dan $\overline{GC}$ masing-masing merupakan diagonal dan sisi dari panjang ACGE, jadi $\angle$ AGC ≠ 90^o atau tidak benar $\overline{AG} \perp \overline{GC}$.

D. benar karena BD tegak lurus bidang ACGE, dan $\overline{CE}$ terletak pada bidang ACGE, jadi $\overline{BD} \perp \overline{CE}$ sesuai definisi garis tegak lurus bidang.

9) A. tidak benar karena proyeksi $\overline{HG}$ pada bidang ABGH adalah $\overline{HG}$ sendiri.

B. benar karena F merupakan proyeksi E pada bidang BCGF dan C merupakan proyeksi C pada bidang BCGF.

C. tidak benar karena proyeksi $\overline{CH}$ pada bidang ACGE adalah garis yang melalui pertengahan diagonal $\overline{HF}$, jadi tidak melalui A.

D. tidak benar karena proyeksi $\overline{EH}$ pada bidang ACGE adalah garis yang melalui pertengahan diagonal $\overline{HF}$, jadi tidak melalui A dan G.

10) A. benar karena $\overline{EG}$ merupakan proyeksi $\overline{GH}$ pada bidang ACGE.

B. tidak benar karena sudut antara $\overline{AG}$ dengan bidang BCGF adalah $\angle$ AGB.

C. tidak benar karena sudut antara $\overline{AC}$ dengan bidang ABFE adalah $\angle$ CAB.

D. tidak benar karena sudut antara $\overline{EG}$ dengan bidang BCGF adalah $\angle$ EGF.

Glosarium

Garis memotong garis	:	kedua garis hanya memiliki satu titik sekutu.
Garis menembus bidang	:	garis hanya memiliki satu titik sekutu dengan bidang.
Garis terletak pada bidang	:	garis memiliki lebih dari satu titik sekutu dengan bidang.
Proyeksi garis pada suatu bidang	:	proyeksi titik-titik dan dari garis ke bidang.
Sudut antara garis dan bidang	:	sudut antara garis dan proyeksinya di bidang tersebut.

Daftar Pustaka

Abdul Kodir M. dkk. (1978). *Matematika untuk SMA*. Jakarta: Intermasa.

Alders, C.J. (1978). *Ilmu Geometri Ruang*. Jakarta: Pradnja Paramita.

Charles F. Brumfiel. (1961). *Geometry*. London: Addison Wesley Publishing Company. Inc.

Djoko Iswadji. (1998). *Geometri Ruang*. Yogyakarta: FPMIPA, IKIP Yogyakarta.

Fogiel, M. (1987). *The Geometry Problem Solver*. New York: Research & Education Association.

Harry Lewis. (1968). *Geometry*. London: D.V. Norstrand Co.Inc.

Oetjoep Ilman, dkk. (1964). *Ilmu Ukur Ruang*. Jakarta: Wijaya.

Rawuh. R. (1975). *Ilmu Ukur Ruang : Teori dan Soal-soal*. Bandung: Terate.

Reichgott and Spiller. (1944). *Today Geometry*. New York: Prentice Hall Inc.

Rochaeli. (1961). *Stereometri*. Jakarta: Yayasan Pembangunan.

Sukemi, dkk. (1968). *Ilmu Ukur Ruang*. Bandung: Pelajar.

Sumarno (CCI). (1951). *Ilmu Ukur Ruang*. Yogyakarta: Prapanca.

Travers, Kenneth, dkk. (1987). *Geometry*. California: Laidlow Brothers.

Van Thyjn. A, dkk. (1964). *Soal-soal Ilmu Ukuran Ruang*. Djakarta: Pradnja Paramita.

Wirasto. (1967). *Ilmu Ukuran Ruang*. Yogyakarta: Sinduniti.