

Matematika dan Pendidikan Matematika

Dra. Susannah, M.Pd.



PENDAHULUAN

Berbicara tentang hakikat matematika berarti berbicara tentang apa sebenarnya matematika itu, baik itu ditinjau dari pengertian matematika, karakteristik matematika, matematika sebagai bahasa, matematika sebagai ilmu, maupun peran dan kedudukan matematika di antara cabang ilmu lain dan manfaatnya.

Berkenaan tentang pendidikan matematika, berarti juga berbicara tentang karakteristik pendidikan matematika dan tujuan pendidikan matematika.

Sebagai guru atau calon guru khususnya guru matematika, sudah sewajarnya untuk mengetahui hal-hal tersebut di atas. Dengan mengetahui hal-hal di atas di samping wawasan tentang matematika menjadi luas, akan mampu dan bijaksana dalam memilih strategi belajar mengajar matematika secara tepat.

Secara umum, setelah mempelajari modul ini Anda diharapkan mampu memahami dan menguasai hakikat matematika dan pendidikan matematika.

Secara khusus, setelah mempelajari modul ini Anda diharapkan dapat:

1. menjelaskan tentang pengertian matematika;
2. memberi contoh unsur-unsur yang tidak didefinisikan dalam matematika;
3. mengidentifikasi suatu pernyataan yang diberikan termasuk definisi atau aksioma;
4. menyebutkan tentang karakteristik matematika berdasarkan contohnya;
5. menyebutkan objek dasar matematika beserta contohnya;
6. menjelaskan pengertian pendidikan matematika;
7. menyebutkan tentang karakteristik pendidikan matematika berdasarkan contohnya;
8. membedakan karakteristik matematika dan pendidikan matematika;
9. menunjukkan tujuan pendidikan matematika;
10. menyebutkan ruang lingkup materi matematika pada satuan pendidikan tertentu;

11. menunjukkan standar kompetensi lulusan mata pelajaran matematika di SD/MI sampai dengan SMA/MA;
12. mengidentifikasi langkah-langkah belajar J. Bruner jika diberi contoh kegiatan pembelajarannya;
13. memberi contoh bagaimana seorang guru dapat mempermudah pemahaman konsep dalam pembelajaran.

Modul 1 ini terdiri dari dua kegiatan belajar (KB). Masing-masing adalah Kegiatan Belajar 1 memuat tentang pengertian matematika, karakteristik matematika, matematika sebagai ratu dan pelayan ilmu, matematika sebagai bahasa, matematika sebagai ilmu deduktif, dan matematika sebagai ilmu terstruktur. Kegiatan Belajar 2 memuat tentang pengertian matematika sekolah, karakteristik matematika sekolah, dan tujuan pendidikan matematika.

Untuk mempelajari materi dalam modul ini tidak diperlukan materi prasyarat, tetapi untuk mempelajari materi dalam modul-modul selanjutnya diperlukan penguasaan materi dalam modul ini. Jika Anda telah memahami dan menguasai materi matematika sekolah (SD, SMP, SMA) maka akan memudahkan Anda dalam mempelajari materi modul ini.

KEGIATAN BELAJAR 1

Hakikat Matematika

A. PENGANTAR

Materi yang akan dibahas dalam Kegiatan Belajar 1 ini adalah pengertian matematika, matematika sebagai ratu dan pelayan ilmu, matematika sebagai bahasa, matematika sebagai ilmu deduktif, matematika sebagai ilmu terstruktur, dan karakteristik matematika.

Seperti halnya ilmu yang lain matematika juga memiliki aspek teoritis dan aspek terapan atau praktis, meski tidak demikian mudah untuk membedakan mana yang tergolong matematika “murni” atau matematika “terapan”. Ini disebabkan oleh keabstrakan dari objek-objek kajian matematika, meski sedikit teori-teori dalam matematika yang dibangun dari realitas lingkungan manusia.

Perkembangan matematika di awal abad ke-21 ini telah dimanfaatkan oleh beberapa negara maju dalam meningkatkan dan menguasai teknologi. Perkembangan matematika tersebut tidaklah mustahil pada suatu waktu nanti akan berpengaruh terhadap pendidikan matematika di Indonesia. Oleh sebab itu, materi dalam Kegiatan Belajar 1 ini merupakan bekal kepada seorang guru atau calon guru yang sudah semestinya mengetahui dan memahami peran dan manfaat matematika tersebut.

B. PENGERTIAN MATEMATIKA

Pengertian tentang matematika tidak didefinisikan secara tepat dan menyeluruh. Hal ini mengingat belum ada kesepakatan atau definisi tunggal tentang matematika. Beberapa pengertian atau ungkapan tentang matematika hanya dikemukakan berdasarkan siapa pembuat definisi, di mana dibuat dan dari sudut pandang apa definisi itu dibuat. Ada tokoh yang sangat tertarik dengan bilangan maka ia melihat matematika itu dari sudut pandang bilangan. Ada tokoh lain yang lebih mencurahkan perhatian kepada struktur-struktur maka ia melihat matematika dari sudut pandang struktur-struktur itu. Tokoh lain lagi lebih tertarik pada pola pikir atau sistematika maka ia melihat matematika dari sudut pandang sistematika itu. Dengan demikian, banyak sekali definisi yang berbeda-beda tentang matematika.

Menurut Hudoyo (1979: 96) dikatakan bahwa:

“Hakikat Matematika berkenaan dengan ide-ide, struktur-struktur dan hubungan-hubungan yang diatur menurut urutan yang logis. Jadi, matematika berkenaan dengan konsep-konsep abstrak. Suatu kebenaran matematis dikembangkan berdasarkan alasan logis. Namun, kerja matematis terdiri dari observasi, menebak dan merasa, mengetes hipotesa, mencari analogi, dan sebagaimana yang telah dikembangkan di atas, akhirnya merumuskan teorema-teorema yang dimulai dari asumsi-asumsi dan unsur-unsur yang tidak didefinisikan. Ini benar-benar aktivitas mental.”

Sedangkan dalam bukunya R. Soedjadi (1999/2000) menyajikan beberapa pengertian tentang matematika sebagai berikut.

1. Matematika adalah cabang ilmu pengetahuan eksak dan terorganisir (R.Soedjadi, 1999/2000).
2. Matematika adalah ilmu tentang keluasan atau pengukuran dan letak (Keysen dalam The Liang Gie, 1993).
3. Matematika adalah ilmu tentang bilangan-bilangan dan hubungan-hubungannya (Chanles Echels dalam The Liang Gie, 1993).
4. Matematika adalah ilmu deduktif yang tidak menerima generalisasi yang didasarkan kepada observasi (induktif), tetapi menerima generalisasi yang didasarkan kepada pembuktian secara deduktif (Russeffendi, 1999).
5. Matematika adalah ilmu tentang struktur yang terorganisasi mulai dari unsur yang tidak didefinisikan ke unsur yang didefinisikan, ke aksioma atau postulat akhirnya ke dalil atau teorema (Russeffendi, 1991).
6. Matematika adalah ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran dan konsep-konsep hubungan lainnya yang jumlahnya banyak dan terbagi ke dalam tiga bidang, yaitu aljabar, analisis dan geometri (James dan James, 1976).

Salah satu pengertian di atas menyebutkan bahwa matematika adalah pengetahuan eksak atau dengan kata lain matematika adalah ilmu pasti, hal ini memberi kesan bahwa matematika merupakan perhitungan yang memberi hasil yang pasti dan tunggal. Hal ini dapat menimbulkan “miskonsepsi”, karena kalau kita renungkan apakah suatu pengukuran misalnya pengukuran panjang, pengukuran luas, pengukuran waktu menunjukkan hasil yang tepat? Jawabnya tidak. Bilangan yang diperoleh dari hasil pengukuran itu hanyalah pendekatan. Hal ini sangat memungkinkan hasil pengukuran yang berbeda satu dengan yang

lain. Sedangkan mengenai definisi tentang matematika merupakan struktur-struktur yang terorganisasi berdasarkan urutan yang logis bukan berarti bahwa ilmu lain tidak diatur secara logis. Namun, dalam mempelajari matematika terdapat konsep prasyarat yang biasa disebut “konsep primitif” sebagai dasar untuk memahami konsep selanjutnya.

Dari pengertian-pengertian yang telah diuraikan di atas pembaca dapat menggunakan pengertian matematika sesuai dengan sudut pandang dan kebutuhannya. Semua pengertian itu dapat diterima karena matematika dapat dipandang dari segala sudut, dan matematika dapat memasuki kehidupan manusia dari yang sederhana sampai yang paling kompleks.

C. MATEMATIKA SEBAGAI RATU DAN PELAYAN ILMU

Matematika disebut sebagai ratunya ilmu karena matematika merupakan ilmu yang mandiri, karena tanpa bantuan ilmu lain matematika dapat tumbuh dan berkembang untuk ilmunya sendiri. Hal penting yang merupakan sebuah ciri dari matematika yang membedakan dengan semua cabang ilmu lain adalah kedudukannya yang otonom dan dapat mencukupi kebutuhannya sendiri.

Selain sebagai ratu matematika juga dikatakan sebagai pelayan ilmu pengetahuan karena perkembangan dan penemuannya bergantung kepada matematika. Sebagai contoh teori-teori pada cabang ilmu fisika, kimia, dan ekonomi dikembangkan dan ditemukan melalui konsep fungsi, konsep persamaan diferensial atau konsep integral. Begitu juga teori Mendel pada cabang ilmu biologi dikembangkan melalui konsep probabilitas.

Dari uraian di atas jelas bahwa selain matematika berkembang untuk dirinya sendiri sebagai ilmu, matematika juga berfungsi untuk melayani ilmu pengetahuan di cabang lain.

D. MATEMATIKA SEBAGAI BAHASA ILMU

Dua manusia atau lebih untuk dapat hidup bersama atau berinteraksi harus ada komunikasi. Pada umumnya, seseorang akan mengerti maksud dan tujuan orang lain dalam menyampaikan pesan jika orang tersebut menggunakan bahasa. Bahasa yang digunakan itu dapat berupa bahasa isyarat, bahasa lisan atau bahasa tulis. Jika kita diajak orang bicara, kemudian kita menganggukkan kepala itu berarti kita setuju. Jika kita mengirim surat melalui telegram maka bahasa yang digunakan dalam telegram adalah bahasa sandi, misal morse.

Berdasarkan apa yang telah diuraikan di atas maka yang dimaksud bahasa adalah lambang-lambang atau simbol-simbol serta tanda-tanda yang mengemban tugas untuk menyampaikan pesan tertentu kepada yang berkepentingan. Dengan demikian, dua orang atau lebih dalam menyampaikan pesan dapat menggunakan tanda-tanda, simbol-simbol atau lambang-lambang tertentu asal orang-orang tersebut mengerti.

Matematika bukan hanya alat berpikir, namun matematika juga merupakan alat bantu untuk memecahkan masalah. Awalnya matematika itu hanya digunakan sebagai alat berpikir untuk sekelompok orang dalam menghitung, mengukur barang-barang miliknya. Namun, selanjutnya berkembang sebagai alat bantu bagi ilmuwan untuk memecahkan masalah tertentu dalam bidang ilmunya. Dari pengertian bahasa yang diungkapkan di atas maka matematika dapat juga dipandang sebagai bahasa karena di dalamnya terkandung simbol-simbol atau lambang-lambang untuk menyampaikan pesan kepada orang lain.

Bahasa matematika dipergunakan para matematikawan untuk dapat saling berhubungan dengan matematikawan atau ilmuwan lainnya. Pada umumnya, setiap orang atau ilmuwan menggunakan bahasanya sesuai dengan negara dan kebangsaan masing-masing. Namun, simbol-simbol, lambang-lambang atau huruf-huruf yang digunakan dalam matematika merupakan bahasa internasional terutama bagi para ilmuwan. Walaupun bahasa matematika tidak seperti bahasa pada umumnya, namun bahasa matematika yang diungkapkan para ilmuwan di negara satu dengan negara lainnya adalah sama. Matematika merupakan bahasa dari ilmu, karena dengan matematika para ilmuwan dapat mengembangkan ilmunya atau menyampaikan hasil-hasil temuannya. Dengan matematika bahasa yang digunakan lebih sederhana dan kata-kata yang digunakan tidak perlu bertele-tele seperti bahasa biasa. Dengan bahasa matematika para ilmuwan dapat menelaah berbagai gejala dan hubungan-hubungan dari suatu gejala-gejala atau kejadian-kejadian tersebut. Selanjutnya hasil dari telaah tersebut dapat diungkapkan dengan tepat dan jelas dengan bahasa matematika. Tanpa menggunakan kata-kata biasa jika ada kalimat $2x + 3y$ maka setiap orang/ilmuwan di seluruh dunia pasti bisa membaca persamaan tersebut tanpa melihat dari bangsa dan negara mana ilmuwan tersebut.

Uraian di atas mengungkapkan bahwa dengan simbol-simbol dan lambang-lambang matematika dapat menyampaikan pesan kepada yang berkepentingan karena simbol-simbol dan lambang-lambang dapat mewakili sesuatu yang akan disampaikan. Begitu juga jika ada simbol \sim ini berarti digunakan untuk mengatakan kesebangunan dua objek/benda, simbol Σ untuk

menyatakan anggota dari suatu himpunan, huruf a, b, c digunakan untuk konstanta, huruf x, y, z digunakan untuk sebarang variabel, simbol $\forall x$ digunakan untuk menyatakan untuk setiap x dan sebagainya.

Dengan menggunakan matematika sebagai bahasa pemikiran ilmiah dalam bidang ilmu dapat dinyatakan dengan jelas, cermat, fleksibel, dan ringkas. Dengan kata lain, matematika merupakan bahasa ilmu yang ekonomis karena dengan sedikit simbol/lambang yang digunakan maka makna yang terkandung sudah jelas.

E. MATEMATIKA SEBAGAI ILMU DEDUKTIF

Penalaran dalam matematika harus bersifat deduktif, matematika tidak dapat menerima generalisasi berdasarkan pengamatan induktif. Induksi lengkap atau induksi matematika sering dikacaukan seolah-olah menggunakan penalaran induktif, padahal sebenarnya induksi matematika merupakan suatu pembuktian yang didasarkan pada penalaran deduktif, karena jika berlaku untuk $n = 1$ dan dianggap benar untuk $n = k$ (k bilangan asli) maka akan terbukti untuk $n = k + 1$. Ini sesuai dengan aksioma Peano butir (5) yang diungkapkan Bell (1978) sebagai berikut.

1. 1 adalah bilangan asli.
2. Pengikut dari setiap bilangan asli, adalah bilangan asli.
3. Tidak ada dua bilangan asli yang berpengikut sama.
4. 1 bukan pengikut dari setiap bilangan asli.
5. Setiap sifat 1, yang juga sifat semua pengikut bilangan asli, adalah sifat semua bilangan asli.

Matematika tidak menolak proses kreasi yang kadang-kadang terjadi melalui penalaran induktif, intuisi, bahkan secara *trial and error* (coba-coba) asalkan pada akhirnya penemuan atau kesimpulannya itu dapat diorganisasikan dengan pembuktian secara deduktif. Misalkan untuk membuktikan “Jumlah dua bilangan ganjil adalah genap”, secara induktif hal ini dilakukan sebagai berikut: Ambil beberapa bilangan ganjil dan lakukan penjumlahan pada bilangan-bilangan tersebut seperti pada tabel di bawah ini. Tampak hasilnya merupakan bilangan-bilangan genap.

+	-3	-1	1	3
-1	-4	-2	0	2
1	-2	0	2	4
3	0	2	4	6

Jika penjumlahan seperti ini dilakukan terhadap banyak sekali bilangan-bilangan ganjil maka akan menghasilkan bilangan genap. Namun, cara induksi demikian, yaitu dengan mengambil beberapa contoh untuk membuat generalisasinya tetap tidak dibenarkan. Jika diambil generalisasinya untuk menyatakan bahwa jumlah dua bilangan ganjil adalah bilangan genap maka harus dibuktikan kebenarannya secara deduktif. Bukti deduktifnya sebagai berikut. Misal a dan b adalah sebarang dua bilangan bulat sehingga $2a$ dan $2b$ adalah bilangan ganjil. Jika dua bilangan ganjil tersebut dijumlahkan maka diperoleh: $(2a + 1) + (2b + 1) = 2a + 2b + 2 = 2(a + b + 1)$, karena a dan b bilangan bulat maka $(a + b + 1)$ adalah bilangan bulat. Dengan demikian, $2(a + b + 1)$ adalah bilangan genap. Hal ini memperlihatkan bukti deduktif dari generalisasi di atas.

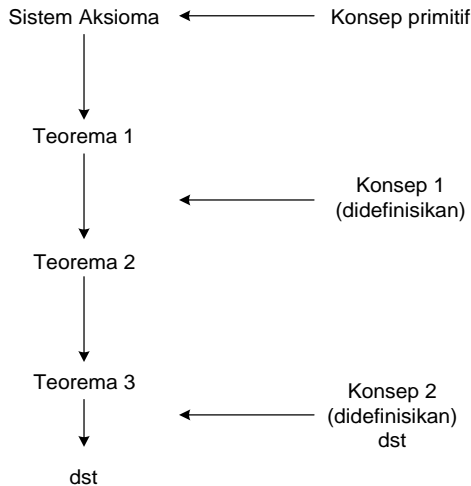
Berdasarkan uraian yang telah dikemukakan di atas maka dapat dilihat bahwa matematika tidak menerima generalisasi yang berdasarkan pada pengamatan, uji coba seperti halnya ilmu pengetahuan yang lain sehingga kebenaran matematika dapat dikembangkan berdasarkan alasan logis dan memanfaatkan metode penalaran deduktif.

F. MATEMATIKA SEBAGAI ILMU TERSTRUKTUR

Telah dikemukakan sebelumnya bahwa matematika adalah pengetahuan terstruktur yang terorganisasi. Sifat-sifat atau teorema-teoremnya dibuat secara deduktif berdasarkan pada unsur-unsur yang tidak didefinisikan, aksioma-aksioma atau postulat-postulat, sifat-sifat atau teorema-teorema yang telah dibuktikan kebenarannya (Russefendi, 1990). Dengan demikian, struktur dalam matematika tersusun secara hierarkis (terbatas), logis, dan sistematis mulai dari yang paling sederhana sampai pada konsep yang paling kompleks. Dengan kata lain, struktur-struktur dalam matematika dimulai dari unsur-unsur atau istilah-istilah yang tidak didefinisikan (unsur-unsur primitif) kemudian dibuat definisi-definisi mengenai unsur-unsur atau istilah-istilah itu. Dari unsur-unsur yang tidak didefinisikan dan unsur-unsur yang didefinisikan dapat dibuat asumsi-asumsi yang disebut aksioma atau postulat. Postulat atau aksioma merupakan

suatu pernyataan yang kebenarannya tidak perlu dibuktikan. Selanjutnya, dari unsur-unsur primitif, unsur-unsur yang didefinisikan, aksioma atau postulat dapat disusun teorema-teorema yang kebenarannya harus dibuktikan secara deduktif dan berlaku umum.

Berikut disajikan skema mengenai struktur dalam matematika.



Cara membuat skema itu dapat berbeda, namun pada intinya sama. Pada skema di atas untuk mempermudah melihat bahwa “lajur kiri” adalah lajur yang memuat pernyataan-pernyataan (aksioma dan prinsip), sedangkan “lajur kanan” adalah lajur pengertian atau konsep (unsur-unsur primitif) dan konsep-konsep lain.

Dalam matematika terdapat konsep prasyarat (konsep awal) sebagai dasar untuk memahami konsep selanjutnya. Hal ini jelas bahwa jika konsep prasyarat belum dikuasai maka konsep berikutnya sulit untuk dipahami.

Sebagai contoh untuk mempelajari konsep segitiga siku-siku sama kaki jelas bahwa konsep segitiga, konsep sudut, dan konsep sisi/ruas garis harus sudah dipahami oleh siswa.

G. KARAKTERISTIK MATEMATIKA

Pada pembahasan sebelumnya telah diuraikan tentang beberapa pengertian matematika, dan tidak ada definisi tunggal yang disepakati. Walaupun demikian, dari beberapa definisi yang telah diuraikan di atas jika dicermati dapat dilihat ada ciri-ciri khusus atau karakteristik khusus yang terdapat pada pengertian matematika. Beberapa karakteristik matematika adalah:

1. memiliki objek kajian abstrak;
2. bertumpu pada kesepakatan;
3. berpola pikir deduktif;
4. memiliki simbol yang kosong dari arti;
5. memperhatikan semesta pembicaraan (universal);
6. konsisten dalam sistemnya.

Berikut ini akan diungkapkan masing-masing karakteristik beserta contohnya.

1. Memiliki Objek Kajian Abstrak

Dalam matematika objek dasar yang dipelajari adalah abstrak. Objek-objek itu merupakan objek pikiran. Objek dasar itu meliputi:

- a. fakta,
- b. konsep,
- c. *skill*/keterampilan, dan
- d. prinsip.

Berikut akan dijelaskan secara rinci tentang objek-objek dasar matematika tersebut.

- a. *Fakta dalam matematika* merupakan konvensi-konvensi atau kesepakatan yang dapat disajikan dalam bentuk lambang atau simbol, yang umumnya sudah dipahami oleh pengguna matematika.

Contoh dalam: 1) aritmetika-aljabar, misal: kata “dua” yang disimbolkan dengan “2”, rangkai kata “empat ditambah lima” disimbolkan dengan “4+5” merupakan fakta yang tersusun. Demikian pula bahwa “+” merupakan simbol untuk operasi “penjumlahan” juga merupakan fakta.

Perkataan “dua pangkat tiga” yang disimbolkan dengan “ 2^3 ” juga merupakan fakta, dan masih banyak lagi.

- 2) geometri, misal: “sudut” disimbolkan dengan “ \sphericalangle ”; “segitiga” disimbolkan dengan “ Δ ”; “lingkaran” disimbolkan dengan “o” dan masih banyak lagi.

- b. *Konsep dalam matematika* adalah ide abstrak yang memungkinkan orang dapat mengklasifikasikan objek-objek atau peristiwa-peristiwa dan menentukan apakah objek atau peristiwa itu merupakan contoh atau bukan contoh dari ide abstrak tersebut. Konsep dalam matematika dapat diperkenalkan melalui “definisi”, “gambar/gambaran/contoh”, “model/peraga”. Konsep itu sendiri abstrak, tetapi setiap konsep mempunyai “nama konsep”. Nama konsep itu sendiri dapat dipandang sebagai “unsur bahasa”. Dengan adanya nama konsep tersebut maka suatu konsep dapat diperkenalkan melalui “ungkapan”. Nah, “ungkapan yang membatasi suatu konsep” disebut “definisi konsep”. Sering juga disebut “pengertian konsep”. Sedangkan sebagai pangkal ditetapkan “konsep yang tidak didefinisikan” yang juga disebut “konsep primitif”.

Contoh dalam: 1) geometri, misal: “trapesium adalah segi empat yang tepat sepasang sisinya sejajar” atau “segi empat yang terjadi jika sebuah segitiga dipotong oleh sebuah garis sejajar salah satu sisinya disebut trapesium”.

- 2) aritmetika-aljabar, misal: “bilangan genap” diungkap dengan definisi “bilangan yang merupakan kelipatan 2”, “penggunaan dua bilangan bulat $a - b$ ” diungkap dengan definisi berupa rumus $a - b = a + (-b)$.

Kedua definisi trapesium di atas memiliki isi kata atau makna kata yang berbeda. Kedua definisi itu dikatakan memiliki “intensi” yang berbeda, tetapi memiliki “ekstensi” yang sama. Kesamaan ekstensi itu dapat diuji dengan pertanyaan “adakah trapesium menurut definisi pertama yang tidak masuk dalam trapesium menurut definisi kedua dan sebaliknya?” Ekstensi suatu definisi juga, yaitu “himpunan yang tertangkap oleh definisi itu”.

Definisi trapesium yang pertama digolongkan dalam **definisi analitis**, yaitu yang menyebutkan genus *proksimum* (genus terdekat) dan *deferensia spesifik* (pembeda khusus). Sebagai contoh “Trapesium adalah segi empat yang”

genus *proksimum*-nya, yaitu “segi empat”, sedangkan deferensia spesifikasinya adalah keterangan yang berada di belakang kata “yang”.

Sedangkan definisi trapesium yang kedua digolongkan kepada **definisi genetik**, yaitu definisi yang menyebutkan bagaimana konsep itu terbentuk atau terjadi. Sebagai contoh trapesium adalah segi empat yang terjadi bila sebuah segitiga dipotong oleh sebuah garis yang sejajar salah satu sisinya. Definisi yang ketiga adalah **definisi yang dinyatakan dengan rumus**, misal rumus (i) $a - b = a + (-b)$, (ii) $0!$, (iii) $n = n(n - b)$, dan masih banyak lagi.

c. *Skill (juga dapat disebut operasi/relasi)*. Dalam pendidikan disebut *skill*, karena penekanan dilakukan terhadap “kerja yang dilakukan”, sedang operasi ditekankan kepada konsepnya. Operasi dalam matematika adalah “aturan untuk memperoleh elemen/unsur tunggal dari satu atau lebih elemen yang diberikan”. Elemen yang diberikan disebut elemen yang “dioperasikan”, sedangkan elemen tunggal “yang diperoleh” disebut “hasil operasi”. Algoritma dapat dipandang juga sebagai “*skill*” dapat juga dipandang sebagai “operasi” yang mungkin tidak hanya satu kali atau satu macam saja.

Contoh dalam: 1) aritmetika-aljabar, misal: “penjumlahan”, “pengurangan”. Juga “pengambilan akar” dan masih banyak yang lain.
2) geometri, misal: “membagi dua sama besar sebuah ukuran sudut”, “menjumlahkan ukuran dua sudut”.

d. *Prinsip* dalam matematika merupakan objek dasar matematika yang paling kompleks. Prinsip dapat memuat rangkaian fakta, konsep maupun operasi. Wujud dari prinsip dapat berupa **teorema**, **lemma**, **sifat**, **hukum**, dan sebagainya.

Contoh dalam: 1) aritmetika-aljabar, misal: untuk a , b , dan c bilangan real, berlakulah sifat asosiatif, yaitu “ $(a + b) + c = a + (b + c)$ ”; sifat komutatif, yaitu “ $a + b = b + a$ ”, dan seterusnya. Untuk memahami konsep sifat-sifat penjumlahan di atas, terlebih dahulu harus memahami konsep penjumlahan.

- 2) geometri, misal: dua segitiga adalah sama dan sebangun, jika panjang dua sisi dan besar sudut apitnya dari segitiga yang satu, sama dengan panjang dua sisi dan besar sudut apitnya dari segitiga yang kedua. Untuk memahami konsep sama dan sebangun maka terlebih dahulu harus memahami konsep segitiga, konsep sudut, dan konsep sisi.

2. Bertumpu pada Kesepakatan

Seperti halnya dalam kehidupan sehari-hari, kehidupan bermasyarakat, bernegara dan berbangsa pasti ada kesepakatan yang harus kita patuhi. Dalam matematika, kesepakatan merupakan hal penting yang juga harus ditaati. Kesepakatan yang sangat mendasar adalah unsur-unsur yang tidak didefinisikan dan aksioma. Unsur-unsur yang tidak didefinisikan ini juga disebut **unsur primitif**. Hal ini muncul untuk menghindari pendefinisian yang berputar-putar. Karenanya unsur primitif itu juga disebut “pengertian pangkal”. Contoh unsur-unsur primitif misalnya dalam geometri Euclides, yaitu titik, garis, dan bidang. Dari satu atau lebih unsur primitif dapat dibentuk konsep baru melalui **definisi**. Sedangkan **aksioma** atau **postulat** muncul untuk menghindari pembuktian yang berputar-putar sehingga aksioma ini kebenarannya tidak perlu dibuktikan. Karenanya aksioma juga disebut “pernyataan pangkal”. Salah satu contoh aksioma adalah “melalui dua titik dapat dibuat tepat satu garis”. Beberapa aksioma dapat membentuk suatu sistem aksioma, yang selanjutnya dapat diturunkan suatu **teorema**.

Contoh “kesepakatan” lain.

- a. Dalam aritmetika-aljabar, misal: penulisan lambang bilangan, dan sebagainya (di sini penekanan pada kesepakatannya, bukan makna faktanya).
- b. Dalam geometri, misal: untuk mendefinisikan jajargenjang adalah segi empat yang memiliki dua pasang sisi berhadapan sejajar. Jika kalimat tersebut dipilih sebagai definisi maka kalimat lainnya akan dipakai sebagai suatu teorema. Misalnya “segi empat yang sisi berhadapannya sama panjang adalah jajargenjang”

3. Berpola Pikir Deduktif

Dalam matematika sebagai ilmu, pola pikir yang diterima hanya yang bersifat deduktif. Pola pikir deduktif secara sederhana dapat diartikan sebagai pemikiran dari hal yang bersifat umum menuju hal yang bersifat khusus. Pola pikir deduktif ini dapat terwujud dalam bentuk yang sederhana maupun dalam bentuk yang sangat kompleks.

- Contoh:
- a. Seorang siswa SD sudah mengerti makna konsep “persegi panjang” yang diajarkan gurunya. Suatu hari siswa tersebut melihat berbagai macam bentuk pigura yang terdapat pada suatu pameran lukisan. Saat itu, dia menunjukkan pigura yang berbentuk persegi panjang dan yang bukan persegi panjang. Ini berarti siswa tersebut telah menerapkan pemahaman umum tentang persegi panjang ke dalam situasi khusus tentang pigura-pigura tersebut. Jadi, siswa itu saat menunjuk pigura telah menggunakan pola pikir deduktif yang tergolong sederhana.
 - b. Banyak teorema dalam matematika yang “ditemukan” melalui pengamatan-pengamatan khusus, misalnya Teorema Pythagoras. Jika hasil pengamatan tersebut dimasukkan dalam suatu struktur matematika tertentu maka teorema yang ditemukan itu harus dibuktikan secara deduktif dengan menggunakan teorema atau definisi terdahulu yang telah diterima.

4. Memiliki Simbol yang Kosong dari Arti

Dalam matematika banyak sekali simbol-simbol yang digunakan. Simbol-simbol itu dapat berupa huruf, lambang bilangan, lambang operasi dan sebagainya. Rangkaian simbol-simbol dalam matematika dapat membentuk suatu model matematika. Model matematika dapat berupa persamaan, pertidaksamaan, fungsi, dan sebagainya. Sebelum jelas ditetapkan semesta yang digunakan, simbol-simbol tersebut kosong dari arti. Huruf-huruf yang digunakan dalam model persamaan $x + y$ belum tentu berarti bilangan. Demikian juga tanda “+” belum tentu berarti operasi penjumlahan. Jadi, secara umum model $x + y$ dan tanda + masih kosong dari arti, terserah kepada siapa yang akan memanfaatkannya. Kosongnya arti dan simbol maupun tanda dalam matematika ini memungkinkan “intervensi” matematika ke dalam berbagai pengetahuan.

Contoh dalam: Aritmetika-aljabar

- a. Dalam aritmetika biasanya otomatis semestanya adalah “bilangan”.
- b. Dalam aljabar misal terdapat persamaan $x + y$, huruf x dan y belum dapat ditentukan nilainya sebelum semesta bilangan tersebut diberikan.

5. Memperhatikan Semesta Pembicaraan

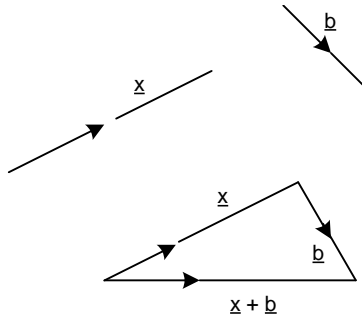
Seperti halnya dengan kosongnya arti dari simbol-simbol atau tanda-tanda dalam matematika diperlukan juga kejelasan lingkup atau semesta pembicaraan untuk simbol atau tanda yang digunakan. Jika lingkup pembicaraannya bilangan maka simbol-simbol yang digunakan diartikan sebagai bilangan. Jika lingkup pembicaraannya transformasi maka simbol-simbol itu diartikan sebagai transformasi. Benar atau salahnya maupun ada atau tidaknya penyelesaian model matematika sangat ditentukan oleh semesta pembicaraannya.

Contoh 1:

Misal terdapat model $2x = 3$ jika semesta pembicaraannya bilangan real maka diperoleh $x = 1,5$, tetapi jika semesta pembicaraannya bilangan bulat maka tidak ada jawaban yang memenuhi. Jadi, jawaban yang sesuai dengan semestanya adalah tidak ada. Sering juga dikatakan bahwa himpunan penyelesaiannya adalah “himpunan kosong”.

Contoh 2:

Misal terdapat model $a + b = c$, jika semesta pembicaraannya vektor di bidang datar maka huruf-huruf tersebut tidak diartikan sebagai bilangan, tetapi diartikan sebagai vektor. Untuk menentukan penyelesaiannya diperlukan cara yang berbeda dengan bilangan. Cara yang digunakan adalah dengan menggunakan gambar sebuah segitiga seperti Gambar 1.1 di bawah ini.



Gambar 1.1

6. Konsisten dalam Sistemnya

Dalam matematika terdapat banyak sistem. Ada sistem yang berkaitan satu dengan yang lain, ada pula sistem yang lepas satu dengan yang lain. Misal sistem geometri lepas dari sistem aljabar. Namun, dalam sistem aljabar di dalamnya mungkin terdapat banyak sistem yang terkait satu dengan yang lain. Misal sistem aksioma dalam grup, sistem aksioma dalam ring, sistem aksioma dalam *field*, dan sebagainya. Demikian juga dalam sistem geometri, terdapat sistem geometri netral, sistem geometri Euclides, sistem geometri non-Euclides, dan sebagainya. Di dalam masing-masing sistem dan strukturnya itu berlaku “ketaatan-asasan” atau konsistensi. Hal ini dapat dikatakan bahwa dalam tiap sistem dan struktur tidak boleh ada kontradiksi. Suatu teorema atau definisi harus menggunakan istilah atau konsep yang telah ditetapkan terdahulu. Konsisten baik makna atau dalam hal kebenarannya. Jika telah ditetapkan atau disepakati bahwa $x + y$ dan $a + b$ maka $x + y + b$ haruslah sama dengan c .

Walaupun demikian, antara sistem atau struktur yang satu dengan sistem atau struktur yang lain mungkin saja terdapat pernyataan yang kontradiksi. Misal dalam sistem geometri Euclides dengan sistem geometri non-Euclides dijumpai pernyataan yang kontradiktif. Salah satu contoh pernyataan tersebut adalah “jumlah ukuran ketiga sudut dalam segitiga adalah 180° ” (geometri Euclides), sedangkan pada geometri non-Euclides adalah “jumlah ukuran ketiga sudut dalam segitiga kurang atau lebih dari 180° ”



LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Mengingat bahwa belum ada kesepakatan atau definisi tunggal tentang matematika, jelaskan apakah pengertian matematika jika dilihat dari sudut pandang objek dan strukturnya?
- 2) Walaupun terdapat beberapa pengertian atau definisi matematika namun terdapat beberapa karakteristik matematika. Sebutkan karakteristik matematika tersebut!
- 3) Mengapa seorang guru atau calon guru diharapkan mengetahui dan memahami karakteristik matematika?
- 4) Mengapa matematika dapat disebut ratu dan sekaligus pelayan ilmu?
- 5) Mengapa matematika dapat disebut sebagai bahasa ilmu?
- 6) Jelaskan apa perbedaan aksioma dan teorema? Berilah contohnya!
- 7) Mengapa matematika disebut sebagai ilmu terstruktur?
- 8) Banyak orang menyebutkan bahwa matematika adalah ilmu eksak atau ilmu pasti. Jelaskan apakah matematika merupakan pelajaran tentang hitungan-hitungan yang hasilnya pasti dan tunggal?
- 9) Mengapa di dalam matematika terdapat unsur-unsur primitif dan aksioma atau postulat?
- 10) Dalam matematika terdapat struktur-struktur yang tersusun secara hierarkis, logis dan sistematis mulai dari yang paling sederhana sampai yang paling kompleks. Dengan demikian, dalam matematika terdapat konsep prasyarat sebagai dasar untuk memahami konsep selanjutnya. Berilah contoh materi matematika yang untuk mempelajarinya memerlukan konsep prasyarat!

Petunjuk Jawaban Latihan

- 1) Jika dilihat dari sudut pandang objek dan strukturnya maka matematika adalah ilmu yang berkenaan dengan ide-ide, struktur-struktur dan hubungan-hubungan yang diatur menurut urutan yang logis.
- 2) Karakteristik matematika adalah:
 - a. memiliki objek kajian abstrak;
 - b. bertumpu pada kesepakatan;

- c. berpola pikir deduktif;
 - d. memiliki simbol yang kosong dari arti;
 - e. memperhatikan semesta pembicaraan (universal);
 - f. konsisten dalam sistemnya.
- 3) Seorang guru atau calon guru diharapkan mengetahui dan memahami karakteristik matematika karena dengan mengetahui dan memahami karakteristik matematika seorang guru atau calon guru dapat mempunyai wawasan yang luas tentang matematika dan mampu memilih strategi belajar mengajar matematika secara tepat dan dapat memotivasi siswa untuk berpikir kritis.
 - 4) Matematika disebut sebagai ratu sekaligus sebagai pelayan ilmu lain, karena matematika dapat berkembang dan tumbuh untuk dirinya sendiri sebagai ilmu, matematika juga berfungsi untuk melayani ilmu pengetahuan lain.
 - 5) Matematika dapat disebut sebagai bahasa ilmu karena dalam matematika terkandung simbol-simbol atau lambang yang dapat digunakan untuk menyampaikan pesan keilmuan kepada orang lain.
 - 6) Aksioma adalah suatu pernyataan yang kebenarannya tidak perlu dibuktikan. Contohnya setiap bidang memuat paling sedikit tiga titik yang tak segaris. Sedangkan teorema adalah suatu pernyataan yang kebenarannya harus dibuktikan. Contohnya melalui sebuah garis dan sebuah titik di luar garis tersebut dapat dibuat tepat satu bidang.
 - 7) Matematika disebut sebagai ilmu terstruktur karena matematika disusun dari unsur-unsur atau istilah-istilah yang tidak didefinisikan, ke unsur-unsur yang didefinisikan, ke pernyataan pangkal/aksioma yang selanjutnya diturunkan suatu teorema.
 - 8) Hasil perhitungan-perhitungan dalam matematika belum tentu tunggal dan pasti. Contohnya, dalam pengukuran yang dihasilkan hanya suatu pendekatan sehingga memungkinkan hasil yang berbeda antara satu dengan yang lain.
 - 9) Dalam matematika terdapat unsur-unsur primitif untuk menghindari pendefinisian yang berputar-putar. Terdapat aksioma/postulat untuk menghindari pembuktian yang berputar-putar.
 - 10) Untuk mempelajari konsep persamaan kuadrat harus memahami konsep persamaan, untuk memahami konsep persamaan harus memahami konsep kalimat terbuka dan untuk memahami konsep kalimat terbuka harus

memahami konsep variabel. Secara skema dapat digambarkan sebagai berikut.



Keterangan:

→ berarti materi prasyarat



RANGKUMAN

Pengertian atau definisi matematika muncul beraneka ragam bergantung siapa pembuat definisi, di mana dibuat, dan dari sudut pandang apa definisi itu dibuat. Walaupun terdapat beberapa pengertian tentang matematika, namun **Hakikat Matematika** berkenaan dengan ide-ide, struktur-struktur, dan hubungan-hubungan yang diatur menurut urutan yang logis; Matematika adalah cabang ilmu pengetahuan eksak dan terorganisir; Matematika adalah ilmu tentang keluasaan atau pengukuran dan letak; Matematika adalah ilmu tentang bilangan-bilangan dan hubungan-hubungannya; Matematika adalah ilmu deduktif yang tidak menerima generalisasi yang didasarkan kepada observasi (induktif), tetapi diterima generalisasi yang didasarkan kepada pembuktian secara deduktif; Matematika adalah ilmu tentang struktur yang terorganisasi mulai dari unsur yang tidak didefinisikan ke unsur yang didefinisikan, ke aksioma atau postulat akhirnya ke dalil atau teorema; Matematika adalah ilmu tentang logika mengenai bentuk, susunan, besaran dan konsep-konsep hubungan lainnya yang jumlahnya banyak dan terbagi ke dalam tiga bidang, yaitu aljabar, analisis dan geometri

Matematika disebut sebagai ratunya ilmu karena matematika merupakan ilmu yang mandiri karena tanpa bantuan ilmu lain matematika dapat juga tumbuh dan berkembang untuk ilmunya sendiri, selain itu matematika juga berfungsi untuk melayani ilmu pengetahuan lain.

Matematika disebut sebagai bahasa karena dalam matematika terkandung simbol-simbol atau lambang yang dapat digunakan untuk menyampaikan pesan kepada orang lain dan memiliki tata bahasa sendiri.

Matematika disebut sebagai ilmu deduktif karena matematika tidak menerima generalisasi yang berdasarkan pada pengamatan, coba-coba seperti halnya ilmu pengetahuan yang lain, sehingga kebenaran matematika dapat dikembangkan berdasarkan alasan logis dan memanfaatkan metode penalaran deduktif.

Matematika disebut sebagai ilmu terstruktur karena matematika berkembang dari unsur-unsur atau istilah-istilah yang tidak didefinisikan, ke unsur-unsur atau istilah-istilah yang didefinisikan, ke pernyataan pangkal (aksioma) yang selanjutnya diturunkan suatu teorema.

Walaupun terdapat pengertian yang beraneka ragam tentang matematika dan tidak ada definisi tunggal yang disepakati, namun jika dicermati ada beberapa karakteristik yang terdapat pada pengertian matematika yang telah disebutkan di atas yaitu:

1. memiliki objek kajian abstrak;
2. bertumpu pada kesepakatan;
3. berpola pikir deduktif;
4. memiliki simbol yang kosong dari arti;
5. memperhatikan semesta pembicaraan (universal);
6. konsisten dalam sistemnya.



TES FORMATIF 1

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

- 1) Ilmuwan yang menyatakan bahwa matematika terbagi dalam tiga bidang, yaitu aljabar, analisis, dan geometri adalah
 - A. James dan James
 - B. The Liang Gie
 - C. Keysen
 - D. Kline
- 2) Karakteristik matematika memiliki simbol yang kosong dari arti, maksudnya adalah
 - A. matematika tidak berarti jika tidak didefinisikan
 - B. semua simbol matematika tidak berarti

- C. simbol-simbol matematika berarti setelah didefinisikan para pakar matematika
 - D. simbol-simbol matematika akan berarti setelah ditetapkan semesta yang digunakan
- 3) Berikut ini yang *bukan* termasuk karakteristik matematika adalah
- A. objek kajiannya yang abstrak
 - B. bertumpu pada kesepakatan
 - C. nilai kebenarannya
 - D. konsisten dalam sistemnya
- 4) Segitiga sama sisi adalah segitiga yang semua sisinya sama panjang. Definisi tersebut termasuk
- A. definisi analitis
 - B. definisi genetik
 - C. definisi dengan rumus
 - D. semua jawaban benar
- 5) Dalam aljabar yang merupakan unsur yang *tidak* didefinisikan adalah
- A. himpunan
 - B. anggota himpunan
 - C. irisan dua himpunan
 - D. himpunan kosong
- 6) Melalui dua titik dapat dibuat tepat satu garis lurus. Pernyataan tersebut merupakan contoh
- A. definisi
 - B. aksioma
 - C. lemma
 - D. teorema
- 7) Dalam geometri yang merupakan unsur yang didefinisikan adalah
- A. garis
 - B. bidang
 - C. sudut
 - D. titik
- 8) Fakta, konsep, *skill*/keterampilan, dan prinsip merupakan
- A. struktur matematika
 - B. objek matematika
 - C. semesta matematika
 - D. pola matematika

- 9) Jumlah ukuran ketiga sudut dalam segitiga kurang dari 180° . Pernyataan ini bernilai benar atau salah bergantung pada
- perjanjiannya
 - objeknya
 - sistemnya
 - kesepakatanannya
- 10) Untuk menghindari pembuktian yang berputar-putar maka diperlukan adanya
- definisi
 - unsur primitif
 - aksioma
 - teorema

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali

80 - 89% = baik

70 - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 2**Matematika Sekolah/
Pendidikan Matematika****A. PENGANTAR**

Materi yang akan dibahas dalam Kegiatan Belajar 2 ini adalah pengertian matematika sekolah/pendidikan matematika, karakteristik pendidikan matematika, dan tujuan pendidikan matematika.

Diberikan materi dalam Kegiatan Belajar 2 ini bertujuan agar dapat memberi bekal kepada seorang guru atau calon guru yang sudah semestinya mengetahui dan memahami perbedaan dan persamaan karakteristik matematika dengan pendidikan matematika. Dengan demikian, guru matematika atau calon guru matematika mempunyai wawasan dalam menentukan langkah dan strategi dalam mengajar matematika di sekolah.

Perlu disadari bahwa matematika tidak ada yang konkret dalam arti abstrak. Hanya untuk kepentingan pendidikan sangat diperlukan representasi atau gambaran yang memudahkan menangkap atau memahaminya. Ini terutama adanya aspek perkembangan jiwa anak.

**B. PENGERTIAN MATEMATIKA SEKOLAH/PENDIDIKAN
MATEMATIKA**

Matematika sekolah adalah matematika yang umumnya diajarkan di jenjang persekolahan yaitu Sekolah Dasar (SD)/Madrasah Ibtidaiyah (MI), Sekolah Menengah Pertama (SMP)/Madrasah Tsanawiyah (MTs) dan Sekolah Menengah Atas (SMA)/Madrasah Aliyah (MA), tetapi tidak di jenjang Perguruan Tinggi (PT). Matematika sekolah merupakan bagian dari matematika yang dipilih berdasarkan atau berorientasi kepada kepentingan pendidikan (lihat contoh) dan perkembangan IPTEK sehingga tidak terlepas dari karakteristik matematika. Ini berarti matematika sekolah tidak sepenuhnya sama dengan matematika sebagai ilmu. Dikatakan “tidak sepenuhnya sama” karena memiliki perbedaan antara lain dalam hal penyajian, pola pikirnya, keterbatasan semestanya, dan tingkat keabstrakannya.

Matematika sekolah jelas berkaitan dengan anak didik yang menjalani proses perkembangan kognitif dan emosional masing-masing. Secara khusus, dapat dikatakan bahwa dalam matematika sekolah perlu memperhatikan aspek teori psikologi khususnya teori psikologi perkembangan. Mereka memerlukan tahapan belajar sesuai dengan perkembangan jiwa dan kognitifnya. Potensi yang ada pada diri anak pun berkembang dari tingkat rendah ke tingkat tinggi, dari sederhana ke kompleks. Berdasarkan hal tersebut di atas maka jelaslah karakteristik matematika yang telah disebut sebelumnya tidak dapat begitu saja diterapkan tanpa menyesuaikan dengan perkembangan anak didik.

Dalam matematika ada kebebasan dalam membuat definisi, misalkan definisi tentang segitiga. Dalam matematika sekolah hal ini dapat dimanfaatkan sebagai bentuk proses belajar mengajar, tetapi untuk menentukan definisi harus berhati-hati, tidak asal benar definisinya. Selain itu, walaupun di sekolah dasar perlu diperkenalkan suatu pengertian tentang objek matematika, tetapi sama sekali belum perlu diperkenalkan istilah definisi maupun teorema.

Contoh: Pemilihan definisi sudut, misalnya yang dipakai bukan daerah bidang tetapi “bangun yang dibentuk oleh dua sinar yang titik pangkalnya berimpit”. Ini penting untuk *kelanjutan pembelajaran matematika*. Misalnya, kesesuaiannya dengan *persamaan*. Ini mempunyai akibat jauh, misal terhadap segitiga, lingkaran, parabola, kubus, dan sebagainya.

C. KARAKTERISTIK PENDIDIKAN MATEMATIKA

Telah disebutkan bahwa matematika dan matematika sekolah memiliki persamaan dan perbedaan. Berikut ini akan diungkapkan tentang karakteristik matematika sekolah namun tidak lepas dari karakteristik matematika itu sendiri. Adapun karakteristik matematika dan pendidikan matematika adalah sebagai berikut.

Karakteristik Matematika	Karakteristik Pendidikan Matematika
1. Memiliki objek kajian abstrak	1. Memiliki objek kajian konkret dan abstrak
2. Pola pikirnya deduktif	2. Pola pikirnya induktif dan deduktif
3. Kebenaran konsistensi	3. Kebenaran konsistensi dan korelasional
4. Bertumpu pada kesepakatan	4. Bertumpu pada kesepakatan
5. Memiliki simbol kosong dari arti (tentu sebelum masuk semesta tertentu)	5. Memiliki simbol kosong dari arti dan juga berarti (berarti sudah masuk dalam semesta tertentu)

Karakteristik Matematika	Karakteristik Pendidikan Matematika
6. Taat kepada semestanya (<i>Universe</i>)	6. Taat kepada semesta, bahkan juga dipakai untuk membedakan tingkat sekolah

Berikut ini akan diungkapkan penjelasan dari masing-masing karakteristik beserta contohnya.

1. Memiliki Objek Kajian Konkret dan Abstrak

Seorang guru matematika harus berusaha untuk “mengurangi” sifat keabstrakan objek matematika sehingga memudahkan siswa dalam menangkap pelajaran matematika di sekolah. Dengan demikian, seorang guru matematika dalam menerangkan fakta, konsep, *skill*/keterampilan, dan prinsip harus menyesuaikan perkembangan penalaran siswa agar terlihat konkret. Di jenjang sekolah dasar tingkat kekonkretan harus lebih banyak dibanding jenjang sekolah yang lebih tinggi. Semakin tinggi jenjang sekolahnya semakin tinggi tingkat keabstrakannya. Mungkin dengan mengaitkan materi yang akan disampaikan dengan realita di sekitar siswa atau disesuaikan dengan pemakaiannya. Jadi, penyajiannya sering kali tidak langsung berupa materi-materi matematika. Hal tersebut akan lebih terasa lagi pada “matematika informal” yang biasanya diterapkan di jenjang Taman Kanak-kanak (TK) dengan bentuk permainan atau nyanyian.

Contoh:

a. Untuk anak TK

Anak-anak TK dibawa ke tempat-tempat yang biasa digunakan untuk bermain “tangga”, “jungkat-jungkit” dan sebagainya. Kepada mereka yang sedang bermain tangga naik turun dapat ditanamkan pengertian “lebih tinggi” atau “lebih rendah” dengan mengajukan pertanyaan “siapa yang lebih tinggi” atau “lebih rendah”. Kepada mereka yang bermain *jungkat-jungkit* dapat ditanamkan pengertian “lebih berat” atau “lebih ringan” dengan mengajukan pertanyaan “siapa yang lebih berat” atau “lebih ringan”. Kegiatan seperti ini mungkin tanpa sadar, dapat membekali anak suatu pengetahuan yang kelak bermanfaat di bangku SD/MI.

b. Untuk siswa SD/MI

Misal untuk menerangkan konsep “5” tidak langsung kepada simbol lima itu, namun dikenalkan dengan benda konkret, misal dengan kelereng

sebanyak lima. Setelah menangkap makna kata lima barulah dikenalkan simbolnya. Begitu juga dalam menerangkan konsep geometri dapat diawali dengan membawa bangun-bangun yang dibuat dari karton, kertas, dan sebagainya. Selanjutnya diikuti dengan bangun geometri yang dibentuk dengan beberapa buah lidi kemudian meningkat pada gambar yang disertai simbol atau kata-kata.

c. Untuk siswa SMP/MTs

Untuk memahami sifat-sifat yang dimiliki suatu jajargenjang, siswa diajak untuk melakukan kegiatan “memutar” suatu model segitiga dengan pusat putaran pertengahan salah satu sisinya, sebesar 180° searah putaran jarum jam. Ini sesuai dengan langkah “enaktif”-nya J Bruner, sebelum sampai langkah ikonik dan simbolik. Dengan memutar segitiga tersebut siswa mudah melihat ada sudut yang ukurannya sama, ada diagonal yang berpotongan di tengah dan ada sisi jajargenjang yang sejajar dan sama panjang. Dari hasil aktivitas itu akan ditemukan beberapa sifat penting yang dimiliki jajargenjang. Selanjutnya siswa diminta mencoba membuat definisi jajargenjang. Tidak mustahil dua anak membuat definisi yang berbeda, karena sifat yang dipakai berbeda.

Selanjutnya melalui suatu kesepakatan, ditetapkan definisi yang akan dipakai selanjutnya dalam matematika.

d. Untuk siswa SMA/MA

Penyajian pelajaran matematika di SMA tentu berbeda dengan di SD dan di SMP. Hal ini didasarkan karena tahap perkembangan intelektual siswa SMA yang semestinya sudah berada pada tahap operasional formal. Jadi, tidak banyak materi matematika sekolah yang harus disajikan secara induktif, kecuali untuk kelas yang lemah.

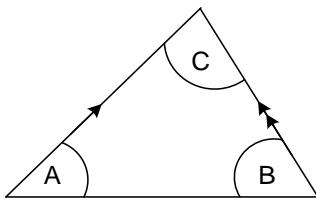
Untuk menjelaskan probabilitas, misalnya melempar mata dadu sebanyak 5 kali, mungkin diperlukan bantuan yang agak konkret berupa diagram pohon. Tidak langsung menggunakan “kejadian bebas” atau yang lain.

2. Pola Pikirnya Induktif dan Deduktif

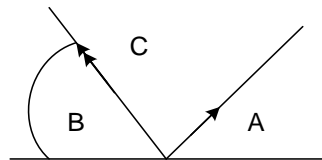
Telah disebutkan sebelumnya bahwa salah satu karakteristik matematika adalah berpola pikir deduktif. Dalam pembelajaran matematika pola pikir deduktif tersebut tetap penting dan merupakan salah satu tujuan yang bersifat formal, yang memberi tekanan kepada penataan nalar. Meskipun pola pikir

deduktif sangat penting dalam matematika, namun dalam pembelajaran matematika di sekolah terutama pada jenjang sekolah dasar (SD) atau sekolah menengah pertama (SMP) masih memerlukan pola pikir induktif. Ini berarti dalam menyajikan pelajaran matematika di SD atau di SMP masih memerlukan contoh-contoh bahkan jika memungkinkan berupa benda konkret. Dari contoh-contoh tersebut ditunjukkan hal-hal atau sifat-sifat khusus selanjutnya menuju ke hal-hal yang bersifat umum. Simpulan tersebut dapat berupa definisi atau teorema yang diangkat berdasarkan contoh-contoh tersebut.

Misal untuk membuktikan jumlah ukuran semua sudut dalam segitiga adalah 180° . Jika di jenjang SMP untuk membuktikan teorema tersebut secara deduktif masih kesulitan maka pembuktiannya dapat dimulai dengan pembuktian secara induktif. Misal siswa disuruh menggambar segitiga dari kertas dan disuruh menggunting daerah sudut-sudutnya kemudian ketiga sudut tersebut ditempelkan sedemikian hingga membentuk sudut lurus. Dari definisi sudut lurus siswa dapat memahami bahwa ketiga sudut tersebut jumlah ukurannya 180° . Selanjutnya, dengan menggunakan konsep kesejajaran maka teorema tersebut dapat dibuktikan dengan pola pikir deduktif. Ilustrasi hal tersebut dapat dilihat dari Gambar 1.2a dan 1.2b berikut.



Gambar 1.2a



Gambar 1.2b

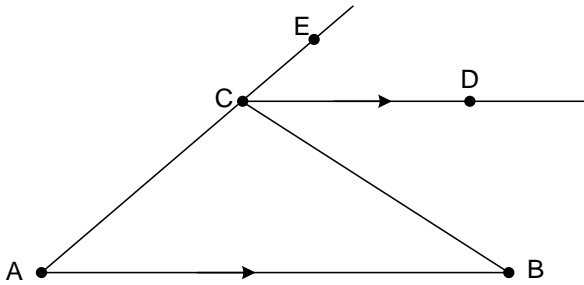
Setelah siswa mengerjakan tugas seperti di atas, guru mengarahkan mereka ke pembuktian deduktif sebagai berikut. Perhatikan Gambar 1.3.

Perpanjang sisi \overline{AC} dan buat $\overline{CD} \parallel \overline{AB}$ sehingga:

$$m\angle BAC = m\angle DCE \text{ karena sehadap}$$

$$m\angle ABC = m\angle BCD \text{ karena dalam berseberangan}$$

$$\begin{aligned} m\angle BAC + m\angle ABC + m\angle ACB &= m\angle DCE + m\angle BCD + m\angle ACB \\ &= 180^\circ \text{ karena sudut lurus.} \end{aligned}$$



Gambar 1.3

3. Kebenaran Konsistensi dan Korelasional

Dalam pembelajaran matematika konsistensi juga berlaku dan sangat diperlukan. Konsistensi juga berlaku dalam hal istilah atau nama objek matematika yang digunakan. Tidak dibenarkan adanya kontradiksi baik dalam hal sifat, konsep, teorema atau istilah atau nama yang digunakan. Misal, teorema yang menyatakan bahwa jumlah ukuran ketiga sudut dalam segitiga adalah 180° berlaku dalam sistem geometri di jenjang sekolah SD sampai dengan SMA, tetapi teorema yang menyatakan bahwa jumlah ukuran ketiga sudut dalam segitiga kurang atau lebih dari 180° dalam struktur geometri yang berbeda (non-Euclidean Geometri) yang belum diajarkan.

4. Bertumpu pada Kesepakatan

Seperti halnya dalam matematika sebagai ilmu dalam pembelajaran matematika kesepakatan juga harus dipatuhi. Kesepakatan juga berlaku dalam hal istilah atau nama objek matematika yang digunakan, dan juga dalam hal definisi dan sebagainya. Coba renungkan Anda menulis 1, apa artinya? Berarti “satu” bukan? Itu salah satu contoh sederhana tentang kesepakatan. Contoh kesepakatan lain dalam geometri, misalnya definisi “jajargenjang adalah segi empat yang memiliki dua pasang sisi berhadapan sejajar”. Jika kalimat tersebut dipilih sebagai definisi maka kalimat lainnya akan dipakai sebagai suatu teorema. Misalnya “segi empat yang sisi berhadapannya sama panjang adalah jajargenjang”

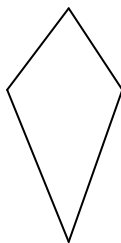
5. Memiliki Simbol Kosong dari Arti dan juga Berarti (Berarti Sudah Masuk dalam Semesta Tertentu)

Dalam pembelajaran matematika simbol matematika yang digunakan telah dikenalkan sejak SD. Namun, penggunaan simbol itu disesuaikan dengan tingkat kognitif siswa. Misal penggunaan kata variabel untuk anak SD masih digunakan □ atau o atau ... (titik-titik), semakin tinggi tingkatnya dan jika telah memahami baru menggunakan huruf misal m, n, dan umumnya x, y, z, dan sebagainya. Di jenjang SD, SMP, simbol-simbol □, o, m, n dan seterusnya diberi arti bilangan. Jadi, $5 + \square = 17$ simbol □ berarti bilangan yang harus ditulis dalam kotak itu.

6. Taat kepada Semesta, Bahkan juga Dipakai untuk Membedakan Tingkat Sekolah

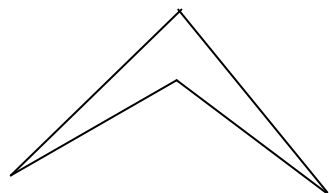
Sebagai akibat dipilihnya unsur atau elemen matematika untuk matematika sekolah dengan memperhatikan aspek kependidikan, dapat terjadi “penyederhanaan” dari konsep matematika yang kompleks. Semesta pembicaraan dalam pembelajaran matematika tetap diperlukan, namun mungkin sekali dipersempit. Selanjutnya semakin meningkat usia siswa, yang berarti semakin meningkat juga tahap perkembangannya maka semesta pembicaraannya berangsur diperluas lagi.

- Contoh: a. Di SD kelas 1, masih dibatasi, misal dikenalkan bilangan sampai 99. Ini juga berarti semesta siswa SD kelas 1 masih dibatasi. Jika naik kelas maka semestanya diperluas.
- b. Di SMP dibedakan antara layang-layang dan bukan layang-layang semestanya adalah bangun konveks. Lihat Gambar 1.4a dan 1.4b berikut.



Ini layang-layang

Gambar 1.4a



Ini bukan layang-layang

Gambar 1.4b

- c. Misal dari SD hingga SMA hanya dikenalkan bilangan prima yang positif. Bahkan tidak mustahil ada mahasiswa S1 yang tidak dikenalkan dengan bilangan prima negatif. Ini berarti semesta bilangan prima masih dibatasi.

D. TUJUAN PENDIDIKAN MATEMATIKA

Tujuan Pendidikan Matematika yang dimaksudkan adalah tujuan pembelajaran matematika yang secara umum diajarkan di sekolah. Selain itu, juga dikemukakan kecakapan atau kemahiran matematika yang diharapkan dapat dicapai dalam belajar matematika mulai dari SD/MI sampai dengan SMA/MA.

Dalam Peraturan Menteri Pendidikan Republik Indonesia Nomor 22 Tahun 2006 (Depdiknas, 2006) disebutkan pembelajaran matematika bertujuan agar peserta didik memiliki kemampuan sebagai berikut.

1. Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antarkonsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma, secara luwes, akurat, efisiensi, dan tepat, dalam pemecahan masalah.
2. Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika.
3. Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model dan menafsirkan solusi yang diperoleh.
4. Mengkomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah.
5. Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.

Selain disebutkan tujuan pembelajaran matematika dalam Peraturan Menteri Pendidikan Republik Indonesia Nomor 22 Tahun 2006 (Depdiknas, 2006) disebutkan juga ruang lingkup mata pelajaran matematika pada satuan pendidikan SD/MI sampai dengan SMA/MA.

Sedangkan standar kompetensi lulusan mata pelajaran matematika di SD/MI sampai dengan SMA/MA disebutkan dalam Peraturan Menteri Pendidikan Republik Indonesia Nomor 23 Tahun 2006 (Depdiknas, 2006).

Ruang lingkup mata pelajaran matematika pada satuan pendidikan SD/MI (Depdiknas, 2006) meliputi aspek:

1. bilangan;
2. geometri dan pengukuran;
3. pengolahan data.

Sedangkan standar kompetensi lulusan mata pelajaran matematika di SD/MI (Depdiknas, 2006) disebutkan sebagai berikut.

1. Memahami konsep bilangan bulat dan pecahan, operasi hitung dan sifat-sifatnya, serta menggunakannya dalam pemecahan masalah kehidupan sehari-hari.
2. Memahami bangun datar dan bangun ruang sederhana, unsur-unsur dan sifat-sifatnya, serta menerapkannya dalam pemecahan masalah kehidupan sehari-hari.
3. Memahami konsep ukuran dan pengukuran berat, panjang, luas, volume, sudut, waktu, kecepatan, debit serta mengaplikasikannya dalam pemecahan masalah kehidupan sehari-hari.
4. Memahami konsep koordinat untuk menentukan letak benda dan menggunakannya dalam pemecahan masalah kehidupan sehari-hari.
5. Memahami konsep pengumpulan data, penyajian data dengan tabel, gambar dan grafik (diagram), mengurutkan data, rentangan data, rerata hitung, modus serta menerapkannya dalam pemecahan masalah kehidupan sehari-hari.
6. Memiliki sikap menghargai matematika dan kegunaannya dalam kehidupan
7. Memiliki kemampuan berpikir logis, kritis, dan kreatif.

Ruang lingkup mata pelajaran matematika pada satuan pendidikan SMP/MTs (Depdiknas, 2006) meliputi aspek:

1. bilangan;
2. aljabar;
3. geometri dan pengukuran;
4. statistik dan peluang.

Sedangkan standar kompetensi lulusan mata pelajaran matematika di SMP/MTs (Depdiknas, 2006) adalah:

1. Memahami konsep bilangan real, operasi hitung dan sifat-sifatnya (komutatif, asosiatif, distributif), barisan bilangan sederhana (barisan

aritmetika dan sifat-sifatnya), serta penggunaannya dalam pemecahan masalah.

2. Memahami konsep aljabar meliputi: bentuk aljabar dan unsur-unsurnya, persamaan dan pertidaksamaan linear serta penyelesaiannya, himpunan dan operasinya, relasi, fungsi dan grafiknya, sistem persamaan linear dan penyelesaiannya, serta menggunakannya dalam pemecahan masalah.
3. Memahami bangun-bangun geometri, unsur-unsur dan sifat-sifatnya, ukuran dan pengukurannya, meliputi: hubungan antar garis, sudut (melukis sudut dan membagi sudut), segitiga (termasuk melukis segitiga) dan segi empat, teorema Pythagoras, lingkaran (garis singgung sekutu, lingkaran luar dan lingkaran dalam segitiga dan melukisnya), kubus, balok, prisma, limas, dan jaring-jaringnya, kesebangunan dan kongruensi, tabung, kerucut, bola, serta menggunakannya dalam pemecahan masalah.
4. Memahami konsep data, pengumpulan dan penyajian data (dengan tabel, gambar, diagram, grafik), rentangan data, rerata hitung, modus dan median, serta menerapkannya dalam pemecahan masalah.
5. Memahami konsep ruang sampel dan peluang kejadian, serta memanfaatkan dalam pemecahan masalah.
6. Memiliki sikap menghargai matematika dan kegunaannya dalam kehidupan
7. Memiliki kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif, serta mempunyai kemampuan bekerja sama.

Ruang lingkup mata pelajaran matematika pada satuan pendidikan SMA/MA (Depdiknas, 2006) meliputi aspek:

1. logika;
2. aljabar;
3. geometri;
4. trigonometri;
5. kalkulus;
6. statistik dan peluang.

Sedangkan standar kompetensi lulusan mata pelajaran matematika di SMA/MA Program IPA (Depdiknas, 2006) adalah sebagai berikut.

1. Memahami pernyataan dalam matematika dan ingkarannya, menentukan nilai kebenaran pernyataan majemuk dan pernyataan berkuantor, serta menggunakan prinsip logika matematika dalam pemecahan masalah.

2. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan pangkat, akar dan logaritma, fungsi aljabar sederhana, fungsi kuadrat, fungsi eksponen dan grafiknya, fungsi komposisi dan fungsi invers, persamaan dan pertidaksamaan kuadrat, persamaan lingkaran dan persamaan garis singgungnya, suku banyak, algoritma pembagian dan teorema sisa, program linear, matriks dan determinan, vektor, transformasi geometri dan komposisinya, barisan dan deret, serta menggunakannya dalam pemecahan masalah.
3. Menentukan kedudukan, jarak dan besar sudut yang melibatkan titik, garis dan bidang di ruang dimensi tiga serta menggunakannya dalam pemecahan masalah.
4. Memahami konsep perbandingan, fungsi, persamaan dan identitas trigonometri, rumus sinus dan kosinus jumlah dan selisih dua sudut, rumus jumlah dan selisih sinus dan kosinus, serta menggunakannya dalam pemecahan masalah.
5. Memahami limit fungsi aljabar dan fungsi trigonometri di suatu titik dan sifat-sifatnya, turunan fungsi, nilai ekstrem, integral tak tentu dan integral tentu fungsi aljabar dan trigonometri, serta menerapkannya dalam pemecahan masalah.
6. Memahami dan mengaplikasikan penyajian data dalam bentuk tabel, diagram, gambar, grafik, dan ogive, ukuran pemusatan, letak dan ukuran penyebaran, permutasi dan kombinasi, ruang sampel dan peluang kejadian dan menerapkannya dalam pemecahan masalah.
7. Memiliki sikap menghargai matematika dan kegunaannya dalam kehidupan.
8. Memiliki kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif, serta mempunyai kemampuan bekerja sama.

Sedangkan standar kompetensi lulusan mata pelajaran matematika di SMA/MA Program IPS (Depdiknas, 2006) adalah sebagai berikut.

1. Memahami pernyataan dalam matematika dan ingkarannya, menentukan nilai kebenaran pernyataan majemuk dan pernyataan berkuantor, serta menggunakan prinsip logika matematika dalam pemecahan masalah.
2. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan pangkat, akar dan logaritma, fungsi aljabar sederhana, fungsi kuadrat, dan grafiknya, persamaan dan pertidaksamaan kuadrat, komposisi dan invers fungsi, program linear, matriks dan determinan, vektor, transformasi geometri dan

komposisinya, barisan dan deret, serta menggunakannya dalam pemecahan masalah.

3. Menentukan kedudukan, jarak dan besar sudut yang melibatkan titik, garis dan bidang di ruang dimensi tiga serta menggunakannya dalam pemecahan masalah.
4. Memahami konsep perbandingan, fungsi, persamaan dan identitas trigonometri, serta menggunakannya dalam pemecahan masalah.
5. Memahami limit fungsi aljabar dan fungsi trigonometri di suatu titik dan sifat-sifatnya, turunan fungsi, nilai ekstrem, integral tak tentu dan integral tentu fungsi aljabar dan trigonometri, serta menerapkannya dalam pemecahan masalah.
6. Memahami dan mengaplikasikan penyajian data dalam bentuk tabel, diagram, gambar, grafik, dan ogive, ukuran pemusatan, letak dan ukuran penyebaran, permutasi dan kombinasi, ruang sampel dan peluang kejadian dan menerapkannya dalam pemecahan masalah.
7. Memiliki sikap menghargai matematika dan kegunaannya dalam kehidupan.
8. Memiliki kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif, serta mempunyai kemampuan bekerja sama.

Sedangkan standar kompetensi lulusan mata pelajaran matematika di SMA/MA Program Bahasa (Depdiknas, 2006) adalah sebagai berikut.

1. Memahami pernyataan dalam matematika dan ingkarannya, menentukan nilai kebenaran pernyataan majemuk dan pernyataan berkuantor, serta menggunakan prinsip logika matematika dalam pemecahan masalah.
2. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan aturan pangkat, akar dan logaritma, fungsi aljabar sederhana, fungsi kuadrat, dan grafiknya, persamaan dan pertidaksamaan kuadrat, komposisi dan invers fungsi, program linear, matriks dan determinan, vektor, transformasi geometri dan komposisinya, barisan dan deret, serta menggunakannya dalam pemecahan masalah.
3. Menentukan kedudukan, jarak dan besar sudut yang melibatkan titik, garis dan bidang di ruang dimensi tiga serta menggunakannya dalam pemecahan masalah.
4. Memahami konsep perbandingan, fungsi, persamaan dan identitas trigonometri, serta menggunakannya dalam pemecahan masalah.

5. Memahami dan mengaplikasikan penyajian data dalam bentuk tabel, diagram, gambar, grafik, ogive, ukuran pemusatan, letak dan ukuran penyebaran, permutasi dan kombinasi, ruang sampel dan peluang kejadian dan menggunakannya dalam pemecahan masalah kehidupan sehari-hari dan ilmu pengetahuan dan teknologi.
6. Memiliki sikap menghargai matematika dan kegunaannya dalam kehidupan.
7. Memiliki kemampuan berpikir logis, analitis, sistematis, kritis, dan kreatif, serta mempunyai kemampuan bekerja sama.

Jika diperhatikan secara cermat terlihat bahwa tujuan yang dikemukakan di atas memuat nilai-nilai tertentu yang dapat mengarahkan klasifikasi atau penggolongan tujuan pembelajaran matematika menjadi (1) *Tujuan yang bersifat formal* dan (2) *Tujuan yang bersifat material*. Adapun tujuan yang bersifat formal lebih menekankan kepada menata penalaran dan membentuk kepribadian. Sedangkan tujuan yang bersifat material lebih menekankan kepada kemampuan menerapkan matematika dan keterampilan matematika. Contoh “menata nalar” setelah diberikan suatu soal, misal soal cerita, siswa diminta menulis (1) yang diketahui (2) yang ditanyakan. Tentu saja untuk di SD tidak menggunakan kata-kata itu, tetapi lebih disederhanakan, *misalnya* (1) Berapa jumlah mangga yang dibawa ibu, berapa jumlah mangga dari ayah, (2) Berapa jumlah mangga semua?

Hal yang perlu diperhatikan adalah selama ini dalam praktek pembelajaran di kelas guru lebih menekankan pada tujuan yang bersifat material antara lain karena tuntutan lingkungan yang sangat dipengaruhi oleh sistem regional ataupun nasional. Ini mengakibatkan banyak orang beranggapan bahwa tujuan pendidikan matematika hanya di domain kognitif saja. Sedangkan tujuan yang bersifat formal dianggap akan dicapai dengan sendirinya atau dapat disebut akan dicapai “*by chance*”. Perencanaan pembelajaran seperti itu masih tetap diperlukan, namun adanya perkembangan matematika yang demikian pesat dan karena tuntutan masyarakat serta diperlukannya matematika dan pemikirannya di bidang kerja yang tidak langsung menggunakan rumus-rumus matematika, diperlukan perencanaan pembelajaran matematika yang secara sengaja memasukkan pembelajaran nilai-nilai afektif.



LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Menurut Anda apa yang dimaksud dengan pendidikan matematika atau matematika sekolah?
- 2) Pendidikan matematika tidak sepenuhnya sama dengan matematika sebagai ilmu. Jelaskan apa perbedaan yang terdapat pada pendidikan matematika dan matematika sebagai ilmu?
- 3) Apa yang menyebabkan karakteristik pendidikan matematika tidak sepenuhnya sama dengan karakteristik matematika?
- 4) Bagaimana upaya Anda untuk memudahkan pemahaman suatu konsep matematika yang abstrak kepada siswa Anda? Berilah contoh suatu konsep geometri di SMP untuk mengilustrasikannya!
- 5) Matematika adalah ilmu deduktif, namun dalam pembuktian untuk siswa SMP bolehkah hanya dengan menggunakan contoh-contoh saja? Jelaskan!
- 6) Tujuan pembelajaran matematika adalah memuat nilai-nilai tertentu yang mengarahkan klasifikasi atau penggolongan tujuan pembelajaran matematika. Sebutkan tujuan tersebut!
- 7) Jelaskan tujuan yang lebih ditekankan guru dalam praktik pembelajaran di kelas? Mengapa demikian?

Petunjuk Jawaban Latihan

- 1) Matematika sekolah adalah matematika yang umumnya diajarkan di jenjang persekolahan yaitu Sekolah Dasar (SD)/Madrasah Ibtidaiyah (MI), Sekolah Menengah Pertama (SMP)/Madrasah Tsanawiyah (MTs) dan Sekolah Menengah Atas (SMA)/Madrasah Aliyah (MA), tetapi tidak di jenjang Perguruan Tinggi (PT).
- 2) Matematika sekolah tidak sepenuhnya sama dengan matematika sebagai ilmu karena memiliki perbedaan antara lain dalam hal penyajian, pola pikirnya, keterbatasan semestanya, dan tingkat keabstrakannya.
- 3) Yang menyebabkan karakteristik pendidikan matematika tidak sepenuhnya sama dengan karakteristik matematika adalah proses perkembangan kognitif dan emosional siswa yang berkembang dari tingkat rendah ke tingkat tinggi.

- 4) Untuk memudahkan pemahaman suatu konsep matematika yang abstrak kepada siswa, seorang guru harus dapat mengurangi keabstrakannya. Misal untuk menerangkan konsep teorema Pythagoras guru tidak langsung menyajikan teorema tersebut, namun diawali dengan peraga berupa luasan segitiga yang memenuhi ukuran sesuai bilangan Pythagoras baru disajikan teoremanya serta bukti yang lebih abstrak
- 5) Tidak, karena walaupun untuk memahaminya disajikan secara induktif, namun akhirnya harus diarahkan ke pembuktian deduktif.
- 6) Tujuan pembelajaran matematika dapat diklasifikasikan menjadi:
 - a. tujuan yang bersifat formal;
 - b. tujuan yang bersifat material.
- 7) Dalam praktek pembelajaran di kelas guru lebih menekankan pada tujuan yang bersifat material antara lain karena tuntutan lingkungan yang sangat dipengaruhi oleh sistem ujian regional ataupun nasional.



RANGKUMAN

Matematika sekolah adalah matematika yang umumnya diajarkan di jenjang persekolahan, yaitu Sekolah Dasar (SD)/Madrasah Ibtidaiyah (MI), Sekolah Menengah Pertama (SMP)/Madrasah Tsanawiyah (MTs) dan Sekolah Menengah Atas (SMA)/Madrasah Aliyah (MA), tetapi tidak di jenjang Perguruan Tinggi (PT)

Matematika sekolah tidak sepenuhnya sama dengan matematika sebagai ilmu. Dikatakan “tidak sepenuhnya sama” karena memiliki perbedaan antara lain dalam hal penyajian, pola pikir, keterbatasan semesta, dan tingkat keabstrakan.

Matematika sekolah dengan matematika sebagai ilmu mempunyai persamaan dan perbedaan sebagai berikut.

Karakteristik Matematika	Karakteristik Pendidikan Matematika
1. Memiliki objek kajian abstrak	1. Memiliki objek kajian konkret dan abstrak
2. Pola pikirnya deduktif	2. Pola pikirnya induktif dan deduktif
3. Kebenaran konsistensi	3. Kebenaran konsistensi dan korelasional
4. Bertumpu pada kesepakatan	4. Bertumpu pada kesepakatan
5. Memiliki simbol kosong dari arti (tentu sebelum masuk semesta tertentu)	5. Memiliki simbol kosong dari arti dan juga berarti (berarti sudah masuk dalam semesta tertentu)

Karakteristik Matematika	Karakteristik Pendidikan Matematika
6. Taat kepada semestanya (<i>Universe</i>)	6. Taat kepada semesta, bahkan juga dipakai untuk membedakan tingkat sekolah

Tujuan pembelajaran matematika dapat diklasifikasikan menjadi tujuan yang bersifat:

1. formal, dan
2. material.

Adapun tujuan yang bersifat formal lebih menekankan kepada menata penalaran dan membentuk kepribadian. Sedangkan tujuan yang bersifat material lebih menekankan kepada kemampuan menerapkan matematika dan keterampilan matematika. Selama ini dalam praktik pembelajaran di kelas guru lebih menekankan pada tujuan yang bersifat material.



TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

- 1) Matematika sekolah adalah unsur atau bagian dari matematika yang dipilih berdasarkan kepentingan
 - A. pemerintah
 - B. kependidikan
 - C. masyarakat
 - D. ilmuwan

- 2) Untuk menerangkan jajargenjang siswa diajak untuk melakukan kegiatan “memutar” suatu segitiga dengan pusat putaran pertengahan salah satu sisinya sebesar 180° searah putaran jarum jam. Menurut J. Bruner pengajaran ini termasuk dalam langkah
 - A. ikonik
 - B. simbolik
 - C. intuitif
 - D. enaktif

- 3) Untuk mempermudah pemahaman suatu konsep matematika guru hendaknya
 - A. memberi soal latihan
 - B. memberi contoh soal

- C. menggunakan alat peraga
 - D. memberikan definisi atau rumus
- 4) Pembelajaran matematika di sekolah masih memerlukan contoh sebelum menuju sifat yang umum, karena pemikiran deduktif
- A. lebih penting dalam pembelajaran
 - B. sangat penting dalam pembelajaran
 - C. tidak penting dalam pembelajaran
 - D. dan induktif sangat penting dalam pembelajaran
- 5) Salah satu tugas guru matematika yang dianggap penting dan berat adalah
- A. mengajar matematika
 - B. membuat soal ulangan matematika
 - C. membuat representasi objek matematika
 - D. mengkonkritkan objek matematika
- 6) Berikut adalah ruang lingkup mata pelajaran matematika pada satuan pendidikan di SMP/MTs *kecuali*
- A. bilangan
 - B. aljabar
 - C. geometri dan pengukuran
 - D. pengolahan data
- 7) Tujuan yang lebih menekankan kepada menata penalaran dan membentuk kepribadian digolongkan pada tujuan pembelajaran matematika yang bersifat
- A. formal
 - B. individu
 - C. material
 - D. spiritual
- 8) Tujuan yang lebih menekankan kepada kemampuan menerapkan matematika dan keterampilan matematika digolongkan pada tujuan pembelajaran matematika yang bersifat
- A. formal
 - B. individu
 - C. material
 - D. spiritual

- 9) Standar kompetensi lulusan mata pelajaran matematika di SD/MI sampai dengan SMA/MA disebutkan dalam Peraturan Menteri Pendidikan Republik Indonesia
- Nomor 20 Tahun 2006
 - Nomor 22 Tahun 2006
 - Nomor 23 Tahun 2006
 - Nomor 24 Tahun 2006
- 10) Pada jenjang SMP, untuk membuktikan jumlah ukuran semua sudut dalam segitiga adalah 180° yaitu siswa disuruh menggambar segitiga dari kertas dan disuruh menggunting daerah sudut-sudutnya kemudian ketiga sudut tersebut ditempelkan sedemikian hingga membentuk sudut lurus. Dari definisi sudut lurus siswa dapat memahami bahwa ketiga sudut tersebut jumlah ukurannya 180° . Pola pikir yang digunakan dalam pembuktian tersebut adalah pola pikir....
- induktif
 - deduktif
 - realistis
 - kontekstual

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali

80 - 89% = baik

70 - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan modul selanjutnya. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama bagian yang belum dikuasai.

Kunci Jawaban Tes Formatif

Tes Formatif 1

- 1) A. James dan James.
- 2) D. Simbol-simbol matematika akan berarti setelah ditetapkan semesta yang digunakan.
- 3) C. Nilai kebenarannya.
- 4) A. Definisi analitis.
- 5) B. Anggota himpunan.
- 6) B. Aksioma.
- 7) C. Sudut.
- 8) B. Objek matematika.
- 9) C. Sistemnya.
- 10) C. Aksioma.

Tes Formatif 2

- 1) B. Kepentingan kependidikan.
- 2) D. Enaktif.
- 3) C. Menggunakan alat peraga.
- 4) D. Pemikiran deduktif dan induktif sangat penting dalam pembelajaran.
- 5) C. Membuat representasi objek matematika.
- 6) D. Pengolahan data
- 7) A. Formal.
- 8) C. Material
- 9) C. Nomor 23 Tahun 2006
- 10) A. Pola pikir induktif

Glosarium

Aksioma/postulat	: suatu pernyataan yang kebenarannya tidak perlu dibuktikan.
Definisi	: ungkapan yang membatasi konsep.
Fakta	: konvensi atau kesepakatan yang disajikan dalam bentuk lambang atau simbol.
Konsep	: ide abstrak yang dapat digunakan untuk menggolongkan atau mengklasifikasikan sekumpulan objek.
Pola pikir deduktif	: pola pikir yang berjalan dari hal-hal yang bersifat umum ke hal-hal yang bersifat khusus.
Pola pikir induktif	: pola pikir yang berjalan dari contoh-contoh yang khusus ke hal-hal yang bersifat umum.
Prinsip	: rangkaian konsep bersama relasi di antara konsep itu.
Skill/keterampilan	: semua operasi dan prosedur yang dapat dilakukan oleh siswa atau matematikawan dengan cepat dan tepat.
Teorema	: suatu pernyataan yang kebenarannya harus dapat dibuktikan.
Unsur primitif	: unsur atau istilah yang tidak didefinisikan.

Daftar Pustaka

- Bell, Frederick, H. 1978. *Teaching and Learning Mathematics*. Iowa Brown: Company Publisher.
- Depdiknas. 2006. *Peraturan Menteri Pendidikan Nasional No. 22 Tahun 2006 Tentang Standar Isi*. Jakarta: Depdiknas.
- _____. 2006. *Peraturan Menteri Pendidikan Nasional No. 23 Tahun 2006 Tentang Standar Kompetensi Lulusan*. Jakarta: Depdiknas.
- Gie, The Liang. 1999. *Filsafat Matematika Bagian Kesatu, Pengantar Perkenalan*. Yogyakarta: Pusat Belajar Ilmu Berguna.
- _____. (1999). *Filsafat Matematika Bagian Ketiga, Segi Ontologi dan Pencirian Lainnya*. Yogyakarta: Pusat Belajar Ilmu Berguna.
- _____. 1993. *Filsafat Matematika Bagian Kedua, Epistemologi Matematika*. Yogyakarta: Yayasan Studi Ilmu dan Teknologi.
- Hudoyo, Herman. 2003. *Pengembangan Kurikulum dan Pembelajaran Matematika*. Malang: IMSTEP, Jurusan Matematika, FMIPA-UM.
- _____. 1988. *Mengajar Belajar Matematika*. Jakarta: Depdikbud, Dikti PPLPTK.
- _____. 1979. *Pengembangan Kurikulum Matematika dan Pelaksanaannya di Depan Kelas*. Surabaya, Indonesia: Usaha Nasional.
- _____. 1981. *Interaksi Belajar Mengajar Matematika*. Jakarta: P3G.
- Murtadho, Sutrisman dan Tambunan, G. 1987. *Pengajaran Matematika*. Jakarta: Karunika, UT.
- R. Soedjadi. 1999/2000. *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia*. Jakarta: Dikti, Depdiknas.

Ruseffendi, E.T. 1991. *Pengantar Kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya Dalam Pengajaran Matematika Untuk Meningkatkan CBSA*. Bandung: Tarsito.

Susanah dan Janet T.M. 2007. *Strategi Pembelajaran Matematika (Modul 7)*. Jakarta: Universitas Terbuka

_____. 1989. *Peranan Koreksi dan Pembahasan Pekerjaan Rumah Terhadap Keberhasilan Belajar Anak Didik dalam Penilaian Matematika Unit Trigonometri Kelas I di SMA Budi Sejati Surabaya*, Tesis Tidak dipublikasikan. Surabaya: IKIP Surabaya.