MODUL 1

Sistem Koordinat Kartesian Tegak Lurus dan Persamaan Garis Lurus

Drs. Sukirman, M.Pd.

PENDAHULUAN

Dalam Modul Pertama ini, kita akan membahas tentang Sistem Koordinat Kartesian Tegak Lurus dan Persamaan Garis Lurus yang pembahasannya disajikan ke dalam dua Kegiatan Belajar (2 KB), yaitu:
Kegiatan Belajar 1 : Sistem Koordinat Kartesian Tegak Lurus;
Kegiatan Belajar 2 : Persamaan Garis Lurus.

Materi yang disajikan dalam Kegiatan Belajar 1, secara garis besarnya meliputi: pengertian sistem koordinat Kartesian, letak titik pada bidang Kartesian, jarak dua titik, dan rumus perbandingan. Sementara itu, dalam Kegiatan Belajar 2 materi yang dibahas meliputi: persamaan garis lurus dengan berbagai ketentuan, kedudukan dua buah garis, persamaan normal garis lurus, serta kedudukan dan jarak titik ke garis.

Pengetahuan dari materi yang terdapat pada dua kegiatan belajar di atas merupakan konsep dasar yang dijadikan acuan atau bekal untuk membahas semua materi yang terdapat dalam modul-modul berikutnya. Oleh karena itu, kuasailah dengan baik dan matang agar Anda tidak menjumpai kendala berarti untuk mempelajari seluruh materi yang ada pada modul-modul tersebut.

Setelah mempelajari Modul Pertama ini Anda diharapkan akan dapat:
1. menjelaskan pengertian sistem koordinat Kartesian tegak lurus;
2. menentukan letak suatu titik pada bidang Kartesian;
3. menentukan jarak dua titik dalam bidang koordinat Kartesian;
4. menentukan koordinat suatu titik yang terletak di antara dua titik dengan perbandingan tertentu (m : n);
5. menentukan persamaan garis lurus dengan kondisi tertentu.

Selanjutnya, agar Anda berhasil dengan baik dalam mempelajari semua materi yang terdapat pada modul ini, ikutilah petunjuk belajar berikut ini.

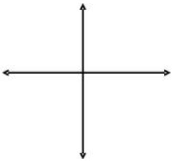
1. Bacalah dengan seksama uraian materi beserta contoh-contohnya, kemudian berilah tanda atau garis bawah pada kata kunci atau kalimat yang Anda anggap penting, atau berilah tanda pada konsep-konsep yang menurut Anda sulit sebagai bahan untuk didiskusikan dengan teman sejawat atau tutor. Tentunya akan sangat baik pula bila Anda dapat membuat contoh lain yang berbeda dengan contoh yang ada pada modul ini. Sebab hal ini sebagai suatu tanda atau indikator bahwa Anda telah menguasai konsep tersebut.
2. Kerjakanlah semua soal, baik yang terdapat dalam latihan maupun tes formatif dengan tidak melihat kunci jawabannya terlebih dahulu. Jika Anda belum menguasai atau belum menemukan cara menjawabnya, disarankan untuk melihat kembali uraian materi atau rangkuman yang diperkirakan sesuai untuk menjawab soal yang dimaksud.
3. Bentuklah kelompok kecil dengan teman-teman yang sama-sama menempuh mata kuliah ini, dan susunlah jadwal rutin pertemuan untuk membahas dan mendiskusikan hal-hal yang belum dimengerti.
4. Carilah buku acuan lain seperti yang tercantum dalam daftar pustaka, untuk memperjelas hal-hal yang belum dimengerti. Perbanyaklah mengerjakan soal-soal dari buku-buku acuan tersebut. Ingat dengan memperbanyak mengerjakan soal-soal, tentu wawasan Anda semakin luas.
5. Gunakan dengan baik kesempatan tutorial yang diberikan untuk menanyakan hal-hal yang belum Anda pahami, dan yang terpenting.
6. Tanamkanlah pada diri Anda bahwa Anda akan berhasil dan memang berhasil.

Selamat belajar, semoga berhasil!

Kegiatan Belajar 1

Sistem Koordinat Kartesian Tegak Lurus

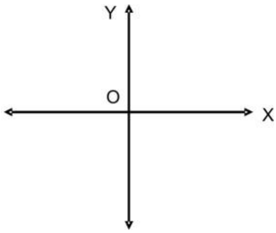
Untuk menentukan letak atau posisi suatu titik pada sebuah bidang datar diperlukan suatu patokan. Patokan ini dapat ditentukan dari dua garis yang kedudukannya saling tegak lurus seperti yang terlihat pada Gambar 1.1 berikut:



Gambar 1.1.

Catatan:
Dua garis yang saling tegak lurus tersebut salah satunya digambar secara mendatar *(horizontal)*, sedangkan yang lainnya digambar tegak *(vertikal)*.

Selanjutnya coba Anda perhatikan Gambar 1.2. berikut, yang merupakan keterangan lanjutan dari Gambar 1.1.



Gambar 1.2.

Titik potong dua garis yang saling tegak lurus tersebut biasanya diberi nama O dan disebut titik asal (pusat sumbu). Garis yang digambarkan secara mendatar dinamakan sumbu X. Pada sumbu X ini, dari titik O ke kanan disebut arah positif, sedangkan dari titik O ke kiri disebut arah negatif (sumbu X negatif). Sementara itu, garis yang digambar secara vertikal (tegak) dinamakan sumbu Y. Pada sumbu Y ini, dari titik O ke atas dikatakan arah positif (sumbu Y positif).

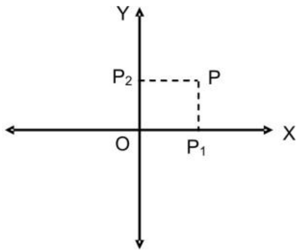
Sedangkan dari titik O ke bawah dikatakan sebagai arah negatif (sumbu Y negatif). Secara umum, kedudukan dua garis dengan ketentuan-ketentuan seperti yang telah disebutkan di atas dinamakan *Sistem Koordinat Kartesian Tegak Lurus.* Untuk Anda ketahui bahwa sistem koordinat ini dapat dipergunakan untuk menentukan letak atau posisi suatu titik pada bidang datar.

Sekarang perhatikan Gambar 1.3 berikut.

Misalkan P adalah sebuah titik sembarang pada bidang datar yang telah dilengkapi dengan kedua sumbunya (selanjutnya disebut sumbu-sumbu koordinat).

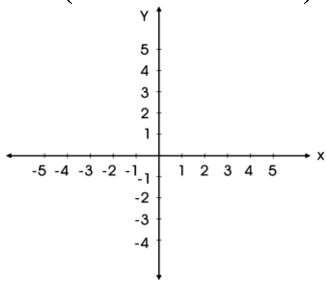
P_1 adalah proyeksi titik P pada sumbu X dan P_2 adalah proyeksi titik P pada sumbu Y.

Selanjutnya, letak titik P pada bidang datar tersebut dikaitkan dengan dua buah bilangan, yaitu bilangan yang menyatakan jarak dari O dari P_1 serta bilangan yang menyatakan jarak dari O ke P_2. Bilangan-bilangan ini dilengkapi dengan tanda positif (+) atau negatif (-) sesuai dengan letak P_1 dan P_2, apakah berada pada sumbu positif atau negatif. Bilangan yang menyatakan jarak dari O ke P_1 disebut koordinat X dari titik P (disebut absis titik P), sedangkan bilangan yang menyatakan jarak dari O ke P_2 dinamakan koordinat Y dari titik P (disebut ordinat titik P).



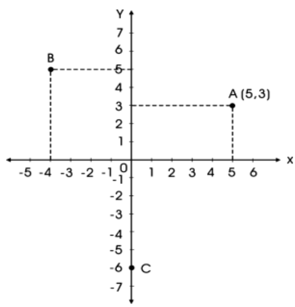
Gambar 1.3.

Dari sistem koordinat Kartesian Tegak Lurus, pada sumbu-sumbu koordinatnya dilengkapi dengan skala satuan panjang yang sama, baik pada sumbu X maupun pada sumbu Y seperti yang tampak pada Gambar 1.4. Tujuan pencantuman skala tersebut tentunya untuk mempermudah penentuan letak suatu titik ataupun jarak suatu titik ke titik yang lainnya jika menggunakan sistem koordinat tersebut.



Gambar 1.4.

Selanjutnya, perhatikan Gambar 1.5. Pada Gambar tersebut diketahui bahwa titik A terletak pada 5 satuan panjang ke kanan (arah positif) dari sumbu Y dan 3 satuan panjang ke atas (arah positif) dari sumbu X. Kondisi ini dapat ditulis sebagai A(5, 3). Dari posisi A (5, 3) dapat pula dikatakan bahwa absis titik A adalah 5, sedangkan koordinatnya adalah 3. Sementara itu, koordinat-koordinat titik B adalah pasangan terurut (–4, 5) yang

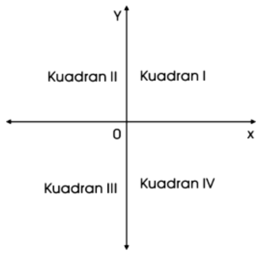


Gambar 1.5.

menyatakan 4 satuan panjang ke kiri dari sumbu Y dan 5 satuan panjang ke atas dari sumbu X. Sedangkan C (0, –6) adalah suatu titik yang posisinya terletak pada sumbu Y dengan 6 satuan panjang ke bawah dari titik asal.

Selanjutnya, jika terdapat suatu titik dengan notasi P (x, y), maka yang dimaksud notasi tersebut adalah suatu titik P yang berkoordinat (x, y). Sedangkan pasangan bilangan (x, y) dengan x sebagai tempat bilangan pertama dan y sebagai tempat bilangan kedua dinamakan "pasangan bilangan terurut". Seandainya terdapat dua pasangan bilangan terurut, misal (a, b) dan (c, d), dua pasangan bilangan ini dikatakan sama jika dan hanya jika a = c dan b = d. Berarti, jika terdapat dua pasangan titik dengan koordinat (5, 3) dan (3, 5), maka pastilah dua pasangan titik tersebut tidak sama. ((5, 3) ≠ (3, 5)). Apabila pasangan-pasangan yang berbeda tersebut menyatakan koordinat titik pada bidang, tentunya pasangan-pasangan bilangan terurut tersebut menyatakan titik-titik yang berbeda pula.

Sebagai keterangan tambahan bahwa sumbu-sumbu koordinat (sumbu X dan sumbu Y) membagi bidang datar menjadi 4 (empat) daerah yang masing-masing disebut kuadran, yaitu kuadran I (daerah dengan sumbu X positif dan sumbu Y positif, kuadran II (daerah dengan sumbu X negatif dan sumbu Y positif), kuadran III (daerah dengan sumbu X negatif dan sumbu Y negatif), dan kuadran IV (daerah dengan sumbu X positif dan sumbu Y negatif). Untuk lebih jelasnya posisi keempat kuadran tersebut dapat Anda lihat pada Gambar 1.6



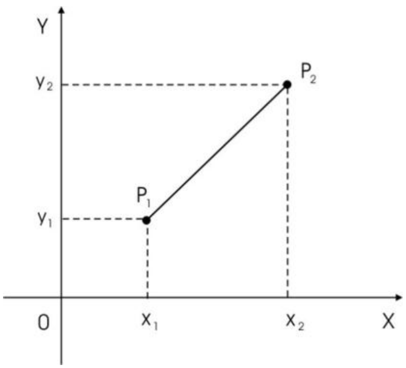
Gambar 1.6.

Sebagai pengayaan, seandainya R menyatakan himpunan semua bilangan real, maka $R^2 = R \times R = \{(x, y)|x \in R \text{ dan } y \in R\}$ adalah himpunan semua pasangan terurut dengan tempat bilangan pertama dan tempat bilangan kedua masing-masing bilangan real. Berarti, setiap bilangan real dapat dinyatakan sebagai suatu titik pada garis bilangan, atau dengan kata lain ada pemadanan (korespondensi) satu-satu antara himpunan semua bilangan real dengan himpunan semua titik pada suatu garis lurus. Selanjutnya, apabila sumbu-sumbu koordinat dipandang sebagai garis bilangan, maka setiap titik pada bidang datar dapat dinyatakan sebagai pasangan bilangan real. Ini berarti, setiap titik pada bidang dapat dikaitkan dengan suatu pasangan bilangan real terurut yang menyatakan koordinat titik-titik tersebut. Dengan kata lain dapat dikatakan bahwa suatu sistem koordinat kartesian pada bidang meletakkan pemadanan (korespondensi) satu-satu antara titik pada bidang dengan pasangan-pasangan bilangan real terurut dari R^2.

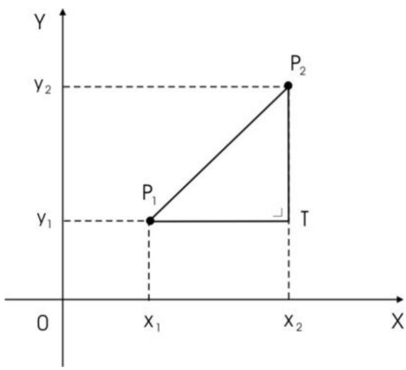
Jarak Dua Titik Pada Bidang Datar

Misalkan $P_1(x_1, y_1)$ dan $P_2(x_2, y_2)$ adalah dua buah titik pada bidang datar (lihat Gambar 1.7). Selanjutnya, dari dua titik yang diketahui tersebut akan ditentukan jarak di antara keduanya dengan jalan sebagai berikut:

Melalui titik P_1 ditarik garis sejajar sumbu X dan melalui titik P_2 ditarik garis sejajar sumbu Y. Kedua garis ini berpotongan di titik T dan membentuk $\Delta\ P_1TP_2$ yang berupa segitiga siku-siku (lihat Gambar 1.8).



Gambar 1.7.



Gambar 1.8.

Dari Gambar 1.8, dapat ditentukan bahwa panjang ruas garis $|P_1T| = |x_2 - x_1|$, sedangkan panjang ruas garis $|P_2T| = |y_2 - y_1|$). Selanjutnya untuk menentukan panjang ruas garis $|P_1P_2|$ (yang merupakan jarak kedua titik yang dicari) dapat dicari dengan menggunakan teorema Pythagoras, yaitu sebagai berikut:

$$|P_1P_2|^2 = |P_1T|^2 + |P_2T|^2$$

$$|P_1P_2|^2 = |x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2$$

$$|P_1P_2|^2 = \sqrt{|x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2} \Rightarrow$$ Rumus untuk menentukan jarak dua buah titik pada bidang datar.

Contoh 1.1:

Misalkan $P_1(1, 1)$ dan P_2 (-3, 4), maka jarak P_1 dan P_2 adalah:

$$|P_1P_2| = \sqrt{|-3-1|^2 + |4-1|^2}$$
$$= \sqrt{(-4)^2 + 3^2}$$
$$= \sqrt{16 + 9}$$
$$= \sqrt{25}$$
$$\therefore |P_1P_2| = 5$$

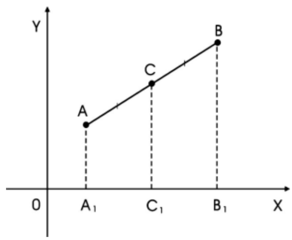
Selanjutnya, perhatikanlah masalah berikut: Misalkan diketahui dua titik A (x_1, y_1) dan B (x_2, y_2), serta titik C yang terletak pada pertengahan ruas garis penghubung A dan B. Dari kondisi tersebut akan ditentukan koordinat-koordinat titik C. Untuk itu, perhatikanlah Gambar 1.9 berikut:

Titik A_1, C_1 dan B_1 berturut-turut adalah proyeksi titik-titik A, C, dan B pada sumbu X. Misalkan koordinat titik C adalah (x_c, y_c).

$|OA_1|$ = absis titik A, yaitu x_1

$|OB_1|$ = absis titik B, yaitu x_2

$|OC_1|$ = absis titik C, yaitu x_c



Gambar 1.9.

Karena titik C terletak pada pertengahan AB (diketahui) dan garis AA_1 sejajar dengan garis CC_1, maka titik C_1 terletak pada pertengahan ruas garis A_1B_1 pula ($|A_1C_1| = |C_1B_1|$) sehingga:

$$\begin{aligned}|OA_1| + |OB_1| &= |OA_1| + |OC_1| + |C_1B_1|\\ &= |OA_1| + |C_1B_1| + |OC_1|,\ \text{ingat } |C_1B_1| = |A_1C_1|\\ &= |OA_1| + |A_1C_1| + |OC_1|\\ &= |OC_1| + |OC_1|\\ &= 2\,|OC_1|,\ \text{ingat: } = |OA_1| = x_1;\ |OB_1| = x_2;\ \text{dan } |OC_1| = x_c.\end{aligned}$$

Berarti:

$$x_1 + x_2 = 2x_c \Rightarrow x_c = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$$

Selanjutnya, dengan cara yang sama seperti langkah di atas akan diperoleh bahwa $y_c = \frac{1}{2}(y_1 + y_2)$

Dari uraian di atas, dapatlah disimpulkan bahwa koordinat tengah sebuah ruas garis yang titik ujungnya A (x_1, y_1) dan B (x_2, y_2) adalah:

$$\boxed{x = \frac{1}{2}(x_1 + x_2);\ y = \frac{1}{2}(y_1 + y_2)} \quad \text{...... (1)}$$

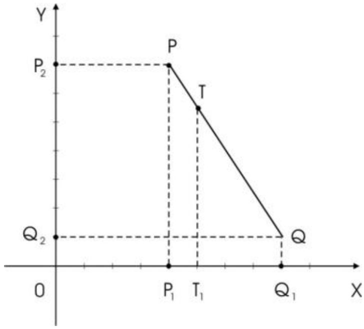
Contoh 1.2:

Apabila D adalah titik tengah ruas garis dengan titik-titik ujung A (5, 2) dan B (-1, 6), maka absis titik D adalah $x = \frac{1}{2}(5 + (-1)) = 2$ dan ordinat D adalah $y = \frac{1}{2}(2 + 6) = 4$. Jadi, D (2, 4).

Contoh 1.3:

Diketahui dua titik P(4, 7) dan Q (8, 1). Titik T pada ruas garis PQ sedemikian hingga | PT | : | TQ | = 1 : 3. Tentukanlah absis dan ordinat dari titik T.

Untuk menjawabnya, perhatikan Gambar 1.10 berikut.



Gambar 1.10.

Misalkan $T(x_T, y_T)$. Dari Gambar di samping dapat ditentukan bahwa PP_1, TT_1, dan QQ_1 masing-masing sejajar dengan sumbu Y. Mengapa?

Selanjutnya, karena diketahui bahwa $|PT| : |TQ| = 1 : 3$ maka $|P_1T_1| : |T_1Q_1| = 1 : 3$ pula sehingga $|T_1Q_1| = 3|P_1T_1|$

Perhatikan bahwa $|T_1Q_1| = |OQ_1| - |OT_1|$
$= 8 - x_T$ dan
$|P_1T_1| = |OT_1| - |OP_1|$
$= x_T - 4$

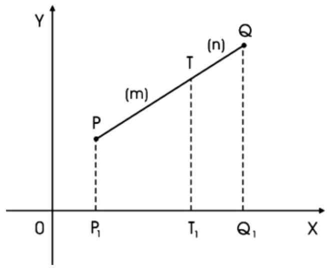
Karena $|T_1Q_1| = 3|P_1T_1|$ maka $8 - x_T = 3(x_T - 4)$
$\Rightarrow 8 - x_T = 3x_T - 12$
$\Rightarrow 4x_T = 20$
$\Rightarrow x_T = 5$

Dengan cara yang sama seperti langkah di atas (melakukan pemroyeksian semua titik terhadap sumbu Y), akan diperoleh bahwa $y_T = 5\frac{1}{2}$. Coba silakan Anda periksa kebenarannya.

Jadi, absis dan ordinat dari titik T adalah $(5, 5\frac{1}{2})$ atau T $(5, 5\frac{1}{2})$.

Selanjutnya, dari contoh 1.3 tersebut akan diperumum untuk $P(x_1, y_1)$ dan $Q(x_2, y_2)$ dengan titik T terletak pada ruas garis PQ sedemikian hingga $|PT| : |TQ| = m : n$. Artinya dari kondisi ini, akan dicari atau ditentukan absis dan ordinat (koordinat) dari titik T.

Untuk mempermudah proses penurunan bentuk yang akan diperumum, perhatikan Gambar 1.11 yang merupakan ilustrasi dari kondisi yang dipermasalahkan.



Gambar 1.11.

Misalkan $T(x_T, y_T)$. Proyeksi titik $P(x_1, y_1)$, Q (x_2, y_2) dan $T(x_T, y_T)$ pada sumbu X ber-turut-turut adalah $P_1(x_1, 0)$, $Q_1(x_2, 0)$, dan $T_1(x_T, 0)$. Dari kondisi ini dapat ditentukan bahwa

$|P_1T_1| : |T_1Q_1| = |PT| : |TQ| = m : n$.

Mengapa?

Perhatikan bahwa $|P_1T_1| = x_T - x_1$ dan $|T_1Q_1| = x_2 - x_T$

Karena $|P_1T_1| : |T_1Q_1| = m : n$ maka

$$(x_T - x_1) : (x_2 - x_T) = m : n$$
$$m(x_2 - x_T) = n(x_T - x_1)$$
$$mx_2 - mx_T = nx_T - nx_1$$
$$mx_T + nx_T = nx_1 + mx_2$$
$$x_T(m + n) = nx_1 + mx_2$$
$$x_T = \frac{nx_1 + mx_2}{m + n}$$

Selanjutnya, dengan melakukan pemroyeksian semua titik yang diketahui terhadap sumbu Y dan cara yang sama seperti langkah di atas, akan diperoleh bahwa:

$$y_T = \frac{ny_1 + my_2}{m + n}$$

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan bahwa apabila diketahui titik $P(x_1, y_1)$ dan $Q(x_2, y_2)$ serta titik T yang terletak pada ruas garis PQ sedemikian sehingga |PT| : |TQ| = m : n, maka absis dan ordinat titik T adalah:

$$\boxed{x_T = \frac{nx_1 + mx_2}{m+n} \;;\; y_T = \frac{ny_1 + my_2}{m+n}} \qquad \text{……………..} (2)$$

Contoh 1.4:

Jika P(4, 7), Q(8, 1) dan titik T terletak pada ruas garis PQ sedemikian hingga |PT| : |TQ| = 1 : 3, tentukanlah absis dan ordinat titik T tersebut.

Jawab : $x_T = \dfrac{nx_1 + mx_2}{m+n} \Rightarrow x_T = \dfrac{3.4 + 1.8}{3+1} = \dfrac{20}{4} = 5$

$$y_T = \frac{ny_1 + my_2}{m+n} \Rightarrow y_T = \frac{3.7 + 1.1}{3+1} = \frac{22}{4} = 5\frac{1}{2}$$

Jadi, koordinat titik T adalah $\left(5, 5\frac{1}{2}\right)$

Saudara, ….. bandingkanlah cara ini dengan cara penyelesaian pada contoh 1.3. Manakah yang lebih mudah?

Contoh 1.5:

Diketahui A (1, 3) dan B (–2, –5), serta suatu titik C yang terletak pada perpanjangan AB sedemikian hingga |AC| : |BC| = 8 : 3. Tentukanlah absis dan ordinat dari titik C.

Jawab :

Saudara, …. Rumus di atas dapat kita gunakan dengan memperhatikan bahwa titik B(-2, -5), pada ruas garis AC sedemikian hingga |AB| : |BC| = 5 : 3. Mengapa?

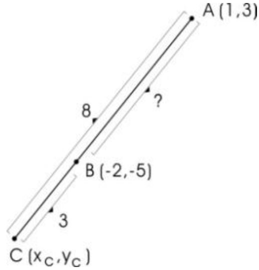
Selanjutnya, dengan memisalkan C(x_c, y_c), maka

$$x_B = \frac{3x_A + 5x_C}{m+n} \;;\; y_B = \frac{3y_A + 5y_C}{3+5}$$

$$-2 = \frac{3.1 + 5x_C}{8} \;;\; -5 = \frac{3.3 + 5y_C}{8}$$

$$-16 = 3 + 5x_c \;;\; -40 = 9 + 5y_c$$

$$5x_c = -19 \;;\; 5y_c = -49$$



Gambar 1.12.

$$x_c = -3\tfrac{4}{5} \quad ; \quad y_c = -9\tfrac{4}{5}$$

Jadi, absis dan ordinat titik C adalah $x_c = -3\frac{4}{5}$ dan $y_c = -9\frac{4}{5}$, atau $C(-3\frac{4}{5}, -9\frac{4}{5})$.

Jadi, $C(-3\frac{4}{5}, -9\frac{4}{5})$.

LATIHAN

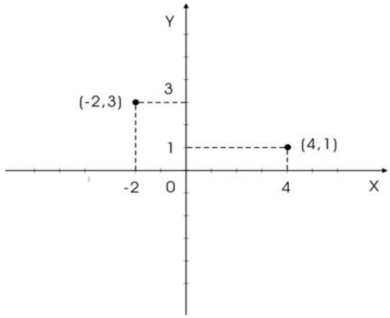
Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1) Gambarlah sepasang sumbu koordinat dan gambarlah titik-titik dengan koordinat (4, 1), (–2, 3), (–1, –4), (5, –5), (0, 6) dan (–5, 0). Tulislah koordinat-koordinatnya di samping titik-titik tersebut!
2) Gambarlah sebuah segitiga dengan titik-titik sudut A(0, 1) dan B(2, 5) dan C(–1, 4). Buktikan bahwa segitiga tersebut merupakan segitiga sama kaki!
3) Diketahui sebuah segitiga dengan titik-titik sudut P(–3, 2), Q(0, –1) dan R(5, 4). Buktikanlah bahwa segitiga tersebut merupakan segitiga siku-siku dan gambarlah!
4) Diketahui ruas garis dengan titik-titik ujung A(–5, –6) dan C(10, 1). Buktikan bahwa titik B(4, –2) terletak pada ruas garis tersebut!
5) Diketahui sebuah segitiga yang titik-titik sudutnya adalah A(3, 0), B(–2, 4) dan C(–5, –3). Tentukanlah koordinat-koordinat titik beratnya. Catatan: Titik berat suatu segitiga adalah titik perpotongan ketiga garis beratnya.
6) Titik P(3, 0) adalah titik pusat sebuah lingkaran dan titik A(–2, 7) adalah titik ujung sebuah garis tengahnya. Tentukanlah koordinat-koordinat titik ujungnya dari garis tengah itu.

Petunjuk Jawaban Latihan

Apabila Anda menemui kesulitan dalam mengerjakan soal-soal latihan tersebut, Anda dapat mengikuti petunjuk pemecahannya atau cocokkanlah dengan kunci jawaban berikut ini.

1) Gambarlah untuk titik-titik lainnya!



Gambar 1.13.

2) Gambarlah sumbu-sumbu koordinat lebih dulu, kemudian gambarlah titik-titik A(0, 1), B(2, 5) dan C(−1, 4). Selanjutnya hubungkan dengan ruas-ruas garis, maka terbentuklah Δ ABC. Hitunglah panjang sisi-sisi Δ ABC dengan menggunakan rumus jarak dua titik, maka diperoleh $|AB| = \sqrt{20}$, $|AC| = |BC| = \sqrt{10}$. Jadi Δ ABC adalah segitiga sama kaki.

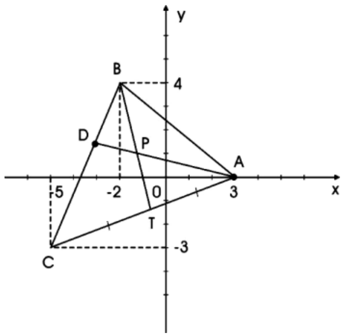
3) Hitunglah panjang ketiga sisi dari segitiga PQR dengan menggunakan rumus jarak dua titik. Maka Anda akan memperoleh bahwa $|PQ| = 3\sqrt{2}$, $|PR| = 2\sqrt{17}$ dan $|QR| = 5\sqrt{2}$. Untuk membuktikan bahwa ΔPQR siku-siku, Anda harus menunjukkan bahwa kuadrat panjang sisi yang terpanjang sama dengan jumlah kuadrat panjang dua sisi lainnya, yaitu $|PR|^2 = |PQ|^2 + |QR|^2$.
Karena pada ΔPQR berlaku teorema Pythagoras, maka segitiga PQR siku-siku.

4) Gunakan rumus jarak dua titik untuk menghitung panjang ruas-ruas garis |AC|, |AB| dan |BC|. Selidiklah bahwa |AC| = |AB| + |BC|. Jika terbukti, maka titik-titik A, B dan C segaris lurus atau titik B terletak pada ruas garis AC.

5) Untuk membantu pemecahan soal ini, gambarlah ΔABC pada sistem koordinat Kartesian.

Misalkan T adalah titik pertengahan ruas garis atau sisi AC. Maka Anda dapat menentukan koordinat-koordinat titik T, yaitu T(-1, -1 $\frac{1}{2}$).

Tarik ruas garis BT dan garis berat ke sisi BC yaitu AD, maka titik potong garis-garis berat BT dan AD (yang dimisalkan titik P) adalah titik berat ΔABC. Pada kondisi seperti ini akan berlaku bahwa |BP| : |PT| = 2 : 1. Kemudian dengan menggunakan rumus (2) diperoleh koordinat titik berat P(-1 $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$).



Gambar 1.14.

6) Misalkan koordinat-koordinat titik ujung garis tengah yang dicari adalah B(x, y). Karena titik P adalah titik pertengahan dari garis tengah AB, maka dengan menggunakan rumus (1) akan diperoleh bahwa B(8,-7).

RANGKUMAN

Untuk menentukan letak atau posisi suatu titik pada bidang datar diperlukan suatu patokan. Patokan itu dapat ditentukan dari dua garis yang saling tegak lurus, salah satu mendatar (horisontal) yang biasa disebut sumbu X dan yang lain tegak (vertikal) yang biasa disebut sumbu Y. Titik potong dua sumbu tersebut diberi nama lambang O dan disebut titik asal (awal). Dari titik O ke kanan atau ke atas disebut arah positif dan dari titik O ke kiri atau ke bawah disebut arah negatif. Letak suatu titik P dikaitkan dengan dua bilangan yang dinamakan koordinat x dan koordinat y dari titik P tersebut. Koordinat x titik P disebut absis titik P adalah koordinat x proyeksi P pada sumbu X. Koordinat y titik P disebut ordinat titik P adalah koordinat y proyeksi P pada sumbu Y. Koordinat-koordinat titik P adalah pasangan bilangan terurut (x, y). Ingat bahwa (x, y) ≠ (y, x).

Pasangan-pasangan bilangan terurut (a, b) = (c, d) jika dan hanya jika a = c dan b = d. Sumbu-sumbu datar dan tegak membagi bidang datar menjadi 4 bagian (kuadran) yaitu kuadran I, kuadran II, kuadran III dan kuadran IV.

Setiap titik pada bidang datar dapat dikaitkan dengan tepat satu pasangan bilangan real terurut yang menyatakan koordinat-koordinat titik tersebut. Atau dengan kata lain suatu sistem koordinat Kartesian pada bidang meletakkan pemadanan (korespondensi) satu-satu antara titik-titik pada bidang dan pasangan-pasangan bilangan real terurut dari R^2.

Koordinat-koordinat titik tengah sebuah ruas garis yang titik-titik ujungnya $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$ adalah

$$x = \tfrac{1}{2}(x_1 + x_2)\ ;\ y = \tfrac{1}{2}(y_1 + y_2)$$

Apabila diketahui $P(x_1, y_1)$ dan $Q(x_2, y_2)$ serta titik T pada ruas garis PQ sedemikian hingga |PT| : |TQ| = m : n, maka koordinat-koordinat titik T adalah:

$$x = \frac{nx_1 + mx_2}{m + n} \quad ; \quad y = \frac{ny_1 + my_2}{m + n}$$

TES FORMATIF 1

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

1) Titik (5, –7) terletak pada kuadran ….
   A. I
   B. II
   C. III
   D. IV

2) Dari titik-titik P(–2, 4), Q(1, –8), R(–3, –14) dan S(7, 19), maka titik yang terletak pada kuadran II adalah ….
   A. P
   B. Q
   C. R
   D. S

3) Di antara titik-titik berikut ini yang terletak pada sumbu Y adalah ….
   A. (5, 0)
   B. (7, 7)
   C. (0, 7)
   D. (–5, –5)

4) Pasangan titik-titik berikut ini yang jaraknya ke titik asal adalah sama, adalah ….
   A. (5, 2) dan (–5, 3)

B. (7, 4) dan (4, 7)
C. (1, 4) dan (2, 3)
D. (–2, 6) dan (5, –1)

5) Titik (3, –2) adalah titik pertengahan ruas garis yang ujung-ujungnya ….
A. (4, 3) dan (1, –5)
B. (5, 5) dan (1, –9)
C. (5, 7) dan (3, –7)
D. (3, –8) dan (0, 6)

6) Jarak titik-titik (–5, 7) dan (1, –4) adalah ….
A. $2\sqrt{7}$
B. $5\sqrt{2}$
C. 5
D. $2\sqrt{5}$

7) Titik B terletak pada ruas garis yang ujung-ujungnya A(–4, 7) dan C(6, 2) sedemikian rupa hingga |AB| : |BC| = 1 : 4, maka koordinat-koordinat titik B adalah ….
A. (–3, 5)
B. (–2, 4)
C. (–7, 4)
D. (–2, 6)

8) Segitiga yang titik-titik sudutnya (5, 4), (–3, 2) dan (0, –1) merupakan segitiga ….
A. tumpul
B. siku-siku
C. lancip
D. sama kaki

9) Suatu lingkaran dengan titik pusat (3, –2) dan titik (9, 2) adalah salah satu titik ujung sebuah garis tengahnya. Maka koordinat-koordinat titik ujung lainnya pada garis tengah itu adalah ….
A. (3, 6)
B. (–3, 6)
C. (3, –6)
D. (–3, –6)

10) Koordinat-koordinat suatu titik pada sumbu X yang jaraknya sama dari titik $(-5, 3)$ dan $(2, 4)$ adalah ….
    A. $(-1, 0)$
    B. $(-2, 0)$
    C. $(1, 0)$
    D. $(2, 0)$

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

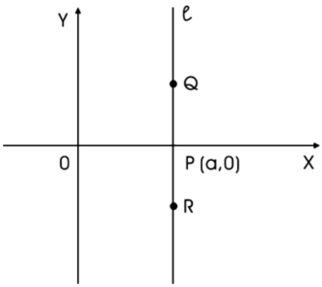
Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 2

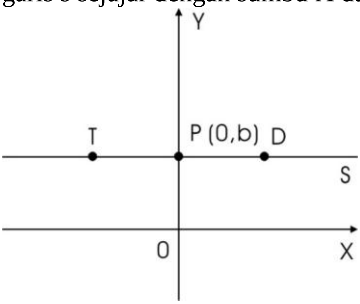
Garis Lurus

Perhatikan Gambar 1.15. Dari Gambar tersebut diketahui bahwa garis ℓ melalui titik P(a, 0) dan sejajar dengan sumbu Y. Titik Q dan R terletak pada garis ℓ, karena garis ℓ sejajar dengan sumbu Y, maka absis titik Q adalah a, dan absis titik R adalah a pula. Bahkan semua titik pada garis ℓ selalu mempunyai absis sama dengan a.



Gambar 1.15.

Dari kondisi itu, dapatlah dikatakan bahwa garis ℓ adalah himpunan semua titik yang berabsis a, dan ditulis $\{(x, y)|x = a\}$. Secara matematis, garis ℓ pada Gambar 1.15 dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan, yaitu x = a. Jadi x = a adalah garis yang sejajar sumbu Y dan melalui titik (a, 0). Dengan penjelasan itu dapat dipahami bahwa sumbu Y adalah persamaan garis yang berbentuk x = 0. Selanjutnya perhatikan Gambar 1.16. Dari Gambar tersebut diketahui bahwa garis s sejajar dengan sumbu X dan melalui titik P(0, b).



Gambar 1.16.

Titik T dan D terletak pada garis s, maka ordinat-ordinat titik T dan D adalah b. Lebih dari itu, semua titik yang terletak pada garis s selalu mempunyai ordinat b. Sehingga kita dapat mengatakan bahwa garis s merupakan himpunan semua titik yang mempunyai ordinat b, atau dituliskan sebagai $\{(x, y)|y = b\}$.

Selanjutnya dapatlah dikatakan bahwa y = b merupakan persamaan garis s, yaitu persamaan garis lurus yang sejajar dengan sumbu X dan melalui titik (0, b). Dengan pengertian tersebut, dapat kita pahami bahwa persamaan untuk sumbu X adalah y = 0.

Contoh 1.6:

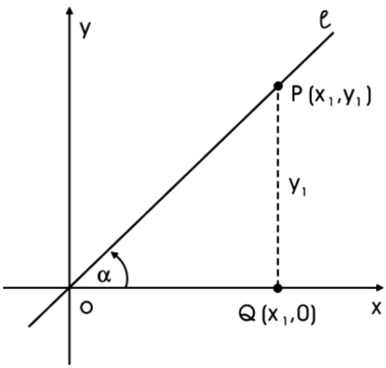
Diketahui titik A(4, 7). Tentukanlah persamaan garis lurus yang sejajar sumbu X dan melalui titik A. Tentukan pula persamaan garis lurus yang sejajar sumbu Y dan melalui titik A.

Jawab:

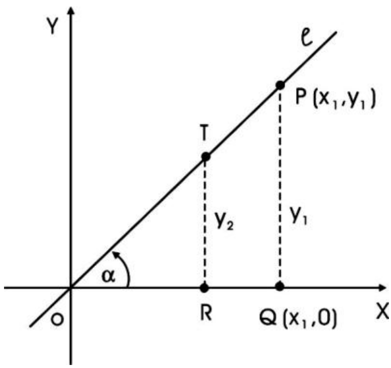
Titik-titik pada garis lurus yang sejajar dengan sumbu X dan melalui titik A(4,7) selalu berordinat 7, maka persamaan garis lurus yang sejajar sumbu X dan melalui titik A adalah y = 7.

Titik-titik pada garis lurus yang sejajar dengan sumbu Y dan melalui titik A(4,7) selalu mempunyai absis 4, sehingga persamaan garis lurus yang sejajar dengan sumbu Y dan melalui titik A adalah x = 4.

Selanjutnya, perhatikan Gambar 1.17 berikut:



Gambar 1.17.



Gambar 1.18.

Dari Gambar tersebut diketahui bahwa garis ℓ melalui titik asal O(0, 0) dan titik P(x_1, y_1). Pertanyaannya sekarang, bagaimana menentukan persamaan garis lurus ℓ dengan kondisi tersebut. Untuk menjawab pertanyaan ini, kita perlu menentukan atau mencari sifat-sifat yang dimiliki oleh semua titik pada garis ℓ tersebut.

Ambillah sebarang titik T pada garis ℓ dan titik R adalah proyeksi titik T pada sumbu X (lihat Gambar 1.18). Jika dimisalkan T(x_2, y_2), maka R(x_2, 0). Perhatikan ΔOPQ dengan TR || PQ, maka:

$$|TR| : |OR| = |PQ| : |OQ|$$

$$y_2 : x_2 = y_1 : x_1 \text{ atau ditulis } \frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1}{x_1}$$

Apabila α adalah suatu sudut yang dibentuk garis ℓ dengan sumbu X arah positif, maka

$$\frac{y_2}{x_2} = \frac{y_1}{x_1} = \text{tg}\,\alpha$$

Tampak bahwa perbandingan ordinat dan absis setiap titik pada garis ℓ adalah tg α. Apabila titik (x, y) terletak pada garis ℓ, maka diperoleh:

$$\frac{y}{x} = \text{tg}\ \alpha$$

Mengingat titik P (x_1, y_1) diketahui, maka harga tg α tertentu, yaitu tg α = $\frac{y_1}{x_1}$, sehingga diperoleh

$$\frac{y}{x} = \frac{y_1}{x_1}$$

$$y = \frac{y_1}{x_1}\ x$$

Jadi persamaan garis lurus ℓ yang melalui titik asal O dan P (x_1, y_1) adalah

$$\boxed{y = \frac{y_1}{x_1}\ x}$$

α adalah sudut yang dibentuk oleh garis ℓ dan sumbu X arah positif dan besarnya dihitung dari sumbu X arah positif ke arah berlawanan dengan arah perputaran jarum jam ke garis ℓ. tg α disebut *tanjakan (gradien/koefisien arah)*dari garis ℓ, dan biasa diberi simbol dengan m. Jadi m = tg α. Sehingga persamaan garis lurus ℓ yang melalui titik asal O dengan gradien m secara matematis dapat ditulis sebagai $y = m\,x$.

Contoh 1.7:

Tentukan persamaan garis lurus yang melalui O (0, 0) dan P (–2, 5). Tentukan pula tanjakan dari garis lurus tersebut.

Jawab:

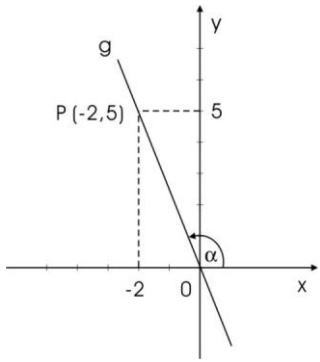
Garis lurus yang dimaksud adalah garis lurus seperti tampak pada Gambar 1.19. Persamaan garis lurus g yang melalui P(−2, 5) dan titik asal O(0, 0) adalah

$$y = \frac{5}{-2}\,x$$

$$y = -2\frac{1}{2}\,x$$

Tanjakan garis g tersebut adalah $m = \dfrac{5}{-2} = -2\dfrac{1}{2} = \text{tg}\,\alpha$ dengan kedudukan α seperti tampak pada Gambar 1.19.

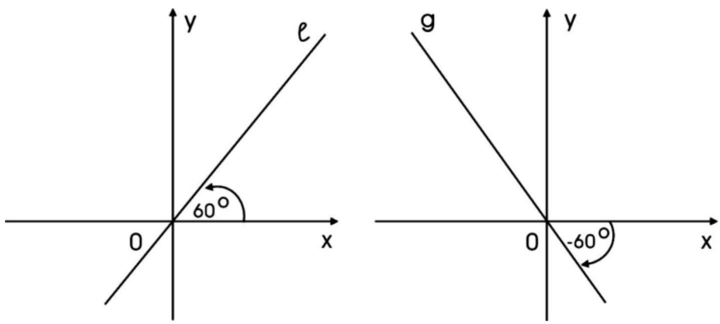
Tanjakan atau koefisien arah suatu garis lurus dapat bernilai positif atau bernilai negatif. Apabila sudut yang dibentuk oleh sumbu X arah positif dengan garis lurus tersebut merupakan sudut lancip, maka tanjakan garis lurus itu bernilai positif. Jika sudut yang dibentuk oleh sumbu X arah positif dan garis lurus tersebut merupakan sudut tumpul, maka tanjakan garis lurus itu bernilai negatif.



Gambar 1.19.

Contoh 1.8:

Tentukan tanjakan dan persamaan garis lurus yang melalui O(0, 0) dan yang mengapit sudut 60^o dengan sumbu X arah positif.



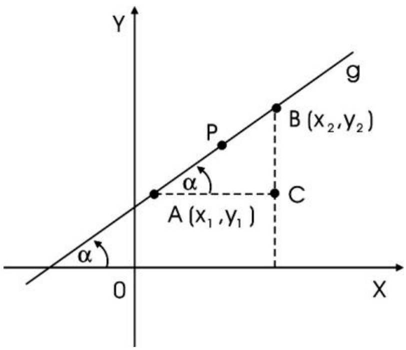
Gambar 1.20.

Garis lurus yang dimaksudkan adalah garis ℓ seperti yang tampak pada Gambar 1.20 (a), bukan garis g seperti yang tampak pada Gambar 1.20 (b). Pada Gambar 1.20 (b) menyatakan bahwa sudut yang diapit oleh garis g dan sumbu X arah positif adalah -60^o atau 120^o.

Tanjakan garis lurus ℓ adalah tg 60^o = $\sqrt{3}$. Jadi persamaan garis lurus ℓ yang melalui O dan yang mengapit sudut 60^o dengan sumbu X arah positif adalah:

$$y = \text{tg } 60^o\ x$$

$$y = \sqrt{3}\ x$$



Gambar 1.21.

Sekarang, perhatikan Gambar 1.21. Pada Gambar tersebut, diketahui garis lurus g melalui titik-titik A(x_1, y_1) dan B(x_2, y_2). Pertanyaannya, bagaimana menentukan persamaan garis lurus g tersebut? Dalam menjawabnya, pertama-tama kita tentukan terlebih dahulu tanjakan garis g, yaitu tg α.

Selanjutnya, perhatikan Δ ABC, dari segitiga ini diketahui bahwa $\angle$ BAC = α, karena AC sejajar dengan sumbu X. Berarti, $|AC| = x_2 - x_1$, dan $|CB| = y_2 - y_1$, sehingga:

$$\text{tg } \alpha = \frac{|CB|}{|AC|} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Yang menjadi catatan bahwa tanjakan garis g sebenarnya sama saja dengan tanjakan ruas garis AB.

Seandainya terdapat sebarang titik P(x, y) pada garis lurus g, maka tanjakan garis lurus g tersebut sebenarnya sama juga dengan tanjakan ruas garis AP. Dengan cara seperti mencari tanjakan ruas garis AB, maka tanjakan ruas garis AP didapat pula sebagai

$$\text{tg } \alpha = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

Selanjutnya, karena tanjakan ruas garis AP sama dengan tanjakan ruas garis AB, maka diperoleh persamaan

$\dfrac{y - y_1}{x - x_1} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ atau dapat ditulis

$$\boxed{\dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1}} \qquad \ldots. \quad (1)$$

Karena P(x, y) adalah sebarang titik pada garis lurus g, maka persamaan terakhir merupakan persamaan garis lurus yang melalui titik-titik A(x_1, y_1), dan B(x_2, y_2).

Contoh 1.9:

Ditentukan titik A(1, 4) dan B(3, -2).

Tentukan tanjakan dan persamaan garis lurus yang melalui titik-titik A dan B.

Jawab:

Tanjakan garis lurus yang melalui titik-titik A dan B sama dengan tanjakan ruas garis AB, yaitu:

$$m = \frac{-2 - 4}{3 - 1} = \frac{-6}{2} = -3$$

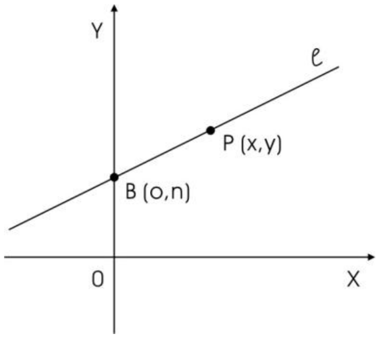
Dengan menggunakan persamaan (1), maka persamaan garis lurus yang melalui titik-titik A(1, 4) dan B(3, –2) adalah:

$$\frac{y - 4}{-2 - 4} = \frac{x - 1}{3 - 1}$$

$$2(y - 4) = -6(x - 1)$$

$$y - 4 = -3x + 3$$

$$y = -3x + 7$$



Gambar 1.22.

Pada Gambar 1.22 diketahui bahwa garis ℓ melalui titik B(0, n) dengan tanjakan m. Dalam kondisi ini akan ditentukan persamaan garis ℓ. Untuk itu, ambil sebarang titik P(x, y) pada garis ℓ sehingga tanjakan ruas garis BP adalah

$$\frac{y-n}{x-0} \text{ atau } \frac{y-n}{x}$$

Tanjakan ruas garis BP sama saja dengan garis ℓ, yaitu m, maka diperoleh

$$\frac{y-n}{x} = m$$

$$\boxed{y = mx + n}$$

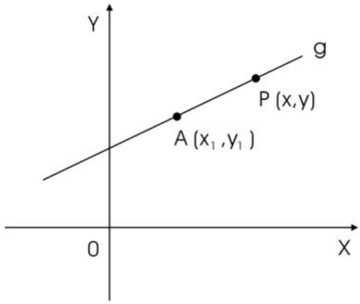
Jadi persamaan garis lurus dengan tanjakan m dan melalui titik (0, n) adalah y = mx + n.

Contoh 1.10:

Tentukan persamaan garis lurus dengan tanjakan $m = \frac{1}{2}$ dan melalui titik (0, 4).

Jawab:

Persamaan garis lurus dengan tanjakan $m = \frac{1}{2}$ dan melalui titik (0, 4) (n = 4) adalah $y = \frac{1}{2}x + 4$.



Gambar 1.23.

Pada Gambar 1.23 diketahui garis lurus g yang melalui titik A(x_1, y_1) dan diketahui pula tanjakan garis g, yaitu m. Dari kondisi itu, akan ditentukan persamaan garis lurus g. Untuk menjawabnya, tentukan terlebih dahulu sebarang titik P(x, y) pada garis g, maka tanjakan ruas garis AP adalah

$$\frac{y - y_1}{x - x_1}$$

Tanjakan ruas garis AP sama saja dengan tanjakan garis g, karena tanjakan garis g diketahui sama dengan m, maka diperoleh persamaan

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Karena P(x, y) adalah sebarang titik pada garis lurus g, maka persamaan garis lurus yang melalui titik (x_1, y_1) dengan tanjakan m adalah

$$\boxed{y - y_1 = m(x - x_1)}$$

Contoh 1.11:

Carilah persamaan garis lurus yang melalui titik (–1, 2) dan mengapit sudut 135^o dengan sumbu X arah positif.

Jawab:

Persamaan garis lurus yang melalui titik (–1, 2) dengan tanjakan m adalah

$$y - 2 = m(x + 1)$$

Sedangkan tanjakan $m = \text{tg } 135^o = -1$

Jadi persamaan garis lurus yang melalui titik (−1, 2) dan mengapit sudut 135^o dengan sumbu X arah positif adalah

$$y - 2 = -1(x + 1)$$
$$y = -x + 1$$

Perhatikan bahwa setiap persamaan garis lurus, selain garis lurus vertikal dapat pula dinyatakan dalam bentuk:

$$\boxed{Ax + By + C = 0}$$

Dengan A, B dan C konstanta real, sedangkan A dan B tidak bersama-sama nol.

Bentuk ini dinamakan *bentuk umum persamaan garis lurus* pada bidang Kartesian. Mengingat perubah-perubah x dan y dalam persamaan itu berderajat satu, maka persamaan itu sering dinamakan *persamaan linear*.

Perhatian bahwa, dari bentuk umum persamaan linear Ax + By + C = 0, terdapat beberapa kemungkinan untuk bilangan-bilangan real A, B dan C, yaitu:

1) Jika A = 0 dan B ≠ 0, dan C ≠ 0, maka diperoleh $y = -\frac{C}{B}$. Kondisi ini merupakan persamaan garis lurus yang sejajar sumbu X dan memotong sumbu Y di titik $\left(0, -\frac{C}{B}\right)$.
2) Jika B = 0 dan A ≠ 0, C ≠ 0, maka diperoleh persamaan $x = -\frac{C}{A}$. Kondisi ini merupakan persamaan garis lurus yang sejajar dengan sumbu Y dan memotong sumbu X di titik $\left(-\frac{C}{A}, 0\right)$.
3) Jika C = 0 dan A ≠ 0, B ≠ 0, maka diperoleh persamaan $y = -\frac{A}{B}x$. Kondisi ini merupakan persamaan garis lurus melalui titik asal O dengan tanjakan $m = -\frac{A}{B}$.
4) Jika A = C = 0, maka diperoleh bentuk persamaan y = 0, yang merupakan persamaan sumbu X.
5) Jika B = C = 0 maka diperoleh bentuk persamaan x = 0, yang merupakan persamaan sumbu Y.

6) Jika A, B dan C masing-masing tidak sama dengan nol, maka bentuk umum tersebut dapat diubah menjadi

$$y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}$$

Persamaan ini menyatakan persamaan garis lurus dengan tanjakan $m = -\frac{A}{B}$ dan melalui atau memotong sumbu Y di titik $\left(0, -\frac{C}{B}\right)$.

Contoh 1.12:

Tentukan koordinat-koordinat titik-titik potong dengan sumbu-sumbu koordinat dan tanjakan garis 3x – 5y + 15 = 0. Kemudian gambarlah garis tersebut!

Jawab:

Titik potong garis tersebut dengan sumbu X dapat dicari dengan mensubstitusikan y = 0 dalam persamaan 3x – 5y + 15 = 0, sehingga diperoleh 3x – 5.0 + 15 = 0.

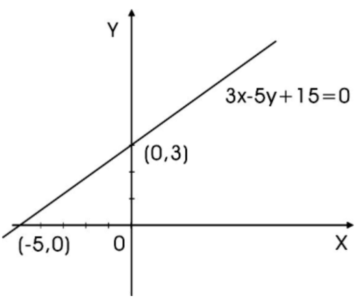
$$x = -5.$$

Jadi titik potong garis tersebut dengan sumbu X adalah (–5, 0).

Titik potong garis tersebut dengan sumbu Y dapat dicari dengan mensubstitusikan x = 0 dalam persamaan 3x – 5y + 15 = 0, sehingga diperoleh 3.0 – 5y + 15 = 0.

$$y = 3.$$

Jadi titik potong garis tersebut dengan sumbu Y adalah (0, 3). Selanjutnya, menurut kemungkinan no. (6) di atas, maka tanjakan garis tersebut adalah $m = -\frac{A}{B} = -\frac{3}{(-5)} = \frac{3}{5}$.



Gambar 1.24.

Jadi, grafik garis dengan persamaan 3x – 5y + 15 = 0 tampak seperti pada Gambar 1.24.

Cara lain:

Persamaan 3x – 5y + 15 = 0 diubah menjadi $y = \frac{3}{5}x + 3$.

Dari persamaan terakhir ini, dapat disimpulkan menurut kemungkinan no.

(6) bahwa tanjakannya adalah $\frac{3}{5}$ dan titik potongnya dengan sumbu X diperoleh dengan mensubstitusikan y dengan nol, sehingga didapat $x = -5$. Jadi titik potong dengan sumbu X adalah $(-5, 0)$.

LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1) Tentukan persamaan garis mendatar (sejajar sumbu X) yang memotong sumbu Y di titik sejauh 5 satuan di atas titik asal!
2) Tentukan persamaan garis vertikal yang memotong sumbu X di sebuah titik sejauh 4 satuan sebelah kiri titik asal!
3) Tentukan persamaan garis mendatar (sejajar sumbu X) yang melalui titik $(4, -7)$!
4) Tentukan persamaan garis vertikal (sejajar sumbu Y) yang melalui titik $(3, 5)$!
5) Tentukan persamaan garis lurus yang melalui titik $(-5, 1)$ dengan tanjakan -1!
6) Tentukan persamaan garis lurus yang tanjakannya adalah $\frac{1}{2}$ dan yang memotong sumbu Y di sebuah titik sejauh 7 satuan di bawah titik asal!
7) Tentukan persamaan garis lurus yang tanjakannya adalah -2 dan yang memotong sumbu X di sebuah titik sejauh 3 satuan sebelah kanan titik asal!
8) Tentukan persamaan garis lurus yang melalui titik-titik $(2, -1)$ dan $(-5, 4)$!
9) Tentukan persamaan garis lurus yang memotong sumbu X di sebuah titik sejauh 3 satuan sebelah kiri titik asal dan memotong sumbu Y di sebuah titik sejauh 2 satuan sebelah atas titik asal!
10) Tentukan persamaan garis lurus yang melalui titik $(a, 0)$ dan $(0, b)$!
11) Tentukan titik-titik potong dengan sumbu-sumbu koordinat dan tanjakan garis $x - 2y + 4 = 0$. Kemudian gambarlah garis tersebut!

Petunjuk Jawaban Latihan

Apabila Anda menemui kesulitan dalam mengerjakan soal-soal latihan tersebut, Anda dapat mengikuti petunjuk penyelesaian atau mencocokkan jawaban Anda dengan kunci jawaban berikut ini.

1) Soal itu sama saja dengan bunyi soal berikut ini.
   Tentukan persamaan garis lurus yang sejajar sumbu x dan yang melalui titik (0, 5).
   Persamaan garis ini adalah $y = 5$.
2) Soal itu sama saja dengan bunyi soal berikut ini.
   Tentukan persamaan garis lurus yang sejajar sumbu y dan yang melalui titik (–4, 0).
   Persamaan garis ini adalah $x = -4$.
3) Persamaan garis yang sejajar sumbu X dan melalui titik (4, –7) adalah $y = -7$.
4) Persamaan garis yang sejajar sumbu Y dan melalui titik (3, 5) adalah $x = 3$.
5) Persamaan garis lurus yang melalui titik (x_1, y_1) dengan tanjakan m adalah $y - y_1 = m(x - x_1)$. Apabila titiknya (–5, 1) dan m = –1, maka persamaan garis lurus yang dimaksudkan adalah
   $$y - 1 = -1(x + 5)$$
   $$y = -x - 4$$
6) Soal itu sama saja dengan bunyi soal berikut ini.
   Tentukan persamaan garis lurus dengan tanjakan $\frac{1}{2}$ dan memotong sumbu y di titik (0, 7).
   Persamaan garis ini adalah $y = \frac{1}{2}x + 7$
7) Soal itu sama saja dengan bunyi soal berikut ini.
   Tentukan persamaan garis lurus dengan tanjakan –2 dan melalui titik (3, 0).
   Persamaan garis ini adalah $y = -2(x - 3)$
   $$y = -2x + 6$$
8) Persamaan garis lurus yang melalui titik-titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah
   $$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - y_1}{x_2 - y_1}$$

Jika diketahui titik-titiknya adalah (2, −1) dan (–5, 4), maka persamaan garis yang melaluinya adalah

$$\frac{y+1}{4+1} = \frac{x-2}{-5-2}$$

$$5x + 7y - 3 = 0$$

9) Soal itu sama saja dengan bunyi soal berikut ini.
Tentukan persamaan garis lurus yang melalui titik-titik (–3, 0) dan (0, 2)
Persamaan garis ini adalah $2x - 3y + 6 = 0$

10) Persamaan garis lurus yang melalui titik-titik (a, 0) dan (0, b) adalah

$$\frac{y-0}{b-0} = \frac{x-a}{-a}$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

11) Persamaan garis $x - 2y + 4 = 0$ dapat dirubah menjadi $y = \frac{1}{2}x + 2$
Maka dari persamaan terakhir ini dapat disimpulkan bahwa tanjakannya adalah $\frac{1}{2}$ dan titik potong sumbu Y adalah (2, 0). Sedangkan titik potong dengan sumbu X adalah (–4, 0). Dengan menggambar titik-titik potong dengan sumbu-sumbu koordinat ini, maka garis yang dimaksudkan adalah garis lurus yang melalui titik-titik (0, 2) dan (–4, 0). Gambarlah!

RANGKUMAN

Persamaan garis lurus yang sejajar sumbu X dan melalui titik (a, b) adalah $y = b$. Persamaan sumbu X adalah $y = 0$.

Persamaan garis lurus yang sejajar sumbu Y dan melalui titik (a, b) adalah $x = a$. Persamaan garis lurus yang melalui titik asal O(0, 0) dan titik (a, b) adalah $y = \frac{b}{a}x$. Selanjutnya $\frac{b}{a}$ dinamakan tanjakan dari garis tersebut. Tanjakan suatu garis lurus diberi simbol m. Jika α adalah sudut yang diapit oleh suatu garis lurus dan sumbu X arah positif dan α dihitung dari sumbu X arah positif dengan arah berlawanan perputaran jarum jam ke garis tersebut, maka tanjakan garis tersebut adalah

$m = \text{tg } \alpha$. Tanjakan suatu garis lurus sama dengan tanjakan setiap ruas garis pada garis lurus tersebut.

Persamaan garis lurus yang melalui titik-titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2) adalah

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

Persamaan garis lurus dengan tanjakan m dan memotong sumbu Y di titik (0, n) adalah

$$y = mx + n$$

Persamaan garis lurus dengan tanjakan m dan melalui titik (x_1, y_1) adalah

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Bentuk umum persamaan garis lurus adalah $Ax + By + C = 0$ dan A, B dan C bilangan-bilangan real dengan A dan B tidak bersama-sama nol.

Persamaan garis lurus yang melalui titik-titik (a, 0) dan (0, b) adalah

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

1) Persamaan garis yang sejajar dengan sumbu X dan melalui titik (–1, 2) adalah ….
   A. $x = -1$
   B. $y = 2$
   C. $x = 2$
   D. $y = -1$

2) Persamaan garis yang sejajar dengan sumbu Y dan melalui titik (3, -4) adalah ….
   A. $y = 3$
   B. $x = -4$
   C. $y = -4$
   D. $x = 3$

3) Persamaan garis lurus yang melalui titik-titik O (0, 0) dan P(-2, -5) adalah ….

A. $y = 2\frac{1}{2}x$

B. $y = \frac{2}{5}x$

C. $y = -2\frac{1}{2}x$

D. $x = -\frac{2}{5}y$

4) Persamaan garis 3x = 4y mempunyai tanjakan ….
A. 3
B. $\frac{4}{3}$
C. $\frac{3}{4}$
D. $-\frac{3}{4}$

5) Persamaan garis lurus yang mengapit sudut 45^o dengan sumbu X arah positif dan melalui titik A(3, 1) adalah ….
A. x – y – 4 = 0
B. x – y + 4 = 0
C. y – x + 3 = 0
D. y – x – 3 = 0

6) Persamaan garis lurus berikut ini yang melalui titik asal O adalah ….
A. y = 3x
B. 3x – 2y = 1
C. y = x – 1
D. x – 2y + 4 = 0

7) Persamaan garis lurus yang melalui titik-titik (-3, -1) dan (5, 3) adalah ….
A. x – y – 2 = 0
B. y = x + 2
C. y = 2x – 1
D. x – 2y + 1 = 0

8) Titik (2, 3) dilalui oleh garis lurus dengan persamaan ….
   A. $y = 3x + 2$
   B. $y = 5x – 3$
   C. $y = 4x + 5$
   D. $y = 2x – 1$

9) Persamaan garis lurus berikut ini yang mempunyai tanjakan 2 adalah ….
   A. $2y – x – 3 = 0$
   B. $y + 2x – 1 = 0$
   C. $3y – 6x + 5 = 0$
   D. $4y + 2x - 3 = 0$

10) Persamaan garis lurus yang melalui (-2, 0) dengan tanjakan $-\frac{1}{2}$ adalah ….
   A. $x + 2y + 2 = 0$
   B. $2x – y – 2 = 0$
   C. $x – 2y + 2 = 0$
   D. $2x + y – 2 = 0$

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan modul selanjutnya. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama bagian yang belum dikuasai.

Kunci Jawaban Tes Formatif

Tes Formatif 1

1) D Jelas bahwa (5, –7) terletak pada kuadran IV.
2) A P pada kuadran II, Q pada kuadran IV, R pada kuadran III dan S pada kuadran I.
3) C Jelas bahwa (0, 7) terletak pada sumbu Y.
4) B Jarak O ke titik (7, 4) adalah $\sqrt{49+16=}\sqrt{65.}$ Demikian pula jarak O ke titik (4, 7).
5) B Perhatikan setengah jumlah absis-absisnya adalah 3 dan setengah dari jumlah ordinat-ordinatnya adalah -2.
6) C $\sqrt{(-1+5)^2+(4-7)^2} = \sqrt{16+9} = 5.$
7) D Ingat rumus perbandingan
$$x_B = \frac{1.6 + 4(-4)}{5} = -2\ , \quad y_B = \frac{1.2 + 4.7}{5} = 6.$$
8) B Tentukan panjang sisi-sisinya dan ternyata memenuhi teorema Pythagoras.
9) D Ingat bahwa titik pusat lingkaran adalah titik tengah dari ujung-ujung garis tengahnya.
10) A Misalkan titiknya (a, 0) jaraknya sama terhadap titik (–5, 3) dan terhadap titik (2, 4). Sehingga diperoleh persamaan $(a + 5)^2 + 32 = (a - 2)^2 + 4^2$ dan didapat a = –1.

Tes Formatif 2

1) B y = 2 adalah garis yang melalui titik-titik yang ordinatnya selalu sama dengan 2.
2) D x = 3 adalah garis lurus yang melalui titik-titik yang absisnya selalu sama dengan 3.
3) A Persamaan garis lurus OP adalah $y = \frac{-5}{-2}x$.
4) C Garis 3x = 4y diubah menjadi $y = \frac{3}{4}x$, sehingga tanjakannya adalah $\frac{3}{4}$.

5) B Tanjakan garis itu adalah m = tg 45^o = 1, maka persamaan garis lurus dengan tanjakan 1 dan melalui A(3, -1) adalah y + 1 = x – 3 atau y – x + 4 = 0.

6) A Persamaan garis lurus yang melalui titik asal O, konstantanya nol.

7) D Sebab $\frac{y+1}{3+1} = \frac{x+3}{5+3}$, yaitu x – 2y + 1 = 0.

8) D Jika (2, 3) berturut-turut disubstitusikan pada x dan y dalam y = 2x – 1 didapat 3 = 2(2) – 1.

9) C Persamaan 3y – 6x + 5 = 0 diubah menjadi y = 2x – $\frac{5}{3}$, maka tanjakan garis ini adalah 2.

10) A Persamaan garis lurus dengan tanjakan $-\frac{1}{2}$ dan melalui titik (–2, 0) adalah $y - 0 = -\frac{1}{2}(x + 2)$, yaitu $y = -\frac{1}{2}x - 1$ atau x + 2y + 2 = 0.

Daftar Pustaka

Moeharti Hadiwidjojo. (1974). *Ilmu Ukur Analitik Bidang Bagian I.* Yogyakarta: FPMIPA-IKIP.

Purcell, Edwin J. (1984). *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid 1*. (Penterjemah: Rawuh, Bana Kartasasmita). Jakarta: Penerbit Erlangga.

Thomas, George B. Jr. (1963). *Calculus and Analytic Geometry*. Tokyo: Japan: Publications Trading Company. Ltd.