

Ketidakpastian dan Pengukuran

Paken Pandiangan, S.Si., M.Si.



PENDAHULUAN

Di dalam kehidupan sehari-hari kita sering melakukan pengamatan terhadap suatu besaran. Pengamatan atas suatu besaran fisis akan berlanjut dengan pengukuran suatu besaran fisis tertentu, misalnya panjang, massa, waktu, tegangan, kuat arus listrik dan lain sebagainya. Pengukuran dilakukan menggunakan alat ukur, misal dengan sebuah Amperemeter kita dapat mengukur besarnya kuat arus listrik yang mengalir dalam suatu rangkaian. Untuk dapat melakukan pengukuran dengan baik, kita harus memperhatikan beberapa faktor seperti metode pengukuran, suhu lingkungan, kondisi alat, sampai pada analisa data hasil pengukuran, dan selanjutnya kita dapat membuat kesimpulan dari hasil pengukuran yang dilakukan. Untuk mendukung kesimpulan tersebut, kita harus teliti memperhatikan apakah pengukuran yang telah dilakukan sudah sesuai dengan yang diharapkan? Bagaimana hasil ukur yang diperoleh bila dibandingkan dengan nilai acuan? Barangkali kalau hanya untuk melakukan pengukuran seperti pada bengkel-bengkel, reparasi peralatan elektronik, kita tidak dituntut perilaku ilmiah berkaitan dengan pengukuran, namun kalau pengukuran yang dilakukan adalah pengukuran dalam lingkup percobaan di laboratorium, penelitian yang hasilnya akan dibaca oleh banyak orang, maka kita dituntut untuk bersikap ilmiah berkaitan dengan pengukuran suatu variabel fisis. Dalam konteks ilmiah ini, maka hasil pengukuran dalam penelitian tidak untuk keperluan diri sendiri tapi hasilnya akan dibaca oleh orang lain, baik untuk keperluan praktis ataupun sains itu sendiri. Oleh karena itu hasil pengukuran yang dilaporkan tentu harus memenuhi aturan-aturan tertentu sehingga pembaca dapat menerima manfaatnya. Dalam modul ini akan diberikan hal-hal yang berkaitan dengan pengukuran dan aturan-aturan yang perlu diketahui. Sekali lagi aturan yang diberikan adalah aturan formal untuk melaporkan hasil pengukuran dalam konteks ilmiah.

Secara umum tujuan pembelajaran modul ini adalah Anda dapat menerapkan konsep ketidakpastian dan pengukuran pada berbagai hal yang berkaitan dengan pengukuran suatu besaran fisis. Secara lebih khusus lagi tujuan pembelajaran ini adalah Anda dapat:

1. menjelaskan konsep sebuah pengukuran serta istilah-istilah yang terkait dengan pengukuran,
2. menjelaskan dan memberi contoh sumber-sumber ralat/ketidakpastian yang menyertai sebuah pengukuran,
3. menjelaskan makna sebuah hasil pengukuran yang dinyatakan beserta ketidakpastiannya,
4. mempersiapkan dan melakukan pengukuran dengan baik untuk dapat menghasilkan hasil ukur yang akurat,
5. mengukur panjang, massa dan waktu suatu besaran fisis.

Agar Anda dapat berhasil mempelajari modul ini, berusahalah secara sungguh-sungguh untuk memahami teori yang diberikan dengan cara membacanya berulang kali. Jika Anda belum paham betul dengan apa yang sudah diuraikan dalam modul ini, carilah sumber lain atau dapat menanyakan Program studi pendidikan fisika baik melalui telepon, faximile, maupun melalui internet.

KEGIATAN PRAKTIKUM 1

Ketidakpastian pada Pengukuran

§erkaitan dengan pengukuran, maka beberapa istilah/definisi perlu Anda ketahui agar dapat memahami konsep pengukuran, dan selanjutnya dapat menerapkannya pada kegiatan pengukuran secara benar.

A. PENGUKURAN

Pengukuran adalah proses untuk memperoleh informasi suatu besaran fisis tertentu, misalnya seperti tekanan (p), suhu (T), tegangan (V), arus listrik (I), dan lain sebagainya. Informasi yang diperoleh dapat berupa nilai dalam bentuk angka (kuantitatif) maupun berupa pernyataan yang merupakan sebuah kesimpulan (kualitatif). Untuk memperoleh informasi tersebut, maka kita memerlukan alat ukur, misalnya untuk mengetahui tegangan V , arus I , hambatan R kita dapat menggunakan alat multimeter.

1. Data Pengukuran

Informasi yang diperoleh dalam sebuah pengukuran disebut data. Sesuai dengan sifat pengukuran, maka data dapat dibagi menjadi dua macam yaitu Data Kualitatif dan Data Kuantitatif. Melalui data kualitatif, maka semua informasi berupa sebuah pernyataan kesimpulan dapat diperoleh, misalnya: “Tembaga dapat dipindahkan dalam sebuah reaksi kimia dengan menggunakan bahan kimia *Ferric Chlorida*”. Sedangkan data kuantitatif adalah informasi yang diperoleh dalam pengukuran berupa nilai atau angka, misalnya sebuah pengukuran tegangan diperoleh (10 ± 1) volt.

Selanjutnya data kuantitatif dapat digolongkan menjadi dua macam data, yaitu data empiris, dan data terproses. Data empiris adalah data yang diperoleh langsung saat dilakukan pengukuran atau apa yang terbaca pada alat ukur, sering disebut juga *data mentah*, karena belum diproses lebih lanjut. Tegangan yang terbaca pada voltmeter misalnya, termasuk data empiris. Sedangkan data terproses adalah data yang diperoleh setelah dilakukan pengolahan tertentu, misalnya melalui sebuah perhitungan. Sebagai contoh jika diukur tegangan V dan arus I , maka hambatan $R = V/I$, dan setelah dihitung hasilnya disebut data terproses. Data tipe ini biasanya diperoleh dari proses reduksi data.

2. Reduksi Data

Berkaitan dengan data di atas maka setelah data terkumpul dari hasil suatu pengukuran, selanjutnya dilakukan proses perhitungan-perhitungan matematik atau dilakukan penyusunan ulang data-data. Proses atau prosedur ini disebut *reduksi data* atau *pengolahan data*.

B. RALAT (*ERROR*) DAN KETIDAKPASTIAN (*UNCERTAINTY*)

Secara konsep pengukuran, baik karena keterbatasan alat ukur maupun karena kondisi lingkungan, maka dipercaya bahwa setiap pengukuran akan selalu menghasilkan hasil ukur yang tidak sebenarnya. Simpangan atau selisih antara hasil ukur dan hasil yang sebenarnya disebut sebagai *ralat* (*error*). Perlu dicermati di sini bahwa pengertian ralat bukan berarti kita *salah mengukur*, tapi lebih menggambarkan deviasi hasil baca alat ukur terhadap nilai “benar” besaran fisis yang diukur, sebagai akibat bahwa kita tidak mengetahui nilai benar dari apa yang ingin kita ukur. Meskipun demikian pada beberapa buku ada yang menyebutkan *ralat* dengan istilah kesalahan karena mengambil dari istilah *error*, untuk itu diharapkan Anda tidak perlu bingung. Karena kita tidak mengetahui nilai benar tersebut, maka hasil ukur yang kita peroleh harus dinyatakan dalam bentuk interval hasil pengukuran. Dengan pengertian ini, maka dalam mengukur tegangan misalnya, hasilnya dinyatakan dengan $1,5 \leq V \leq 1,6$ volt atau $V = (1,4 \pm 0,1)$ volt. Nilai benar pengukuran tentu saja berada di dalam rentang hasil pengukuran ini. Karena sebuah rentang nilai pengukuran sekaligus menyatakan ketidakpastian (*uncertainty*) hasil ukur, maka pengertian ralat sering tidak dibedakan dengan pengertian ketidakpastian untuk menunjukkan deviasi pengukuran terhadap nilai benar.

Sebagai contoh, sebuah pengukuran tegangan dituliskan hasilnya dengan $V = (10,5 \pm 0,5)$ volt, artinya alat ukur kita menunjukkan hasil baca 10,5 volt dengan ketidakpastian/ralat pengukuran 0,5 volt, sedangkan nilai benar kita berada dalam selang nilai $(10,5 - 0,5 = 10,0)$ volt sampai dengan $(10,5 + 0,5 = 11,0)$ volt. Selanjutnya untuk lebih jelasnya pada Kegiatan Belajar 2 akan kita bahas hal ini lebih detail bagaimana kita menentukan ketidakpastian.

Suatu alat ukur dikatakan tepat jika mempunyai akurasi (*accuracy*) yang baik, yaitu hasil ukur menunjukkan ketidakpastian yang kecil. Dapat juga dipahami sebagai seberapa dekat hasil ukur dengan nilai benarnya. Dalam hal ini sebelum sebuah alat ukur digunakan, harus dipastikan bahwa kondisi alat

benar-benar baik dan layak untuk digunakan, yaitu alat dalam keadaan terkalibrasi dengan baik. Kalibrasi yang buruk akan menyebabkan ketidakpastian hasil ukur menjadi besar.

Alat ukur perlu diteliti kalibrasinya sebelum dipergunakan agar hasil ukurnya dapat dipercaya. Termasuk kalibrasi adalah selalu menempatkan jarum penunjuk pada titik nol yang sesungguhnya, saat alat akan digunakan. Sering pada alat ukur, jarum penunjuk tidak berada pada titik nol yang semestinya sehingga saat digunakan nilai baca selalu lebih besar atau lebih kecil dari yang seharusnya, sehingga menyumbang apa yang disebut *ralat sistematis*. Secara umum pengertian kalibrasi di sini adalah membandingkan alat ukur Anda dengan referensi. Referensi (standar) yang digunakan untuk mengkalibrasi alat ukur Anda dapat ditempuh dengan beberapa tahap yaitu dengan tahapan standar primer, standar sekunder, maupun dengan standar lain yang diketahui.

Apabila ada standar primer, maka sebaiknya acuan ini yang Anda gunakan untuk menguji kalibrasi alat. NIST (*National Institute of Standard and Technology*) dalam hal ini termasuk yang memiliki wewenang untuk selalu memelihara dan menyediakan standar yang diperlukan dalam pengukuran, misalnya temperatur, massa, waktu dan lain sebagainya.

Biasanya apabila standar primer tidak dapat Anda temukan, maka Anda dapat menggunakan standar sekunder berupa alat ukur lain yang Anda yakini mempunyai akurasi yang lebih baik. Sebagai contoh voltmeter Anda pada waktu digunakan menunjukkan pembacaan 4,5 volt sedangkan alat lain yang Anda yakini akurasinya (standar sekunder) menghasilkan nilai 4,4 volt. Dengan ini berarti voltmeter Anda dapat di kalibrasi 0,1 volt lebih kecil. Apabila standar sekunder juga tidak dapat Anda peroleh, Anda dapat menggunakan acuan lain, misalnya nilai hasil perhitungan teoritik.

Sebuah alat ukur dikatakan presisi (*precision*) jika untuk pengukuran besaran fisis tertentu yang diulang, maka alat ukur tersebut mampu menghasilkan hasil ukur yang sama seperti sebelumnya. Sebagai contoh jika pengukuran tegangan dengan voltmeter menghasilkan 5,61 volt (tanpa ralat), maka jika pengukuran diulang beberapa kali kemudian tetap menghasilkan pembacaan 5,61 volt kita mengatakan bahwa alat tersebut sangat presisi. Oleh karena itu sifat presisi sebuah alat ukur bergantung pada *resolusi* dan *stabilitas* alat ukur.

Sebuah alat ukur dikatakan mempunyai resolusi yang tinggi/baik jika alat tersebut mampu mengukur perubahan nilai besaran fisis untuk skala

perubahan yang semakin kecil. Voltmeter dengan skala terkecil 1 mV tentu mempunyai resolusi lebih baik dibanding voltmeter dengan skala baca terkecil 1 volt.

Stabilitas alat ukur dikaitkan dengan stabilitas hasil ukur/hasil pembacaan yang bebas dari pengaruh variasi acak. Jadi dikaitkan dengan penunjukan hasil baca yang tidak berubah-ubah selama pengukuran. Jarum voltmeter tidak bergerak-gerak ke kiri ke kanan di sekitar nilai tertentu, atau jika menggunakan voltmeter digital, maka angka yang tampil pada alat ukur tidak berubah-ubah terus menerus secara naik turun.

Jadi sebuah alat ukur yang baik harus memiliki *akurasi* yang baik sekaligus juga harus menghasilkan *presisi* tinggi. Sebuah alat ukur mungkin saja mempunyai presisi yang baik tapi tidak akurat dan sebaliknya. Selain sebuah alat ukur perlu mempunyai akurasi dan presisi yang baik, perlu juga memiliki *sensitivitas* yang tinggi.

Apabila alat ukur mempunyai respons yang baik terhadap setiap perubahan kecil sinyal input/masukan sehingga output (hasil baca) mengikuti perubahan tersebut, maka alat dikatakan memiliki sensitivitas (*sensitivity*).

C. HASIL PENGUKURAN

Telah disepakati bahwa sebuah pengukuran akan selalu menghasilkan dan disertai dengan ketidakpastian. Ketidakpastian ini menyatakan seberapa besar simpangan hasil ukur dari nilai benar yang seharusnya. Apabila sebuah variabel fisis dinyatakan dengan x dan ketidakpastian pengukuran dengan Δx , maka hasil sebuah pengukuran variabel harus dituliskan dengan cara:

$$x = (x_{\text{terbaik}} \pm \Delta x) \text{ satuan} \quad (1.1)$$

x_{terbaik} adalah hasil ukur yang terbaca pada alat. Jika kita melakukan pengukuran secara berulang-ulang untuk x , maka dari teori statistik x_{terbaik} adalah rata-rata pengukuran yaitu:

$$x_{\text{terbaik}} = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad (1.2)$$

Oleh karena itu hasil pengukuran berulang sebuah variabel fisis dapat kita laporkan dengan cara:

$$x = (\bar{x} \pm \Delta x) \text{ satuan} \quad (1.3)$$

Melaporkan hasil pengukuran dengan cara ini disebut penulisan dalam bentuk **ralat mutlak** (Δx). Ketidakpastian mutlak seperti telah kita singgung sebelumnya, adalah berkaitan erat dengan *ketepatan* pengukuran, yaitu: “*Makin kecil ketidakpastian mutlak (Δx) yang dapat dicapai, maka makin tepat hasil pengukuran yang dilakukan*”.

Pengukuran tegangan $V = (10,50 \pm 0,05)$ mV adalah pengukuran yang mempunyai ketepatan lebih tinggi daripada $V = (10,5 \pm 0,5)$ mV. Sering juga dalam sebuah pengukuran bahwa untuk melaporkan hasil akan lebih informatif jika kita menyatakan ketidakpastian dalam bentuk presentase. Dengan penulisan ini, maka selain pembaca dapat mengetahui hasil ukur terbaik yang Anda laporkan juga sekaligus pembaca dapat mengetahui kualitas dari pengukuran yang Anda lakukan. Penulisan dengan cara ini disebut dalam bentuk ralat relatif dan dinyatakan dengan

$$x = (\bar{x} \text{ satuan} \pm \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\%) \quad (1.4)$$

Contoh:

Sebuah pengukuran panjang menghasilkan $x = (1,25 \pm 0,01)$ cm. Nyatakan hasilnya dalam bentuk ketidakpastian relatif!

Penyelesaian:

$$\Delta x\% = \frac{0,01}{1,25} \cdot 100\% = 0,8\% = 1\% \text{ sehingga } x = (1,25 \text{ cm} \pm 1\%).$$

Mengapa dibulatkan menjadi 1%?, Anda akan dapat mengetahui jawabannya pada ulasan selanjutnya.

Ketidakpastian relatif terkait erat dengan *ketelitian* pengukuran, yaitu dapat kita nyatakan bahwa *semakin kecil ketidakpastian relatif, maka semakin tinggi ketelitian pengukuran tersebut*.

Sebagai contoh, pada pengukuran tegangan dengan voltmeter dihasilkan $V_1 = (5,00 \pm 0,05)$ volt. Kemudian alat digunakan untuk mengukur tegangan yang lebih besar dihasilkan $V_2 = (20,00 \pm 0,05)$ volt. Kita lihat untuk kedua hasil, maka ketidakpastian mutlak adalah sama yaitu $\Delta V = 0,05$ volt. Namun demikian ketidak-pastian relatifnya berbeda, yaitu masing-masing dengan

$$\Delta V_1 \% = \frac{0,05}{5,00} \cdot 100\% = 1\% \quad \text{dan} \quad \Delta V_2 \% = \frac{0,05}{20,00} \cdot 100\% = 0,25\% .$$

Kesimpulan dari kedua hasil adalah bahwa pengukuran kedua lebih teliti dari pada pengukuran yang pertama sebab ketidakpastian relatifnya lebih kecil. Untuk dapat menghasilkan ketelitian yang sama maka untuk hasil pertama haruslah

$$\Delta V_1 = 0,25\% \cdot V_1 = 0,25\% \cdot 5,00 = 0,0125 \text{ volt} = \frac{1}{80} \text{ volt} .$$

Jika ketidakpastian pengukuran di atas adalah ralat $\frac{1}{2}$ skala terkecil, maka berarti skala terkecil alat ukur (voltmeter) yang Anda perlukan agar diperoleh ketelitian hasil yang sama dengan pengukuran V_2 adalah $\frac{1}{40}$ volt.

Dengan kata lain Anda memerlukan alat ukur yang lebih teliti.

Aturan yang digunakan untuk melaporkan hasil pengukuran ini juga harus memperhatikan pernyataan berikut. Jika *melaporkan hasil pengukuran besaran fisis, maka nilai terbaik \bar{x} harus mempunyai jumlah digit di belakang tanda desimal (koma) yang sama dengan ketidakpastian Δx* .

Sebagai contoh, sebuah pengukuran percepatan gravitasi bumi dilaporkan $g = (9,80146 \pm 0,00001) \text{ m/s}^2$. Mengapa demikian? Coba perhatikan contoh berikut. Misalkan kita mempunyai $V_1 = 4,5$ volt bila diukur dengan voltmeter dengan skala terkecil 1 volt, sedangkan yang lain $V_2 = 4,50$ volt dengan voltmeter skala terkecil 1 mV. Apakah kedua hasil menunjukkan ketelitian yang sama? Jelas tidak. Pengukuran $V_1 = 4,5$ volt memberi gambaran bahwa angka 4 adalah angka pasti karena skala terkecil 1 volt sedang angka 5 adalah angka yang meragukan karena alat tidak mempunyai skala kurang dari 1 volt. Oleh karena itu dengan voltmeter pertama kita hanya diijinkan menampilkan hasil kita sampai satu angka di belakang koma (satu angka yang paling meragukan). Sebaliknya hasil pengukuran kedua $V_2 = 4,50$ volt angka 4 dan 5 adalah angka pasti karena skala terkecil alat adalah 1 mV, sedang angka 0 adalah angka yang meragukan. Oleh karena itu jumlah digit di belakang koma memberi informasi seberapa teliti sebuah pengukuran dapat dicapai. Banyaknya digit

yang masih dapat dipercaya untuk menuliskan hasil pengukuran disebut **angka penting** (*significant figure*). Pada V_1 mengandung dua angka penting yaitu 4 dan 5 sedangkan pada V_2 mengandung tiga angka penting yaitu 4, 5 dan 0. Konsep angka penting ini akan kita pelajari lebih mendalam pada Kegiatan Belajar 2. Demikian juga telah disampaikan di atas bahwa ketidakpastian pengukuran juga memberi informasi sampai seberapa teliti pengukuran yang dilakukan. Oleh karena itu sesuai aturan di atas, maka jumlah digit di belakang koma untuk x harus sama dengan Δx . Dengan demikian kita dapat mengambil kesimpulan bahwa: *semakin tinggi ketelitian pengukuran, maka semakin banyak jumlah angka penting yang dapat kita ikutsertakan dalam melaporkan hasil.*

Seperti disampaikan di atas cara lain untuk melaporkan hasil adalah dalam bentuk ketidakpastian relatif. Ketidakpastian $\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\% = 1\%$ berarti sebanding dengan ketidakpastian mutlak $\Delta x = 0,01 \cdot \bar{x}$. Oleh karena itu jika sebuah pengukuran dinyatakan dengan $x = (\frac{22}{7} \text{ satuan} \pm 1\%)$, maka artinya adalah $x = (3,14285 \dots \pm 0,0314285 \dots)$. Namun demikian $1\% = 1/100 = 0,01$ berarti ketelitian pengukuran hanyalah sampai dua angka di belakang koma. Oleh karena itu $x = (\frac{22}{7} \text{ satuan} \pm 1\%) = (3,14 \pm 0,03) \text{ satuan}$. Penulisan ini sekaligus memenuhi aturan melaporkan hasil ukur di atas yaitu banyaknya angka di belakang koma haruslah sama. Sebaliknya dengan ketelitian 10% yaitu $x = (\frac{22}{7} \text{ satuan} \pm 10\%)$ maka berarti $10\% = 10/100 = 0,1$ hanya mengijinkan satu angka di belakang koma, yaitu $x = (3,1 \pm 0,3) \text{ satuan}$. Dengan demikian kita dapat mengambil kesimpulan berikut.

1. *Ketelitian 1% memberi hak untuk menuliskan sampai dua angka di belakang koma.*
2. *Ketelitian 10% memberi hak untuk menuliskan sampai satu angka di belakang koma.*
3. *Ketelitian 1%₀₀ memberi hak untuk menuliskan sampai tiga angka di belakang koma.*

Kesimpulan ini sekaligus menerangkan mengapa pada contoh sebelumnya 0,8% dibulatkan menjadi 1%.

Contoh:

Sebuah pengukuran besarnya tahanan sebuah resistor diperoleh $R = 100\Omega \pm 1\%$. Nyatakan hasil ini dalam bentuk ketidakpastian/ralat mutlak!

Penyelesaian:

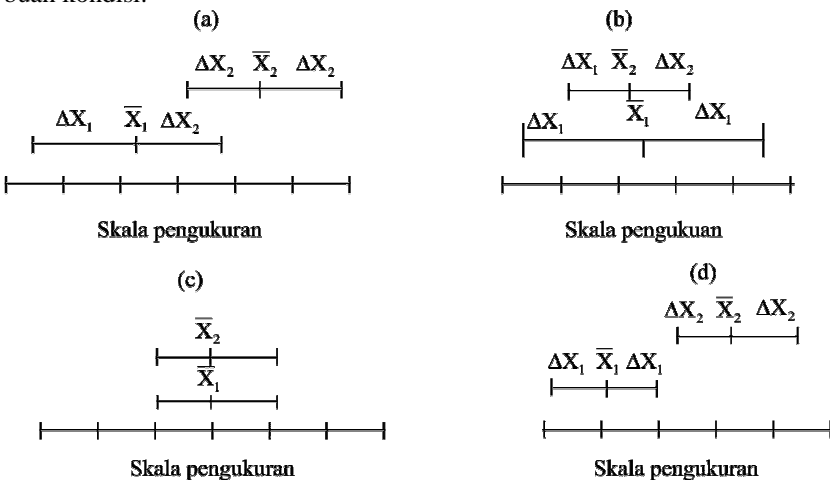
$$\% \Delta R = \frac{\Delta R}{R} \times 100\% = 1\% \quad \frac{\Delta R}{R} = 0,01 \rightarrow \Delta R = 0,01 R = 0,01 \times 100 = 1,00$$

Jadi $R = (100,00 \pm 1,00) \Omega$.

Pada contoh perhitungan di atas kita sudah melibatkan konsep pembulatan bilangan. Selanjutnya bagaimana hasil ukur Anda dapat dipercaya? Artinya apakah Anda sudah cukup baik? Tujuan utama eksperimen harus melakukan pengukuran yang kemudian hasilnya dapat dibandingkan dengan nilai yang lain, baik standar atau bukan sebagai acuan. Untuk dapat menarik kesimpulan pada hasil pengukuran Anda, maka aturan-aturan berikut ini dapat diterapkan:

Dua buah hasil pengukuran dikatakan sesuai satu sama lain jika keduanya mempunyai interval ketidakpastian yang berimpit (overlap).

Kita dapat menyatakan dalam bentuk Gambar 1.1 berikut ini untuk empat buah kondisi:



Gambar 1.1.
Tumpang-tindih dua buah hasil pengukuran

Pada kasus kita ini, maka pengukuran (a), (b), (c), dikatakan sesuai, karena interval pengukuran antara pengukuran X_1 dengan ketidakpastian ΔX_1 dan X_2 dengan ketidakpastian ΔX_2 sebagai data pembandingan, saling berimpit. Interval pengukuran (ketidakpastian) dinyatakan dalam $(\bar{X} + \Delta X)$ sampai $(\bar{X} - \Delta X)$. Tumpang tindih (*overlap*) dapat bersifat total seperti gambar (c) atau parsial seperti (a),(b). Pada kasus (d) pengukuran tidak dapat diterima karena tidak ada kesesuaian antara hasil ukur X_1 dengan data pembandingan X_2 , yaitu tidak ada tumpang-tindih (*overlap*). Dalam hal ini untuk mengetahui ukuran penyimpangan jika kedua pengukuran berbeda (tumpang tindih parsial), maka dapat kita hitung besarnya diskrepansi (*discrepancy*) Z sebagai berikut.

Diskrepansi Z antara dua buah nilai besaran fisis yang sama $(\bar{X} \pm \Delta X)$ dan $(\bar{Y} \pm \Delta Y)$, dengan Y sebagai acuan adalah

$$Z = \left(\frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\bar{Y}} \right) \cdot 100\% \quad (1.5)$$

Oleh karena itu bila diskrepansi hasil ukur sangat kecil, maka kita dapat mengambil kesimpulan bahwa hasil ukur kita sangat baik. Akurasi menggambarkan seberapa baik (kualitas) pengukuran kita terhadap pengukuran standar, sedangkan nilai diskrepansi menyatakan ukuran kuantitas dari pengukuran yang dilakukan.

Contoh:

Dalam pengukuran tegangan, dua buah pengukuran menggunakan voltmeter yang berbeda menghasilkan $V_1 = (60,1 \pm 0,7)$ volt dan $V_2 = (59,7 \pm 0,9)$ volt. Berapakah diskrepansi Z jika V_1 dianggap sebagai acuan?

Penyelesaian:

$$Z = \left| \frac{\bar{V}_2 - \bar{V}_1}{\bar{V}_1} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{59,7 - 60,1}{60,1} \right| \cdot 100\% = 0,67\%$$

Kita lihat lebih detail di sini interval nilai V_2 adalah (58,8 sampai dengan 60,6) volt sedang V_1 adalah (59,4 sampai dengan 60,8) volt. Jadi kedua

pengukuran berimpit atau sesuai. Dari sini, maka terlihat betapa pentingnya ralat/ketidakpastian. Diskrepansi 0,67% memperlihatkan hasil cukup baik.

Contoh:

Sebuah resistor nilainya diketahui $R_2 = (700\Omega + 5\%)$ kemudian diukur dengan suatu alat diperoleh $R_1 = (690 \pm 5)$. Berapakah diskrepansi dari hasil pengukuran tersebut?

Penyelesaian:

$$R_1 = (690 \pm 5)\Omega$$

$$R_2 = 700\Omega \pm 5\% \text{ (pembanding/acuan)}$$

$$\text{Untuk } R_2 : \frac{\Delta R_2}{R_2} \cdot 100\% = 5\% \quad \text{atau} \quad \Delta R_2 = 0,05 \quad R_2 = 0,05 \cdot 700 = 35\Omega$$

$$R_2 = (700 \pm 35)\Omega$$

Kita dapat menghitung besarnya diskrepansinya yaitu:

$$Z_R = \left| \frac{690-700}{700} \right| \cdot 100\% = \frac{10}{700} \cdot 100 = 1,42\%$$

D. RALAT SISTEMATIS DAN RALAT ACAK

Sebelumnya kita telah membahas ketidakpastian pengukuran secara kuantitatif. Sekarang kita akan membahas tipe-tipe ralat dan sumber yang menyebabkan adanya ralat tersebut. Ralat/ketidakpastian selalu muncul dalam sebuah pengukuran. Ralat ini muncul baik karena keterbatasan alat ukur, yang berpengaruh pada presisi dan akurasi alat, atau juga karena kondisi lingkungan pengukuran yang kurang mendukung: misalnya pengamat yang melakukan pengukuran dalam keadaan kelelahan sehingga berakibat kurang tepatnya pembacaan. Secara umum faktor-faktor yang memberi kontribusi pada ralat/ketidakpastian dapat dikelompokkan dalam dua kelas ralat, yaitu: **Ralat Acak (Random Error)**, dan **Ralat Sistematis (Systematic Error)**.

Sesuai dengan namanya, tipe ralat acak ini terjadi secara acak (berfluktuasi secara statistik) pada hasil ukur. Nilai besaran fisis yang diukur bervariasi di sekitar nilai benar, menjadi lebih kecil atau lebih besar dari nilai benar tersebut. Artinya jika Anda melakukan pengukuran pada waktu dan tempat yang berbeda, pembacaan hasil ukur pada alat memperlihatkan lebih besar atau lebih kecil di sekitar nilai benar tersebut. Oleh karena itu besarnya ralat ini biasanya cukup kecil. Ralat tipe ini dapat dikurangi pengaruhnya (bukan dihilangkan) dengan melakukan pengukuran secara berulang-ulang beberapa kali, sehingga kita dapat memperoleh rata-rata hasil pengukuran. Ralat acak umumnya bernilai kecil dan tidak dapat diperkirakan secara tepat berapa nilainya saat pengukuran dilakukan. Contoh dari ralat acak adalah karena sebab beberapa hal berikut.

1. Adanya *noise* dalam rangkaian listrik, sehingga hasil ukur menjadi variatif. *Noise* ini muncul misalnya efek suhu pada komponen alat.
2. Cara pengamatan yang salah. Misalkan Anda bersama beberapa mahasiswa yang lain berdiri di depan alat ukur lalu masing-masing diminta pendapatnya akan nilai besaran fisis yang sedang diukur. Karena faktor paralaks (posisi melihat tidak berada tepat di depan alat ukur), maka setiap mahasiswa akan mempunyai sudut pandang tertentu pada saat pembacaan, yang secara keseluruhan dalam kelompok menghasilkan ralat acak ini, karena nilai yang dilaporkan tidak sama satu sama lain.
3. Kondisi lingkungan pengukuran yang tidak mendukung. Misalnya alat ukur sangat sensitif terhadap perubahan panas lingkungan, maka dapat memunculkan ralat ini, karena menyebabkan nilai baca bervariasi.
3. Efek latar pada pengukuran peluruhan radioaktif, maka efek latar berupa radiasi kosmik dapat menyebabkan pencacahan yang dilakukan alat pencacah bukan harga yang sebenarnya.

Sumber *ralat acak* cenderung membuat hasil sebuah pengukuran terdistribusikan secara acak di sekitar nilai benarnya. Pengertian acak di sini, kita tidak dapat memprediksi hasilnya apakah akan lebih kecil atau lebih besar dari nilai benar. Untuk mengurangi efek sumber ketidakpastian acak ini kita dapat melakukan pengambilan pengukuran secara berulang-ulang sehingga kita akan memperoleh nilai rata-rata berikut.

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_N}{N} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N} \quad (1.6)$$

Kalau ralat acak sifatnya muncul secara alamiah (tidak disengaja) dan sesuatu yang melekat (*inherent*) pada saat pengukuran, maka ralat sistematis dapat diprediksi bahkan dapat dihilangkan. Penyimpangan hasil ukur akibat ralat tipe ini biasanya terjadi secara konsisten dalam arah perubahan yang sama. Artinya hasil ukur akan selalu lebih kecil atau selalu lebih besar saat dilakukan pengukuran. Beberapa sumber ralat sistematis antara lain adalah:

1. Ralat Kalibrasi

Ralat ini berkaitan erat dengan kalibrasi alat ukur yang tidak benar saat dilakukan pengukuran. Misalnya jarum penunjuk alat ukur tidak pada titik nol saat alat tidak digunakan. Ralat jenis ini dapat dihilangkan dengan melakukan kalibrasi yang baik. Sebuah kalibrasi dapat menggunakan langkah-langkah seperti berikut.

- a) Hasil ukur alat dibandingkan dengan referensi (standar), yang ada standar internasional. Bila ini tidak ada,
- b) Hasil ukur dibandingkan dengan hasil ukur lain yang dianggap lebih teliti. Bila ini tidak dapat dilakukan juga maka,
- c) Hasil ukur dapat dibandingkan dengan hasil lain yang dapat digunakan sebagai acuan misalnya hasil perhitungan secara teoretik.

2. **Sifat non-linier alat ukur.** Jika alat ukur bekerja berdasarkan prinsip linearitas, maka efek nonlinearitas akan sangat berpengaruh.
3. **Respons waktu alat ukur.** Bila alat ukur tidak memiliki respon yang baik maka hasil ukur dipengaruhi ralat sistematis ini. Artinya waktu yang diperlukan untuk merespon tidak selaras dengan hasil baca alat ukur.
4. **Malfungsi alat.** Bila alat tidak bekerja dengan baik maka dapat memberi kontribusi adanya ralat sistematis. Malfungsi ini dapat disebabkan oleh alat yang sudah lelah (*fatigue*), misalnya pada pegas yang digunakan pada jarum penunjuk yang telah lama digunakan sehingga menjadi lembek. Atau karena adanya efek gesekan antar komponen-komponen alat sehingga alat tidak lagi bekerja dengan baik.

5. **Efek Paralaks.** Seringkali seorang pengamat secara konsisten tidak melihat skala ukur dengan tepat (mata tidak tegak lurus pada skala baca) tapi ada efek paralaks yang berpengaruh secara sistematis.



Gambar 1.2
Efek paralaks pada saat pengamatan

Cara terbaik untuk mengetahui adanya ralat sistematis atau tidak maka dapat dilakukan metoda pengukuran dan penggunaan alat ukur yang berbeda-beda, kemudian baru kita analisis untuk memastikan kontribusi dari ralat sistematis. Selanjutnya dengan mengetahui kemungkinan ralat ini kita dapat mengupayakan pengukuran yang baik, yaitu meminimalkan adanya kontribusi ralat/ketidakpastian pengukuran.

KEGIATAN PRAKTIKUM 2

Pengolahan Hasil Pengukuran

☉ Dalam sebuah eksperimen di mana tujuan pokoknya adalah melakukan pengukuran-pengukuran untuk memperoleh data, tentu saja langkah berikutnya setelah data tersebut diperoleh adalah mengerjakan pengolahan data. Pada tahap pengolahan data hasil pengukuran ini, dilakukan perhitungan-perhitungan yang melibatkan proses reduksi data (*data reduction*). Reduksi data di sini artinya dari banyak data yang diperoleh lewat pengukuran Anda barangkali hanya memerlukan beberapa data akhir saja yang diperoleh melalui suatu perhitungan/rumus misalnya. Kemudian untuk dapat melaksanakan reduksi data dengan baik maka saudara harus memperhatikan ketidakpastian dari masing-masing variabel fisis yang terlibat (data), memperhatikan apakah perhitungan-perhitungan yang dilakukan sudah memenuhi kaidah-kaidah angka penting (*significant figure*), serta bagaimana ketidakpastian masing-masing variabel fisis diperhitungkan (perambatan ralat).

A. ATURAN MELAPORKAN HASIL UKUR

Pada Kegiatan Belajar 1 kita telah mempelajari bahwa suatu hasil pengukuran x seharusnya dinyatakan beserta ketidakpastian yaitu $x = (\bar{x} \pm \Delta x)$ satuan dalam bentuk ralat mutlak, atau dapat juga dituliskan dengan $x = \bar{x}$ satuan $\pm \% \Delta x$ dalam bentuk ralat relatif. Di mana \bar{x} adalah nilai rata-rata besaran fisis dari sejumlah pengukuran ulang atau hasil pengukuran tunggal *terbaik* yang dapat kita peroleh, sedangkan Δx adalah ketidakpastian pengukuran yang menggambarkan simpangan hasil pengukuran kita dari nilai benar. Dalam hal ini untuk menyatakan baik \bar{x} maupun Δx , terutama untuk besaran fisis yang tidak dapat diperoleh secara langsung tapi misalnya diperoleh melalui perhitungan rumus, maka Anda perlu memperhatikan konsep angka penting (*significant figure*) dan metoda perambatan ralat (*error propagation*). Mengapa demikian? Jawabannya adalah suatu hasil ukur yang kita tuliskan dengan $x = (\bar{x} \pm \Delta x)$, sekaligus menyatakan tingkat ketelitian alat ukur/hasil ukur. Sebagai contoh, jika Anda ingin menghitung nilai tahanan R dengan rumus hukum Ohm $R = VI$ dengan

masukannya nilai $V = (100 \pm 1)$ Volt dan $I = (3,0 \pm 0,1)$ A, maka dengan kalkulator Anda dapat menghitung bahwa $R = 33,3333333333 \Omega$ sampai digit terakhir yang dapat ditampilkan oleh kalkulator. Apabila kita tuliskan hasilnya seperti itu tentu saja ini tidak logis karena ketelitian dari nilai tegangan (V) dan arus (I) itu sendiri tidak sampai 2 digit di belakang tanda koma. Oleh karena itu penting sekali Anda mengetahui aturan untuk menuliskan suatu hasil ukur, yaitu:

1. Ketidakpastian pengukuran biasanya menyertakan hanya sampai satu angka yang paling meragukan di belakang tanda koma.
2. Angka penting paling akhir dari hasil seluruhnya biasanya mempunyai orde sama (dalam posisi desimal yang sama) dengan ketidakpastian.

Contoh:

Tuliskanlah hasil sebuah pengukuran bila menghasilkan nilai terbaik 92,81 satuan dengan ketidakpastian:

- a. 0,3 satuan.
- b. 3 satuan
- c. 30 satuan.

Penyelesaian:

- a. Menurut poin pertama aturan di atas ketidakpastian 0,3 berarti angka 3 adalah angka yang paling meragukan dan menurut poin dua seharusnya hasil dilaporkan dengan $x = (92,8 \pm 0,3)$ satuan.
- b. Dengan cara yang sama diperoleh $x = (93 \pm 3)$ satuan
- c. Dengan cara yang sama diperoleh $x = (90 \pm 30)$ satuan

B. ATURAN KONVERSI

Jika sebuah hasil pengukuran tidak menyertakan ketidakpastian, maka dimaknai bahwa untuk hasil ukur $\bar{x} = 1,27$ satuan misalnya, mengandung arti bahwa nilai x berada dalam interval $(1,265 \leq x \leq 1,275)$ satuan, yaitu $x = (1,270 \pm 0,005)$ satuan.

Contoh:

Sebuah pengukuran panjang menghasilkan nilai terbaik 27,6 cm. Apakah makna dari pengukuran hasil ini?

Penyelesaian:

Interval dari hasil pengukuran tersebut kira-kira adalah ($27,55 \leq L \leq 27,65$) cm yaitu nilai benar pengukuran berada dalam selang ini.

C. ANGKA PENTING

Berdasarkan hasil di atas maka untuk menghindari kekeliruan sebaiknya setiap menyatakan suatu hasil pengukuran jangan lupa untuk menyertakan nilai ketidakpastian pengukuran. Selanjutnya yang perlu diketahui adalah, apakah *angka penting* itu? Sebuah pengukuran akan menghasilkan hasil ukur dengan sejumlah digit tertentu. Banyaknya digit yang masih dapat dipercaya disebut dengan angka penting (*significant figure*). Berapa jumlah angka penting dalam setiap pengukuran? Jawabnya adalah tergantung pada presisi dari sebuah alat ukur. Makin tinggi ketepatan hasil pengukuran, maka makin banyak pula jumlah angka penting yang dapat dituliskan dalam melaporkan hasil ukur. Dalam menuliskan hasil ukur $x = \bar{x} \pm \Delta x$, maka angka yang dilaporkan seharusnya merupakan angka penting, sedang angka yang bukan angka penting perlu kiranya untuk dibuang. Berkaitan dengan konsep angka penting, maka ada aturan-aturan yang perlu diperhatikan yaitu:

1. Banyaknya angka penting dihitung dari kiri sampai angka paling kanan dengan mengabaikan tanda desimal.
2. Angka penting mencakup angka yang diketahui dengan pasti maupun satu angka pertama yang paling meragukan atau tidak pasti. Angka selanjutnya yang meragukan tidak perlu disertakan lagi dalam menuliskan hasil ukur.
3. Semua angka bukan nol adalah angka penting.
4. Angka nol di sebelah kiri angka bukan nol pertama paling kiri tidak termasuk angka penting.
5. Angka nol di antara angka bukan nol adalah termasuk angka penting.
6. Angka di ujung kanan dari suatu bilangan namun di kanan tanda koma adalah angka penting.
7. Angka nol di ujung kanan seluruh bilangan adalah angka penting, kecuali bila sebelum angka nol terdapat garis bawah.

Untuk menghindari kesalahan penafsiran sebaiknya untuk hasil ukur dengan jumlah digit banyak/besar sebaiknya dinyatakan dalam notasi ilmiah $x = (\bar{x} \pm \Delta x) \cdot 10^n$ satuan.

Contoh:

Pengukuran panjang sebuah benda menggunakan alat dengan skala terkecil 1mm, tunjukkanlah angka yang meragukan dari alat tersebut!

Penyelesaian:

Skala terkecil alat adalah 1mm sehingga angka yang meragukan adalah angka kedua setelah koma jika hasil ukur dinyatakan dalam cm, sedang angka pasti adalah digit pertama setelah angka koma (sesuai skala terkecil alat). Oleh karena itu sebuah pengukuran panjang untuk alat ukur dengan skala terkecil 1 mm, misalnya dinyatakan dengan: $L = (15,25 \pm 0,04)$ cm mempunyai empat buah angka penting yaitu 1, 5, 2 dan 5. Tidak dapat diterima jika kita menuliskan dengan $L = (15,251 \pm 0,035)$ cm, misalnya karena tidak sesuai dengan batas ketelitian alat.

D. ATURAN ANGKA PENTING UNTUK PERHITUNGAN

Pada contoh di atas 1, 5, 2 adalah angka pasti, sedangkan angka berikutnya 5 adalah angka yang meragukan. Namun demikian 15,25 adalah angka penting (empat buah digit) yang dapat digunakan untuk melaporkan hasil ukur. Selanjutnya pertanyaan yang seharusnya diajukan adalah, bagaimana kita dapat menghitung banyaknya angka penting yang boleh kita sertakan untuk hasil perhitungan? Apabila kita ingin menghitung nilai suatu hambatan $R = \frac{V}{I}$ seperti pada kasus yang disampaikan di atas, dimana masing-masing V dan I diketahui jumlah angka pentingnya, bagaimana kita menuliskan hasil R ?

Tidak semua besaran fisis dapat diukur langsung nilainya dengan alat ukur. Sering kita harus menghitung nilainya dari rumus. Sebagai contoh jika alat yang kita miliki voltmeter dan amperemeter, maka untuk mengetahui nilai tahanan R harus kita hitung terlebih dahulu dengan rumus menggunakan hukum Ohm $V=I.R$ yaitu $R = \frac{V}{I}$. Contoh lain yang lebih baik untuk

menggambarkan pentingnya konsep angka penting adalah pengukuran luas bidang. Bila sebuah lingkaran dapat diukur diameternya menghasilkan $d = 7,9$ mm, berapakah luas lingkaran tersebut? Dengan rumus $A = \frac{\pi d^2}{4}$, jika dihitung dengan kalkulator menghasilkan $A = 62,21138852$ mm. Ada hal yang mengganggu di sini? Diameter d mempunyai dua buah angka penting sedangkan luas A mempunyai 10 buah angka penting dan ini tentu saja tidak betul. Oleh karena itu diperlukan aturan berkaitan dengan cara menuliskan angka penting dari hasil perhitungan.

1. Pembagian dan Perkalian

Hasil hitung seharusnya mempunyai jumlah angka penting satu lebih banyak dari bilangan terkecil yang memuat angka yang masih dapat dipercaya.

Contoh:

Bila $Z = X \cdot Y$ dengan $X = 3,7$ dan $Y = 3,01$ maka hitunglah harga Z !

Penyelesaian:

$$Z = X \cdot Y$$

3,7 (bilangan terkecil dengan dua angka penting)

3,01 (bilangan terbesar dengan tiga angka penting)

————— ×

11,137 (lima angka penting)

Dengan aturan di atas, maka hasilnya akan mempunyai $2 + 1 = 3$ angka penting. Hasilnya setelah dilakukan pembulatan adalah $Z = 11,1$.

2. Penjumlahan dan Pengurangan

Hasil hitung untuk penjumlahan dan pengurangan seharusnya mempunyai jumlah angka “desimal” yang sama dengan bilangan yang mengandung jumlah angka desimal paling sedikit.

Contoh:

Bila $Z = X + Y$, untuk $X = 10,26$ dan $Y = 15,1$, maka carilah nilai Z tersebut!

Penyelesaian:

$$\begin{array}{r} Z = X + Y \quad 10,26 \text{ (dua angka desimal)} \\ \quad \quad \quad 15,1 \quad \text{(satu angka desimal)} \\ \hline \quad \quad \quad 25,36 \quad \text{(dua angka desimal)} \end{array} +$$

Dari hasil perhitungan ini, maka hasilnya dapat dinyatakan sebagai $Z = 25,4$ (setelah dibulatkan).

E. ATURAN PEMBULATAN ANGKA

Pada contoh di atas kita telah melakukan pembulatan supaya memenuhi aturan penulisan yang sesuai dengan aturan penulisan angka penting. Untuk dapat menerapkan pembulatan, maka aturan pembulatan angka ditetapkan sebagai berikut.

1. Bila pecahan/desimal $< \frac{1}{2}$, maka bilangan dibulatkan ke bawah,

Contoh:

4,23 dapat dibulatkan menjadi 4,2.

2. Bila pecahan/desimal $> \frac{1}{2}$, maka bilangan dibulatkan ke atas,

Contoh:

3,68 dapat dibulatkan menjadi 3,7.

3. Bila pecahan/desimal sama dengan $\frac{1}{2}$, maka bilangan tersebut dibulatkan ke atas jika bilangan di depannya ganjil, dan dibulatkan ke bawah jika bilangan di depannya genap.

Contoh:

12,75 dapat dibulatkan menjadi 12,8 sebab angka 7 bilangan ganjil,

12,65 dapat dibulatkan menjadi 12,6 sebab angka 6 bilangan genap.

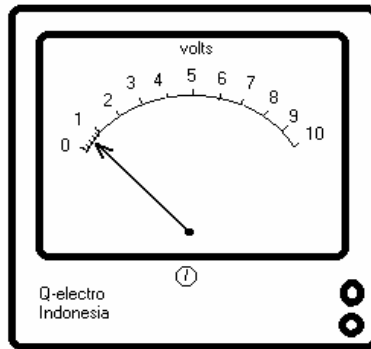
F. MEMPERKIRAKAN KETIDAKPASTIAN

Sampai sekarang kita belum sampai pada bagaimana cara menentukan ketidakpastian itu sendiri. Pada dasarnya ada dua cara untuk menentukan ketidakpastian, yaitu ralat untuk pengukuran langsung dan ralat untuk pengukuran tak langsung, yaitu untuk besaran fisis yang dihitung.

1. Ralat Pengukuran Langsung

Apabila nilai besaran fisis dapat diukur langsung, maka ketidakpastian hasil ukur dapat kita dapatkan dengan dua cara yaitu ketidakpastian $\frac{1}{2}$ skala terkecil alat, dan ralat deviasi standar.

Sering karena keterbatasan waktu atau alat ukur, atau kita sudah yakin alat mempunyai akurasi yang sangat baik, maka kita hanya melakukan pengukuran sekali saja (pengukuran tunggal). Jika demikian kita dapat menaksir ralat berdasarkan $\frac{1}{2}$ skala terkecil alat. Misalnya, voltmeter mempunyai skala terkecil 2 mV (lihat Gambar 1.3), maka Anda dapat mengambil besarnya ralat 1 mV, yaitu $\frac{1}{2} \cdot (2 \text{ mV})$. Jadi hasil ukur misalnya dinyatakan dengan $V = (6,1 \pm 1,0) \text{ mV}$.



Gambar 1.3.

Pembacaan skala pada voltmeter dengan skala terkecil 2 mV

Untuk mengurangi kontribusi dari efek ralat acak kita biasanya melakukan pengukuran berulang-ulang. Ketidakpastian yang diperoleh jika kita merata-rata hasil ukur dalam teknik statistik disebut *deviasi standar*. Misalnya ada N buah pengukuran untuk besaran fisis $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$, maka rata-rata pengukuran yang kita anggap hasil ukur terbaik adalah

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad (1.7)$$

Ketidakpastian untuk metode ini adalah ralat deviasi standar dengan rumus:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{(N-1)}} \quad (1.8)$$

Dengan ralat deviasi standar, maka hasil ukur dapat kita laporkan dengan:

$$X = (\bar{X} \pm \hat{\sigma}) \text{ satuan} \quad (1.9)$$

Rumus deviasi standar (1.8) di atas secara statistik digunakan jika jumlah data cukup kecil yaitu kurang dari 20 buah titik data (20 buah pengukuran pengambilan data), sehingga rumus deviasi standar di atas disebut *deviasi standar sampel* (*sample standart deviation*). Kemudian jika kita dapat mengumpulkan data yang lebih banyak sehingga kita gunakan deviasi standar biasa, yaitu:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N}} \quad (1.10)$$

Persamaan (1.8) dan (1.10) dapat dinyatakan dalam bentuk lain yaitu,

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{N \left(\sum_{i=1}^N X_i^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^N X_i \right)^2}{N(N-1)}} \quad (1.11)$$

dan

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{N \left(\sum_{i=1}^N X_i^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^N X_i \right)^2}{N^2}} \quad (1.12)$$

Contoh:

Sebuah pengukuran tegangan menghasilkan data-data sebagai berikut: 10,1 V; 10,2 V; 9,9 V; 10,0 V; 9,8 V; 9,7 V; 9,8 V; 10,5 V; 10,4 V. Hitunglah deviasi standar sampel tersebut!

Penyelesaian:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{9 \left(\sum_{i=1}^9 V_i^2 \right) - \left(\sum_{i=1}^9 V_i \right)^2}{9(9-1)}}$$

$$\left(\sum_{i=1}^9 V_i \right) = 10,1 + 10,2 + 9,9 + 10,0 + 9,8 + 9,7 + 9,8 + 10,5 + 10,4 = 90,4$$

$$\left(\sum_{i=1}^9 V_i \right)^2 = 8172,16$$

$$\left(\sum_{i=1}^9 V_i^2 \right) = (10,1)^2 + (10,2)^2 + (9,9)^2 + (10,0)^2 + (9,8)^2 + (9,7)^2 + (9,8)^2 + (10,5)^2 + (10,4)^2$$

$$= 102,01 + 104,04 + 98,01 + 100 + 96,04 + 94,09 + 96,04 + 110,25 + 108,16$$

$$= 908,64$$

Sehingga ketidakpastian pengukuran adalah $\hat{\sigma} = 0.3$ volt. Hasil pengukuran selanjutnya dapat kita nyatakan dengan $V = (10,0 \pm 0,3)$ volt.

2. Ralat Pengukuran Tak Langsung

Sering kali kita perlu mengetahui nilai besaran fisis dari rumus yang ada, tidak dengan mengukur langsung. Bila cara ini yang ditempuh, maka ketidakpastian dapat diperoleh melalui metode perambatan ralat (*error propagation*). Jika $F = F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ adalah fungsi sembarang, dengan x_i adalah variabel fisis sembarang dalam fungsi F dengan ketidakpastian masing-masing Δx_i , maka ΔF dapat diperoleh dari salah satu dari tiga cara berikut.

a. Δx_i adalah ralat $\frac{1}{2}$ skala terkecil alat maka ΔF

$$\Delta F = \left| \frac{\partial F}{\partial x_1} \right| \Delta x_1 + \left| \frac{\partial F}{\partial x_2} \right| \Delta x_2 + \left| \frac{\partial F}{\partial x_3} \right| \Delta x_3 + \dots + \left| \frac{\partial F}{\partial x_n} \right| \Delta x_n \quad (1.13)$$

Jadi ΔF adalah jumlah hasil kali diferensial parsial dan ketidakpastian untuk masing-masing variabel bebas dalam fungsi F .

Contoh:

Bila $V = (V_0 \pm \Delta V_0)$ Volt, $I = (I_0 \pm \Delta I_0)$ A, maka dengan tahanan $R = V/I$ carilah ΔR ?

Penyelesaian:

$$R = R(V, I); \partial R / \partial V = I_0^{-1}, \partial R / \partial I = -V_0 I_0^{-2};$$

$$\Delta R = \left| \frac{\partial R}{\partial V} \right| \Delta x_1 + \left| \frac{\partial R}{\partial I} \right| \Delta I_0 = \frac{\Delta V_0}{I_0} + \frac{V_0 \Delta I_0}{I_0^2}$$

Dapat kita sederhanakan menjadi $\Delta R = R \left(\frac{\Delta V_0}{V_0} + \frac{\Delta I_0}{I_0} \right)$ dengan $R = V_0 / I_0$

b. Δx_i adalah ralat yang diperoleh dari deviasi standar

$$\Delta F = \sqrt{\left(\frac{\partial^2 F}{\partial X_1} \right)^2 \Delta X_1^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial X_2} \right)^2 \Delta X_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial F}{\partial X_n} \right)^2 (\Delta X_n)^2} \quad (1.14)$$

Contoh:

Soal seperti contoh di atas, bila ΔV_0 dan ΔI_0 adalah ralat deviasi standar, maka ΔR dapat dicari dengan cara:

$$\Delta R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial V} \right)^2 (\Delta V_0)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial I} \right)^2 (\Delta I_0)^2}$$

Bila kita masukkan nilai diferensial dan dengan menyederhanakannya, maka kita peroleh:

$$\Delta R = R \sqrt{\left(\frac{\Delta V_0}{V_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I_0}{I_0}\right)^2}$$

- c. $F = F(x,y)$, $X = \bar{X} \pm \Delta X$, $Y = \bar{Y} \pm \Delta Y$ dengan ΔX adalah ralat $\frac{1}{2}$ skala terkecil alat, ΔY adalah ralat deviasi standar, maka ΔF dapat dicari dengan:

$$\Delta F = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial X}\right)^2 (\Delta X)^2 (0.68)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial Y}\right)^2 (\Delta Y)^2} \quad (1.15)$$

Contoh:

Bila soal seperti contoh di atas kita kerjakan untuk ΔV_o ralat $\frac{1}{2}$ skala terkecil alat, ΔI_o ralat dengan deviasi standar, maka

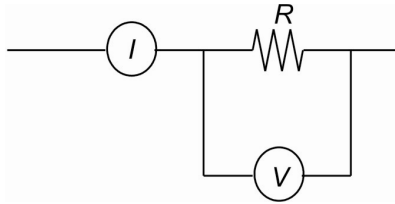
$$\Delta R = \sqrt{\left(\frac{\partial R}{\partial X}\right)^2 (0,68)^2 (\Delta V_o)^2 + \left(\frac{\partial R}{\partial I}\right)^2 (\Delta I_o)^2}.$$

Jika disederhanakan, maka dapat kita nyatakan:

$$\Delta R = R \sqrt{(0,68)^2 \left(\frac{\Delta V_o}{V_o}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I_o}{I_o}\right)^2}$$

G. SELEKSI METODE PENGUKURAN

Penerapan konsep ketidakpastian juga dapat digunakan untuk menyeleksi apakah suatu metode pengukuran baik digunakan atau harus menggunakan metode lain yang lebih baik. Ukuran baik di sini, tentu saja yang utama adalah menghasilkan ketidakpastian yang kecil. Kita tinjau kasus seperti penerapan hukum Ohm. Pada Gambar 1.4 di bawah ini adalah suatu pengukuran besarnya daya disipasi dalam rangkaian.



Gambar 1.4.
Pengukuran tegangan V yang melalui hambatan R

Misalnya untuk menelaah secara kuantitatif diberikan harga-harga $R = 10\Omega \pm 1\%$. $V = 100\% \pm 1\%$, $I = 10A \pm 1\%$. Pilihan untuk menghitung daya disipasi dapat ditempuh dengan menggunakan dua rumus yaitu:

$$(a) P = \frac{V^2}{R} \quad \text{dan} \quad (b) P = I V$$

Marilah kita evaluasi untuk kasus (a) yaitu $P = \frac{V^2}{R}$ terlebih dahulu dengan semua ralat adalah ralat deviasi standar.

$$\frac{\partial P}{\partial V} = \frac{2V}{R}, \quad \frac{\partial P}{\partial R} = \frac{-V^2}{R^2}, \quad P = \frac{V^2}{R}$$

$$\Delta P = \left[\left(\frac{2V}{R} \right)^2 (\Delta V)^2 + \left(\frac{-V^2}{R^2} \right)^2 (\Delta R)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \left[4 \left(\frac{\Delta V}{V} \right)^2 + \left(\frac{\Delta R}{R} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[4(0,01)^2 + (0,01)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 2,236\%$$

Kasus kedua (b) dengan $P = I V$

$$\frac{\partial P}{\partial V} = I, \quad \frac{\partial P}{\partial I} = V, \quad \frac{\Delta P}{P} = \left[\left(\frac{\Delta V}{V} \right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left[(0,01)^2 + (0,01)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = 1,414 \%$$

Oleh karena itu kita menyimpulkan bahwa metode kedua $P = I V$ lebih baik untuk menghitung besarnya daya disipasi daripada metode pertama.

KEGIATAN PRAKTIKUM 3

Pengukuran Panjang, Waktu, dan Massa

A. DASAR TEORI

Ilmu Fisika selalu berhubungan dengan besaran-besaran fisis yang digunakan untuk menyatakan hukum-hukum fisika, misalnya: panjang, waktu, massa, gaya, kecepatan, percepatan, massa jenis, dan besaran fisis lainnya. Besaran fisis terdiri dari dua kelompok yaitu besaran pokok dan besaran turunan. Besaran pokok adalah suatu besaran fisis yang bersifat tunggal dan dapat berdiri sendiri, misalnya panjang, massa, dan waktu. Sedangkan besaran turunan adalah besaran fisis yang diturunkan dari beberapa besaran pokok, misalnya kecepatan adalah hasil bagi antara jarak dan waktu, dan lain sebagainya. Dalam modul ini yang menjadi pembahasan khusus adalah besaran pokok tentang panjang, waktu, dan massa.

1. Standar Untuk Panjang

Standar panjang internasional yang pertama adalah sebuah batang yang terbuat dari suasa platina-iridium yang disebut sebagai meter standar, dan disimpan di *the International Bureau of Weight and Measures*. Panjang satu meter didefinisikan sebagai jarak antara dua garis halus yang diguratkan pada keping emas dekat ujung-ujung batang pada suhu 0°C dan ditopang secara mekanik dengan cara tertentu. Jadi yang dimaksud dengan satu meter adalah sepersepuluh juta kali jarak dari kutub utara ke khatulistiwa sepanjang garis bujur yang melalui Paris.

Karena meter standar tidak mudah untuk dibuat kembali, maka dibuatlah turunan turunannya dengan sangat teliti dan disebarakan ke berbagai laboratorium di seluruh dunia. Standar sekunder ini digunakan untuk mengkalibrasi batang-batang pengukur yang lain. Jadi sampai sekarang, batang-batang pengukur bersumber pada meter standar dengan melalui serangkaian peneraan yang rumit, dengan menggunakan mikroskop dan mesin-mesin pembagi. Namun, ketelitian pengukuran dengan memperbandingkan letak garis halus di bawah mikroskop tidak lagi memadai untuk ilmu pengetahuan dan teknologi modern.

Oleh karena itu pada tahun 1960 ditetapkanlah suatu standar atomik untuk panjang, pilihannya jatuh kepada panjang gelombang radiasi oranye-

merah dalam vakum yang dipancarkan oleh isotop kripton-86 dalam lucutan listrik, yaitu: satu meter didefinisikan sebagai 1650763,73 kali panjang gelombang cahaya atom kripton tersebut. Pilihan standar atomik memberikan keuntungan lain selain daripada peningkatan ketelitian pengukuran panjang. Atom kripton-86 tersedia di mana-mana, semua identik dan memancarkan cahaya dengan panjang gelombang yang sama. Panjang gelombang yang dipilih untuk standar merupakan karakteristik unik dari kripton-86 dan dapat ditentukan secara tegas, serta isotopnyapun dapat diperoleh dalam bentuk yang murni.

2. Standar untuk Massa

Standar untuk ukuran massa adalah sebuah silinder platinum-iridium yang disimpan di Lembaga Berat Internasional, dan berdasarkan perjanjian internasional disebut sebagai massa sebesar satu kilogram. Standar sekunder dikirimkan ke laboratorium standar diberbagai negara dan massa dari benda-benda lain dapat ditentukan dengan menggunakan teknik neraca berlengan sama (*equal arm balance*) dengan ketelitian dua bagian dalam sepuluh pangkat delapan.

Dalam skala atomik, kita memiliki standar massa kedua, bukan satuan SI, yaitu massa dari atom carbon-12 yang berdasarkan perjanjian internasional diberikan harga yang tepat dan perdefinisi sebesar 12 satuan massa atom terpadu (*unified atomic mass units*).

3. Standar untuk Waktu

Pada umumnya pekerjaan ilmiah, yang dibutuhkan adalah lamanya selang waktu suatu peristiwa berlangsung. Oleh karena itu standar waktu harus mampu menjawab pertanyaan “Kapan hal itu berlangsung?” dan “Berapa lama kejadiannya?”. Kita dapat menggunakan sembarang peristiwa yang berulang untuk mengukur lamanya waktu. Pengukuran berlangsung dengan menghitung pengulangannya, misalnya dengan menggunakan bandul osilasi, sistem pegas massa, dan lain sebagainya. Dari sekian banyak peristiwa yang terjadi secara periodik di alam ini, perputaran bumi pada sumbunya telah digunakan secara berabad-abad sebagai standar waktu untuk menetapkan panjangnya hari. Sebagai standar waktu sipil sampai sekarang masih digunakan definisi satu detik adalah $1/86.400$ hari.

Salah satu penggunaan waktu standar adalah untuk mengukur frekuensi. Dalam daerah frekuensi radio, perbandingan dengan jam kuarsa dapat dibuat

secara elektronik dengan ketelitian sekurang-kurangnya satu bagian dalam sepuluh pangkat sepuluh dan ketelitian sebaik itu memang sering kali dibutuhkan. Ketelitian ini kira-kira seratus kali lebih baik daripada ketelitian yang dapat dicapai pada peneraan jam kwarsa oleh pengamatan astronomis. Untuk memenuhi kebutuhan standar waktu yang lebih baik, di beberapa negara telah dikembangkan jam atomik yang menggunakan getaran atomik berkala sebagai standar.

Jam atomik jenis tertentu yang didasarkan atas frekuensi karakteristik dari isotop atom cesium-133, telah digunakan di Laboratorium Fisis Nasional, Inggris sejak tahun 1955. Pada tahun 1967, detik yang didasarkan pada jam cesium telah diterima sebagai standar internasional oleh konferensi umum mengenai berat dan ukuran ketiga belas. Jadi satu detik didefinisikan sebagai 9.192.631.770 kali periode transisi atom cesium-133 tertentu. Hal ini serta merta akan meningkatkan ketelitian pengukuran waktu menjadi satu bagian dalam sepuluh pangkat dua belas, lebih baik sekitar seribu kali daripada ketelitian dengan metode astronomis.

B. KEGIATAN PERCOBAAN

1. Mengukur Panjang

a. Tujuan percobaan

Mengukur panjang suatu benda

b. Alat dan bahan yang digunakan

1. Tiga buah buku yang berbeda ukuran
2. Mistar

c. Tata laksana percobaan

1. Ukurlah panjang sebuah buku dengan menggunakan mistar.
2. Lakukan hal yang sama sebanyak 10 kali percobaan dalam kondisi dan keadaan yang sama.
3. Dari 10 kali pengukuran tersebut, hitunglah panjang rata-rata buku, berikut ketidakpastiannya.
4. Lakukan hal yang sama seperti 1 sampai dengan 3 untuk dua buah buku lainnya yang berbeda ukuran.

2. Mengukur Waktu

a. Tujuan percobaan

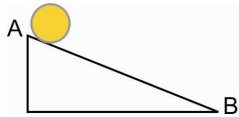
Mengukur waktu suatu benda yang bergerak.

b. Alat dan bahan yang digunakan

1. Sebuah papan bidang miring.
2. Sebuah kelereng
3. Satu buah stopwatch

c. Tata laksana percobaan

1. Susunlah papan bidang miring seperti gambar.



2. Letakkan sebuah kelereng di atas bidang miring (titik A).
3. Lepaskan kelereng dari titik A tanpa memberi kecepatan awal.
4. Hidupkan stopwatch bersamaan dengan terlepasnya kelereng dari titik A, dan matikan stopwatch tersebut ketika kelereng tepat mencapai lantai (titik B), catat waktunya.
5. Lakukanlah sebanyak 10 kali percobaan (4), dan hitunglah waktu rata-rata, berikut ketidakpastiannya yang diperlukan kelereng ketika bergerak dari titik A ke titik B.

3. Mengukur Massa

a. Tujuan percobaan

Mengukur massa suatu benda dari berbagai ukuran.

b. Alat dan bahan yang digunakan

1. 10 buah kubus kayu dengan ukuran yang sama
2. timbangan

c. Tata laksana percobaan

1. Timbanglah sebuah kubus kayu dengan menggunakan timbangan.
2. Lakukanlah hal yang sama terhadap sembilan buah kubus kayu yang lainnya, dan catat hasilnya.

3. Hitunglah massa rata-rata kubus kayu tersebut, berikut ketidakpastiannya.

Pertanyaan

1. Jika kita ingin mengukur ketebalan sebuah rambut, alat ukur apakah yang cocok digunakan? Mengapa demikian?
2. Mengapa setiap kali melakukan pengukuran terhadap suatu objek, belum tentu mendapatkan harga yang sama, padahal kita mengukur objek yang sama?
3. Jelaskan faktor-faktor yang mempengaruhi adanya ralat pada saat kita melakukan penimbangan massa suatu benda!
4. Jelaskan beberapa peristiwa alam yang terjadi secara periodis yang dapat digunakan sebagai standar waktu!

Lembar Kerja Praktikum IPA (PEPA 4203)

Modul 1: KETIDAKPASTIAN DAN PENGUKURAN

Nama :
NIM :
UPBJJ-UT :

A. Kegiatan Praktikum 1: Pengukuran Panjang

a. Hasil Pengamatan

No.	Panjang Buku l (cm)	$\delta l = l - \bar{l}$ (cm)	Keterangan

b. Perhitungan dan Pembahasan

c. Kesimpulan

B. Kegiatan Praktikum 2: Pengukuran Waktu

a. Hasil Pengamatan

No.	Waktu t (s)	$\delta t = t - \bar{t}$ (s)	Keterangan

b. Perhitungan dan Pembahasan

c. Kesimpulan

C. Kegiatan Praktikum 3: Pengukuran Massa

a. Hasil Pengamatan

No.	Massa m (g)	$\delta m = m - \bar{m}$ (g)	Keterangan

b. Perhitungan dan Pembahasan

c. Kesimpulan

d. Jawaban Pertanyaan

Daftar Pustaka

- Bevington, P. R. (1969). *Data Reduction and error analysis for the physical sciences*. New York: McGraw-Hill Book Company.
- Buckla, D., Mc Lanchlan, W. (1992). *Applied Electronics Instrumentation and Measurement*, Macmillan Publishing Comp.
- Fajar P., dkk., (2000). *BMP : Alat Ukur Listrik*, Univeritas Terbuka.
- Halliday, Resnick. (1990). *Fisika 1 (Terjemahan Pantur Silaban)*. Penerbit Erlangga.
- Halman, J.P. (1999). *Experimental Methods For Engineers*, Mc-Graw Hill International Edition.
- Module Phys-120, (2000). *Department of Physics*, Kulee University.
- Nur Azman, dkk., (1983) *Penuntun Praktikum Fisika Dasar*, Sinar Wijaya.
- Les Kirkup, (1999). *Experimental Methods*, John Wiley.
- Suparno S., dkk. (2001). *Panduan Praktikum Fisika 2*, Universitas Terbuka.