

TUGAS AKHIR PROGRAM MAGISTER

**ANALISIS KEMAMPUAN PESERTA DIDIK DALAM
MENYELESAIKAN SOAL LUAS DAERAH BIDANG DATAR
DENGAN MENGGUNAKAN INTEGRAL PADA KELAS
XII IPA SMA NEGERI 3 PALOPO**



**TAPM diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Magister
Pendidikan Matematika**

Disusun Oleh:

Alimuddin
NIM. 016046578

**PROGRAM PASCASARJANA
UNIVERSITAS TERBUKA
MAKASSAR
2013**

**UNIVERSITAS TERBUKA
PROGRAM PASCASARJANA
MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA**

PERNYATAAN

TAPM yang berjudul “ANALISIS KEMAMPUAN PESERTA DIDIK DALAM MENYELESAIKAN SOAL LUAS DAERAH BIDANG DATAR DENGAN MENGGUNAKAN INTEGRAL PADA KELAS XII IPA SMA NEGERI 3 PALOPO” adalah hasil karya saya sendiri, dan seluruh sumber yang dikutip maupun dirujuk telah saya nyatakan dengan benar.
Apabila di kemudian hari ternyata ditemukan adanya penjiplakan (plagiat), maka saya bersedia menerima sanksi akademik.

Makassar, Desember 2013
Yang Menyatakan



(Alimuddin)
NIM. 016046578

ABSTRAK

Analisis Kemampuan Peserta Didik dalam Menyelesaikan Soal Luas Daerah Bidang Datar dengan Menggunakan Integral pada Kelas XII IPA SMA NEGERI 3 PALOPO

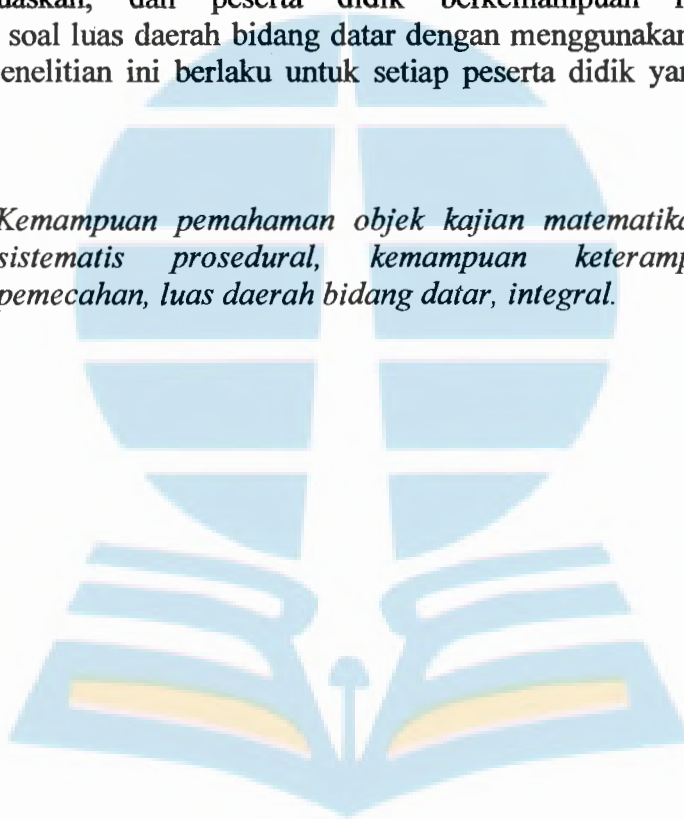
Alimuddin
alimuddinalif@yahoo.co.id

Program Pasca Sarjana
 Universitas Terbuka

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral. Pada umumnya peserta didik belum mampu menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral terutama soal Ujian Nasional. Ini disebabkan karena peserta didik belum mampu memahami jenis kurva dan menggambar kurva, menentukan letak daerah arsiran yang dibatasi oleh kurva serta menggunakan integral dalam menyelesaikan luas daerah bidang datar yang dibatasi oleh kurva. Penelitian ini adalah penelitian kualitatif-kuantitatif. Subjek penelitian adalah tiga orang peserta kelas XII IPA F SMAN 3 Palopo yaitu seorang berkemampuan tinggi yang selanjutnya disebut subjek tinggi (ST), berkemampuan sedang yang selanjutnya disebut subjek sedang (SS), dan berkemampuan rendah yang selanjutnya disebut subjek rendah (SR). Untuk mengungkap data penelitian, dilakukan tes diagnostik dan wawancara berbasis tugas kepada subjek penelitian. Data penelitian divalidasi dengan melakukan triangulasi metode dengan cara membandingkan antara hasil tes diagnostik dan hasil wawancara. Data penelitian dianalisis dengan (a) menelaah data subjek dan membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara agar datanya valid, (b) melakukan analisis data pada kemampuan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar, (c) membuat rubrik analitik dan rubrik holistik untuk mengukur kemampuan peserta didik dengan menggunakan statistik deskriptif, (d) menyimpulkan hasil penelitian. Hasil penelitian ini menunjukkan: (1) kemampuan subjek tinggi sangat baik terhadap indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika, sangat baik terhadap indikator kemampuan sistematis prosedural, dan sangat baik terhadap indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar yang dibatasi oleh sebuah kurva maupun dibatasi oleh dua kurva. (2) kemampuan subjek sedang dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar yang di batasi oleh sebuah kurva adalah baik terhadap indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika, sangat baik terhadap indikator kemampuan sistematis prosedural, dan baik terhadap indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan sedangkan untuk luas daerah bidang datar yang dibatasi oleh dua kurva adalah kemampuan subjek sedang baik terhadap indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika, cukup baik terhadap kemampuan sistematis prosedural, dan cukup baik terhadap indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan. (3) kemampuan subjek rendah dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar yang di batasi oleh

sebuah kurva adalah cukup baik terhadap indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika, cukup baik terhadap indikator kemampuan sistematis prosedural, dan cukup baik terhadap indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan sedangkan untuk luas daerah bidang datar yang dibatasi oleh dua kurva adalah kemampuan subjek rendah kurang baik terhadap indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika, kurang baik terhadap kemampuan sistematis prosedural, dan kurang baik terhadap indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan. Sebagai kesimpulan, penelitian ini memberikan deskripsi kemampuan peserta didik yang berkemampuan tinggi dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral sangat memuaskan sedangkan peserta didik berkemampuan sedang dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral kurang memuaskan, dan peserta didik berkemampuan rendah dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral tidak memuaskan. Penelitian ini berlaku untuk setiap peserta didik yang mempunyai karakter sama.

Kata Kunci: Kemampuan pemahaman objek kajian matematika, kemampuan sistematis prosedural, kemampuan keterampilan proses pemecahan, luas daerah bidang datar, integral.



ABSTRACT

An Analysis of Learners' Ability in Solving The Question of Flat Field Area by Using Integral of The Third Grade Natural Science Department (IPA) Students of SMA NEGERI 3 PALOPO

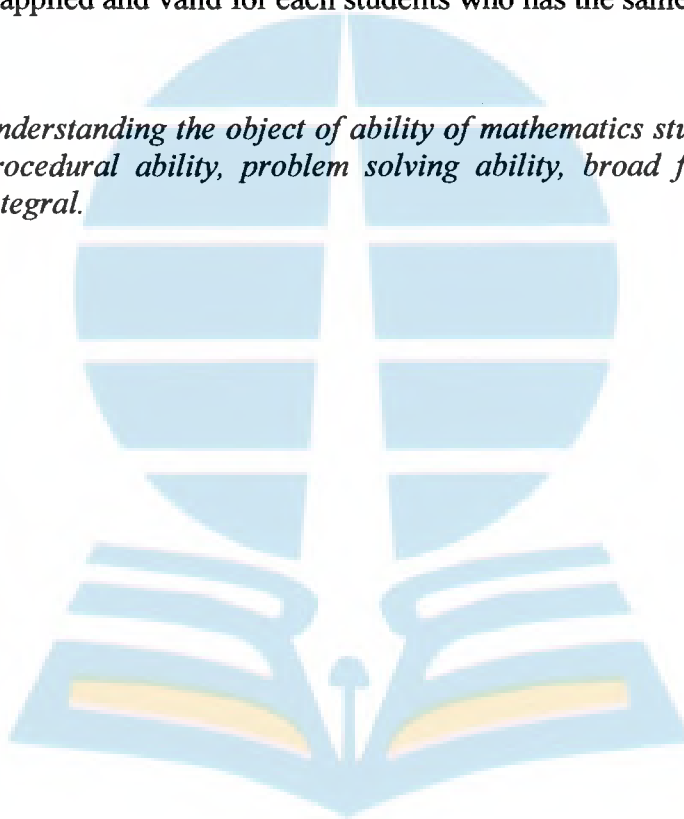
Alimuddin
alimuddinalif@yahoo.co.id

Program Pasca Sarjana
 Universitas Terbuka

This study aimed to describe the learners' ability in solving the questions of flat surface area by using integral. In general, learners have not been able to solve the questions of flat surface area by using the integral, especially in National Examination. This is caused by the lack of learners' comprehension in understanding and drawing the types of curve, determining the location of the shaded area bounded by the curve and using integral in completing a horizontal plane bounded by the curve. This study was applied qualitative-quantitative research. The Subjects of the research were three students of the third grade Natural Science Department (IPA) of SMAN 3 Palopo. The three learners had been classified and represented three different abilities. One learner has a high ability which referred as High Subject (HS). One other has an average ability which referred as Medium Subject (MS), and one also has a low ability which referred as Low Subject (LS). In getting research data, the researcher used diagnostic tests and task-based interview to the subject of the research. The research data were validated with triangulation method by comparing the results of diagnostic tests and the results of task-based interview. The data were analyzed as follows : (a) reviewing the data of the subject and comparing the data of diagnostic tests and result of task-based interview, so the data were valid, (b) performing data analysis of the learners' ability in solving the questions of flat field area, (c) performing an analytical and holistic rubric to measure the learners' ability by using descriptive statistics, (d) concluding the research findings. The research findings showed: (1) The High Subject indicated a very good ability for indicators of the object ability comprehension of mathematics study; was very good for indicators of systematic procedural ability; and was very good also for indicators of the problem solving process ability in solving the questions of flat field area bounded by a curve and two curves. (2) The Medium Subject indicated a good ability in solving the questions of flat field area bounded by a curve; was good for indicators of the object comprehension ability of mathematics study; was very good for the indicators of systematic procedural ability; was good for indicators of the problem solving process ability. In the other side, for the flat field area bounded by two curves, The Medium Subject indicated a good ability; was good for indicators of the object ability comprehension of mathematics study; and was good enough for a systematic procedural ability and indicators of problem solving process ability (3) The Lower Subject indicated a good enough

ability in solving the questions of flat areas limited by a curve; was good enough for indicators of the object comprehension ability of mathematics study; was good enough for indicators of systematic procedural ability; was good enough for indicators of the problem solving process ability. In the other side, for the flat field area bounded by two curves, The Medium Subject indicated a poor ability; was poor for indicators of the object ability comprehension of mathematics study; and was poor for a systematic procedural and indicators of problem solving process ability. In conclusion, this study provided a very satisfactory description of The High Subject's ability in solving the questions of flat field area by using integral. In the other hand, The Medium Subject was well enough in solving the questions of flat field area by using integral. Contrastly, The Low Subject was unsatisfactory in solving the questions of flat field area by using integral. This study could be applied and valid for each students who has the same character.

Key words: Understanding the object of ability of mathematics study, systematic procedural ability, problem solving ability, broad flat field area, integral.



LEMBAR PERSETUJUAN TAPM

Judul TAPM : Analisis kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral pada kelas XII IPA SMA NEGERI 3 PALOPO.

Penyusun TAPM : Alimuddin
NIM : 016046578
Program Studi : Pendidikan Matematika

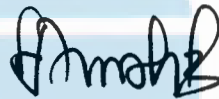
Menyetujui:

Pembimbing I,



Dr. Djadir, M.Pd
NIP.19560710 198003 1 003

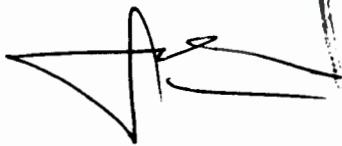
Pembimbing II,



Dr. Amalia Sapriati, MA
NIP.19600821 198601 2 001

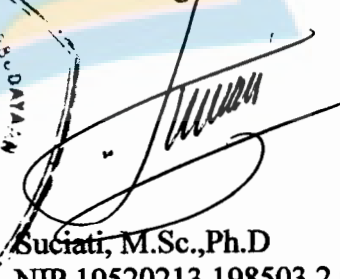
Mengetahui,

Ketua Bidang Magister
Ilmu Pendidikan dan Keguruan

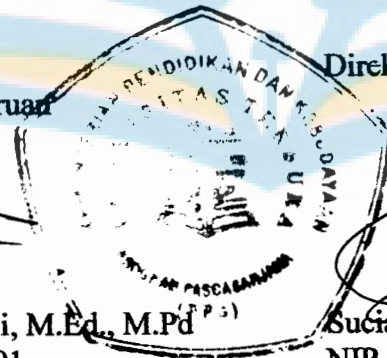


Dr. Sandra Sukmaning Adji, M.Ed., M.Pd
NIP.19590105 198503 2 001

Direktur Program Pascasarjana



Suciati, M.Sc., Ph.D
NIP.19520213 198503 2 001



UNIVERSITAS TERBUKA
PROGRAM PASCASARJANA
PROGRAM STUDI PENDIDIKAN MATEMATIKA

PENGESAHAN

Nama : Alimuddin
NIM : 016046578
Program Studi : Pendidikan Matematika
Judul Tesis : Analisis kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral pada kelas XII IPA SMA NEGERI 3 PALOPO

Telah dipertahankan di hadapan Sidang Panitia Penguji Tesis Program Pascasarjana, Program Studi Pendidikan Matematika, Universitas Terbuka Pada:

Hari/Tanggal : Minggu / 22 Desember 2013
Waktu : 12.30 – 14.30

Dan telah dinyatakan LULUS

PANITIA PENGUJI TESIS

Ketua Komisi Penguji : Dr. Sri Listyarini, M.Ed

(.....)

Penguji Ahli : Prof. Dr. Wahyudin, M.Pd

(.....)

Pembimbing I : Dr. Djadir, M.Pd

(.....)

Pembimbing II : Dr. Amalia Sapriati, MA

(.....)

KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah Rabbul 'Alamin atas berbagai nikmat dan hidayahnya sehingga segala aktivitas kita dapat berjalan sebagaimana mestinya. Semoga Allah SWT selalu membimbing kita dalam petunjuknya. Salawat dan salam atas Nabi Muhammad SAW, Rasul Allah yang membawa umat ini keluar dari alam kegelapan, kejahilan, kesesatan, dan kehinaan menuju alam yang memancarkan nur hidayah, kemuliaan, keagungan, dan keberanian. Saya merasa bersyukur kepada Allah Taa'la dapat menyelesaikan penulisan TAPM (Tesis) ini. Penulisan TAPM ini dilakukan dalam rangka memenuhi salah satu syarat untuk mencapai gelar Magister Pendidikan Matematika Program Pascasarjana Universitas Terbuka. Saya menyadari bahwa, tanpa bantuan dan bimbingan dari berbagai pihak, dari mulai perkuliahan sampai pada penulisan penyusunan TAPM ini. Oleh karena itu, saya mengucapkan banyak terima kasih kepada:

- (1) Direktur Program Pascasarjana Universitas Terbuka, Ibu Suciati, M.Sc., Ph.D.
- (2) Kepala UPBJJ-UT Makassar, Ibu Dra. Andi Sylvana, M.Si selaku penyelenggara Program Pascasarjana.
- (3) Pembimbing I, Bapak Dr. Djadir, M.Pd yang telah menyediakan waktu, tenaga, dan pikiran untuk mengarahkan saya dalam penyusunan TAPM ini.
- (4) Pembimbing II, Ibu Dr. Amalia Sapriati, MA yang telah menyediakan waktu, tenaga, dan pikiran untuk mengarahkan saya dalam penyusunan TAPM ini.
- (5) Penguji Ahli BTR 1, Bapak Prof. Drs. Muh Arif Tiro, M.Pd, M.Sc, Ph.D selaku Penguji Ahli dalam memberikan masukan dan saran dalam proposal TAPM ini.
- (6) Bapak Prof. Dr. H. Nurdin Arsyad, M. Pd yang telah memberikan masukan dan saran dalam penyusunan TAPM ini pada saat BTR 1 dan BTR 2.
- (7) Bapak Dr. Abdul Rahman, M.Pd yang telah memberikan masukan dan saran dalam penyusunan TAPM ini pada saat BTR 1 dan BTR 2.
- (8) Penguji Ahli, Bapak Prof. Dr. Wahyudin, M.Pd selaku Penguji Ahli ujian sidang TAPM.

- (9) Kabid Magister Ilmu Pendidikan dan Keguruan, Ibu Dr. Sandra Sukmaning Adji, M.Ed., M.Pd, selaku penanggung jawab program Magister Pendidikan Matematika.
- (10) Ketua komisi, Ibu Dr. Sri Listyarini, M.Ed selaku ketua komisi ujian sidang TAPM.
- (11) Pengelola Program Pascasarjana, Bapak Jalil, S.Pi., M.P
- (12) Pengelola Program Pascasarjana, Ibu Dra. Hj Andi Fatimah, M.Pd
- (13) Pengelola Program Pascasarjana, Bapak Drs. Abdul Jafar, M.Pd
- (14) Bapak Prof. Dr. H. Nurdin Arsyad, M. Pd sebagai validator yang telah banyak meluangkan waktunya untuk memeriksa dan memberikan saran terhadap perbaikan instrumen penelitian.
- (15) Bapak Dr. Awi Dassa, M. Si, sebagai validator yang telah meluangkan waktunya untuk memeriksa dan memberikan saran terhadap perbaikan instrumen penelitian.
- (16) Orang tua dan keluarga saya yang telah memberikan bantuan dukungan materil dan moral terutama Istri tercinta.
- (17) Sahabat-sahabat kuliah saya yang telah banyak membantu dalam menyelesaikan penulisan TAPM ini.
- (18) Sahabat-sahabat saya di SMA Negeri 1 Palopo Alumni 1996 yang telah memberikan bantuan dukungan materil dan moral.
- (19) Peserta didik SMA Negeri 3 Palopo sebagai subjek penelitian ini.

Akhir kata, saya berharap kepada Allah Taa'la berkenan membalas segala kebaikan semua pihak yang telah membantu. Semoga TAPM ini membawa manfaat bagi pengembangan ilmu.

Makassar, Desember 2013

Penulis

DAFTAR ISI

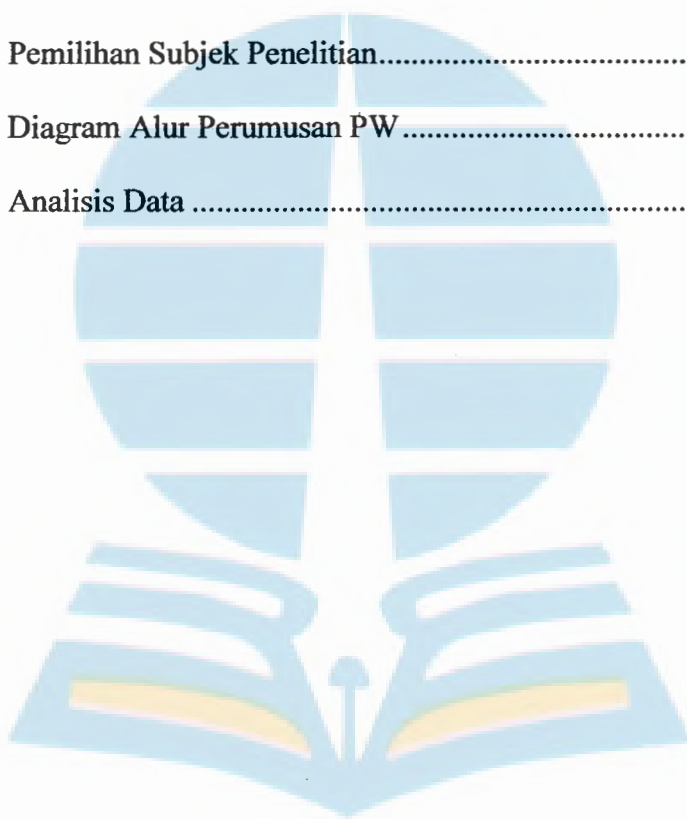
	Halaman
Pernyataan Plagiat	i
Abstrak	ii
Abstract	iv
Lembar Persetujuan	vi
Lembar Pengesahan	vii
Kata Pengantar	viii
Daftar Isi	x
Daftar Gambar	xii
Daftar Tabel	xiii
Daftar Lampiran	xvi
 BAB I PENDAHULUAN	 1
A. Latar Belakang Masalah	1
B. Pertanyaan Penelitian	7
C. Tujuan Penelitian	7
D. Manfaat Penelitian	8
 BAB II TINJAUAN PUSTAKA	 9
A. Hakikat Matematika	9
B. Konsep	13
C. Pengertian Kemampuan	31
D. Integral Tentu	48
 BAB III METODOLOGI PENELITIAN	 61
A. Jenis dan Lokasi Penelitian	61
B. Subjek Penelitian	61
C. Instrumen Penelitian	65

D. Prosedur Penelitian	68
E. Teknik Pengumpulan Data	73
F. Teknik Analisis Data	75
 BAB IV TEMUAN DAN PEMBAHASAN	 79
A. Hasil Validasi Instrumen Penelitian	80
B. Validasi Data Penelitian	84
C. Analisis Data dan Pembahasan	344
 BAB V SIMPULAN DAN SARAN	 443
A. Simpulan	443
B. Saran	450
 DAFTAR PUSTAKA	 451



DAFTAR GAMBAR

Gambar 1.1	Grafik sebuah kurva dan daerah arsiran	4
Gambar 1.2	Grafik dua kurva dan daerah arsiran	5
Gambar 2.1	Grafik luas daerah antara kurva dan di atas sumbu X.....	48
Gambar 2.2	Grafik luas daerah antara kurva dan di bawah sumbu X.....	49
Gambar 2.3	Grafik luas daerah antara dua kurva.....	50
Gambar 3.1	Pemilihan Subjek Penelitian.....	64
Gambar 3.2	Diagram Alur Perumusan PW	68
Gambar 3.3	Analisis Data	77



DAFTAR TABEL

Tabel 3.1	Klasifikasi penilaian hasil belajar peserta didik.....	62
Tabel 3.2	Klasifikasi penetapan kategori peserta didik.....	63
Tabel 3.3	Subjek Penelitian.....	65
Tabel 3.4	Rubrik analitik indikator KPOM.....	70
Tabel 3.5	Rubrik analitik indikator KSP	70
Tabel 3.6	Rubrik analitik indikator KTPP	71
Tabel 3.7	Kriteria penilaian kinerja peserta didik	72
Tabel 3.8	Rubrik holistik kombinasi indikator KPOM, KSP, dan KTPP.	72
Tabel 3.9	Kriteria penilaian kemampuan peserta didik.....	73
Tabel 4.1	Data valid ST terhadap pemahaman fakta soal nomor 1.....	89
Tabel 4.2	Data valid ST terhadap pemahaman konsep soal nomor 1.	94
Tabel 4.3	Data valid ST terhadap pemahaman prinsip soal nomor 1.	100
Tabel 4.4	Data valid ST terhadap pemahaman skill soal nomor 1.....	105
Tabel 4.5	Data valid ST terhadap indikator KSP soal nomor 1.....	113
Tabel 4.6	Data valid ST terhadap indikator KTPP soal nomor 1.....	126
Tabel 4.7	Data valid ST terhadap pemahaman fakta soal nomor 2.....	135
Tabel 4.8	Data valid ST terhadap pemahaman konsep soal nomor 2.	140
Tabel 4.9	Data valid ST terhadap pemahaman prinsip soal nomor 2.	147
Tabel 4.10	Data valid ST terhadap pemahaman skill soal nomor 2.....	152
Tabel 4.11	Data valid ST terhadap indikator KSP soal nomor 2.	161
Tabel 4.12	Data valid ST terhadap indikator KTPP soal nomor 2.....	175
Tabel 4.13	Data valid SS terhadap pemahaman fakta soal nomor 1.....	183

Tabel 4.14	Data valid SS terhadap pemahaman konsep soal nomor 1.	190
Tabel 4.15	Data valid SS terhadap pemahaman prinsip soal nomor 1.....	195
Tabel 4.16	Data valid SS terhadap pemahaman skill soal nomor 1.....	199
Tabel 4.17	Data valid SS terhadap indikator KSP soal nomor 1.	207
Tabel 4.18	Data valid SS terhadap indikator KTPP nomor 1.	218
Tabel 4.19	Data valid SS terhadap pemahaman fakta nomor 2.	226
Tabel 4.20	Data valid SS terhadap pemahaman konsep nomor 2.....	231
Tabel 4.21	Data valid SS terhadap pemahaman prinsip nomor 2.	236
Tabel 4.22	Data valid SS terhadap pemahaman skill nomor 2.	239
Tabel 4.23	Data valid SS terhadap indikator KSP nomor 2.....	246
Tabel 4.24	Data valid SS terhadap indikator KTPP nomor 2.	258
Tabel 4.25	Data valid SR terhadap pemahaman fakta nomor 1.....	267
Tabel 4.26	Data valid SR terhadap pemahaman konsep nomor 1.....	273
Tabel 4.27	Data valid SR terhadap pemahaman prinsip nomor 1.....	278
Tabel 4.28	Data valid SR terhadap pemahaman skill nomor 1.....	282
Tabel 4.29	Data valid SR terhadap indikator KSP nomor 1.	290
Tabel 4.230	Data valid SR terhadap indikator KTPP nomor 1.....	302
Tabel 4.31	Data valid SR terhadap pemahaman fakta nomor 2.....	312
Tabel 4.32	Data valid SR terhadap pemahaman konsep nomor 2.....	317
Tabel 4.33	Data valid SR terhadap pemahaman prinsip nomor 2.....	321
Tabel 4.34	Data valid SR terhadap pemahaman skill nomor 2.....	324
Tabel 4.35	Data valid SR terhadap indikator KSP nomor 2.	331
Tabel 4.36	Data valid SR terhadap indikator KTPP nomor 2.....	341
Tabel 4.37	Rubrik analitik ST pada indikator KPOM nomor 1.	348

Tabel 4.38	Rubrik analitik ST pada indikator KSP nomor 1.	351
Tabel 4.39	Rubrik analitik ST pada indikator KTPP nomor 1.	356
Tabel 4.40	Rubrik analitik ST pada indikator KPOM nomor 2.	365
Tabel 4.41	Rubrik analitik ST pada indikator KSP nomor 2.	368
Tabel 4.42	Rubrik analitik ST pada indikator KTPP nomor 2.	373
Tabel 4.43	Rubrik analitik SS pada indikator KPOM nomor 1.	382
Tabel 4.44	Rubrik analitik SS pada indikator KSP nomor 1.	385
Tabel 4.45	Rubrik analitik SS pada indikator KTPP nomor 1.	390
Tabel 4.46	Rubrik analitik SS pada indikator KPOM nomor 2.	398
Tabel 4.47	Rubrik analitik SS pada indikator KSP nomor 2.	402
Tabel 4.48	Rubrik analitik SS pada indikator KTPP nomor 2.	406
Tabel 4.49	Rubrik analitik SR pada indikator KPOM nomor 1.	414
Tabel 4.50	Rubrik analitik SR pada indikator KSP nomor 1.	418
Tabel 4.51	Rubrik analitik SR pada indikator KTPP nomor 1.	422
Tabel 4.52	Rubrik analitik SR pada indikator KPOM nomor 2.	430
Tabel 4.53	Rubrik analitik SR pada indikator KSP nomor 2.	433
Tabel 4.54	Rubrik analitik SR pada indikator KTPP nomor 2.	437
Tabel 4.55	Deskripsi kemampuan peserta didik.	442

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran A

Kisi-kisi Penulisan Tes Diagnostik 453

Instrumen Tes Diagnostik 456

Alternatif Penilaian Penyelesaian Soal 458

Pedoman Wawancara 466

Rubrik Analitik dan Rubrik Holistik 471

Lembar Validasi Instrumen Tes Diagnostik..... 475

Lembar Validasi Isi dan Konstruk 479

Lampiran B

Daftar Peserta didik Kelas XII IPA F..... 483

Daftar Nilai Ulangan Harian Kelas XII IPA F 484

Penentuan Subjek Penelitian 486

Lampiran C

Hasil Wawancara Subjek Tinggi..... 488

Hasil Wawancara Subjek Sedang..... 511

Hasil Wawancara Subjek Rendah 527

Lampiran D

Lembar Jawaban Tes Diagnostik 541

Dokumentasi 557

Surat Keterangan Penelitian 559

Riwayat Hidup..... 560

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran A

Kisi-kisi Penulisan Tes Diagnostik	455
Instrumen Tes Diagnostik	456
Alternatif Penilaian Penyelesaian Soal	458
Pedoman Wawancara	466
Rubrik Analitik dan Rubrik Holistik	471
Lembar Validasi Instrumen Tes Diagnostik.....	475
Lembar Validasi Isi dan Konstruk	479

Lampiran B

Daftar Peserta didik Kelas XII IPA F.....	483
Daftar Nilai Ulangan Harian Kelas XII IPA F.....	484
Penentuan Subjek Penelitian	486

Lampiran C

Hasil Wawancara Subjek Tinggi.....	488
Hasil Wawancara Subjek Sedang.....	511
Hasil Wawancara Subjek Rendah	527

Lampiran D

Lembar Jawaban Tes Diagnostik	541
Dokumentasi	557
Surat Keterangan Penelitian	559
Riwayat Hidup.....	560

BAB 1

PENDAHULUAN

A. Latar belakang masalah

Allah SWT memiliki sifat Yang Maha Mengetahui dan sifat ini juga Allah SWT titipkan kepada manusia sebagai Khalifah dimuka bumi ini. Artinya ketika manusia mempunyai Ilmu Pengetahuan maka kita dapat mengelola bumi ini dengan baik. Dengan demikian manusia harus berupaya memiliki ilmu pengetahuan dan teknologi melalui pendidikan. Tujuan Pendidikan Nasional menyebutkan, *"Pemerintah mengusahakan dan menyelenggarakan satu sistem pendidikan nasional, yang meningkatkan keimanan dan ketakwaan serta ahlak mulia dalam rangka mencerdaskan kehidupan bangsa, yang diatur dengan undang-undang."* dan *"Pemerintah memajukan ilmu pengetahuan dan teknologi dengan menunjang tinggi nilai-nilai agama dan persatuan bangsa untuk kemajuan peradaban serta kesejahteraan umat manusia."* Tujuan Pendidikan Nasional dalam UU Sisdiknas Jabaran UUD 1945 tentang pendidikan menyebutkan, *"Pendidikan nasional berfungsi mengembangkan kemampuan dan membentuk watak serta peradaban bangsa yang bermartabat dalam rangka mencerdaskan kehidupan bangsa, bertujuan untuk berkembangnya potensi peserta didik agar menjadi manusia yang beriman dan bertakwa kepada Tuhan Yang Maha Esa, berakhlak mulia, sehat, berilmu, cakap, kreatif, mandiri, dan menjadi warga negara yang demokratis serta bertanggung jawab."* Sedangkan Tujuan pembelajaran matematika berdasarkan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional nomor 23 Tahun 2006 sebagaimana yang tercantum dalam Kajian

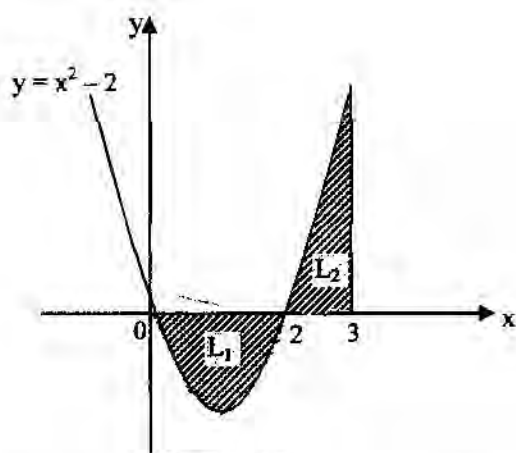
Kebijakan Kurikulum Mata Pelajaran Matematika (Depdiknas, 2007:4) adalah Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antarkonsep dan mengaplikasikan konsep atau algoritma, secara luwes, akurat, efisien, dan tepat, dalam pemecahan masalah dan mengomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah, serta memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu memiliki rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah.

Berdasarkan tujuan pendidikan Nasional. Matematika memiliki peran yang penting bagi perkembangan ilmu-ilmu yang lain dan perkembangan teknologi. Hal ini disebabkan karena matematika berfungsi sebagai penata nalar dan pembentuk sikap peserta didik. Salah satu tujuan penting pembelajaran matematika tingkat SMA adalah kemampuan peserta didik dalam memahami dan menganalisis konsep matematika dan prosedur penyelesaian masalah. Peserta didik memahami dan menganalisis konsep matematika berarti melakukan aktivitas berpikir atau yang biasa disebut sebagai proses kognitif untuk memperoleh pengetahuan matematika.

Salah satu cabang ilmu matematika yaitu Kalkulus. Cabang ilmu kalkulus adalah kalkulus Integral dan salah satu aplikasi Integral adalah menghitung luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral.

Pada tahun ke-3 di tingkat SMA merupakan tahun persiapan menghadapi Ujian Nasional. Salah satu indikator pemahaman yang sangat penting dan diharapkan dikuasai pada peserta didik tingkat SMA adalah kemampuan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral.

Indikator ini sangat penting karena terdapat di dalam standar ketuntasan lulusan Ujian nasional. Berdasarkan observasi awal, ketika peserta didik diberikan soal ulangan harian, soal semester, dan bahkan soal matematika Ujian Nasional yang merupakan salah satu indikator tentang luas daerah bidang datar dengan menggunakan konsep integral maka hasilnya jauh dari harapan, ini disebabkan oleh banyak faktor. Misalnya kelas XII IPA F SMA Negeri 3 Palopo, beberapa peserta didik tidak dapat mengenal jenis-jenis fungsi, ciri-ciri fungsi, dan bahkan teknik menggambar grafik fungsi misalnya fungsi garis lurus, fungsi parabola, fungsi kubik, dan fungsi akar yang sering digunakan pada soal matematika Ujian Nasional sehingga peserta didik kesulitan menggambarkan grafik fungsi tersebut. Faktor penyebab kedua, beberapa peserta didik belum mampu memahami rumus luas daerah antara kurva dan sumbu- x , $L = \int_a^b y dx$, alasan peserta didik agar cepat selesai dan tidak perlu digambarkan kurvanya. Inilah suatu kekeliruan yang sangat besar dan kesalahan dalam menggunakan rumus luas daerah bidang datar, yang sebenarnya menggambarkan grafiknya terlebih dahulu, kemudian diarsir sesuai batas yang ditentukan pada soal tersebut dan ternyata daerah arsiran ada dua bagian, bagian arsiran pertama di bawah sumbu- x dan bagian arsiran kedua di atas sumbu- x , seperti terlihat pada Gambar 1.1 berikut:



Gambar 1.1

Berdasarkan gambar di atas seharusnya, $L_1 = -\int_0^2 y \, dx$ [tanda (-) menunjukkan luas daerah di bawah sumbu- x] dan $L_2 = \int_2^3 y \, dx$, luas total $L = L_1 + L_2$.

Penggunaan rumus luas daerah dua kurva dengan rumus $L = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$,

menggunakan rumus luas ini sering dikacaukan dengan contoh berikut :

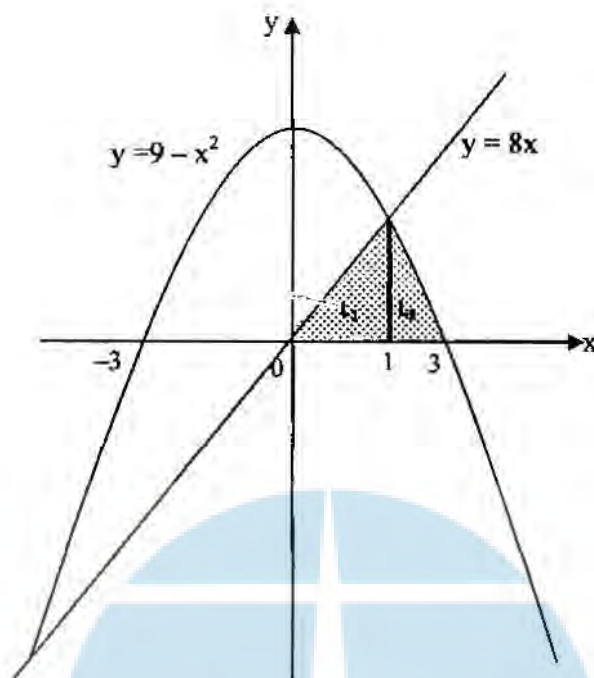
“Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = 8x$, $y = 9 - x^2$, dan sumbu X serta garis $x = 0$ dan $x = 3$ ”. Sebagian besar peserta didik menjawabnya

$L = \int_0^3 8x - (9 - x^2) \, dx$ ini adalah kesalahan besar yang terjadi, yang seharusnya

peserta didik harus menggambarkan grafik fungsi terlebih dahulu agar kita dapat mengetahui daerah mana yang dapat diarsir, apakah kita dapat menggunakan

rumus luas daerah antara dua kurva $L = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$ atau tidak dapat digunakan.

Kita perhatikan Gambar 1.2 berikut:



Gambar 1.2

Berdasarkan Gambar 1.2 di atas, ternyata kita tidak boleh menggunakan rumus luas daerah dua kurva $L = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$, disebabkan batas $x = 0$ yang daerah arsirannya hanya menyentuh kurva garis lurus sedangkan kurva parabola tidak disentuh daerah arsiran oleh $x = 0$. Begitupun batas $x = 3$ daerah arsirannya hanya menyentuh kurva parabola sedangkan kurva garis lurus tidak disentuh daerah arsiran oleh $x = 3$. Peserta didik hanya menginginkan mengintegalkan langsung tanpa menggambar grafik fungsi dan tidak memperhatikan mana yang harus di arsir dan batas mana yang seharusnya digunakan apakah sesuai dengan rumus luas daerah dua kurva atau tidak sama sekali ? Berarti peserta didik tidak mampu memahami kapan rumus luas daerah antara dua kurva digunakan. Dengan demikian sebagian besar peserta didik tidak mampu memahami makna rumus luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral.

Faktor penyebab ketiga, beberapa peserta didik selalu melakukan kesalahan dalam sistematis prosedural pada operasi hitung bentuk pangkat dan operasi hitung pecahan.

Umumnya peserta didik belum mampu menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral, hal ini ditunjukkan data salah seorang peserta didik bernama MUH. AJIB BASUKI P, kelas XII IPA F tahun pelajaran 2013/2014, hasil tes tertulis luas daerah bidang datar yang di batasi oleh dua kurva menunjukkan bahwa peserta didik tersebut tidak mampu menentukan teknik menggambar kurva sehingga terjadi kesalahan dalam menggambar grafik dua kurva. peserta didik tidak mampu menentukan letak daerah arsiran. Dan peserta didik juga tidak mampu menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar dan letak daerah arsiran walaupun proses integral sudah benar dan perhitungan sudah benar tetapi jawaban akhir yang di harapkan tetap terjadi kesalahan.

Kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal di atas seperti yang ditunjukkan pada data-data tersebut sebagian besar adalah karena mereka kurang memahami fakta, konsep, prinsip, dan operasi hitung yang ada. Di samping itu peserta didik kurang mampu dalam melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dan kurang mampu terhadap keterampilan proses pemecahan yang meliputi: 1) memahami soal, 2) merencanakan penyelesaian, 3) mengimplementasikan penyelesaian, dan 4) kemampuan verifikasi. Dengan mengetahui kemampuan ini, maka dapat menjadikan acuan dalam pembelajaran berikutnya.

Hal ini disebabkan karena peserta didik mempunyai tingkat kecerdasan atau kemampuan berfikir yang berbeda. Selain itu, tingkat pengalaman

sebelumnya, kondisi jasmani dan rohani serta motivasi yang dimiliki untuk belajar juga berbeda.

Berdasarkan uraian di atas, maka penelitian ini dimaksudkan untuk mengetahui bagaimana gambaran kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral dan dapat membantu guru merefleksikan pembelajaran dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral sehingga peserta didik memiliki kemampuan menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral. Dalam kaitannya dengan hal itu penelitian ini berjudul *“Analisis Kemampuan Peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan Integral pada kelas XII IPA SMA NEGERI 3 PALOPO*

B. Pertanyaan Penelitian

Berdasarkan latar belakang yang diuraikan sebelumnya, diajukan pertanyaan penelitian yaitu bagaimanakah deskripsi kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral ?

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan pertanyaan penelitian, maka tujuan penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral.

D. Manfaat Penelitian

Penelitian ini diharapkan dapat berguna dan memberi masukan bagi dunia pendidikan matematika. Adapun manfaat yang diharapkan dapat memberikan hikmah dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Penelitian ini dijadikan dasar mengembangkan pembelajaran konsep integral.
2. Penelitian ini dapat memberikan informasi khususnya kepada guru matematika di sekolah tempat penelitian ini tentang bagaimana kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral sehingga dapat digunakan sebagai salah satu aspek untuk mengembangkan model pembelajaran khususnya pada pokok bahasan integral.
3. Sebagai tambahan informasi dan bahan rujukan bagi peneliti lain untuk mengembangkan penelitian selanjutnya.



BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

A. Hakikat Matematika

Pendefinisian matematika sampai saat ini belum ada kesepakatan yang bulat, namun demikian dapat dikenal melalui karakteristiknya. Sedangkan karakteristik matematika dapat dipahami melalui hakikat matematika.

Istilah *mathematics* (Inggris), *mathematik* (Jerman), *mathematique* (Perancis), *matematico* (Itali), *matematiceski* (Rusia), atau *mathematick/wiskunde* (Belanda) berasal dari perkataan lain *mathematica*, yang mulanya diambil dari perkataan Yunani, *mathematike*, yang berarti "*relating to learning*". Perkataan ini mempunyai akar kata *mathema* yang berarti pengetahuan atau ilmu (knowledge, science). Perkataan *mathematike* berhubungan sangat erat dengan sebuah kata lainnya yang serupa, yaitu *mathanein* yang mengandung arti belajar (berpikir).

Berdasarkan etimologis, menurut Elea Tinggi (Bahar, 2013), perkataan matematika berarti "ilmu pengetahuan yang diperoleh dengan bernalar". Hal ini dimaksudkan bukan berarti ilmu lain diperoleh tidak melalui penalaran, akan tetapi dalam matematika lebih menekankan aktivitas dalam dunia rasio (penalaran), sedangkan alam ilmu lain lebih menekankan hasil observasi atau eksperimen di samping penalaran.

Namun demikian, sejumlah definisi atau ungkapan pengertian matematika yang ada itu bergantung pada tinjauan pembuat definisi itu sendiri. Abraham S. Lunchins dan Edith N Lunchins (Bahar, 2013) pernah mengatakan bahwa: "*In short, the question what is mathematics? May be answered difficulty depending*

on when the question is answered, where it is answered, who answer it, and what is regarded as being included in mathematics .” Pendeknya, “Apakah matematika itu?” dapat dijawab secara berbeda-beda tergantung pada bilamana pertanyaan itu dijawab, di mana dijawab, siapa yang menjawab, dan apa sajakah yang dipandang termasuk dalam matematika.”

Ada tokoh yang sangat tertarik dengan perilaku bilangan, ia melihat matematika dari sudut pandang bilangan itu. Tokoh lain lebih mencurahkan perhatian kepada struktur-struktur, ia melihat matematika dari sudut pandang struktur-struktur itu. Tokoh lain lagi lebih tertarik pada pola pikir ataupun sistematika, ia melihat matematika dari sudut pandang sistematika itu. Demikianlah sehingga banyak muncul definisi atau pengertian tentang matematika yang beraneka ragam. Atau dengan kata lain tidak terdapat satu definisi tentang matematika yang tunggal dan disepakati oleh semua tokoh atau pakar matematika.

Dengan demikian untuk menjawab pertanyaan “Apakah matematika itu?” tidak dapat dengan mudah dijawab dengan satu atau kalimat begitu saja. Berbagai pendapat muncul tentang pengertian matematika tersebut, dipandang dari pengetahuan dan pengalaman masing-masing yang berbeda. Matematika adalah medan eksplorasi dan penemuan. Ruseffendi (2006: 260) mengemukakan bahwa matematika timbul karena pikiran-pikiran manusia yang berhubungan dengan ide, proses, dan penalaran. Pada matematika diletakkan dasar bagaimana mengembangkan cara berpikir dan bertindak melalui aturan yang disebut dalil (dapat dibuktikan) dan aksioma (tanpa pembuktian). Dalam matematika tampak adanya kehirarkian di antara pokok-pokok bahasannya, yaitu: suatu pokok

bahasan tertentu merupakan prasyarat pokok bahasan lainnya. Oleh karena itu, untuk menguasai matematika, diperlukan cara belajar setapak demi setapak dan berkesinambungan. Definisi atau pengertian tentang matematika menurut para pakar matematika mengatakan bahwa matematika adalah bahasa simbol, matematika merupakan bahasa numerik, matematika adalah metode berpikir logis; matematika adalah sarana berpikir, matematika adalah ratunya ilmu dan sekaligus menjadi pelayannya, matematika adalah sains mengenai kuantitas dan besaran, matematika adalah sains yang bekerja menarik kesimpulan-kesimpulan yang perlu, matematika adalah sains formal yang murni, matematika adalah sains yang memanipulasi simbol, matematika adalah ilmu yang mempelajari hubungan pola, bentuk, dan struktur, matematika adalah ilmu yang abstrak dan deduktif, matematika adalah aktivitas manusia, matematika adalah cabang ilmu pengetahuan eksak dan terorganisir secara sistematis, matematika adalah pengetahuan tentang bilangan dan kalkulasi, matematika adalah pengetahuan tentang fakta-fakta kuantitatif dan masalah tentang ruang dan bentuk, matematika adalah pengetahuan tentang struktur-struktur yang logis, dan matematika adalah pengetahuan tentang aturan-aturan yang ketat.

Soedjadi (2007: 8) mengemukakan bahwa matematika memiliki karakteristik atau ciri-ciri khusus yang amat ketat, terutama adalah:

1. Matematika memiliki objek kajian yang abstrak (hanya ada dalam pikiran). Kata “segitiga” adalah nama suatu konsep yang abstrak, segitiganya hanya ada dalam pikiran.

2. Bertumpu pada kesepakatan (lebih bertumpu pada aksioma formal). Kesepakatan dalam banyak hal seperti simbol, istilah, pernyataan pangkal yang berlaku dalam lingkup internasional.
3. Berpola pikir deduktif. Suatu sifat atau teorema atau prinsip pada awalnya mungkin saja diperoleh secara induktif, tetapi harus dikuatkan dengan cara deduktif.
4. Konsisten dalam sistemnya. Pada geometri Euclides mengatakan bahwa pada satu titik di luar suatu garis lurus dapat dibuat tepat satu garis yang sejajar dengan garis tersebut dan hal ini benar jika kita berbicara pada sistem geometri Euclides, tetapi pada geometri lain mengatakan bahwa pada satu titik di luar suatu garis dapat dibuat tak terhingga banyaknya garis yang sejajar garis tersebut dan ini pun benar dalam sistemnya.
5. Menggunakan simbol yang kosong dari arti. Pada umumnya sesuatu yang belum diketahui diberi simbol seperti n yang berarti anggota bilangan asli, k adalah suatu konstanta real dan sebagainya.
6. Memperhatikan semesta pembicaraan. Seperti dikemukakan bahwa matematika konsisten pada sistemnya, maka semesta pembicaraan selalu diperhatikan.

Objek kajian matematika terdiri dari dua objek yaitu objek langsung dan objek tak langsung. Gagne (Ruseffendi, 2006: 165) membedakan objek matematika menjadi dua macam, yaitu objek langsung dan objek tak langsung. Objek tak langsung antara lain kemampuan menyelidiki dan memecahkan masalah, belajar mandiri, bersikap positif terhadap matematika, dan tahu

bagaimana semestinya belajar. Objek langsung terdiri atas empat macam yaitu fakta, konsep, aturan, dan skill (operasi). Fakta (abstrak) berupa konvensi-konvensi yang diungkap dengan simbol tertentu, misalnya angka/lambang bilangan, sudut, simbol, dan notasi. Konsep adalah ide abstrak yang dapat digunakan untuk mengelompokkan atau mengklasifikasikan sekumpulan objek. Aturan adalah objek yang paling abstrak yang dapat berupa sifat, dalil, teori. Keterampilan adalah kemampuan memberikan jawaban yang benar dan cepat, misalnya menjumlahkan pecahan dan melakukan pembagian secara singkat.

B. Konsep

1. Perkembangan Konsep menurut Psikologi Kognitif

Telah lama para ahli psikologi kognitif menekankan bahwa manusia tidak lahir dengan kepala yang kosong seperti kaset yang diisi, tetapi waktu lahir bayi pun sudah mempunyai isi otak yang memungkinkan untuk belajar dari lingkungan. Rupanya ada struktur otak yang sejak semula sudah mengatur lalu lintas informasi di dalamnya dan lalu lintas informasi dunia luar. Struktur itupun tidak tetap, tetapi berkembang sesuai dengan pengalaman dan umur.

Sekitar 76 tahun yang lalu Piaget sudah mulai menerangkan proses kognitif tersebut. Menurut Piaget setiap orang mempunyai struktur pengetahuan awal (skema) yang berperan sebagai filter dan fasilitator terhadap ide-ide dan pengalaman-pengalaman yang baru. Bila pengalaman baru itu masih sesuai dengan skema yang dimiliki seseorang, maka skema itu hanya dikembangkan melalui proses asimilasi. Bila pengalaman baru itu berlawanan atau sangat berbeda dengan skema yang ada, sehingga skema yang lama tidak cocok lagi

untuk berhadapan dengan pengalaman baru, skema yang lama di ubah sampai ada keseimbangan lagi melalui proses akomodasi. Dari proses adaptasi dengan menggunakan asimilasi, tampak jelas bagi Piaget.

Dengan isi otak semula dan perkembangannya sejak lahir, dalam otak terbentuk prakonsepsi (konsep awal) atau sejenis teori anak mengenai konsep-konsep matematika. Prakonsepsi yang mereka bawa itu dapat sesuai dengan konsep ilmiah, tetapi juga dapat tidak sesuai dengan konsep ilmiah. Biasanya konsep awal itu kurang lengkap atau kurang sempurna, maka perlu dikembangkan atau dibenahi dalam pelajaran formal.

Guru mengajar konsep, tetapi biasanya dengan cara yang menganggap kepala peserta didik seperti kaset yang kosong yang perlu diisi. Guru tidak menyadari dan memperhitungkan prakonsepsi tersebut. Peserta didik sendiri juga tidak menyadarinya. Pelajaran dimasukkan ke dalam kepala peserta didik tanpa memperhatikan apa yang sudah ada. Lalu dalam kepala peserta didik terdapat campuran prakonsepsi dengan konsep sebenarnya. Campuran itu menjadi pengertian yang salah yang akan menyebabkan banyak kesulitan belajar matematika.

2. Konsep dalam Matematika

Para ahli psikologi menyadari betapa pentingnya konsep dalam proses berpikir, sehingga definisi yang diberikan berdasarkan pandangannya masing-masing dan belum ada yang disepakati secara umum. Konsep merupakan istilah yang digunakan untuk menggambarkan secara abstrak suatu objek. Melalui konsep, diharapkan akan dapat menyederhanakan pemikiran dengan

menggunakan istilah. De Block (Winkel, 2004: 75) mendefinisikan konsep adalah suatu arti yang mewakili sejumlah objek yang bercirikan sama, dalam bentuk lambang mental yang penuh gagasan.

Gagne (Ruseffendi, 2006: 157) mengungkapkan bahwa konsep adalah ... abstrak yang memungkinkan kita mengelompokkan benda-benda ke dalam contoh dan noncontoh. Sedangkan menurut Zacks & Tversky (Santrock, 2007: 352) mengemukakan bahwa konsep adalah kategori-kategori yang mengelompokkan objek, kejadian, dan karakteristik berdasarkan properti umum. Solso (Suradi, 2001: 95) mengungkapkan bahwa konsep adalah bayangan mental, ide-ide atau proses-proses. Rosser (Rahman, 2002: 116) mengemukakan bahwa konsep adalah suatu abstraksi yang mewakili satu kelas objek-objek, kejadian-kejadian, kegiatan-kegiatan, atau hubungan-hubungan yang mempunyai atribut yang sama. Definisi konsep yang dipaparkan di atas belum menyentuh pengertian konsep dalam matematika.

Konsep merupakan salah satu objek kajian matematika yang mendasar dan penting. Menurut Posser (Takdirmin, 2010: 20) konsep adalah suatu abstraksi yang mewakili suatu kelas objek-objek, kejadian-kejadian, kegiatan-kegiatan, atau hubungan-hubungan yang mempunyai atribut-atribut yang sama. Soedjadi (2000: 14) mengemukakan bahwa konsep adalah ide abstrak yang dapat digunakan untuk menggolongkan atau mengklasifikasikan sekumpulan objek, apakah objek tertentu merupakan contoh konsep ataukah bukan. Misalnya “segitiga” adalah nama suatu konsep abstrak yang dengan konsep ini sekumpulan objek dapat digolongkan sebagai contoh segitiga atau bukan contoh. “Bilangan asli” adalah nama suatu

konsep yang lebih kompleks karena bilangan asli terdiri dari atas banyak konsep sederhana yaitu bilangan “satu”, “dua”, “tiga”, dan seterusnya.

Bell (Akib, 2001: 146) mengemukakan “*a concept in mathematics is an abstract idea which enable people to classify objects or events and to specify whether the objects and events are example or nonexample of the abstract idea*”. Konsep dalam matematika adalah ide abstrak yang memungkinkan seseorang untuk mengklasifikasikan objek atau kejadian dan mengelompokkan objek atau kejadian ke dalam contoh dan noncontoh dari ide abstrak matematika tersebut.

Woodruff (Syamri, 2010) mendefinisikan konsep sebagai berikut: (1) suatu gagasan/ide yang relatif sempurna dan bermakna, (2) suatu pengertian tentang suatu objek, (3) produk subjektif yang berasal dari cara seseorang membuat pengertian terhadap objek-objek atau benda-benda melalui pengalamannya (setelah melakukan persepsi terhadap objek/benda). Pengertian konsep dalam matematika juga diungkapkan oleh Bahri bahwa konsep adalah satuan arti yang mewakili sejumlah objek yang mempunyai ciri. Orang yang memiliki konsep mampu mengadakan abstraksi terhadap objek-objek tertentu. Objek-objek dihadirkan dalam kesadaran orang dalam bentuk representasi mental tak berperaga. Konsep sendiri dapat dilambangkan dalam bentuk suatu kata (lambang bahasa).

Geach (Tiro, 1994: 16) mengemukakan bahwa N telah memperoleh konsep mengenai p, berarti N telah mempelajari bagaimana menggunakan p. Rahman (2002: 118) mengemukakan bahwa dalam matematika, dikenal adanya konsep verbal dan konsep tak verbal. Konsep tak verbal adalah konsep yang diperoleh dengan mengabstraksi contoh-contoh dan dipelajari melalui

pembentukan konsep. Konsep verbal adalah konsep-konsep yang ditandai dengan adanya pernyataan yang menunjukkan sebutan dan dipelajari melalui perpaduan konsep. Konsep tak verbal dapat berubah menjadi konsep verbal jika dan hanya jika ada nama atau sebutan untuk konsep itu yang dikenal secara luas, untuk memudahkan seseorang yang memiliki konsep itu berkomunikasi satu sama lain. Contoh: konsep segitiga sama sisi dapat diperkenalkan secara tak verbal dengan memberikan contoh-contoh dan selanjutnya siswa melakukan abstraksi sebagai proses pembentukan konsep, tetapi dapat pula diajarkan secara verbal dengan langsung memberikan definisi dan dipadukan dengan konsep lain, seperti: “segitiga sama sisi adalah segitiga yang semua sisinya sama panjang”.

Sutton dan Hagson (Tiro, 1994: 15) membagi konsep menurut fungsinya menjadi 3 macam yaitu :

1. Konsep klasifikasional adalah konsep yang memungkinkan orang dapat mengklasifikasikan objek atau kejadian dan menggabungkan apakah suatu objek merupakan contoh atau bukan contoh.
2. Konsep korelasional adalah konsep yang menunjukkan orang dapat menghubungkan dua atau lebih objek atau kejadian .
3. Konsep teoretis adalah konsep yang memungkinkan seseorang dapat menjelaskan fakta.

Gagne (Tiro, 1994 : 16) menggolongkan konsep berdasarkan definisi dan pengamatan. Konsep berdasarkan definisi berbentuk rumusan verbal yaitu dengan menggunakan kata-kata atau kalimat sebagai batasannya. Sedangkan konsep berdasarkan pengamatan diperoleh dari abstraksi objek-objek yang dikuatkan oleh pengalaman-pengalaman yang dicapai.

Setiap konsep tidak berdiri sendiri, melainkan setiap konsep berhubungan dengan konsep-konsep yang lain. Misalnya “meja” berhubungan dengan semua ciri yang diperlukan untuk mengenalnya, misalnya bentuk, jenis, bahan, warna, fungsinya (meja tulis, meja makan, meja dekorasi), besarnya dan seterusnya. Maka setiap konsep dapat dihubungkan dengan konsep lain dan hanya mempunyai arti dalam hubungan dengan konsep-konsep lain. Semua konsep bersama inembentuk semacam jaringan pengetahuan di dalam kepala manusia. Semakin lengkap, terpadu, tepat dan kuat hubungan antara konsep-konsep dalam kepala seseorang, semakin pandai orang itu. Keahlian seseorang dalam suatu bidang studi tertentu tergantung lengkapnya jaringan konsep di dalam kepalanya. Semakin dalam kita masuki suatu bidang, semakin kompleks dan terpadu jaringan konsep dalam kepala kita.

Belajar konsep merupakan salah satu cara belajar dengan pemahaman dan kerap dikenal dengan nama “*concept formation*”. Ciri khas dari konsep yang diperoleh sebagai hasil belajar pengertian adalah adanya skema konseptual. Skema konseptual adalah suatu keseluruhan kognitif, yang mencakup semua ciri khas yang terkandung dalam suatu pengertian.

Dahar (Takdirmin, 2010: 21) mengemukakan bahwa belajar konsep merupakan hasil utama pendidikan, konsep merupakan batu-batu pembangun (*building blocks*) berpikir. Konsep-konsep merupakan dasar bagi proses-proses mental yang lebih tinggi untuk merumuskan prinsip-prinsip dan generalisasi-generalisasi. Untuk memecahkan masalah, seorang peserta didik harus mengetahui aturan-aturan yang relevan dan aturan-aturan ini didasarkan pada konsep-konsep yang diperolehnya.

Menurut teori Ausubel (Zainuddin, 2012), individu memperoleh konsep melalui 2 (dua) cara, yaitu:

1. Melalui Formasi Konsep. Formasi konsep menyangkut cara materi atau informasi diterima peserta didik. Formasi konsep diperoleh individu sebelum ia masuk sekolah, karena proses perkembangan konsep yang diperoleh semasa kecil termodifikasi oleh pengalaman sepanjang perkembangan individu. Formasi konsep merupakan proses pembentukan konsep secara induktif dan merupakan suatu bentuk belajar menemukan (*discovery learning*) melalui proses diskriminatif, abstraktif dan diferensiasi. Contoh pemerolehan konsep pada anak adalah ketika anak melihat benda atau orang yang ada di lingkungan terdekatnya. Misalnya, pada saat seorang anak yang baru berusia 2 tahun memanggil Bapak dan Ibunya pertama kali karena setiap hari Bapak dan Ibunya selalu bersama-sama anak tersebut. Anak menyebut diri yang memandikan dan meninabobokkan saat tidur adalah Ibu dan menggendong serta mengajaknya bermain adalah Bapak.
2. Asimilasi Konsep. Asimilasi konsep menyangkut cara bagaimana peserta didik dapat mengaitkan informasi atau materi pelajaran dengan struktur kognitif yang telah ada. Asimilasi konsep terjadi setelah anak mulai memasuki bangku sekolah. Asimilasi konsep ini terjadi secara deduktif. Biasanya anak diberi atribut sehingga mereka belajar konseptual, misalnya atribut dari gajah adalah hewan dan belalai. Dengan demikian anak dapat membedakan antara konsep gajah dengan hewan-hewan lain

Konsep dalam matematika dapat diungkapkan dengan menggunakan definisi. Soedjadi (2000: 14) mengemukakan bahwa definisi adalah ungkapan yang membatasi suatu konsep. Definisi penting untuk menjelaskan dan membatasi suatu konsep. Dengan adanya definisi, orang dapat membuat ilustrasi atau gambar atau lambang dari konsep yang didefinisikan. Sehingga menjadi semakin jelas apa yang dimaksud dengan konsep tertentu. Pemahaman dari definisi memegang peran yang penting dalam penguasaan matematika secara tuntas. Hal ini disebabkan oleh hirarki yang berlaku dalam sistem deduktif aksiomatik yang dianut dalam struktur matematika.

Definisi digolongkan ke dalam definisi analitis, definisi genetik, dan definisi dengan rumus. Definisi analitis adalah definisi yang menyebutkan genus proksimum (genus terdekat) dan diferensia spesifik (pembeda khusus). Misalnya, “trapesium adalah segiempat yang tepat sepasang sisinya sejajar”. Definisi genetik yaitu definisi yang menyebutkan bagaimana konsep itu terbentuk atau terjadi. Misalnya “trapesium adalah segiempat yang terjadi jika sebuah segitiga dipotong oleh sebuah garis yang sejajar salah satu sisinya”. Contoh lain, segitiga adalah bentuk yang diperoleh jika tiga titik yang tidak segaris dihubungkan dengan garis lurus. Definisi dengan rumus adalah definisi yang dinyatakan dengan rumus tertentu. Misalnya, $n! = n(n-1)(n-2) \dots$ 3.2.1. Contoh lain, jika n bilangan bulat positif dan a bilangan riil, maka $a^n = a \times a \times a \times \dots \times a$, dimana perkalian berulang sebanyak n kali.

3. Pemahaman konsep

Dalam kamus umum bahasa Indonesia Pemahaman berasal dari kata “paham” yang mempunyai arti mengerti benar, sedangkan “pemahaman” berarti hal, hasil kerja dari memahami atau sesuatu hal yang kita pahami dan kita mengerti dengan benar. Suharsimi (Abidin, 2011) menyatakan bahwa pemahaman (*comprehension*) adalah kemampuan seorang mempertahankan, membedakan, menduga (*estimates*), menerangkan, memperluas, menyimpulkan, menggeneralisasikan, memberikan contoh, menuliskan kembali, dan memperkirakan. Sadiman mengemukakan bahwa pemahaman adalah suatu kemampuan seseorang dalam mengartikan, menafsirkan, menerjemahkan, atau menyatakan sesuatu dengan caranya sendiri tentang pengetahuan yang pernah diterimanya.

Menurut W.J.S Poerwodarminto (Badriyah, 2011), pemahaman berasal dari kata “Paham” yang artinya mengerti benar tentang sesuatu hal. Sedangkan pemahaman adalah proses, perbuatan, cara memahami sesuatu. Dan belajar adalah upaya memperoleh pemahaman. Seseorang dikatakan mengerti benar terhadap suatu konsep jika dapat menjelaskan kembali dan menarik kesimpulan terhadap konsep tersebut.

Menurut Poesprodjo (1987: 52-53) bahwa pemahaman bukan kegiatan berpikir semata, melainkan pemindahan letak dari dalam berdiri disituasi atau dunia orang lain. Mengalami kembali situasi yang dijumpai pribadi lain didalam *erlebnis* (sumber pengetahuan tentang hidup, kegiatan melakukan pengalaman pikiran), pengalaman yang terhayati. Pemahaman merupakan suatu kegiatan berpikir secara diam-diam, menemukan dirinya dalam orang lain.

Pemahaman (*comprehension*), kemampuan ini umumnya mendapat penekanan dalam proses belajar mengajar. Menurut Bloom *"Here we are using the term "comprehension" to include those objectives, behaviors, or responses which represent an understanding of the literal message contained in a communication."* Artinya : Disini menggunakan pengertian pemahaman mencakup tujuan, tingkah laku, atau tanggapan mencerminkan sesuatu pemahaman pesan tertulis yang termuat dalam satu komunikasi. Oleh sebab itu siswa dituntut memahami atau mengerti apa yang diajarkan, mengetahui apa yang sedang dikomunikasikan dan dapat memanfaatkan isinya tanpa keharusan menghubungkan dengan hal-hal yang lain. (Bloom, 1975).

Pemahaman mencakup kemampuan untuk menangkap makna dan arti dari bahan yang dipelajari (Winkel, 1996: 245). Winkel mengambil dari taksonomi Bloom, yaitu suatu taksonomi yang dikembangkan untuk mengklasifikasikan tujuan instruksional. Bloom membagi kedalam 3 kategori, yaitu termasuk salah satu bagian dari aspek kognitif karena dalam ranah kognitif tersebut terdapat aspek pengetahuan, pemahaman, penerapan, analisis, sintesis, dan evaluasi. Keenam aspek di bidang kognitif ini merupakan hirarki kesukaran tingkat berpikir dari yang rendah sampai yang tertinggi.

Pemahaman adalah kemampuan seseorang untuk mengerti atau memahami sesuatu. Dengan kata lain, memahami adalah mengetahui tentang sesuatu dan dapat melihatnya dalam berbagai segi. Seseorang dikatakan memahami suatu hal apabila ia dapat memberikan penjelasan dan meniru hal tersebut dengan menggunakan kata-katanya sendiri. Winkel (2004: 274) mengemukakan bahwa

pemahaman mencakup kemampuan untuk menangkap makna dan arti dari bahan yang dipelajari.

Pemahaman lebih tinggi satu tingkat dari hafalan. Pemahaman memerlukan kemampuan menangkap makna atau arti dari suatu konsep. Untuk itu, maka diperlukan adanya hubungan atau pertautan antara konsep dan makna atau arti dari suatu konsep. Gardner (Minggi, 2010: 31) mengemukakan bahwa pemahaman adalah salah satu aspek dalam belajar yang digunakan sebagai dasar mengembangkan model pembelajaran dengan memperhatikan indikator pemahaman. Anderson *et al.* (Nugroho, 2011) menyatakan *understand is defined as constructing the meaning of instructional messages, including oral, written, and graphic communication*. Pendapat tersebut menjelaskan bahwa seseorang dikatakan memahami sesuatu jika mereka mampu mengkonstruksi makna dari pesan-pesan pengajaran seperti komunikasi lisan, tulisan, dan grafik. Seseorang mampu memahami suatu pengetahuan baru ketika mampu membangun hubungan antara pengetahuan yang baru diintegrasikan tersebut dengan skema kognitif yang sudah ada padanya. Tingkat pemahaman seseorang terhadap suatu konsep dapat dilihat dari jenis-jenis pemahaman yang dimilikinya.

Beberapa kerangka teori tentang pemahaman konsep matematika dikemukakan oleh beberapa ahli, salah satunya adalah kerangka teori pemahaman yang dikemukakan oleh Skemp (1987: 46). Skemp mengungkapkan *"To understand something means to assimilate it into an appropriate schema"*. Terlihat adanya perbedaan antara pemahaman dengan memahami sesuatu. Pemahaman dikaitkan dengan *"kemampuan (ability)"*, dan memahami sesuatu dikaitkan dengan *"assimilasi"* dan *"suatu skema yang cocok (an appropriate"*

schema)). Skema diartikan oleh Skemp sebagai grup konsep-konsep yang saling terhubung, masing-masing konsep dibentuk dari abstraksi sifat-sifat invarian dari input sensori motor atau dari konsep lainnya. Hubungan antara konsep-konsep ini dikaitkan oleh suatu relasi atau transformasi.

Skemp (1976) mengkomunikasikan hasil studinya tentang pemahaman dalam pendidikan matematika. Dalam artikelnya yang terkenal, "*Relational Understanding and Instrumental Understanding*", (Skemp, 2005) menjelaskan pengkategorian pemahaman atas dua jenis pemahaman yaitu: (1) pemahaman instrumental dan (2) pemahaman relasional. Pemahaman instrumental didefinisikan sebagai "*rules without reasons*" atau dengan kata lain kemampuan seseorang menggunakan prosedur matematik untuk menyelesaikan suatu masalah tanpa mengetahui mengapa prosedur itu digunakan. Pemahaman relasional didefinisikan sebagai "*knowing what to do and why*" atau dengan kata lain kemampuan menggunakan suatu aturan dengan penuh kesadaran mengapa ia menggunakan aturan tersebut.

Pemahaman instrumental diartikan sebagai pemahaman konsep yang saling terpisah dan hanya hafal rumus dalam perhitungan rutin/serhana. Dalam hal ini seseorang hanya memahami urutan pengerjaan atau algoritma. Pada tingkatan ini dapat dikatakan bahwa seseorang baru berada di tahap tahu atau hafal tetapi dia belum atau tidak tahu mengapa hal itu bisa dan dapat terjadi. Dalam menyelesaikan soal, seseorang hanya dapat menentukan hasil namun tidak dapat menjelaskan mengapa hasilnya seperti itu. Contohnya seseorang dapat menjawab bahwa hasil dari $2 \times 33 = 66$, tetapi dia tidak mampu menjelaskan mengapa $33 \times 2 = 66$. Misalnya peserta didik dapat menyelesaikan kasus

persamaan kuadrat $2x^2 - 3x + 1 = 0$ dengan menggunakan rumus a , b , c , dan ia dapat menyelesaikan dengan cara yang sama untuk persamaan kuadrat $bx^2 + cx + a = 0$. Berbeda dengan peserta didik yang hanya memiliki pemahaman instrumental ia hanya mampu menyelesaikan pada kasus pertama dan tidak mampu pada kasus kedua. Contoh lain, “hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2 - 2x$, sumbu x , garis $x = 0$ dan $x = 3$ ”. Peserta didik mampu menghitung luas daerah antara kurva dan sumbu- x dengan langsung menggunakan rumus luas daerah kurva yaitu $L = \int_0^3 x^2 - 2x dx$, tanpa menggambar grafik fungsi sebagai daerah arsiran suatu kurva dan tidak mampu memaknai batas-batas integralnya. Dengan kata lain, dia tidak dapat menjelaskan mengapa jawabannya seperti itu. Atau peserta didik tanpa sadar bahwa lewat menggambar grafik fungsi, kita dapat mengetahui batas-batas mana yang diarsir di bawah sumbu- x dan yang diarsir di atas sumbu- x .

Pemahaman relasional (Skemp, 1987) yaitu dapat mengaitkan sesuatu dengan hal lainnya secara benar dan menyadari proses yang dilakukan. Pada tahapan tingkatan ini, menurut Skemp, seseorang tidak hanya sekedar tahu dan hafal tentang suatu hal, tetapi dia juga tahu bagaimana dan mengapa hal itu dapat terjadi. Pemahaman relasional termuat skema atau struktur yang dapat digunakan pada penjelasan masalah yang lebih luas dan sifat pemakaiannya lebih bermakna. Dalam menyelesaikan soal, seseorang tidak hanya dapat menentukan hasil namun ia dapat menjelaskan mengapa hasilnya seperti itu. Contohnya dalam menghitung luas daerah antara kurva dan sumbu- x tidak hanya menggunakan rumus

$L = \int_a^b y dx$ tetapi juga mampu menjelaskan setiap langkah-langkah menyelesaikan soal luas daerah antara kurva dan sumbu- x .

Berdasarkan kerangka teori pemahaman menurut Skemp dapat dikatakan bahwa memahami sesuatu berarti mengasimilasi sesuatu tersebut ke dalam skema yang sesuai. Dengan kata lain, seseorang dikatakan memahami konsep bilamana ia dapat mengaitkan konsep tersebut ke dalam skema yang dimilikinya. Pada sisi lain, pemahaman sebuah konsep dipandang sebagai kemampuan mengaitkan skema-skema tertentu yang sesuai dengan konsep tersebut, dengan atau tanpa mengetahui mengapa skema-skema tersebut saling terkait. Pemahaman adalah pengetahuan yang telah terbentuk di dalam bayangan mental seseorang yang diperoleh dari pengalaman belajar sebelumnya.

Polya (Upu, 2004) mengemukakan empat tingkat pemahaman, yakni (1) pemahaman mekanikal; (2) pemahaman induktif; (3) pemahaman rasional; dan (4) pemahaman intuitif. Pemahaman mekanikal adalah mengingat dan menerapkan rumus secara rutin dan melakukan perhitungan sederhana. Pemahaman induktif adalah menerapkan rumus dan konsep dalam kasus sederhana dan tahu bahwa rumus tersebut dapat diberlakukan pada kasus yang serupa. Pemahaman rasional adalah membuktikan kebenaran rumus dan teorema. Pemahaman intuitif adalah memperkirakan kebenaran sesuatu dengan pasti (tanpa ragu-ragu) sebelum melakukan analisis lebih lanjut.

Menurut Anderson *et al.* (Nugroho, 2011), pemahaman terdiri dari tujuh jenis, yaitu *interpreting* (menginterpretasikan), *exemplifying* (memberikan contoh), *classifying* (mengklasifikasikan), *summarizing* (meringkas), *inferring*

(menyimpulkan), *comparing* (membandingkan), *explaining* (menjelaskan).

Ketujuh jenis pemahaman tersebut dijelaskan sebagai berikut.

1. *Interpreting* (interpretasi) terjadi ketika siswa mampu mengkonversi informasi dari satu representasi ke representasi yang lain. Interpretasi meliputi konversi kata-kata ke dalam kata-kata, gambar ke dalam kata-kata, dan sebagainya.
2. *Exemplifying* (pemberian contoh) terjadi ketika siswa mampu memberikan contoh spesifik atau contoh dari konsep umum atau prinsip. *Exemplifying* meliputi menemukan ciri-ciri dari konsep umum atau prinsip (misalnya, segitiga samakaki harus mempunyai dua sisi sama panjang), dan menggunakan ciri-ciri tersebut untuk memilih atau mengkonstruksi contoh yang lebih spesifik (misalnya, mampu menentukan nama dari tiga buah segitiga yang disajikan adalah segitiga samakaki). Nama lainnya adalah *illustrating* dan *instantiating*.
3. *Classifying* (klasifikasi) terjadi ketika siswa mengenal bahwa sesuatu (contoh atau kejadian tertentu) termasuk kategori tertentu (misal konsep atau prinsip). Mengklasifikasi meliputi penemuan ciri-ciri atau pola-pola yang relevan, yang cocok dengan contoh spesifik dan konsep atau prinsip.
4. *Summarizing* (merangkum) terjadi ketika siswa mampu mengusulkan pernyataan tunggal yang merepresentasikan penyajian informasi atau rangkuman dari tema umum. Merangkum meliputi konstruksi suatu

representasi informasi, membuat suatu rangkuman, seperti menentukan tema atau topik utama.

5. *Inferring* (menyimpulkan), meliputi penemuan pola dan rangkaian contoh-contoh atau kejadian-kejadian. Menyimpulkan terjadi ketika siswa mampu meringkas konsep atau prinsip yang terdiri dari suatu rangkaian contoh-contoh atau kejadian-kejadian melalui pengkodean ciri-ciri yang relevan dari masing-masing kejadian.
6. *Comparing* (membandingkan) terjadi ketika siswa menemukan persamaan dan perbedaan antara dua atau lebih objek/benda, peristiwa, masalah, atau situasi.
7. *Explaining* (menjelaskan) terjadi ketika siswa mampu membangun dan menggunakan model sebab akibat dari suatu sistem. Model dapat diturunkan dari teori formal, atau bisa didasarkan pada riset atau pengalaman. Penjelasan yang lengkap meliputi mengkonstruksi model sebab akibat, termasuk setiap bagian utama dalam sistem atau setiap peristiwa utama dalam rangkaian, dan menggunakan model untuk menentukan perubahan dalam satu bagian sistem atau hubungan dalam rangkaian yang mempengaruhi perubahan dalam bagian lain.

Ruseffendi (2006: 221) menyatakan tiga macam pemahaman yaitu:

- (1) pengubahan (*translation*) dalam matematika misalnya mampu mengubah soal kata-kata ke dalam simbol dan sebaliknya; (2) pemberian arti (*interpretation*), misalnya mampu mengartikan suatu kesamaan; (3) pembuatan ekstrapolasi (*extrapolation*), misalnya mampu memperkirakan suatu kecenderungan dari diagram.

Terkait dengan proses mental yang berlangsung ketika seseorang mempelajari konsep-konsep matematika, seseorang mungkin dapat melihat dengan segera bahwa dua atau lebih konsep saling terkait.

Seseorang dikatakan memahami konsep jika ia dapat mengaitkan konsep tersebut ke dalam pengetahuan yang dimilikinya. Sebagai contoh, seseorang dapat menggunakan rumus $L = \int_a^b y dx$, jika ia mampu menggambar grafik fungsi sebagai daerah arsiran antara kurva dan sumbu-x, batas-batas integralnya dan kelancaran prosedur operasi hitungnya.

Berdasarkan uraian di atas, dalam penelitian ini pemahaman diartikan sebagai kemampuan seseorang mengaitkan skema-skema tertentu yang sesuai ke dalam skema yang dimilikinya yang telah terbentuk di dalam bayangan mental seseorang yang diperoleh dari pengalaman belajar sebelumnya.

Davis (Akib, 2001: 146) menyebutkan empat kriteria seseorang dikatakan memahami konsep, yaitu: (a) dapat menyatakan atribut-atributnya, (b) dapat memberikan contoh dari konsep itu, (c) dapat memberikan noncontoh dari konsep, dan (d) dapat memberikan nama dan mendefinisikannya.

Merujuk pada teori pemahaman yang dikemukakan oleh Skemp maka dalam penelitian ini pemahaman dibatasi pada aspek pemahaman instrumental dan pemahaman relasional. Hal ini karena pada umumnya banyak orang yang mampu menyebutkan sesuatu dengan benar tetapi tidak mampu menjelaskannya. Kedua jenis pemahaman yang dikemukakan oleh Skemp juga dapat merangkum beberapa jenis pemahaman yang dikemukakan oleh beberapa ahli. Misalnya pemahaman mekanikal yang dikemukakan oleh Polya termasuk pemahaman instrumental ketika seseorang belum mampu menjelaskan dengan tepat alasan

menerapkan suatu rumus. Tetapi ketika seseorang mampu menjelaskan dengan tepat alasan menerapkan suatu rumus maka pemahaman mekanikal tersebut termasuk pemahaman relasional. Contoh lain adalah pemahaman *interpreting* (interpretasi) yang dikemukakan oleh Anderson, *et al.*, . Ketika seseorang mampu merepresentasikan suatu konsep ke dalam suatu gambar dan mampu menginterpretasikan dengan tepat, maka pemahaman *interpreting* (interpretasi) orang tersebut termasuk pemahaman relasional, tetapi ketika dia belum mampu menginterpretasikan dengan tepat maka pemahaman *interpreting* (interpretasi) yang dimiliki oleh orang tersebut termasuk pemahaman instrumental. Oleh karena itu, maka penelitian ini merujuk kepada teori pemahaman yang dikemukakan oleh Skemp karena dapat merangkum beberapa jenis pemahaman yang dikemukakan oleh beberapa ahli.

Adapun tujuan mata pelajaran matematika untuk semua jenjang pendidikan dasar dan menengah adalah agar peserta didik mampu: (1) Memahami konsep matematika, menjelaskan keterkaitan antarkonsep, dan mengaplikasikan konsep atau algoritma secara luwes, akurat, efisien, dan tepat dalam pemecahan masalah, (2) Menggunakan penalaran pada pola dan sifat, melakukan manipulasi matematika dalam membuat generalisasi, menyusun bukti, atau menjelaskan gagasan dan pernyataan matematika; (3) Memecahkan masalah yang meliputi kemampuan memahami masalah, merancang model matematika, menyelesaikan model, dan menafsirkan solusi yang diperoleh; (4) Mengkomunikasikan gagasan dengan simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah; dan (5) Memiliki sikap menghargai kegunaan matematika dalam kehidupan, yaitu rasa ingin tahu, perhatian, dan minat dalam mempelajari

matematika, serta sikap ulet dan percaya diri dalam pemecahan masalah (Depdiknas, 2006).

C. Pengertian Kemampuan

Didalam kamus bahasa Indonesia, kemampuan berasal dari kata “mampu” yang berarti kuasa (bisa, sanggup, melakukan sesuatu, dapat, berada, kaya, mempunyai harta berlebihan). Kemampuan adalah suatu kesanggupan dalam melakukan sesuatu. Seseorang dikatakan mampu apabila ia bisa melakukan sesuatu yang harus ia lakukan. Menurut Chaplin (Ian, 2010) *ability* (kemampuan, kecakapan, ketangkasan, bakat, kesanggupan) merupakan tenaga (daya kekuatan) untuk melakukan suatu perbuatan. Sedangkan menurut Robbins (Ian, 2010) kemampuan bisa merupakan kesanggupan bawaan sejak lahir atau merupakan hasil latihan atau praktek. Adapula pendapat lain, menurut Akhmat Sudrajat (Ian, 2010) adalah menghubungkan kemampuan dengan kata kecakapan. Setiap individu memiliki kecakapan yang berbeda-beda dalam melakukan suatu tindakan. Kecakapan ini mempengaruhi potensi yang ada dalam diri individu tersebut. Proses pembelajaran yang mengharuskan siswa mengoptimalkan segala kecakapan yang dimiliki.

Lebih lanjut, Stephen P. Robbins & Timonthy A. Judge (Agung, 2012) menyatakan bahwa kemampuan keseluruhan seorang individu pada dasarnya terdiri atas dua kelompok faktor, yaitu :

- a. Kemampuan Intelektual (*Intelectual Ability*), merupakan kemampuan yang dibutuhkan untuk melakukan berbagai aktifitas mental (berfikir, menalar dan memecahkan masalah).

- b. Kemampuan Fisik (*Physical Ability*), merupakan kemampuan melakukan tugas-tugas yang menuntut stamina, ketrampilan, kekuatan, dan karakteristik serupa.

Secara substantif dan teoritik kemampuan matematika dapat didefinisikan oleh NCTM (Solaikah, 2013) sebagai berikut:

"Mathematical power includes the ability to explore, conjecture, and reason logically; to solve non-routine problems; to communicate about and through mathematics; and to connect ideas within mathematics and between mathematics and other intellectual activity".

Lebih lanjut selain kemampuan untuk menggali, menyusun konjektur, dan membuat alasan-alasan secara logis, untuk memecahkan masalah nonrutin, untuk berkomunikasi mengenai dan melalui matematika, dan untuk menghubungkan berbagai ide-ide dalam matematika dan diantara matematika dan aktivitas intelektual lainnya. Indikator komunikasi matematika menurut NCTM (Solaikah, 2013), dapat dilihat dari: (a). Kemampuan mengekspresikan ide-ide matematika melalui lisan, tulisan, dan mendemonstrasikannya serta menggambarannya secara visual. (b). Kemampuan memahami, menginterpretasikan, dan mengevaluasi ide-ide matematika baik secara lisan, tulisan, maupun dalam bentuk visual lainnya. (c). kemampuan dalam menggunakan istilah-istilah, notasi-notasi matematika dan struktur-strukturnya untuk menyajikan ide-ide, menggambarkan hubungan-hubungan dengan model-model situasi.

Menurut Departemen Pendidikan Vermont (2007) tingkat kemampuan siswa dalam memecahkan masalah adalah:

Levels One

- a) No work is present, or*
- b) No part of the solution is correct, or*
- c) Some work is present but the work doesn't support the answer given*

Levels Two

- a) *The solution is correct for only part of the problem and there is work to support these correct part, or*
- b) *The solution contains mathematical error which leads to an incomplete or incorrect answer.*

Levels Three

- a) *The answer is correct and the work the solution support the answer.*

Berdasarkan kutipan di atas, tingkat kemampuan siswa dalam memecahkan masalah dibedakan menjadi tiga tingkat yaitu (1) tidak mengerjakan, atau tidak sebagaimana pun solusi yang diberikan benar, atau beberapa pekerjaan ada, tetapi pekerjaan tidak mendukung jawaban. (2) sebagian benar hanya untuk sebagian masalah dan disana ada pekerjaan untuk mendukung kebenaran sebagian jawaban tersebut, atau solusi mengandung kesalahan perhitungan, yang menyebabkan tidak lengkap atau tidak benar jawaban. (3) Jawaban benar dan semua pekerjaan yang dilakukan untuk memecahkan masalah mendukung jawaban. Tujuan yang diharapkan dalam pembelajaran matematika oleh *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM). NCTM (Effendi, 2012) menetapkan lima standar kemampuan matematis yang harus dimiliki oleh siswa, yaitu kemampuan pemecahan masalah (*problem solving*), kemampuan komunikasi (*communication*), kemampuan koneksi (*connection*), kemampuan penalaran (*reasoning*), dan kemampuan representasi (*representation*).

1. Kemampuan pemahaman objek kajian matematika

Salah satu kecakapan (Kilpatrick, *et al*, 2001) (*proficiency*) dalam matematika yang terpenting dimiliki oleh siswa adalah *conceptual understanding* atau diistilahkan pemahaman konsep. Mempelajari matematika berarti belajar

tentang konsep-konsep dan struktur-struktur yang terdapat dalam bahasan yang dipelajari serta berusaha mencari hubungan-hubungannya.

Penguasaan konsep sangat diperlukan, karena dengan menguasai konsep akan memberikan peluang kepada peserta didik untuk lebih fleksibel dan menarik dalam belajar. Artinya peserta didik akan lebih mampu melakukan modifikasi secara akurat setiap materi pelajaran sesuai dengan keaneka ragaman keadaan dan lingkungannya serta sekaligus meningkatkan keaktifan, kemandirian serta kreativitas peserta didik. Dengan demikian belajar yang menekankan pada penguasaan konsep, peserta didik secara bertahap akan memiliki kemampuan baru yang akan tetap tersimpan.

Pemahaman konsep merupakan tingkatan hasil belajar seseorang sehingga dapat mendefinisikan atau menjelaskan suatu bagian informasi dengan kata-kata sendiri. Berarti seorang peserta didik dituntut tidak hanya sebatas mengingat suatu pelajaran tetapi mampu menjelaskan atau mendefinisikan bahan pelajaran dengan menggunakan kalimat sendiri. Dengan kemampuan peserta didik menjelaskan atau mendefinisikan, maka peserta didik tersebut telah memahami konsep atau prinsip dari suatu pelajaran meskipun penjelasan yang diberikan mempunyai susunan kalimat tidak sama dengan konsep yang diberikan tetapi maksudnya sama. Peserta didik dengan *conceptual understanding* tahu lebih dari sekedar fakta yang ada dan rumus. Mereka mengerti mengapa ide matematika itu penting dan konteks mana yang berguna dalam menyelesaikan suatu permasalahan (Kilpatrick, *et al*, 2001: 118).

Selain itu pengetahuan yang dipelajari dengan pemahaman memberikan dasar untuk men-generalisasi pengetahuan baru dan menyelesaikan permasalahan

yang baru dan tidak rutin (Bransford, Brown, dan Cooking, 1999 dalam Kilpatrick, *et al.*, 2001: 119). Beberapa indikator pemahaman konsep (Kilpatrick, *et al.*, 2001: 200) antara lain:

- Kemampuan menyatakan ulang secara verbal konsep yang telah dipelajari.
- Kemampuan mengklasifikasikan objek-objek berdasarkan dipenuhi atau tidaknya persyaratan yang membentuk konsep tersebut.
- Kemampuan menerapkan konsep secara algoritma.
- Kemampuan memberikan contoh dan lawan contoh dari konsep yang telah dipelajari.
- Kemampuan menyajikan konsep dalam berbagai macam bentuk representasi matematika.
- Kemampuan mengaitkan berbagai konsep (internal dan eksternal matematika).
- Kemampuan mengembangkan syarat perlu dan syarat cukup suatu konsep.

Ahli belajar (*learning theorist*) Gagne (Suherman, 2003:33) mengatakan bahwa dalam belajar matematika ada dua objek yang dapat diperoleh siswa, yaitu objek langsung dan objek tidak langsung. Objek tidak langsung antara lain kemampuan penyelidikan dan memecahkan masalah, belajar mandiri, bersikap positif terhadap matematika, dan tahu bagaimana semestinya belajar. Sedangkan objek langsung adalah berupa fakta, keterampilan, konsep, dan aturan.

Sedangkan menurut Soedjadi (2000:13), dalam matematika objek dasar yang dipelajari adalah abstrak, sering juga disebut objek mental. Objek dasar itu meliputi (1) Fakta, (2) Konsep, (3) Operasi, dan (4) Prinsip. Berikut ini merupakan uraian dari objek kajian matematika.

1. Fakta

Fakta (abstrak) adalah konvensi-konvensi (kesepakatan) dalam matematika seperti simbol dan notasi tertentu. Simbol bilangan “2” sudah dipahami sebagai bilangan “dua”. Jika disajikan angka “2” orang sudah dengan sendirinya menangkap maksudnya yaitu “dua”. Sebaliknya kalau seorang mengucapkan kata “dua” dengan sendirinya dapat disimbolkan dengan “2”. Fakta lain dapat terdiri atas rangkaian simbol, misalnya kurva $y = x^2 - 3x$ contoh ini kita pahami sebagai suatu persamaan kuadrat.

2. Konsep

Konsep adalah ide abstrak yang memungkinkan seseorang untuk mengklarifikasi suatu objek yang menjelaskan apakah objek tersebut merupakan contoh konsep atau bukan konsep. Contoh konsep luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral yaitu $L = \int_a^b y \, dx$.

3. Prinsip

Prinsip adalah objek matematika yang kompleks, yang terdiri atas beberapa fakta, beberapa konsep yang dikaitkan oleh suatu relasi ataupun operasi. Dengan kata lain prinsip adalah hubungan antara berbagai objek dasar matematika. Prinsip dapat berupa “aksioma”, “teorema” atau “dalil”, “corollary” atau “sifat” dan sebagainya. Contoh prinsip

$$L = \int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a).$$

4. Operasi/skill

Operasi adalah pengerjaan hitung, pengerjaan aljabar dan pengerjaan matematika lainnya. Operasi adalah aturan prosedur untuk mendapatkan elemen

tuanggal dari satu atau lebih elemen yang diketahui. misalnya

$$\frac{8}{3} - \frac{1}{3} + \frac{12}{2} - \frac{3}{2} - 8 + 4 = \frac{7}{3} + \frac{9}{2} - 4 = \frac{14}{6} + \frac{27}{6} - 4 = \frac{41}{6} - 4 = \frac{41}{6} - \frac{24}{6} = \frac{17}{6}.$$

2. Kemampuan Prosedural (*Procedural Fluency*)

Sebagaimana telah dijelaskan di awal, di antara berbagai aspek kecakapan yang harus dikuasai peserta didik ialah kemampuan kemahiran prosedural (*procedural fluency*). Kemampuan *procedural fluency* sangatlah dibutuhkan untuk menunjang aspek kecakapan matematika lainnya yaitu *conceptual understanding* atau pemahaman konsep. Kedua jenis kecakapan ini, yakni *conceptual understanding* dan *procedural fluency* merupakan aspek utama yang menjadi perhatian dan prioritas (Kilpatrick, *et al.*, 2001: 116).

Pemahaman peserta didik akan konsep matematika haruslah disertai penguasaan prosedur yang baik dan benar agar mereka mengetahui apa yang mendasari konsep tersebut. Kesalahan yang seringkali muncul apabila pemahaman konsep terlepas dari prosedur ialah dalam menghadapinya peserta didik akan merasa kesulitan untuk mengaitkan suatu permasalahan matematika dengan konsep serta alasan yang mendasarinya, begitu pula sebaliknya jika prosedur pemecahan masalah dikuasai namun konsepnya tidak mereka pahami, peserta didik akan berhadapan dengan masalah yang sama. Hal ini disebabkan ketika sebuah keahlian atau kemampuan dipelajari tanpa pemahaman akan menjadikannya sebagai bagian dari serpihan pengetahuan yang terisolasi (Bransford, Brown, dan Cooking, 1999; Hiebert dan Carpenter, 1992 dalam Kilpatrick, *et al.*, 2001: 123).

Tanpa penguasaan prosedur yang cukup baik, peserta didik akan kesulitan memperdalam pemahaman matematis mereka ataupun menyelesaikan permasalahan matematika. Akibat lain jika peserta didik yang belajar mengenai prosedur tanpa memahami konsepnya adalah peserta didik akan merasa kesulitan ketika menemui permasalahan matematika yang relatif baru. Oleh karena itu penguasaan konsep dan penguasaan prosedur seharusnya sejalan agar peserta didik dapat memodifikasi prosedur yang mereka kuasai untuk memudahkan mereka dalam memahami suatu konsep.

Untuk membedakannya dengan jenis kecakapan matematis lainnya, (Kilpatrick, *et al.*, 2001: 150), mengemukakan kemampuan *Procedural fluency* memiliki tiga indikator:

- 1) Pengetahuan mengenai prosedur secara umum.
- 2) Pengetahuan mengenai kapan dan bagaimana menggunakan prosedur dengan benar.
- 3) Pengetahuan dalam menampilkan prosedur secara fleksibel, tepat dan efisien.

Algoritma haruslah dikuasai oleh peserta didik, karena dengan algoritma, peserta didik memperoleh *insight* ke dalam fakta bahwa matematika adalah ilmu pengetahuan yang terbentuk dengan baik dalam pengertian bahwa matematika merupakan pengetahuan yang terorganisasi dengan rapih dan tertata, berisi pola, serta dapat diprediksi ketepatannya (Kilpatrick, *et al.*, 2001: 121).

Untuk mengembangkan dan meningkatkan kemampuan *procedural fluency*, peserta didik memperolehnya terutama sekali melalui latihan dalam mengerjakan soal-soal, karena hanya dengan latihan, akurasi dan efisiensi prosedur penyelesaian masalah dapat dikuasai dan ditingkatkan. Lebih jauh lagi,

latihan dapat menjaga konsistensi kemahiran penguasaan prosedur hingga mereka mampu menggunakan prosedur secara fleksibel. Pada akhirnya, hal ini akan mengantarkan peserta didik pada pemahaman akan konsep matematika yang menjadikan mereka memiliki kemampuan dalam memecahkan masalah, serta tidak rentang terhadap *common errors*. Selain itu juga, mereka tidak mudah lupa pada konsep yang telah dikuasai sebelumnya.

3. Kemampuan Keterampilan Proses

Kurikulum untuk anak SMP dan SMA 1984 (Hasan, 1998) menyatakan bahwa keterampilan proses merupakan kemampuan yang akan dikembangkan dalam setiap mata pelajaran di kedua sekolah tersebut. Kurikulum yang berlaku sekarang, kurikulum 1994, masih tetap menganjurkan guru untuk dapat mengembangkan proses belajar peserta didik aktif yang didasarkan atas keterampilan proses. Kemampuan dalam keterampilan proses terdiri atas tujuh kemampuan, yaitu:

1. Mengamati
2. Mengelompokkan
3. Memproyeksikan
4. Menerapkan
5. Menganalisis
6. Melakukan penelitian sederhana, dan
7. Mengkomunikasikan hasil

Apabila diperhatikan maka banyak kemampuan dalam keterampilan proses tersebut bersamaan dengan kemampuan berfikir dalam *taksonomi* Bloom

dan kawan-kawan. Kemampuan mengamati, menerapkan, melakukan penelitian sederhana, dan mengkomunikasikan hasil pada dasarnya adalah termasuk kemampuan menerapkan dalam taksonomi bloom dan kawan-kawan tersebut. Kemampuan mengelompokkan dan menganalisis sama dengan kemampuan analisis. Sedangkan kemampuan melakukan penelitian sederhana meliputi berbagai kemampuan penerapan, analisis, sintesis, bahkan evaluasi.

Adanya persamaan yang kuat tersebut dikarenakan apa yang dikemukakan dalam keterampilan proses di dalam kurikulum masih bersifat mendua (belum terpisah dengan baik). Dikatakan mendua karena antara kegiatan yang menghendaki suatu keterampilan tertentu dengan pemanfaatan kemampuan berfikir dalam melaksanakan keterampilan tersebut tidak dibahas secara jelas. Sebagai contoh misalnya, kemampuan mengelompokkan sebenarnya adalah suatu kemampuan berfikir analitik dan bukan suatu keterampilan proses. Keterampilan proses yang berhubungan dengan pemanfaatan pengelompokkan adalah kemampuan mengolah informasi. Informasi yang ada akan diolah berdasarkan alur berpikir tertentu, misalnya, pengelompokkan ataupun pemisahan, penentuan keterhubungan antara satu informasi dengan informasi lain, atau konsep yang terbentuk dari informasi yang diperoleh.

Dalam upaya membedakan antara pengertian kemampuan berfikir dan keterampilan proses yang dimaksudkan dalam bab ini, diagram Vee yang dikembangkan Gowin (Novak dan Gowin, 1986:5-6) digunakan untuk menjelaskan keterhubungan dan perbedaan antara proses berfikir dengan kemampuan dalam proses dengan menggunakan diagram Vee (huruf V) adalah keterampilan proses adalah pendekatan pembelajaran yang bertujuan

mengembangkan sejumlah kemampuan fisik dan mental sebagai dasar untuk mengembangkan kemampuan yang lebih tinggi pada diri peserta didik. Kemampuan-kemampuan fisik dan mental tersebut pada dasarnya telah dimiliki oleh peserta didik meskipun masih sederhana dan perlu dirangsang agar menunjukkan jati dirinya. Pendekatan keterampilan proses menekankan bagaimana siswa belajar, bagaimana mengelola perolehannya, sehingga mudah dipahami dan digunakan dalam kehidupan di masyarakat.

Dalam proses pembelajaran diusahakan agar peserta didik memperoleh pengalaman dan pengetahuan sendiri, melakukan penyelidikan ilmiah, melatih kemampuan-kemampuan intelektualnya, dan merangsang keingintahuan serta dapat memotivasi kemampuannya untuk meningkatkan pengetahuan yang baru diperolehnya. Dengan mengembangkan kemampuan dasar pada keterampilan proses peserta didik akan mampu menemukan dan mengembangkan sendiri fakta dan konsep serta menumbuhkan dan mengembangkan sikap dan nilai yang dituntut. Dengan demikian, kemampuan-kemampuan itu menjadi roda penggerak penemuan dan pengembangan fakta dan konsep, serta penumbuhan dan pengembangan sikap dan nilai.

Dalam pembelajaran, keterampilan proses dapat diartikan sebagai wawasan atau panutan pengembangan keterampilan-keterampilan intelektual, sosial, dan fisik yang bersumber dari kemampuan-kemampuan mendasar yang pada prinsipnya telah ada dalam diri siswa. Ada beberapa kemampuan pada keterampilan proses, kemampuan-kemampuan tersebut terdiri dari kemampuan dasar (*basic skill*) dan kemampuan-kemampuan terintegrasi (*integrated skill*).

Dari batasan keterampilan proses tersebut, diperoleh suatu gambaran bahwa kemampuan dasar pada keterampilan proses bukanlah tindakan instruksional yang berada di luar kemampuan peserta didik, justru dimaksudkan untuk mengembangkan kemampuan-kemampuan dasar yang dimiliki oleh peserta didik, sehingga melalui keterampilan proses, kemampuan dasar peserta didik akan lebih bermakna karena kemampuan dasar peserta didik akan lebih berkembang. Kemampuan-kemampuan dasar (Conny, 1992) tersebut terdiri atas enam keterampilan yaitu:

1. Mengobservasi (mengamati)

Kemampuan observasi merupakan salah satu bagian dari keterampilan proses. Kemampuan observasi adalah proses pemasukan persepsi mengenai kondisi serta sifat-sifatnya dan memperkaya pengalaman dengan hal-hal yang bersifat objektif dan realitas. Kemampuan observasi merupakan kemampuan paling dasar pada keterampilan proses dalam memperoleh ilmu pengetahuan serta merupakan hal terpenting untuk mengembangkan keterampilan-keterampilan proses yang lain. Melalui kegiatan mengobservasi, peserta didik belajartentang dunia peserta didik yang fantastis. Dalam mengobservasi atau mengamati peserta didik memilah-milahkan mana yang penting dari yang kurang atau tidak penting. Observasi mempunyai dua sifat utama, yakni sifat kualitatif dan sifat kuantitatif. Kemampuan observasi bersifat kualitatif apabila dalam pelaksanaannya hanya menggunakan pancaindera untuk memperoleh informasi. Contoh lain peserta didik mengamati benda-benda yang berbentuk lingkaran.

2. Mengklasifikasi

Kemampuan mengklasifikasi adalah salah satu kemampuan yang penting dalam kerja ilmiah. Kemampuan mengklasifikasi merupakan keterampilan proses untuk memilah berbagai objek peristiwa berdasarkan sifat-sifat khususnya, sehingga didapatkan golongan/kelompok sejenis dari objek peristiwa yang dimaksud. Dalam kehidupan sehari-hari kita perlu mengenal perbedaan dan persamaan antara benda-benda dan dalam membuat klasifikasi perlu diperhatikan dasar klasifikasi, misalnya menurut suatu ciri khusus, tujuan atau kepentingan tertentu. Contoh: peserta didik mengelompokkan benda-benda yang berbentuk lingkaran dengan yang bukan lingkaran.

3. Memprediksi

Suatu prediksi merupakan suatu ramalan dari apa yang kemudian hari dapat diamati. Ramalan berbeda dari terkaan, ramalan didasarkan pada hubungan logis dari hasil pengamatan yang telah diketahui sedangkan terkaan didasarkan pada hasil pengamatan. Memprediksi dapat diartikan sebagai mengantisipasi atau membuat tentang ramalan tentang segala hal yang akan terjadi pada waktu mendatang berdasarkan perkiraan pada pola atau kecenderungan tertentu, atau hubungan antara fakta, konsep dan prinsip dalam ilmu pengetahuan. Seseorang membuat ramalan atau prediksi berdasarkan hasil observasi, pengukuran atau penelitian yang memperlihatkan kecenderungan gejala tertentu. Contoh: peserta didik meramalkan mana yang lebih panjang jarak tempuhnya jika dua buah benda yang berlainan jari-jari digelindingkan. Siswa kemudian membuat hipotesis tentang rumus keliling lingkaran

4. Mengukur.

Kemampuan mengukur sangatlah penting dalam kerja ilmiah. Kemampuan mengukur dapat diartikan sebagai membandingkan yang diukur dengan satuan ukuran tertentu yang telah ditetapkan sebelumnya.

Dalam pengertian yang luas, kemampuan mengukur sangat diperlukan dalam kehidupan sehari-hari. Dasar dari kegiatan ini adalah perbandingan. Contoh: peserta didik mengukur panjang garis tengah lingkaran.

5. Menyimpulkan

Menyimpulkan dapat diartikan sebagai suatu Kemampuan untuk memutuskan keadaan suatu objek atau peristiwa berdasarkan fakta, konsep dan prinsip yang diketahui. Kegiatan ini bertujuan untuk menyimpulkan hasil dari percobaan yang telah dilakukan berdasarkan pada pola hubungan antara hasil pengamatan yang satu dengan yang lainnya. Contoh: peserta didik mengumpulkan data yang diperoleh dari percobaan, menganalisis data tersebut, dan membuat kesimpulan berupa rumus keliling lingkaran

6. Mengkomunikasikan hasil

Kemampuan berkomunikasi merupakan kemampuan untuk menyampaikan hasil penemuannya kepada orang lain baik secara lisan maupun tulisan dapat berupa penyusunan laporan, pembuatan paper, penyusunan karangan, pembuatan gambar, tabel, diagram, grafik. Terutama dalam mengkomunikasikan hasil penelitian ilmiah sangat penting dalam suatu kerja ilmiah. Setiap ahli dituntut agar mampu menyampaikan hasil penemuannya

kepada orang lain. Contoh: siswa membuat laporan tentang hasil percobaan menentukan rumus keliling lingkaran.

Menurut Polya (Alimuddin, 2012), kemampuan keterampilan proses pemecahan dalam menyelesaikan soal matematika terdiri atas 4 (empat) langkah, yaitu:

1. Memahami masalah, meliputi: menemukan dengan tepat apa yang ditanyakan dan apa yang diketahui, menemukan syarat-syarat apa yang sudah dipenuhi dan syarat-syarat apa yang masih diperlukan, menuliskan soal dengan kalimatnya sendiri, merumuskan sub-sub masalah,
2. Merencanakan penyelesaian, meliputi: menuliskan atau menyebutkan dengan tepat soal-soal yang pernah dijumpai yang mirip dengan soal yang dihadapi, menuliskan atau menyebutkan konsep-konsep, sifat-sifat, prinsip-prinsip matematika yang terkait dengan soal yang dihadapi, mengaitkan konsep-konsep, sifat-sifat, prinsip-prinsip matematika dengan masalah/soal yang dihadapi, merumuskan beberapa strategi penyelesaian yang dapat digunakan dalam menyelesaikan masalah yang dihadapi,
3. Melakukan rencana penyelesaian, meliputi: memilih strategi yang tepat dan mengimplementasikan strategi,
4. Melihat kembali pekerjaan yang telah kita lakukan meliputi: apakah jawaban sudah sesuai dengan pertanyaan?, apakah jawaban sesuai kaedah matematika?, apakah jawaban rasional?

Indikator kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral dalam penelitian ini adalah:

Kemampuan	Indikator
Kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM)	Fakta • Mampu memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal. • Mampu memahami dalam mengidentifikasi kurva dan syarat-syarat pada soal. • Mampu memahami dalam mengenal simbol dan notasi pada rumus. Konsep • Mampu memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep yang telah dipelajari. • Mampu memahami dalam menyajikan konsep fungsi ke bentuk grafik pada soal. • Mampu memahami dalam mengembangkan syarat suatu konsep. Prinsip • Mampu memahami dalam menggambar kurva dan di syarkan berupa letak daerah arsiran. • Mampu memahami dalam menggunakan teorema dan sifat dalam soal. Operasi (<i>Skill</i>) • Mampu memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan. • Mampu memahami dalam menentukan hasil akhir.
Kemampuan sistematis prosedural (KSP)	Mampu melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal, meliputi: • Mampu mencmukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan. • Mampu mengidentifikasi kurva dan syarat-syarat dalam soal. • Mampu menyebutkan konsep, sifat-sifat, prinsip-prinsip, dan gambar yang terkait dengan soal.

	• Mampu menentukan teknik menggambar grafik fungsi. • Mampu menggambar kurva dan letak daerah arsiran. • Mampu menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar. • Mampu menuliskan rencana penyelesaian soal. • Mampu mengerjakan proses penyelesaian dengan tepat dan operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal. • Mampu memeriksa kembali jawabannya.
Kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP)	Memahami soal • Mampu menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan. • Mampu mengidentifikasi jenis kurva dan disyaratkan dalam soal. Merencanakan penyelesaian • Mampu menuliskan atau menyebutkan konsep, sifat, dan prinsip, dan gambar yang terkait dengan soal. Melakukan rencana penyelesaian • Mampu menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal. • Mampu mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal. verifikasi • Mampu memeriksa kembali jawabannya.

C. Integral Tentu

Luas daerah bidang datar yang dibahas dalam penelitian ini, yaitu :

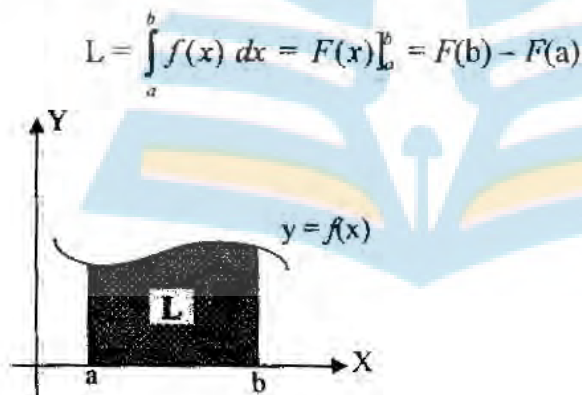
1. Luas daerah antara kurva dengan sumbu X yaitu luas daerah di atas sumbu-x dan luas daerah di bawah sumbu-x.
2. Luas daerah antara dua kurva.

Dengan mengaitkan definisi integral Riemann " $L = \int_a^b f(x) dx$ " dan Teorema

dasar Kalkulus " $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$ " maka:

1. Luas daerah antara kurva dengan sumbu X :

- a. Luas daerah di atas sumbu-x. Andaikan $y = f(x)$ menentukan sebuah kurva pada bidang xy dan andaikan f kontinu dan tak-negatif pada selang (interval) $a \leq x \leq b$ (Gambar 2.1). Tinjaulah daerah L yang dibatasi oleh grafik-grafik dari $y = f(x)$, $x = a$, $x = b$ dan sumbu-x. Sehingga :

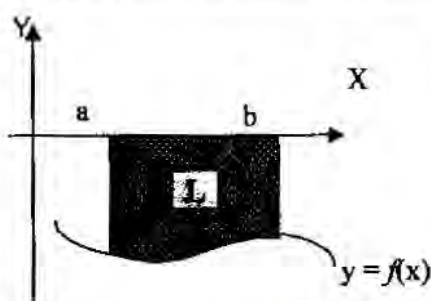


Gambar 2.1

- b. Luas daerah di bawah sumbu-x. Andaikan $y = f(x)$ menentukan sebuah kurva pada bidang xy dan andaikan f kontinu dan tak-negatif pada selang (interval) $a \leq x \leq b$ (Gambar 2.2). Tinjaulah daerah L yang dibatasi oleh grafik-grafik dari $y = f(x)$, $x = a$, $x = b$ dan sumbu-x. Sehingga :

$$L = - \int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_b^a = F(b) - F(a)$$

[tanda (-) menunjukkan luas daerah di bawah sumbu- x]



Gambar 2.2

c. Luas daerah antara dua kurva

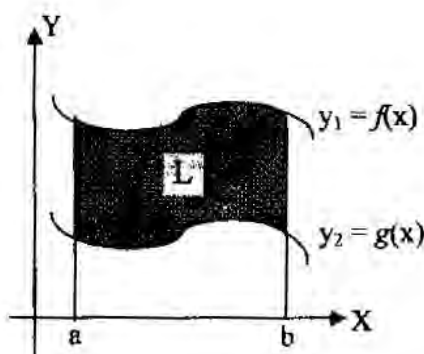
Misalkan f dan g adalah fungsi yang kontinu di $[a, b]$ dan $f(x) \geq g(x)$ dalam interval tersebut, dengan syarat $y_1 = f(x)$ dan $y_2 = g(x)$ tidak saling berpotongan pada $[a, b]$. Gambar 2.3 menunjukkan keterangan di atas khusus untuk f dan g yang tak-negatif. Pada Gambar 2.3 tampak bahwa luas L yang dibatasi oleh kurva f dan g dalam $[a, b]$ adalah :

$L = (\text{luas daerah atas } f) - (\text{luas daerah bawah } g)$

$$= \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx \text{ atau } L = \int_a^b f(x) - g(x) dx \text{ atau}$$

$$L = \int_a^b y_1 - y_2 dx$$

Syarat utama rumus di atas adalah ketika batas $x = a$ menyentuh kedua kurva terhadap arsiran, begitupun batas $x = b$ juga menyentuh kedua kurva terhadap arsiran.



Gambar 2.3

Jenis-jenis grafik fungsi dan teknik menggambar grafik fungsi :

1. Grafik garis lurus

a. Bentuk garis lurus $y = mx$

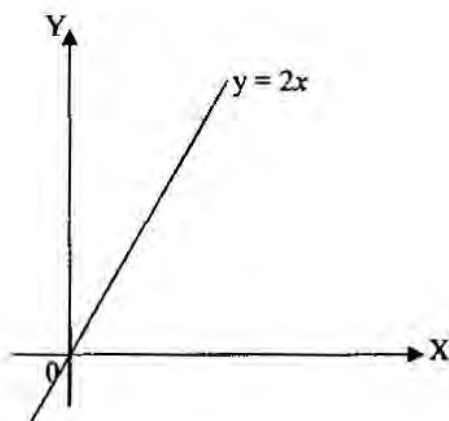
Teknik menggambar grafik $y = mx$:

- (i) Grafik fungsi $y = mx$ selalu melalui titik asal $O(0, 0)$
- (ii) Jika gradien (m) bernilai positif maka garis tersebut arahnya condong (miring) ke kanan melalui titik asal terhadap sumbu- x dan jika gradien (m) bernilai negatif maka garis tersebut arahnya condong ke kiri melalui titik asal terhadap sumbu- x .
- (iii) Jika ada 2 garis lurus $y = m_1x$ dan $y = m_2x$ dengan ketentuan $m_1 > m_2$ maka garis lurus dengan m_1 lebih arahnya condong ke atas mendekati sumbu- y dari garis lurus dengan m_2 .

Contoh 2

Gambarlah grafik $y = 2x$

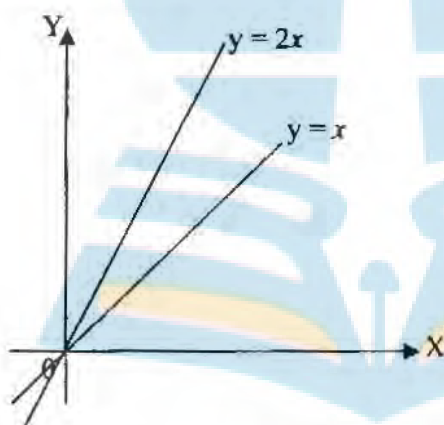
Karena grafik garis lurus berbentuk $y = mx$ maka garis ini akan melalui titik asal $O(0,0)$ dan nilai $m = 2$ sehingga arahnya condong ke kanan.



Contoh 3

Gambarlah grafik $y = 2x$ dan $y = x$

Karena garis lurus $y = 2x$ dengan $m_1 = 2$ lebih arahnya condong ke atas mendekati sumbu- y dari garis lurus $y = x$ dengan $m_2 = 1$ dengan kedua garis lurus tersebut sama-sama melalui titik asal $O(0, 0)$.



b. Bentuk garis lurus $y = mx + c$ atau $ax + by = c$

Teknik menggambar grafik $y = mx + c$ atau $ax + by = c$ yaitu:

Kita mengambil titik potong dengan sumbu- x , sehingga $y = 0$. Begitupun sebaliknya kita mengambil titik potong dengan sumbu- y , sehingga $x = 0$.

Atau sinonim dengan istilah “*menutup salah satu variabel*”. Maksudnya kita tutup variabel x (anggap nol) maka nilai y yang terlihat, sebaliknya

kita tutup variabel y (anggap nol) maka nilai x yang terlihat dengan syarat persamaan garis lurus tersebut memiliki konstan (c).

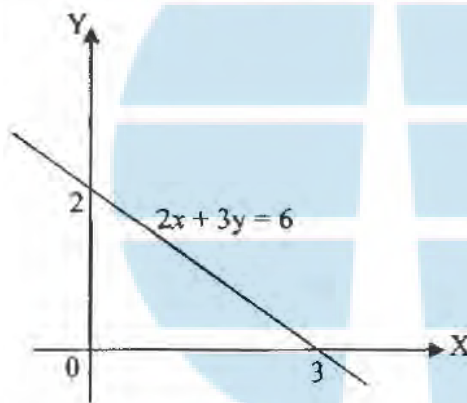
Contoh 4

Gambarlah grafik $2x + 3y = 6$.

Kita coba menggunakan teknik “*menutup salah satu variabel*” yaitu:

Kita tutup variabel $x \rightarrow 2\boxed{} + 3y = 6$ sehingga nilai $y = 2$ atau titik $(0, 2)$

Kita tutup variabel $y \rightarrow 2x + 3\boxed{} = 6$ sehingga nilai $x = 3$ atau titik $(3, 0)$



2. Grafik parabola

a. Bentuk parabola $y = ax^2$.

Teknik menggambar grafik $y = ax^2$:

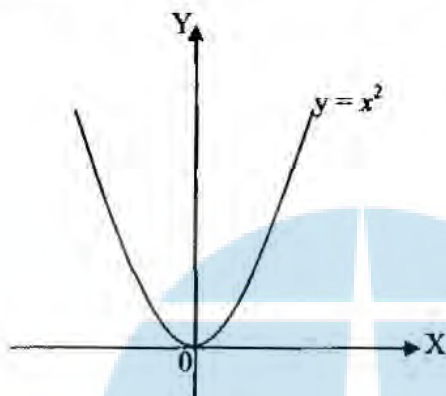
- (i) Grafik fungsi ax^2 puncaknya melalui titik asal $O(0, 0)$
- (ii) Jika $a > 0$ maka grafik parabola membuka ke atas dan jika $a < 0$ maka grafik parabola membuka ke bawah.

Contoh 5

Gambarlah grafik $y = x^2$.

Karena bentuk parabola $y = ax^2$ maka puncaknya selalu melalui titik asal $O(0, 0)$.

Karena $a = 1 > 0$ maka grafik parabola membuka ke atas.



b. Bentuk parabola $y = ax^2 + bx + c$.

Teknik menggambar grafik $y = ax^2 + bx + c$:

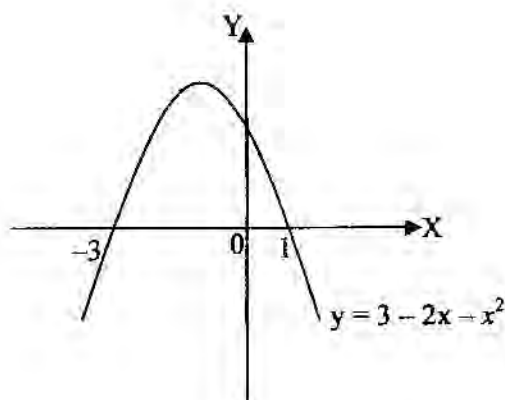
- (i) Faktorkan terlebih dahulu dengan $y = 0$.
- (ii) Jika $a > 0$ maka grafik parabola membuka ke atas dan jika $a < 0$ maka grafik parabola membuka ke bawah.

Contoh 6

Gambarlah grafik $y = 3 - 2x - x^2$.

Kita faktorkan dengan $y = 0 \rightarrow 3 - 2x - x^2 = 0 \rightarrow (3 + x)(1 - x) = 0$

Dengan $x = -3$ dan $x = 1$. Karena nilai $a = -1 < 0$ maka grafik parabola membuka ke bawah.



Beberapa contoh dan penyelesaian soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan konsep integral, yaitu :

Contoh 7

Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2 - 2x$, sumbu x , garis $x = 0$ dan $x = 3$.

Penyelesaian soal :

- Diketahui jenis kurva adalah parabola $y = x^2 - 2x$ dan batasi oleh sumbu x , garis $x = 0$ dan $x = 3$.
- Teknik menggambar parabola yaitu :

(i) Titik potong sumbu x , $y = 0$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$

$$x = 0 \text{ atau } x = 2$$

$$(0, 0) \text{ dan } (2, 0)$$

(ii) Titik potong sumbu y , $x = 0$

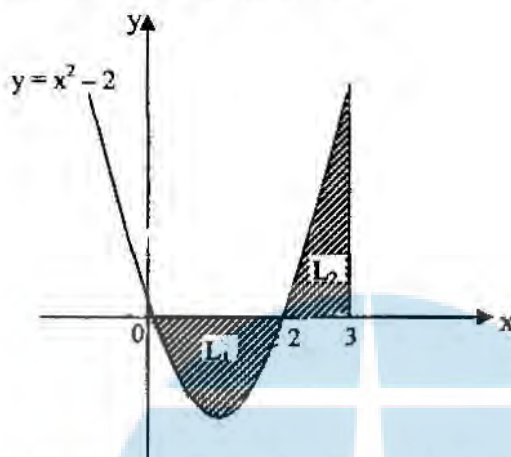
$$y = x^2 - 2x$$

$$= (0)^2 - 2(0) = 0$$

Titik (0, 0)

(iii) Karena $a = 1 > 0$ maka kurva membuka keatas.

- Menggambar kurva dan letak arsiran.



- Ternyata batas integral yang benar adalah luas daerah pertama dari $x = 0$ sampai $x = 2$ yang arsirannya berada di bawah sumbu- x dan luas daerah kedua dari $x = 2$ sampai $x = 3$ yang arsirannya berada di atas sumbu- x , (**bukan** batas integral dari $x = 0$ sampai $x = 3$)
- Rumus yang digunakan adalah luas antara kurva dan sumbu- x . Berdasarkan gambar pada langkah ke-3, maka $L_1 = -\int_0^2 f(x) dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$.
- Kemampuan menggunakan konsep integral tentu aturan pangkat dan kemampuan dasar pada operasi hitung bentuk pangkat dan pecahan.

$$\begin{aligned}
 L_1 &= -\int_0^2 f(x) dx = -\int_0^2 x^2 - 2x dx \\
 &= -\left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2\right)\bigg|_0^2 = -\left(\frac{1}{3}x^3 - x^2\right)\bigg|_0^2 \\
 &= -\left(\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 - \left[\frac{1}{3}(0)^3 - (0)^2\right]\right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -\left(\frac{1}{3}(8) - 4 - \left[\frac{1}{3}(0) - 0\right]\right) \\
 &= -\left(\frac{8}{3} - 4 - [0]\right) = -\left(\frac{8}{3} - 4\right) = -\left(\frac{8}{3} - \frac{12}{3}\right) = -\left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_1 &= \int_2^3 f(x) \, dx = \int_2^3 x^2 - 2x \, dx \\
 &= \left. \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \right|_2^3 = \left. \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right|_2^3 \\
 &= \frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 - \left[\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 \right] \\
 &= \frac{1}{3}(27) - 9 - \left[\frac{1}{3}(8) - 4 \right] \\
 &= \frac{1}{3}(27) - 9 - \left[\frac{8}{3} - 4 \right] \\
 &= \frac{27}{3} - 9 - \frac{8}{3} + 4 = \frac{27}{3} - \frac{8}{3} + 4 - 9 = \frac{19}{3} - 5 = \frac{19}{3} - \frac{15}{3} = \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

$$\text{Luas total} = L_1 + L_2 = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

Jadi luas keseluruhan adalah $2\frac{2}{3}$ satuan luas.

Contoh 8

Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$, garis $x = 0$ dan $x = 2$.

Penyelesaian soal :

- Diketahui jenis kurva $y = 4 - x^2$ adalah parabola dan $y = 3x$ adalah garis lurus serta dibatasi oleh garis $x = 0$ dan $x = 2$.

- Teknik menggambar parabola $y = 4 - x^2$ yaitu :

(i) Titik potong sumbu x , $y = 0$

$$4 - x^2 = 0$$

$$(2 + x)(2 - x) = 0$$

$$x = -2 \text{ atau } x = 2$$

$$(-2, 0) \text{ dan } (2, 0)$$

(ii) Titik potong sumbu y , $x = 0$

$$y = 4 - x^2$$

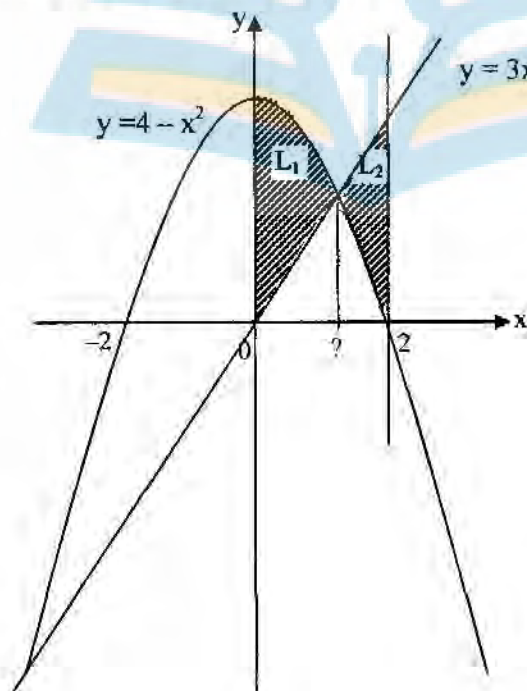
$$= 4 - (0)^2 = 4$$

Titik potong kurva $(0, 4)$

(iii) Karena $a = -2 < 0$ maka kurva membuka ke bawah.

Teknik menggambar garis lurus $y = 3x$ yaitu garis tersebut melalui titik asal $O(0,0)$ dan gradien $m = 3$ (positif) berarti arah garis condong ke kanan sumbu- x .

- Menggambar kurva dan letak arsiran.



- Untuk menghitung absis (nilai x) titik potong parabola dan garis lurus adalah :

$$y_1 = y_2$$

$$3x = 4 - x^2$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x + 4)(x - 1) = 0$$

$$x = -4 \text{ atau } x = 1$$

absis (nilai x) titik potong parabola dan garis lurus yang dimaksud $x = 1$.

Sehingga batas integral yang benar adalah luas daerah pertama dari $x = 0$ sampai $x = 1$ dan luas daerah kedua dari $x = 1$ sampai $x = 2$, (**bukan** batas integral dari $x = 0$ sampai $x = 2$).

- Rumus yang digunakan adalah luas antara dua kurva. Berdasarkan gambar

pada langkah ke-3, maka $L_1 = \int_0^1 y_2 - y_1 \, dx$ [$y_2 - y_1$ maksudnya kurva atas

yaitu parabola dikurang kurva bawah yaitu garis lurus dan $L_2 = \int_1^2 y_1 - y_2 \, dx$

[$y_1 - y_2$ maksudnya kurva atas yaitu garis dikurang kurva bawah yaitu parabola].

- Kemampuan menggunakan integral tentu aturan pangkat dan kemampuan dasar pada operasi hitung bentuk pangkat dan pecahan.

$$L_1 = \int_0^1 y_2 - y_1 \, dx = \int_0^1 4 - x^2 - 3x \, dx = \int_0^1 -x^2 - 3x + 4 \, dx$$

$$= -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \Big|_0^1$$

$$= -\frac{1}{3}(1)^3 - \frac{3}{2}(1)^2 + 4(1) - \left[-\frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 + 4(0) \right]$$

$$= -\frac{1}{3}(1) - \frac{3}{2}(1) + 4 - \left[-\frac{1}{3}(0) - \frac{3}{2}(0) + 0 \right]$$

$$= -\frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 4 - [0 - 0 + 0]$$

$$= -\frac{2}{6} - \frac{9}{6} + 4 = -\frac{11}{6} + 4 = -\frac{11}{6} + \frac{24}{6} = \frac{13}{6}$$

$$L_2 = \int_1^2 y_1 - y_2 \, dx = \int_1^2 3x - (4 - x^2) \, dx = \int_1^2 x^2 + 3x - 4 \, dx$$

$$= \left. \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 4x \right|_1^2$$

$$= \frac{1}{3}(2)^3 + \frac{3}{2}(2)^2 - 4(2) - \left[\frac{1}{3}(1)^3 + \frac{3}{2}(1)^2 - 4(1) \right]$$

$$= \frac{1}{3}(8) + \frac{3}{2}(4) - 8 - \left[\frac{1}{3}(1) + \frac{3}{2}(1) - 4 \right]$$

$$= \frac{8}{3} + \frac{12}{2} - 8 - \left[\frac{1}{3} + \frac{3}{2} - 4 \right]$$

$$= \frac{8}{3} + \frac{12}{2} - 8 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 4$$

$$= \frac{8}{3} - \frac{1}{3} + \frac{12}{2} - \frac{3}{2} - 8 + 4$$

$$= \frac{7}{3} + \frac{9}{2} - 4 = \frac{14}{6} + \frac{27}{6} - 4 = \frac{41}{6} - 4 = \frac{41}{6} - \frac{24}{6} = \frac{17}{6}$$

$$\text{Luas total} = L_1 + L_2 = \frac{13}{6} + \frac{17}{6} = \frac{30}{6} = 5$$

Jadi luas keseluruhan adalah 5 satuan luas.

Berdasarkan penyelesaian soal pada contoh 7 dan 8, maka peserta didik tidak hanya sekedar mengetahui rumus luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral kemudian menghitungnya sampai selesai tetapi peserta didik mampu memahami dan menjelaskan langkah-langkah dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral.



BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

A. Jenis dan Lokasi Penelitian

Jenis penelitian ini merupakan penelitian kualitatif-kuantitatif. Jenis penelitian utama adalah penelitian kualitatif dengan pendekatan deskriptif-eksploratif. Pendekatan deskriptif-eksploratif dimaksudkan untuk mendeskripsikan secara kualitatif menyangkut kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral. Jenis penelitian penunjang adalah pendekatan kuantitatif yaitu menggunakan statistik deskriptif sederhana pada rubrik analitik dan rubrik holistik yang bertujuan untuk mengukur kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral. Penelitian ini akan dilaksanakan di SMA Negeri 3 Palopo.

B. Subjek Penelitian

Penelitian ini dilaksanakan di SMA Negeri 3 Palopo. Subjek penelitian adalah peserta didik yang telah mempelajari luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral.

Subjek penelitian adalah peserta didik kelas XII IPA F semester ganjil. Dipilihnya peserta didik semester ganjil dengan pertimbangan: (1) peserta didik kelas XII IPA F semester ganjil mempunyai waktu yang cukup, sehingga memudahkan untuk dilakukan wawancara, (2) peserta didik kelas XII IPA F

semester ganjil telah beradaptasi dengan suasana sekolah, (3) karakteristik kelas XII IPA F semester ganjil dikenal baik oleh banyak guru.

Banyaknya subjek yang dipilih dalam penelitian ini adalah tiga orang. Pemilihan subjek berdasarkan tingkat kemampuan peserta didik, yakni terdiri atas 1 orang berkemampuan tinggi, 1 oang berkemampuan sedang, dan 1 orang berkemampuan rendah. Kategori kemampuan tinggi, sedang, dan rendah didasarkan pada nilai ulangan harian KD 1.1 dan KD 1.2 pada materi integral kelas XII IPA F semester ganjil.

Acuan yang digunakan untuk mengkategorisasi peserta didik yang berkemampuan tinggi, berkemampuan sedang, dan berkemampuan rendah adalah modifikasi Departemen Pendidikan Nasional (2006), maka klasifikasi penilaian yang digunakan untuk menentukan hasil belajar peserta didik, seperti pada Tabel 3.1 berikut:

Tabel 3.1 Klasifikasi penilaian hasil belajar peserta didik

Skor	Kategori
84 – 100	Sangat tinggi
68 – 83	Tinggi
51 – 67	Sedang
34 – 50	Rendah
0 – 34	Sangat Rendah

Dari Tabel 3.1 kriteria penilaian hasil belajar jika dibagi dalam 3 kriteria yaitu, tinggi, sedang, dan rendah berdasarkan kriteria ketuntasan minimal (KKM) pada SMA Negeri 3 Palopo tahun ajaran 2013/2014 khususnya pada mata

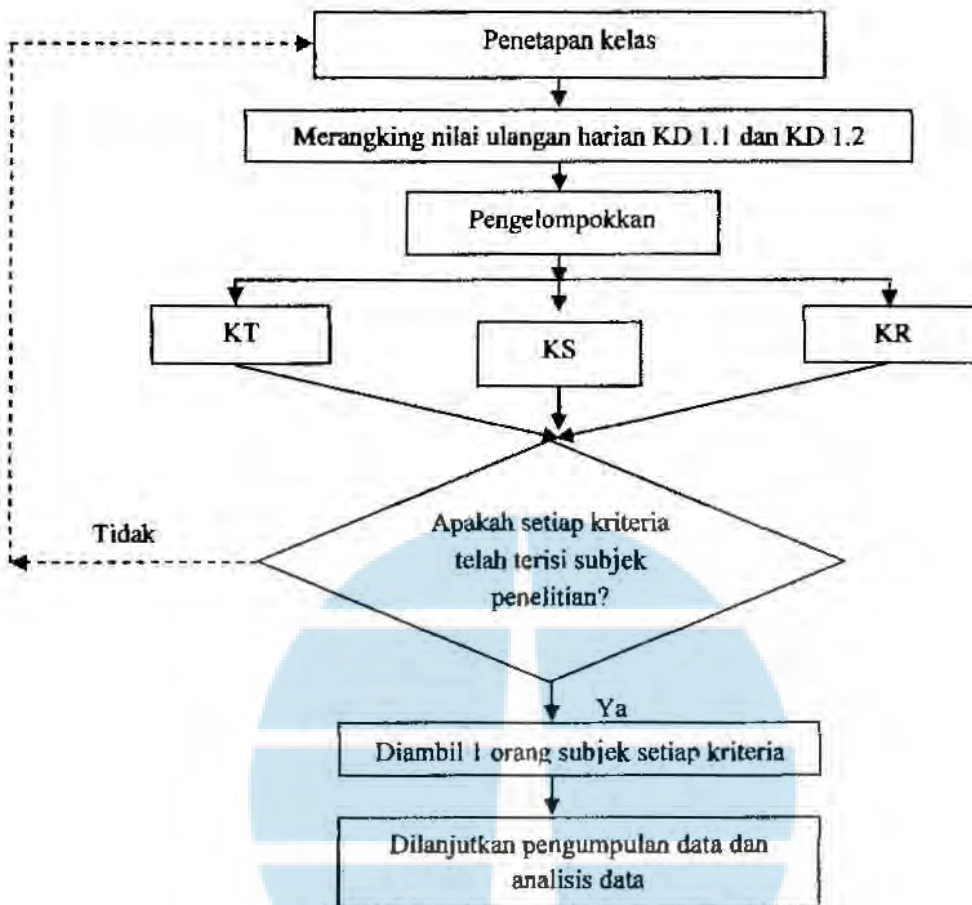
pelajaran matematika yaitu dengan nilai sebesar 76 dikategorikan tuntas minimal maka kriteria penilaian hasil belajar peserta didik dapat digambarkan seperti Tabel 3.2. berikut:

Tabel 3.2 Klasifikasi Penilaian hasil belajar peserta didik

Skor	Kategori
68 – 100	Tinggi
51 – 67	Sedang
0 – 50	Rendah

Dalam penelitian ini, kriteria penilaian untuk menetapkan kategori peserta didik berkemampuan tinggi, sedang, dan rendah dengan merangking berdasarkan nilai ulangan harian KD 1.1 dan KD 1.2 materi integral. Peserta didik berkemampuan tinggi adalah yang memperoleh nilai 68 – 100, peserta didik berkemampuan sedang adalah yang memperoleh nilai 51 – 67, sedangkan peserta didik berkemampuan rendah adalah yang memperoleh nilai 0 – 50 berdasarkan nilai ulangan harian KD 1.1 dan KD 1.2 materi integral.

Selain mempertimbangkan tingkat kemampuan peserta didik, subjek penelitian juga dipilih dengan mempertimbangkan (1) kemampuan subjek dalam mengkomunikasikan/ mengekspresikan pikirannya. Dalam hal ini, peneliti meminta pertimbangan guru untuk memilih peserta didik yang dianggap cukup mampu mengekspresikan jalan pikirannya berdasarkan pengamatan guru dalam pembelajaran, dan (2) kesediaan subjek untuk berpartisipasi dalam pengambilan data selama penelitian.



Gambar 3.1 Pemilihan Subjek Penelitian

Keterangan:

KT : Kemampuan Tinggi

KS : Kemampuan Sedang

KR : Kemampuan Rendah

→ : Urutan kegiatan

---→ : Kegiatan siklis

◇ : Pertanyaan

Berdasarkan Gambar 3.1, penentuan subjek penelitian di atas, maka diperoleh subjek penelitian yang ditunjukkan pada Tabel 3.3 berikut:

Tabel 3.3 Subjek Penelitian.

Kategori peserta didik	Inisial subjek	Inisial
Kemampuan tinggi	NNC	ST
Kemampuan sedang	MKA	SS
Kemampuan rendah	WMS	SR

C. Instrumen Penelitian

Instrumen penelitian adalah peneliti sendiri sebagai instrument utama yang dibantu dengan pedoman wawancara (PW), instrumen tes diagnostik dan rubrik analitik. Dalam hal ini peneliti merupakan perencana, pelaksana pengumpul data, penganalisis, penafsir data, dan akhirnya menjadi pelapor hasil penelitian. Peneliti sebagai instrumen akan mempermudah menyelidiki informasi yang menarik meliputi informasi: lain dari yang lain, yang tidak direncanakan sebelumnya, yang tidak diduga terlebih dahulu atau yang tidak lazim terjadi. Pada penelitian ini juga digunakan instrumen pendukung lainnya yaitu instrumen pedoman wawancara berbasis tugas. Instrumen pedoman wawancara tersebut memuat tugas dan pertanyaan-pertanyaan pokok yang akan diajukan kepada subjek penelitian. Tugas diberikan kepada subjek dalam wawancara untuk menganalisis kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal luas bidang datar dengan menggunakan integral.

Tes diagnosik adalah tes yang mengungkap kemampuan peserta didik dalam dalam menyelesaikan soal luas bidang datar dengan menggunakan integral.

Dalam penelitian ini, tes diagnosik digunakan untuk menelusuri kemampuan siswa dalam mengerjakan soal matematika.

Adapun langkah-langkah yang dilakukan dalam membuat tes pada penelitian ini adalah:

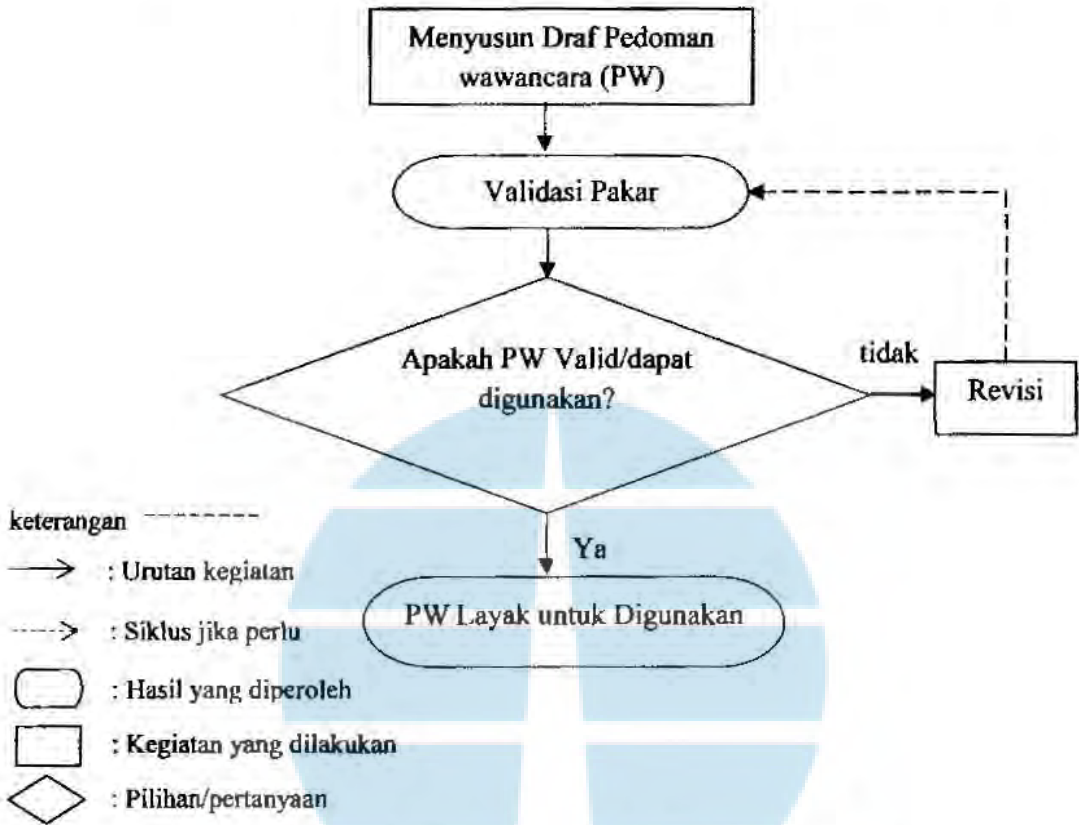
1. Melakukan spesifikasi materi yang pernah diajarkan
2. Menyusun kisi-kisi instrumen
3. Menyusun draf-1
4. Melakukan penelaahan atau pengkajian butir-butir soal
5. Melakukan validasi isi dan konstruk kepada validator yang dipandang ahli atau berpengalaman dalam mengembangkan instrumen penelitian. Validitas isi berkenaan dengan kesanggupan alat penilaian dalam mengukur isi yang seharusnya. Artinya, tes tersebut mampu mengungkapkan isi suatu konsep atau variabel yang hendak diukur. Uji validitas dilakukan dengan penelaahan atau pengkajian butir-butir tes oleh validator yang telah ditentukan. Validator yang dipilih dalam penelitian ini adalah orang-orang yang ahli dalam bidang pendidikan matematika.
6. Melakukan revisi draf-2
7. Melakukan validasi isi dan konstruk draf-2 kepada validator yang dipandang ahli atau berpengalaman dalam mengembangkan instrumen penelitian. Proses ini dilakukan secara terus-menerus sampai dihasilkan draf final

Pedoman wawancara (PW) yaitu untuk Penggalan data melalui wawancara dilakukan dengan penggabungan wawancara terstruktur dan wawancara tak terstruktur. Wawancara terstruktur adalah wawancara yang

pewawancaranya menetapkan sendiri masalah dan pertanyaan-pertanyaan yang akan diajukan dengan harapan dapat mencari jawaban terhadap dugaan. Selanjutnya untuk menemukan informasi yang tidak baku dan untuk lebih mendalami suatu masalah perlu menekankan pada penyimpangan, penafsiran yang tidak lazim, penafsiran kembali, atau pendekatan baru, maka dilakukan dengan wawancara yang tidak terstruktur. Pada wawancara tidak terstruktur, pertanyaan tidak disusun terlebih dahulu tetapi disesuaikan dengan keadaan dan ciri yang unik dari responden.

Adapun langkah-langkah pengembangan pedoman wawancara (PW) sebagai berikut: (1) menyusun draf-1 pedoman wawancara, (2) validasi isi dan konstruk oleh pakar. Validitas isi dimaksudkan untuk mengetahui apakah pertanyaan-pertanyaan yang dirancang sesuai dengan tingkat kognitif subjek, dan apakah pertanyaan-pertanyaan dapat mengungkap kemampuan subjek. Sedang, validitas konstruk dimaksudkan untuk mengetahui: apakah kalimatnya tidak menimbulkan penafsiran ganda, apakah kalimat yang digunakan sesuai dengan kaedah bahasa Indonesia yang baik dan benar, apakah kalimat yang digunakan menggunakan kata-kata yang dikenal oleh peserta didik, (3) Jika hasil validasi PW valid, maka dihasilkan yang layak untuk digunakan. Namun jika PW tidak valid, maka dilakukan revisi, selanjutnya hasil revisi divalidasi kembali oleh pakar. Proses ini dilakukan secara siklis sampai dihasilkan PW yang valid.

Diagram alir perumusan pedoman wawancara dapat dilihat pada Gambar 3.2.



Gambar 3.2 Diagram Alur Perumusan PW

D. Prosedur Penelitian

1. Tahap Persiapan

- a. Mengkaji teori untuk mendapatkan teori konseptual berupa indikator dalam menyelesaikan soal luas bidang datar dengan menggunakan integral.
- b. Orientasi lapangan
- c. Mengembangkan instrumen pendukung meliputi: 1) tes diagnostik, 3) PW yang valid dan reliabel

2. Tahap Pelaksanaan

Langkah-langkah pelaksanaan penelitian

- a. Memilih subjek penelitian
 - b. Melakukan pengumpulan data melalui hasil tugas dan wawancara.
 - c. Validasi data, reduksi data.
 - d. Analisis data.
 - e. Kesimpulan hasil analisis data
 - f. Penulisan laporan akhir penelitian (tesis). Hasil yang diharapkan adalah mampu menyelesaikan soal luas bidang datar dengan menggunakan integral.
3. Rubrik analitik (Malida, 2010) adalah pedoman untuk menilai berdasarkan beberapa kriteria yang ditentukan. Dengan menggunakan rubrik ini dapat dianalisis kelengkapan dan kelebihan seorang peserta didik terletak pada kriteria yang mana.

Rubrik analitik pada penelitian ini bertujuan untuk mengukur masing-masing indikator kinerja kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral. Rubrik analitik untuk indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika dapat dilihat pada Tabel 3.4 sebagai berikut:

Tabel 3.4 Rubrik analitik indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM).

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Fakta (bobot 1) • Mampu memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal. • Mampu memahami dalam mengidentifikasi kurva dan syarat-syarat pada soal. • Mampu memahami dalam mengenal simbol dan notasi pada rumus.				
2.	Konsep (bobot 2) • Mampu memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep yang telah dipelajari. • Mampu memahami dalam menyajikan konsep fungsi ke bentuk grafik pada soal. • Mampu memahami dalam mengembangkan syarat suatu konsep.				
3.	Prinsip (bobot 1) • Mampu memahami dalam menggambar kurva dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran. • Mampu memahami dalam menggunakan teorema dan sifat dalam soal.				
4.	Operasi (<i>Skill</i>) (bobot 2) • Mampu memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan. • Mampu memahami dalam menentukan hasil akhir.				

Rubrik analitik untuk indikator kemampuan sistematis prosedural dapat dilihat pada Tabel 3.5 sebagai berikut:

Tabel 3.5 Rubrik analitik indikator Kemampuan sistematis prosedural (KSP)

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Mampu melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal, meliputi: • Mampu menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan. (bobot 1) • Mampu mengidentifikasi kurva dan syarat-syarat dalam soal. (bobot 1) • Mampu menyebutkan konsep, sifat- sifat, prinsip-				

- prinsip yang terkait dengan soal. (bobot 1) - Mampu menentukan teknik menggambar grafik fungsi. (bobot 2) - Mampu menggambar kurva dan letak daerah arsiran. (bobot 2) - Mampu menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar. (bobot 1) - Mampu menuliskan rencana penyelesaian soal. (bobot 1) - Mampu mengerjakan proses penyelesaian dengan tepat dan operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal. (bobot 2) - Mampu memeriksa kembali jawabannya. (bobot 1)				
---	--	--	--	--

Rubrik analitik untuk indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan dapat dilihat pada Tabel 3.6 sebagai berikut:

Tabel 3.6 Rubrik analitik indikator Kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP).

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Memahami soal - Mampu menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan. - Mampu mengidentifikasi jenis kurva dan disyaratkan dalam soal.				
2.	Merencanakan penyelesaian Mampu menuliskan atau menyebutkan konsep, sifat, dan prinsip yang terkait dengan soal.				
3.	Melakukan rencana penyelesaian - Mampu menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal. - Mampu mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal.				
4.	Verifikasi Mampu memeriksa kembali jawabannya.				

Kriteria penilaian kinerja (Ukhtari, 2013) kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar pada Tabel 3.7 sebagai berikut:

Tabel 3.7 Kriteria penilaian kinerja peserta didik.

Skor	Kriteria
4	(81-100) Sangat baik
3	(61-80) Baik
2	(41-60) Cukup baik
1	(0-40) Kurang baik

Rubrik holistik (Sa'dijah, 2009) pada penelitian ini bertujuan untuk mengukur kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral. Rubrik holistik untuk ketiga indikator yaitu KPOM, KSP, dan KTPP dapat dilihat pada Tabel 3.8 sebagai berikut:

Tabel 3.8 Rubrik holistik dalam kombinasi indikator KPOM, KSP, dan KTPP.

Nilai	Keterangan	Kriteria
4	Sangat memuaskan	Menunjukkan kemampuan pemahaman objek kajian matematika secara tepat, kemampuan sistematis prosedural secara benar dan teliti, dan kemampuan keterampilan proses penyelesaian yang tepat dan masuk akal.
3	Memuaskan	Menunjukkan kemampuan pemahaman objek kajian matematika secara tepat, kemampuan sistematis prosedural secara benar dan kurang teliti, dan kemampuan keterampilan proses penyelesaian yang tepat dan kurang masuk akal.
2	Kurang memuaskan	Menunjukkan kemampuan pemahaman objek kajian matematika kurang tepat, kemampuan sistematis prosedural kurang tepat dan tidak teliti, dan kemampuan keterampilan proses penyelesaian yang kurang tepat dan alasan kurang tepat.
1	Tidak memuaskan	Menunjukkan ketidakpahaman terhadap objek kajian matematika, kemampuan sistematis prosedural tidak tepat dan tidak teliti, dan kemampuan keterampilan proses penyelesaian yang tidak tepat, alasan tidak tepat dan tidak masuk akal.

Kriteria penilaian kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dapat dilihat pada Tabel 3.9 sebagai berikut:

Tabel 3.9 Kriteria penilaian kemampuan peserta didik.

Skor	Kriteria
4	(81-100) Sangat memuaskan
3	(61-80) Memuaskan
2	(41-60) Kurang memuaskan
1	(0-40) Tidak memuaskan

Dalam mengukur kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar adalah menggunakan rumus rata-rata, yaitu:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \quad (\text{Sudjana, 1996})$$

Dimana: $\bar{x}$ = rata-rata

$\sum x_i$ = jumlah data ke-i

n = banyaknya data.

E. Teknik Pengumpulan Data

Pengumpulan data dalam penelitian ini terdiri dari: 1) data dari hasil tes diagnostik, 2) wawancara berbasis tugas. Selanjutnya dilakukan wawancara untuk mempelajari/menelusuri alasan subjek mengambil kesimpulan itu. Pemahaman subjek penelitian dipelajari melalui interpretasi atau representasi yang diberikan subjek dalam menjawab pertanyaan-pertanyaan pewawancara. Wawancara tersebut akan direkam.

Beberapa hal yang diperhatikan dalam wawancara berbasis tugas pada penelitian ini adalah objektivitas. Objektivitas merujuk pada hubungan pewawancara dan responden. Pewawancara memberi kebebasan kepada

responden, apa saja yang berkaitan dengan permasalahan yang diberikan. Tujuannya adalah untuk meminimalkan pengaruh pewawancara terhadap subjek. Di samping itu, pewawancara seminimal mungkin membantu subjek dalam menjawab permasalahan secara tersurat maupun tersirat untuk mengarahkan ke arah jawaban yang dikehendaki pewawancara, seperti memberi petunjuk atau motivasi yang dapat mempengaruhi proses berpikir subjek.

Setelah data terkumpul, selanjutnya dilakukan pengecekan keabsahan data. Menurut Moleong (Alimuddin, 2012), terdapat 4 (empat) kriteria untuk menguji keabsahan data, yaitu: (1) derajat kepercayaan (*credibility*). Derajat kepercayaan identik dengan validitas internal (dalam penelitian non-kualitatif), (2) Keteralihan (*transferability*). Untuk melakukan pengalihan, seorang peneliti hendaknya mencari dan mengumpulkan kejadian empiris tentang kesamaan konteks, (3) kebergantungan (*dependability*). Kebergantungan mencakup reliabilitas dan faktor-faktor lain yang terkait, (4) kepastian (*confirmability*). Kepastian berkaitan dapat dipercaya, faktual, dan dapat dipastikan.

Langkah-langkah pengumpulan dan validasi data dalam penelitian ini adalah:

1. Dilakukan pengambilan data dengan cara subjek diberikan Tes diagnostik (TD) selanjutnya dilakukan wawancara berbasis tes diagnostik (TD). Hasil rekaman wawancara dibuatkan transkrip yang dilengkapi dengan kode. Data dari TD berupa: transkrip wawancara, hasil tugas, dan catatan lapangan dimasukkan dalam bundel.
2. Dilakukan triangulasi metode dengan cara: data TD dan data hasil wawancara dibandingkan. Jika hasil dari triangulasi ini, menunjukkan

bahwa data TD konsisten, maka diperoleh data yang valid, dan data TD dijadikan acuan dalam menganalisis data untuk menjawab pertanyaan penelitian.

Jika hasil triangulasi yang dilakukan menunjukkan bahwa data TD tidak konsisten, maka dilakukan pengambilan data tahap ke- i dengan cara subjek diberi TD ke- i , ≥ 2 . Data ke- i dibandingkan dengan data ke $i-j$, $j=1,2, \dots, i-1$. Hal ini dilakukan berulang kali sampai diperoleh data valid.

F. Teknik Analisis Data

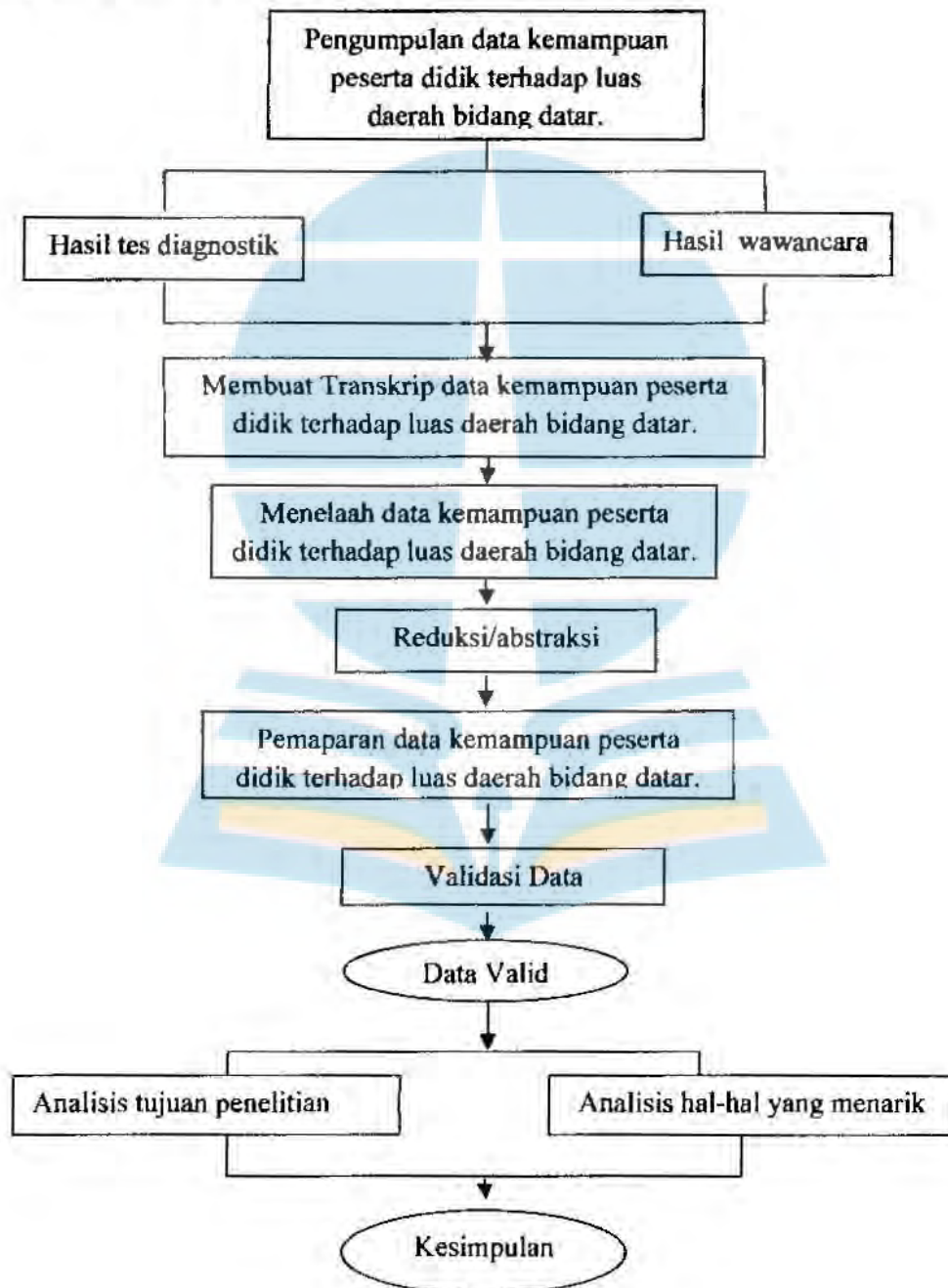
Miles dan Huberman (Sugiyono, 2006: 276) mengemukakan bahwa aktivitas dalam analisis data kualitatif dilakukan secara interaktif dan berlangsung secara terus menerus sampai tuntas, sehingga datanya sudah jenuh. Dalam analisis data dilakukan dengan langkah-langkah sebagai berikut:

1. Reduksi data adalah kegiatan yang mengacu kepada proses menyeleksi, memfokuskan, mengabstraksikan, dan mentransformasikan data mentah. Reduksi data dalam penelitian ini dilakukan dengan membuat rangkuman yang terdiri dari: inti, proses, dan pernyataan-pernyataan yang sesuai dengan tujuan penelitian. Kata-kata subjek yang tidak sesuai dengan tujuan penelitian dihilangkan. Validasi data dilakukan pada saat pengumpulan data berlangsung, yaitu dengan cara verifikasi. Pada penelitian ini verifikasi data yang digunakan adalah triangulasi metode yaitu dilakukan dengan membandingkan hasil tes diagnostik dan hasil wawancara.

2. Penyajian data (*display data*) yang meliputi pengklasifikasian dan identifikasi data, yaitu menuliskan kumpulan data yang terorganisir dan terkategori sehingga memungkinkan untuk menarik kesimpulan dari data tersebut. Dalam penelitian ini, data hasil wawancara tentang kemampuan subjek terhadap luas daerah bidang datar yang telah direduksi dikategorikan berdasarkan indikator pada setiap aspek yang diamati. Hal ini dimaksudkan agar informasi yang diperoleh dengan mudah dapat disimpulkan. Untuk memudahkan pemaparan data kemampuan subjek terhadap luas daerah bidang datar, maka dilakukan coding pada petikan jawaban subjek penelitian saat wawancara. Dalam penelitian ini kode yang digunakan adalah: Sij-k (subjek ke-i, wawancara ke-j, item pertanyaan/jawaban ke-k), sebagai contoh kode ST1-003 diartikan petikan jawaban urutan ke 3 pada wawancara pertama oleh subjek tinggi.
3. Melakukan pemeriksaan keabsahan data dilakukan dengan menggunakan teknik triangulasi metode dengan cara membandingkan hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara terhadap kemampuan yang dilakukan subjek dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral. Data yang valid adalah data atau informasi yang konsisten dari hasil tes diagnostik dan data wawancara.
4. Menarik kesimpulan penelitian dari data yang sudah dikumpulkan dan memverifikasi kesimpulan tersebut. Kesimpulan dalam penelitian

deskripsi atau gambaran kemampuan tiap subjek penelitian terhadap luas daerah bidang datar.

Hasil analisis tes tertulis dan wawancara akan digunakan untuk memperkuat informasi tentang deskripsi kemampuan subjek terhadap luas daerah bidang datar. Skema analisis data dapat dilihat di bawah ini:



Gambar 3.3 Analisis Data

Keterangan:

→ : Kegiatan langsung

□ : Proses Kegiatan

○ : Hasil



BAB IV

TEMUAN DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini, akan dibahas data hasil penelitian tentang analisis kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral. Sebagaimana dijelaskan pada BAB III bahwa teknik pengumpulan data penelitian ini menggunakan tes diagnostik dan pedoman wawancara berbasis tugas. Hasil penyelesaian soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral akan digunakan untuk menganalisis kemampuan yang dilakukan peserta didik dan hasil wawancara digunakan untuk memverifikasi, mendapatkan data tambahan dan triangulasi data penelitian. Sedangkan rubrik analitik digunakan untuk menilai kinerja peserta didik secara keseluruhan dan rubrik holistik digunakan untuk mengukur kemampuan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral. penelitian ini adalah penelitian kualitatif, yang menggambarkan apa adanya tentang subjek penelitian yang dipilih sebanyak 3 orang dalam hal ini 1 orang subjek berkemampuan tinggi (ST), 1 orang subjek berkemampuan sedang (SS), dan 1 orang subjek berkemampuan rendah (SR). Penelitian ini diadakan di ruang guru pada hari senin tanggal 23 september 2013 pukul 08.30 sampai dengan 10.00 dengan waktu yang digunakan 90 menit. Peserta ditempatkan pada tempat tidak saling berdekatan untuk menghindari adanya kerjasama dan tidak diperbolehkan menggunakan kalkulator agar data yang diperoleh akurat atau valid dan diawasi secara ketat untuk menjaga keobyektifan hasil tes diagnostik yang diberikan.

Untuk menganalisis data penelitian, petikan jawaban subjek dibandingkan dengan hasil wawancara. Kode petikan wawancara terdiri atas 6 (enam) digit diawali dengan inisial subjek “ST, SS, dan SR”. Kemudian diikuti oleh 4 (empat) digit angka. Digit ketiga menyatakan urutan wawancara, dan 3 (tiga) digit terakhir menyatakan urutan petikan wawancara, sebagai contoh, wawancara “ST1-003” menyatakan petikan wawancara terhadap subjek tinggi urutan ke-3 pada wawancara pertama.

A. Hasil Validasi Instrumen penelitian

Berdasarkan hasil observasi dalam penentuan kelas untuk mendapatkan calon subjek penelitian, maka penelitian ini menyusun instrument (1) tes diagnostik sebagai alat ukur untuk mengetahui deskripsi kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral. (2) pedoman wawancara untuk kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral. Untuk menggunakan kedua instrumen ini, terlebih dahulu divalidasi oleh dua orang pakar di bidang pendidikan matematika, sehingga layak digunakan. Lebih jelasnya, ketiga instrument tersebut dibuat dengan langkah-langkah sebagai berikut.

a. Tes diagnostik

Pada tes diagnostik tersebut digunakan untuk mengumpulkan data tentang analisis kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral. Penyelesaian soal luas daerah bidang datar berdasarkan dengan indikator dalam penelitian ini, maka disusun tes

diagnostik yang mampu mengungkap aspek-aspek yang akan diteliti. Sehingga tes diagnostik ini dipersiapkan dengan menempuh beberapa tahapan sebagai berikut

- 1) Telaah ruang lingkup materi dan soal yang berkaitan dengan lingkaran dari berbagai buku yang berdasarkan Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan. Penelaahan soal ini dimaksudkan untuk memilih soal yang dianggap mampu mengungkap kemampuan kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral.
- 2) Memilih dua soal lengkap dengan jawabannya. Kedua soal tersebut tidak sama dan mampu mengungkap apa yang akan diteliti.
- 3) Melakukan validasi pakar sekaligus konsultasi.

Hasil validasi dua orang pakar dilakukan revisi berdasarkan saran dari validasi instrumen. Validasi dua orang pakar difokuskan pada validasi konstruk dan isi. Adapun hasil revisi setelah divalidasi oleh validator atau pakar adalah:

Hasil penilaian validator-1 dan validator-2 untuk tes diagnostik adalah: a) soal dengan indikator isi tes diagnostik telah sesuai b) Merumuskan kembali indikator-indikator yang memungkinkan akan diungkap berdasarkan soal/instruksi yang diberikan c) Merumuskan indikator akan diungkap berdasarkan soal mengacu pada langkah pemecahan masalah misalnya Polya d) Melengkapi instruksi- instruksi pada soal agar indikator- indikator yang diperhatikan akan terungkap, e) Maksud soal sudah jelas, f) Soal sudah mencakup semua aspek yang akan diukur, g) Bahasa yang

digunakan pada soal luas daerah bidang datar telah sesuai dengan kaidah bahasa Indonesia, h) Kalimat soal luas daerah bidang datar mengandung arti ganda, dan yang terakhir i) Rumusan kalimat soal luas daerah bidang datar jelas, menggunakan bahasa yang sederhana bagi peserta didik, mudah dipahami, dan menggunakan bahasa yang dikenal peserta didik j) Melengkapi rubrik analitik berdasarkan indikator yang telah ditetapkan.

Hasil penilaian validator-1 dan validator-2 untuk tes diagnostik menunjukkan bahwa tes diagnostik telah memenuhi validitas konstruk, namun belum valid secara isi, sehingga perlu diadakan revisi.

Selanjutnya tes diagnostik (draft-1) direvisi sesuai saran kedua validator, kemudian hasil revisi divalidasi kembali oleh validator-1 dan validator-2. Hasil validasi ke-2 oleh validator-1 dan validator-2 menunjukkan bahwa tes diagnostik sudah dapat digunakan untuk mengungkap apa yang akan diteliti pada subjek penelitian.

b. Pedoman wawancara

Instrumen pedoman wawancara dalam penelitian ini berbasis tugas. Instrumen pedoman wawancara tersebut digunakan untuk melakukan wawancara semi terstruktur, dalam artian pertanyaan-pertanyaan dalam wawancara hanya memuat pertanyaan-pertanyaan pokok yang akan dikembangkan pewawancara selama melakukan wawancara. Dengan demikian pertanyaan untuk setiap peserta didik tidak harus sama, tergantung jawaban subjek pada tes diagnostik dan pada saat wawancara.

Untuk mendapatkan pedoman wawancara, draft-1 pedoman wawancara divalidasi konstruk dan isi oleh dua validator. Validasi isi yang dimaksudkan adalah ketepatan pertanyaan dengan indikator tahapan yang diungkap. Sedang validasi konstruk yang dimaksud adalah penggunaan bahasa. Hasil validasi oleh kedua validator tersebut menunjukkan bahwa pedoman wawancara telah memenuhi validasi isi dan konstruk, saran perbaikan hanya pada penulisan atau bahasa. Berdasarkan hasil validasi tersebut, disimpulkan bahwa rumusan pedoman wawancara layak digunakan dalam penelitian ini.



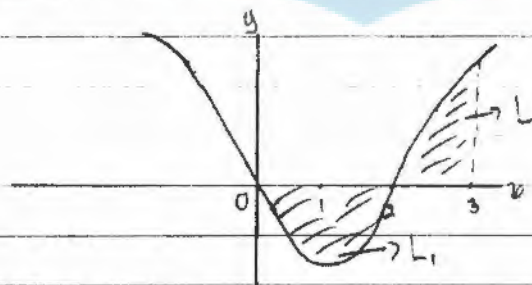
B. Validasi Data Penelitian

1. Paparan Data dan Validasi Data Subjek kategori Tinggi tentang kemampuan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral

a. Paparan Data hasil tes diagnostik (TD) soal nomor 1 Subjek Tinggi (ST)

Soal

Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2 - 2x$, sumbu x , garis $x = 0$ dan $x = 3$.

1. a) Dik : kurva $y = x^2 - 2x$ NCI-langkah-01
syarat $x = 0$ dan $x = 3$
Dit : $L_{\text{total}} = \dots?$ NCI-langkah-02
b) $y = x^2 - 2x$ (kurva parabola); $x = 0$ dan $x = 3$ yang disyaratkan
c) Gambarkan kurva dan daerah arsiran NCI-langkah-03
Tentukan batas-batas integral dan rumus yang digunakan
$L = \int_a^b f(x) dx$ dan $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$
A Selesaikan dengan operasi hitung
d) $y = x^2 - 2x$ titik potong sumbu x ; $y = 0$ titik potong sumbu y ; $x = 0$
$x(x - 2) = 0$ $y = 0^2 - 2 \cdot 0$
$x_1 = 0$ dan $x_2 = 2$ (0, 2) $y = 0$ (0, 0)
e) $a = 1 > 0$ (membuka ke atas) NCI-langkah-04
dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$
 NCI-langkah-05
f) $L_1 =$ batas integralnya $x = 0$ dan $x = 2$ NCI-langkah-06
$L_2 =$ batas integralnya $x = 2$ dan $x = 3$
g) $L_1 = - \int_0^2 f(x) dx$ NCI-langkah-07
$L_2 = \int_2^3 f(x) dx$

$$\begin{aligned}
 h) L_1 &= - \int_a^b f(u) \, du \quad \text{NCI-langkah-07} \\
 &= - \int_0^2 (u^2 - 2u) \, du \\
 &= - \left(\frac{1}{3} u^3 - u^2 \right) \Big|_0^2 \longrightarrow L = \int_a^b f(u) \, du = F(b) - F(a) \\
 &= - \left(\left(\frac{1}{3} 2^3 - 2^2 \right) - \left(\frac{1}{3} 0^3 - 0^2 \right) \right) \\
 &= - \left(\left(\frac{8}{3} - 4 \right) - 0 \right) \\
 &= - \left(\frac{8-12}{3} \right) \quad \text{NCI-langkah-08} \\
 &= - \left(-\frac{4}{3} \right) \\
 &= \frac{4}{3} \text{ sa}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_2 &= \int_a^b f(u) \, du \\
 &= \int_2^3 (u^2 - 2u) \, du \\
 &= \left(\frac{1}{3} u^3 - u^2 \right) \Big|_2^3 \\
 &= \left(\frac{1}{3} 3^3 - 3^2 \right) - \left(\frac{1}{3} 2^3 - 2^2 \right) \\
 &= \left(\frac{27}{3} - 9 \right) - \left(\frac{8}{3} - 4 \right) \\
 &= \frac{27}{3} - \frac{8}{3} - 9 + 4 \\
 &= \frac{19}{3} - 5 \\
 &= \frac{19-15}{3} \\
 &= \frac{4}{3} \text{ sa}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_{\text{total}} &= L_1 + L_2 \quad \text{NCI-langkah-08} \\
 &= \frac{4}{3} + \frac{4}{3} \\
 &= \frac{8}{3} \\
 &= 2 \frac{2}{3} \text{ satuan luas}
 \end{aligned}$$

Saya sudah yakin dengan jawaban saya, Pak. NCI-langkah-09

1) Kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM).

Berdasarkan hasil tes diagnostik dari subjek tinggi bahwa kemampuan pemahaman objek kajian matematika meliputi indikator fakta, konsep, prinsip dan skill, dapat dilihat petikan jawaban sebagai berikut:

Fakta

Dari petikan jawaban subjek tinggi di atas, terlihat bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal (ST1-langkah-01). Kemampuan subjek tinggi sangat baik

memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan sebagai batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ yang disyaratkan pada soal (ST1-langkah-02). Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menuliskan rumus yang akan digunakan (ST1-langkah-03). Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam mengenal dan menuliskan simbol dan notasi pada rumus integral yaitu $L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ (ST1-langkah-08). Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-003 sampai dengan ST1-004 berikut:

ST1-003 P Apa yang diketahui dari soal yang Anda baca tadi ?

ST1-003 J Yang diketahui ialah kurva $y = x^2 - 2x$ dan syaratnya yaitu $x = 0$ dan $x = 3$, sumbu x

ST1-004 P Apa yang ditanyakan ?

ST1-004 J Yang ditanyakan ialah luas daerah yang diarsir.

Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam mengidentifikasi kurva dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ yang disyaratkan pada soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-005 sampai dengan ST1-007 berikut:

ST1-005 P Kurva jenis apa yang tadi Anda sebut ?

ST1-005 J Yaitu kurva jenis parabola.

ST1-006 P Kenapa dikatakan parabola, adakah cirinya ?

ST1-006 J Ya.....variabel x berpangkat dua.

ST1-007 P Terus ini sebagai apa tadi sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$.

ST1-007 J Sebagai syarat.

Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menuliskan rumus yang akan digunakan, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-008 berikut:

ST1-008 P Apa rencana yang Anda lakukan ?

ST1-008 J Yaitu menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan, setelah itu menggambar kurva dan mengarsir daerah yang akan dicari luasnya, kemudian menentukan batas-batas integral dan rumus yang akan digunakan yaitu $L = \int_a^b f(x) dx$ dan $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ setelah itu diselesaikan dengan operasi hitung.

Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam mengenal simbol dan notasi pada rumus integral yaitu $L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-020 sampai dengan ST1-028 berikut:

ST1-020 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

ST1-020 J Menentukan rumus yang akan digunakan

ST1-021 P Silakan?

ST1-021 J (subjek menuliskan rumusnya)

$$L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

ST1-022 P Bisa dijelaskan apa maksud simbol yang Anda tulis, simbol rumus yang Anda tulis ?

ST1-022 J Ya..... $L = \int_a^b f(x) dx$ sama dengan $F(b) - F(a)$, disini berarti $\int_a^b f(x) dx$ ialah a....

- ST1-023 P Sebagai apa ?
- ST1-023 J Sebagai batas bawah.
- ST1-024 P b ?
- ST1-024 J Sedangkan b sebagai batas atas Pak....
- ST1-025 P Kalau $f(x)$ -nya sebagai apa ?
- ST1-025 J $f(x)$ yaitu kurva y , yang diketahui.
- ST1-026 P Kalau dx ?
- ST1-026 J dx ialah keterangan integral.
- ST1-027 P Kalau ini F ?
- ST1-027 J Yaitu hasil integral dari kurva.
- ST1-028 P Kalau $F(b) - F(a)$?
- ST1-028 J Yaitu batas atas b disubstitusikan ke hasil integral F dikurang batas bawah a disubstitusikan ke hasil integral F .

Validasi Data Subjek Tinggi (ST) tentang kemampuan terhadap pemahaman fakta

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek tinggi terhadap pemahaman fakta. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.1

Tabel 4.1.Perbandingan Data kemampuan Subjek Tinggi (ST) terbadap pemahaman fakta pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal (<i>ST1-langkah-01</i>), (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan sebagai batas-batas integral $x = 0$ dan $x = 3$ yang disyaratkan pada soal (<i>ST1-langkah-02</i>), (3) Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menuliskan rumus yang akan digunakan (<i>ST1-langkah-03</i>), (4) Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam mengenal dan menuliskan simbol dan notasi pada rumus integral yaitu $L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ (<i>ST1-langkah-08</i>)	Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal (<i>ST1-003, ST1-004</i>), (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan sebagai batas-batas integral $x = 0$ dan $x = 3$ yang disyaratkan pada soal (<i>ST1-005, ST1-006, ST1-007</i>) (3) Kemampuan subjek tinggi baik memahami rumus yang akan digunakan (<i>ST1-008</i>) (4) Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam mengenal simbol dan notasi pada rumus integral yaitu $L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ (<i>ST1-021, ST1-022, ST1-023, ST1-024, ST1-025, ST1-026, ST1-027, ST1-028</i>).

Berdasarkan Tabel 4.1, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek tinggi terhadap pemahaman fakta adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

Konsep

Dari petikan jawaban subjek dengan subjek tinggi di atas, terlihat bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = x^2 - 2x$ dengan menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat (*ST1-langkah-04*, *ST1-langkah-05*), dan sangat baik memahami dalam syarat grafik parabola $y = x^2 - 2x$ dimana $a = 1 > 0$ membuka ke atas dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$ (*ST1-langkah-04*). Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menyatakan ulang konsep integral tertentu yaitu $L = \int_a^b f(x) dx$ (*ST1-langkah-03*). Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menyatakan ulang secara konsep rumus jumlah luas daerah arsiran $L = L_1 + L_2$ (*ST1-langkah-08*).

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-010* sampai dengan *ST1-013* berikut:

ST1-010 P Silakan tulis.....silakan lanjutkan.

ST1-010 J (subjek menuliskan)

Dik : kurva $y = x^2 - 2x$	
titik potong sumbu x	titik potong sumbu y
$y = 0$	$x = 0$
$x^2 - 2x = 0$	$y = 0^2 - 2 \cdot 0$
$x(x - 2) = 0$	$y = 0$
$x_1 = 0$ dan $x_2 = 2$	$(0, 0)$

ST1-011 P Bisa dijelaskan apa yang Anda tulis ?

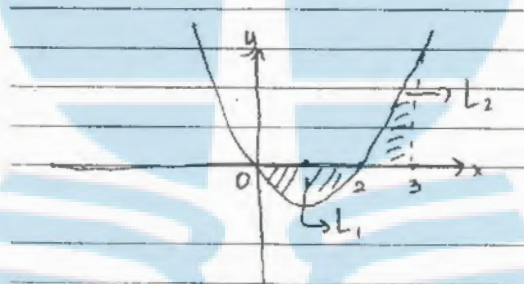
ST1-011 J Bisa Pak.....ee.....titik potong sumbu x dengan $y = 0$ yaitu difaktorkan terlebih dahulu, faktornya yaitu $x(x - 2) = 0$ menjadi $x_1 = 0$ dan $x_2 = 2$ dan titik potong sumbu y , dengan $x = 0$ yaitu $y = 0^2 - 2 \cdot 0 = 0$, $y = 0$ sehingga $(0, 0)$.

ST1-012 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

ST1-012 J e.....menggambar kurva dan mengarsir daerah yang akan dicari luasnya.

ST1-013 P Silakan gambar.

ST1-013 J (subjek menggambarkan)



Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam mengembangkan syarat suatu grafik dimana $a = 1 > 0$ grafik membuka ke atas dan $a < 0$ grafik membuka ke bawah dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-014 sampai dengan ST1-016 berikut:

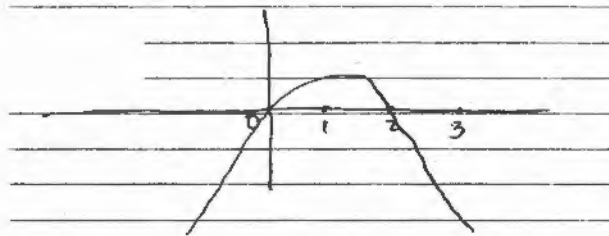
ST1-014 P Mengapa kurva membuka ke atas ?

ST1-014 J Membuka ke atas dikarenakan koefisien dari x^2 ialah 1. sedangkan.....e.....jika $a > 0$ maka kurvanya membuka

ke atas dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$

ST1-015 P Bagaimana gambarnya kalau membuka ke bawah ? bisa digambar ?

ST1-015 J (subjek menggambar)



ST1-016 P Apa syaratnya membuka ke bawah ?

ST1-016 J Jika (subjek sedang menuliskan)

$$a < 0$$

Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep integral tertentu, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-022 sampai dengan ST1-026 berikut:

ST1-022 P Bisa dijelaskan apa maksud simbol yang Anda tulis, simbol rumus yang Anda tulis ?

ST1-022 J Ya.....e..... $L = \text{integral } a \text{ menuju } b \dots f(x) dx$ sama dengan $F(b) - F(a)$, disini berarti $\int_a^b f(x) dx$ ialah a....

ST1-023 P Sebagai apa ?

ST1-023 J Sebagai batas bawah.

ST1-024 P b ?

ST1-024 J Sedangkan b sebagai batas atas Pak....

ST1-025 P Kalau $f(x)$ -nya sebagai apa ?

ST1-025 J $f(x)$ yaitu kurva y, yang diketahui.

ST1-026 P Kalau dx ?

ST1-026 J dx ialah keterangan integral.

Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep rumus jumlah luas daerah arsiran $L = L_1 + L_2$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-060* sampai dengan *ST1-062* berikut:

ST1-060 P Mengapa luasnya dijumlah

$$L_{total} = L_1 + L_2 ?$$

Berasal dari tulisan subjek pada saat di wawancara:

$$\begin{aligned} L_{total} &= L_1 + L_2 \\ &= \frac{4}{3} + \frac{4}{3} \\ &= \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3} \text{ satuan luas} \end{aligned}$$

ST1-060 J Karena kita mencari luas total yang diarsir tadi sehingga luas pertama dijumlah dengan luas kedua.

ST1-061 P Jadi hasilnya ?

ST1-061 J $= \frac{8}{3}$
Menjadi $= \frac{8}{3}$

ST1-062 P $2\frac{2}{3}$ satuan luas
Dari mana ini [] ?

ST1-062 J Karena kita menjadikan pecahan campuran

Validasi Data Subjek Tinggi (ST) tentang kemampuan terhadap pemahaman konsep

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek tinggi tinggi terhadap pemahaman konsep. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.2

Tabel 4.2 Perbandingan Data kemampuan Subjek Tinggi (ST) terhadap pemahaman konsep pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menyatakan ulang konsep integral yaitu $L = \int_a^b f(x) dx$ (ST1-langkah-03), (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menyajikan konsep fungsi ke bentuk grafik parabola (ST1-langkah-04, ST1-langkah-05), (3) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam mengembangkan syarat suatu grafik dimana $a = 1 > 0$ membuka ke atas dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$ (ST1-langkah-04), (4) Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menyatakan ulang konsep rumus jumlah daerah arsiran $L = L_1 + L_2$ (ST1-langkah-08)	Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep integral tertentu yaitu $L = \int_a^b f(x) dx$ (ST1-022, ST1-023, ST1-024, ST1-025, ST1-026), (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menyajikan konsep fungsi ke bentuk grafik parabola (ST1-010, ST1-011, ST1-012, ST1-013), (3) Kemampuan subjek tinggi sangta baik memahami dalam mengembangkan syarat suatu grafik dimana $a = 1 > 0$ membuka ke atas dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$ (ST1-014, ST1-015, ST1-016), (4) Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep rumus jumlah daerah arsiran $L = L_1 + L_2$ (ST1-060, ST1-061, ST1-062)

Berdasarkan Tabel 4.2, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek tinggi terbadap

pemahaman konsep adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

Prinsip

Dari petikan jawaban subjek tinggi di atas, terlihat bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggambar kurva dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran (*ST1-langkah-05*). Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan teorema dasar integral yaitu $L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ misalnya

$$L_2 = \int_a^b f(x) dx = \int_2^3 x^2 - 2x dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_2^3 = \frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 - \left[\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 \right]$$

(*ST1-langkah-08*) serta kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan sifat integral bentuk pangkat misalnya

$$\int_0^2 x^2 - 2x dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_0^2 \quad (\text{ST1-langkah-8}).$$

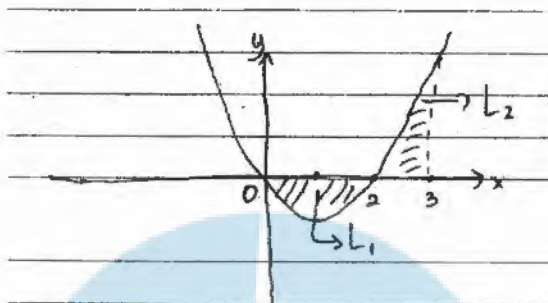
Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-012* sampai dengan *ST1-013* dilanjutkan *ST1-017* sampai dengan *ST1-019* dan dilanjutkan *ST1-030* sampai dengan *ST1-031* serta *ST1-047* berikut:

ST1-012 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

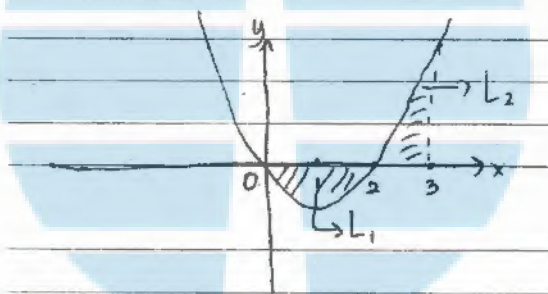
ST1-012 J e.....menggambar kurva dan mengarsir daerah yang akan dicari luasnya.

ST1-013 P Silakan gambar.

ST1-013 J (subjek menggambar)



ST1-017 P Selanjutnya, mengapa di sini



luasnya, arsirannya ada dua ?

ST1-017 J Karena....e.....syarat....e....yang pertama yaitu $x = 0$ dan $x = 3$ sedangkan titik potong sumbu x diketahui $x_1 = 0$ dan $x_2 = 2$ sehingga luas pertama ditentukan batas bawahnya yaitu 0 dan batas atasnya 2 lalu karena syaratnya sampai 3, ee.....kurvanya dipanjangkan dan ditentukan luas kedua dengan batas bawah 2 dan batas atas 3.

ST1-018 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

ST1-018 J Setelah itu menentukan batas-batas integral yang dan rumus yang akan digunakan.

ST1-019 P Silakan tuliskan batasnya ?

ST1-019 J (subjek menuliskan)

$$L_1 = \text{batas integralnya } u = 0 \text{ dari } u = 2$$

$$L_2 = \text{batas integralnya } u = 2 \text{ dari } u = 3$$

ST1-030 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

ST1-030 J e....setelah itu Pak....dimasukkan nilai-nilainya ke dalam rumus.

ST1-031 P Silakan.....

ST1-031 J (subjek menuliskan)

$$L_1 = - \int_0^2 (u^2 - 2u) du$$

$$= - \left(\frac{1}{3} u^3 - 2u^2 \right) \Big|_0^2$$

$$= - \left(\left(\frac{1}{3} 2^3 - 2^2 \right) - \left(\frac{1}{3} 0^3 - 0^2 \right) \right)$$

$$= - \left(\left(\frac{8}{3} - 4 \right) - 0 \right)$$

$$= - \left(\frac{8}{3} - \frac{12}{3} \right) = - \left(-\frac{4}{3} \right) =$$

$$\frac{4}{3} \text{ sa}$$

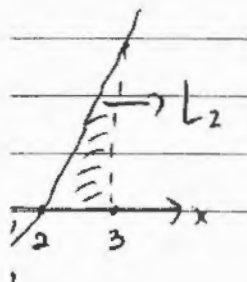
$L_1 = - \int_a^b f(x) dx$ dimana nilai a sebagai batas bawah adalah 0 dan nilai b sebagai batas atas adalah 2 dan $f(x)$ sebagai kurva, dx sebagai keterangan integral Sedangkan negatif karena daerah arsiran di bawah sumbu x . Pak.....

ST1-047 P Terus, ini

$$\frac{1}{3} u^3 - u^2 \Big|_2^3$$

kenapa bisa 2 ke 3, apa maksudnya ?

ST1-047 J 2 ke 3 adalah batas yang telah diarsir tadi



yaitu luas kedua. $L_2 = \int_a^b f(x) dx$ dimana nilai a sebagai batas bawah adalah 2 dan nilai b sebagai batas atas adalah 3 dan $f(x)$ sebagai kurva, dx sebagai keterangan integral. Pak.....

Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan

teorema dasar integral yaitu $L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, seperti yang

terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-037 sampai dengan ST1-

039 dan kode ST1-048 sampai dengan ST1-049 berikut:

ST1-037 P Selanjutnya, mengapa ini

$$= - \left(\frac{1}{3} x^3 - x^2 \right) \Big|_0^2$$

$$= - \left(\left(\frac{1}{3} 2^3 - 2^2 \right) - \left(\frac{1}{3} 0^3 - 0^2 \right) \right)$$

2 disubstitusi dulu lalu menyusul 0 ?

ST1-037 J e....memasukkan nilai-nilai....

ST1-038 P Adakah rumusnya ?

ST1-038 J Ya Pak....

ST1-039 P Bisa dituliskan rumusnya ?

ST1-039 J Yaitu

$$L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Integral a menuju b $f(x) dx$ sama dengan F batas, e....hasil integral batas atas dikurang hasil integral batas bawah.

ST1-048 P Kenapa 3 disubstitusi dulu baru 2 ?

$$= \left(\frac{1}{3} x^3 - x^2 \right) \Big|_2^3$$

$$= \left(\left(\frac{1}{3} 3^3 - 3^2 \right) - \left(\frac{1}{3} 2^3 - 2^2 \right) \right)$$

ST1-048 J Karena rumus yang tadi....ee....hasil integral batas atas dikurang hasil integral batas bawah Pak....

ST1-049 P Ada rumusnya tadi ini yang 3 dulu disubstitusi kemudian 2 ?

ST1-049 J Ada pak...yang tadi rumusnya (subjek menunjuk sambil mengungkapkannya)

$$L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Integral a menuju b... $f(x) dx$ sama dengan hasil integral batas atas dikurang hasil integral batas bawah.

Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan sifat integral bentuk pangkat, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-032 sampai dengan ST1-036 berikut:

ST1-032 P Dari mana Anda dapat ini x^2 menjadi $1/3x^3$?

Untuk lebih lengkap :

$$\begin{aligned} L_1 &= -\int_0^2 (u^2 - 2u) du \\ &= -\left(\frac{1}{3}u^3 - 1u^2\right)\bigg|_0^2 \end{aligned}$$

ST1-032 J e....rumusnya yaitu koefisien per pangkat ditambah satu,e.....dikali variabel berpangkat, pangkatnya yaitu ditambah satu.

ST1-033 P Ada rumusnya ?

ST1-033 J Ya...Pak.....Ada.

ST1-034 P Bisa dituliskan rumusnya ?

ST1-034 J (subjek menuliskan rumusnya)

$$\int ax^n dx = \frac{a}{n+1} x^{n+1} + C$$

ST1-035 P Bisa dijelaskan maksud simbol yang Anda tulis rumus ini ?

ST1-035 J Ya....Pak....e.....a yaitu rumus integral bentuk pangkat $\int_a^b ax^n dx$ sama dengan simbol dari koefisien, per n yaitu simbol pangkat dari variabel lalu ditambah 1, kemudian x yaitu variabel dan berpangkat $n + 1$.

ST1-036 P Bisa diberikan contoh ?

ST1-036 J Contohnya yaitu.....(subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\frac{\int u^2 du}{= \frac{1}{3}u^3 + C}$$

Integral $x^2 dx$ menjadi $1/3x^3 + c$

Validasi Data Subjek Tinggi (ST) tentang kemampuan terhadap pemahaman prinsip

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek tinggi terhadap pemahaman prinsip. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.3

Tabel 4.3 Perbandingan Data kemampuan Subjek Tinggi (ST) terhadap pemahaman prinsip pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggambar kurva dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran (<i>ST1-langkah-05</i>), (2) kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan teorema dasar integral yaitu $L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ misalnya L_2	Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggambar kurva dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran (<i>ST1-013, ST1-017, ST1-047</i>), (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan teorema dasar integral yaitu

$= \int_a^b f(x) \, dx = \int_2^3 x^2 - 2x \, dx =$	$L = \int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$
$\left. \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right _2^3 =$	misalnya L_2
$\frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 - \left[\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 \right] \text{ (NCI-}$	$= \int_a^b f(x) \, dx = \int_2^3 x^2 - 2x \, dx =$
$\text{langkah-08), (3) Kemampuan subjek}$	$\left. \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right _2^3 =$
$\text{tinggi sangat baik memahami dalam}$	$\frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 - \left[\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 \right]$
$\text{menggunakan sifat integral bentuk}$	(ST1-039, ST1-048, ST1-049), (3)
pangkat	Kemampuan subjek tinggi sangat
misalnya	baik memahami dalam
$\int_0^2 x^2 - 2x \, dx = \left. \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right _0^2$	menggunakan sifat integral bentuk
(ST1-langkah-08),	pangkat
	misalnya
	$\int_0^2 x^2 - 2x \, dx = \left. \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right _0^2$
	(ST1-032, ST1-034, ST1-035,
	ST1-036),

Berdasarkan Tabel 4.3, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek tinggi terhadap pemahaman prinsip adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

Operasi (Skill)

Dari petikan jawaban subjek tinggi di atas, terlihat bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan misalnya

$$\frac{27}{3} - \frac{8}{3} - 9 + 4 = \frac{19}{3} - 5 = \frac{19 - 15}{3} = \frac{4}{3}$$
 (ST1-langkah-08). Kemampuan subjek

tinggi sangat baik memahami dalam menentukan hasil akhir misalnya

$$\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3} \text{ satuan luas (ST1-langkah-08).}$$

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-040 sampai dengan ST1-045 dilanjutkan ST1-050 sampai dengan ST1-059 berikut:

ST1-040 P Oh iya baik.....dari mana ini

$$= -\left(\frac{8}{3} - 1\right) - 0 ?$$

ST1-040 J $= -\left(\left(\frac{1}{3} 2^3 - 2^2\right) - \left(\frac{1}{3} 0^3 - 0^2\right)\right)$

Dari.....1/3 dikali 2^3 dikurang 2^2 dikurang dalam kurung
1/3 dikali 0^3 dikurang 0^2 Pak.....

ST1-041 P $\frac{8}{3}$ dari mana di dapat ?

ST1-041 J $\frac{1}{3} 2^3$ 1/3 dikali 2^3

ST1-042 P $\frac{1}{3}$?

ST1-042 J 2^2

ST1-043 P Mengapa di sini 0 nol ?

ST1-043 J Karena apapun yang dikalikan dengan 0 hasilnya akan 0.

ST1-044 P Dari mana ini $\frac{8}{3} - \frac{12}{3}$?

ST1-044 J Dari

$$\left(\frac{8}{3} - 1\right)$$

yang disamakan penyebutnya Pak.....

- ST1-045 P Lanjut,...ini $\frac{-4}{3}$?
- ST1-045 J Iya Pak.....dari $8 - 12$ menjadi $-4/3$
- ST1-050 P $\frac{27}{3}$ dari mana di dapat ?
- ST1-050 J $\frac{1}{3} \cdot 3^3$ Dari $1/3$ dikali 33 Pak....
- ST1-051 P 9 ?
- ST1-051 J 3^2
- ST1-052 P Ini $\frac{8}{3}$?
- ST1-052 J $\frac{1}{3} \cdot 3^3$ $1/3$ dikali 23
- ST1-053 P $\leftarrow$?
- ST1-053 J 2^2 Pak....
- ST1-054 P Selanjutnya, kenapa disini $[+4]$ berubah jadi tambah ?
- ST1-054 J Karena minus dikali minus menjadi plus
- ST1-055 P Apa maksudnya ini $\left[\frac{27}{3} - \frac{8}{3} - 9 + 4 \right]$ dikumpul ?
- ST1-055 J Disini dikumpulkan yang memiliki yang sama sehingga dia dikurangkan terlebih dahulu, setelah itu dijumlah dengan menyamakan penyebut yang belum mempunyai penyebut yang sama.
- ST1-056 P Jadi...dari mana ini $\frac{19}{3}$?
- ST1-056 J Dari $27 - 8$
- $\frac{27}{3} - \frac{8}{3}$
- ST1-057 P Ini -5 minus 5 ?
- ST1-057 J -5 dari $-9 + 4$
- ST1-058 P Selanjutnya, ini $\left[\frac{19 - 15}{3} \right]$ dari mana didapat ?

ST1-058 J $\frac{19}{3}$ belum mempunyai penyebut yang sama sehingga harus disamakan penyebutnya terlebih dahulu, dengan mengalikan...-5 tadi dikali 3 sehingga akan mempunyai penyebut 3.

ST1-059 P Jadi hasilnya ?

ST1-059 J Hasilnya $\frac{1}{3}$ satuan luas Pak...

Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menentukan hasil

akhir misalnya $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ satuan luas seperti yang terlihat pada petikan

wawancara dengan kode ST1-061 sampai dengan ST1-062 berikut:

ST1-061 P Jadi hasilnya ?

ST1-061 J $\frac{8}{3}$
Menjadi

ST1-062 P $2\frac{2}{3}$ satuan luas
Dari mana ini []?

ST1-062 J Karena kita menjadikan pecahan campuran

Validasi Data Subjek Tinggi (ST) tentang kemampuan terhadap pemahaman operasi (Skill)

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek tinggi terhadap pemahaman operasi (Skill). Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.4

Tabel 4.4 Perbandingan Data kemampuan Subjek Tinggi (ST) terhadap pemahaman operasi (*Skill*) pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung dan operasi pecahan misalnya $\frac{27}{3} - \frac{8}{3} - 9 + 4 = \frac{19}{3} - 5 = \frac{19 - 15}{3} = \frac{4}{3}$ (ST1-langkah-08), (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menentukan hasil akhir misalnya $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ satuan luas (ST1-langkah-08)	Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung dan operasi pecahan misalnya $\frac{27}{3} - \frac{8}{3} - 9 + 4 = \frac{19}{3} - 5 = \frac{19 - 15}{3} = \frac{4}{3}$ (ST1-040, ST1-041, ST1-042, ST1-043, ST1-044, ST1-045, ST1-050, ST1-051, ST1-052, ST1-053, ST1-054, ST1-055, ST1-056, NC1-057, ST1-058, ST1-059), (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menentukan hasil akhir misalnya $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ satuan luas (ST1-061, ST1-062)

Berdasarkan Tabel 4.4, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek tinggi terhadap pemahaman operasi (*Skill*) adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

2) Kemampuan sistematis prosedural (KSP).

Berdasarkan hasil tes diagnostik dari kemampuan subjek tinggi melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal, meliputi:

- Sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*ST1-langkah-01*).
- Sangat baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan dengan syarat sumbu, $x = 0$ dan $x = 3$ pada soal, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*ST1-langkah-02*).
- Sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menggunakan konsep integral $L = \int_a^b y \, dx$ dan $\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*ST1-langkah-03*).
- Sangat baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = x^2 - 2x$ dengan menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat dan syarat sebuah kuva parahola, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*ST1-langkah-04*).
- Sangat baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*ST1-langkah-05*).
- Baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar yaitu luas pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ luas kedua batas-batas $x = 2$ dan $x = 3$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek

(ST1-langkah-06).

- Sangat baik dalam dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x) dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (ST1-langkah-07).
- Sangat baik dalam mengerjakan proses penyelesaian dengan tepat dan operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (ST1-langkah-08).
- Sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (ST1-langkah-09).

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa subjek tinggi melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal, meliputi:

- Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-003 sampai dengan ST1-004 berikut:

ST1-003 P Apa yang diketahui dari soal yang Anda baca tadi ?

ST1-003 J Yang diketahui ialah kurva $y = x^2 - 2x$ dan syaratnya yaitu $x = 0$ dan $x = 3$, sumbu x

ST1-004 P Apa yang ditanyakan ?

ST1-004 J Yang ditanyakan ialah luas daerah yang diarsir.

- Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan dengan syarat sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ pada soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-005* sampai dengan *ST1-007* berikut:

ST1-005 P Kurva jenis apa yang tadi Anda sebut ?

ST1-005 J Yaitu kurva jenis parabola.

ST1-006 P Kenapa dikatakan parabola, adakah cirinya ?

ST1-006 J Ya.....variabel x berpangkat dua.

ST1-007 P Terus ini sebagai apa tadi sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$?

ST1-007 J Sebagai syarat.

- Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menggunakan konsep integral $L = \int_a^b y dx$, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-008* berikut:

ST1-008 P Apa rencana yang Anda lakukan ?

ST1-008 J Yaitu menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan, setelah itu menggambar kurva dan mengarsir daerah yang akan dicari luasnya, kemudian menentukan batas-batas integral dan rumus yang akan digunakan yaitu $L = \int_a^b f(x) dx$, setelah itu diselesaikan dengan operasi hitung.

- Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = x^2 - 2x$ dengan menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat dan syarat sebuah kuva parabola, seperti yang terlihat

pada petikan wawancara dengan kode *ST1-010* sampai dengan *ST1-011* dilanjutkan kode *ST1-014* berikut:

ST1-010 P Silakan tulis.....silakan lanjutkan.

ST1-010 J (subjek menuliskan)

Dik : kurva $y = x^2 - 2x$	
titik potong sumbu x	titik potong sumbu y
$y = 0$	$x = 0$
$x^2 - 2x = 0$	$y = 0^2 - 2 \cdot 0$
$x(x - 2) = 0$	$y = 0$
$x_1 = 0$ dan $x_2 = 2$	$(0, 0)$

ST1-011 P Bisa dijelaskan apa yang Anda tulis ?

ST1-011 J Bisa Pak.....ee.....titik potong sumbu x dengan $y = 0$ yaitu difaktorkan terlebih dahulu, faktornya yaitu $x(x - 2) = 0$ menjadi $x_1 = 0$ dan $x_2 = 2$ dan titik potong sumbu y , dengan $x = 0$ yaitu $y = 0^2 - 2 \cdot 0 = 0$, $y = 0$ sehingga $(0, 0)$.

ST1-014 P Mengapa kurva membuka ke atas ?

ST1-014 J Membuka ke atas dikarenakan koefisien dari x^2 ialah 1. sedangkan.....e.....jika $a > 0$ maka kurvanya membuka ke atas dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$.

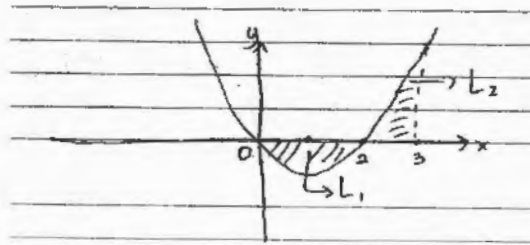
- Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-012* sampai dengan *ST1-013* berikut:

ST1-012 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

ST1-012 J e.....menggambar kurva dan mengarsir daerah yang akan dicari luasnya.

ST1-013 P Silakan gambar.

ST1-013 J (subjek menggambarkan)



- Kemampuan subjek tinggi baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar yaitu luas pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ luas kedua batas-batas $x = 2$ dan $x = 3$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-018* sampai dengan *ST1-019* berikut:

ST1-018 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

ST1-018 J Setelah itu menentukan batas-batas integral yang dan rumus yang akan digunakan.

ST1-019 P Silakan tuliskan batasnya ?

ST1-019 J (subjek menuliskan)

$$\begin{aligned} L_1 &= \text{batas integralnya } x=0 \text{ dan } x=2 \\ L_2 &= \text{batas integralnya } x=2 \text{ dan } x=3 \end{aligned}$$

- Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x) dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-029* berikut:

ST1-029 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

ST1-029 J Menentukan rumus berdasarkan batas-batas integral yaitu

$$L_1 = -\int_0^2 f(x) dx \text{ dan } L_2 = \int_2^3 f(x) dx$$

- Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengerjakan proses penyelesaian dengan tepat dan operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-030 sampai dengan ST1-031, kode ST1-047, kode ST1-060 berikut:

ST1-030 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

ST1-030 J e....setelah itu Pak.....dimasukkan nilai-nilainya ke dalam rumus.

ST1-031 P Silakan.....

ST1-031 J (subjek menuliskan)

$$\begin{aligned}
 L_1 &= - \int_0^2 (u^2 - 2u) \, du \\
 &= - \left(\frac{1}{3} u^3 - 2u^2 \right) \Big|_0^2 \\
 &= - \left(\left(\frac{1}{3} 2^3 - 2^2 \right) - \left(\frac{1}{3} 0^3 - 0^2 \right) \right) \\
 &= - \left(\left(\frac{8}{3} - 4 \right) - 0 \right) \\
 &= - \left(\frac{8}{3} - \frac{12}{3} \right) = - \left(-\frac{4}{3} \right) = \frac{4}{3} \text{ SA}
 \end{aligned}$$

$L_1 = \int_a^b f(x) \, dx$ dimana nilai a sebagai batas bawah adalah 0 dan nilai b sebagai batas atas adalah 2 dan $f(x)$ sebagai kurva, dx sebagai keterangan integral. Pak.....

ST1-046 P Baik.....masih ada lagi luas kedua....

$$\begin{aligned}
 L_2 &= \int_2^3 (x^2 - 2x) \, dx \\
 &= \left(\frac{1}{3} x^3 - x^2 \right) \Big|_2^3
 \end{aligned}$$

Kenapa x^2 menjadi $1/3x^3$?

Berasal dari operasi hitung untuk mencari L_1 :

$$\begin{aligned}
 L_2 &= \int_2^3 (x^2 - 2x) dx \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_2^3 \\
 &= \left(\frac{1}{3}3^3 - 3^2 \right) - \left(\frac{1}{3}2^3 - 2^2 \right) \\
 &= \left(\frac{27}{3} - 9 \right) - \left(\frac{8}{3} - 4 \right) \\
 &= \frac{27}{3} - 9 - \frac{8}{3} + 4 \\
 &= \frac{19}{3} - 5 \\
 &= \frac{19 - 15}{3} = \frac{4}{3} \text{ sa}
 \end{aligned}$$

ST1-046 J Sama seperti e....rumus integral yang tadi Pak....

Yang dimaksud subjek adalah:

$$\int ax^n dx = a \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

ST1-060 P Mengapa luasnya dijumlah

$$L_{\text{total}} = L_1 + L_2 ?$$

Berasal dari tulisan subjek pada saat di wawancara:

$$\begin{aligned}
 L_{\text{total}} &= L_1 + L_2 \\
 &= \frac{4}{3} + \frac{4}{3} \\
 &= \frac{8}{3} = 2 \frac{2}{3} \text{ satuan Luas}
 \end{aligned}$$

ST1-060 J Karena kita mencari luas total yang diarsir tadi sehingga luas pertama dijumlah dengan luas kedua.

- Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-063 berikut:

ST1-063 P Coba periksa kembali jawabannya ?apakah Anda sudah yakin benar ?

ST1-063 J Yakin Pak....

Validasi Data Subjek Tinggi (ST) tentang kemampuan sistematis prosedural (KSP)

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek tinggi terhadap kemampuan sistematis prosedural. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.5

Tabel 4.5 Perbandingan Data kemampuan Subjek Tinggi (ST) terhadap kemampuan sistematis prosedural pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini subjek tinggi melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal yaitu : (1) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan (ST1-langkah-01), (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan dengan syarat sumbux, $x = 0$ dan $x = 3$ pada soal (ST1-langkah-02), (3) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan (ST1-langkah-03), (4) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menentukan	Pada bagian ini subjek tinggi melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal yaitu : (1) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan (ST1-003, ST1-004), (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan dengan syarat sumbu x, $x = 0$ dan $x = 3$ pada soal (ST1-005, ST1-006, ST1-007), (3) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan (ST1-008), (4)

teknik menggambar grafik $y = x^2 - 2x$ dengan menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat dan syarat sebuah kuva parabola (*ST1-langkah-04*), (5) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran (*ST1-langkah-05*), (6) Kemampuan subjek tinggi baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar yaitu luas pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ luas kedua batas-batas $x = 2$ dan $x = 3$ (*ST1-langkah-06*), (7) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x)dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x)dx$ (*ST1-langkah-07*), (8) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan (*ST1-langkah-08*), (9) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya (*ST1-langkah-09*).

Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = x^2 - 2x$ dengan menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat dan syarat sebuah kuva parabola (*ST1-010, ST1-011, ST1-014*), (5) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran (*ST1-012, ST1-013*), (6) Kemampuan subjek tinggi baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar yaitu luas pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ luas kedua batas-batas $x = 2$ dan $x = 3$ (*ST1-018, ST1-019*), (7) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x)dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x)dx$ (*ST1-029*), (8) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengerjakan proses penyelesaian dengan tepat dan operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan (*ST1-031, ST1-047, ST1-060*), (9) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya (*ST1-063*).

Berdasarkan Tabel 4.5, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek tinggi dalam melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral yang merupakan indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

3) Kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP).

Berdasarkan data hasil tes diagnostik dari subjek tinggi, ditemukan bahwa kemampuan keterampilan proses pemecahan dalam menyelesaikan soal nomor 1 pada setiap tahapan penyelesaian dinyatakan sebagai berikut:

a) Memahami soal

Pada tahapan ini, kemampuan subjek tinggi dalam memahami yaitu:

- (1) Sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan (*ST1-langkah-01*)
- (2) Sangat baik dalam mengidentifikasi $y = x^2 - 2x$ sebagai kurva parabola dan syarat sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai batas-batas pada soal (*ST1-langkah-02*)

b) Merencanakan penyelesaian

Pada tahapan ini, kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menggunakan

konsep integral $L = \int_a^b y dx$ dan $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ dan selesaikan

dengan operasi hitung (ST1-langkah-03)

c) Melakukan rencana penyelesaian

Pada tahapan ini, kemampuan subjek tinggi melakukan penyelesaian soal yaitu:

(1) Baik dalam menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal meliputi:

1.a Cara yang benar dalam menentukan teknik menggambar grafik (ST1-langkah-04)

1.b Cara yang benar dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran (ST1-langkah-05)

1.c Cara yang benar dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar yaitu luas pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ luas kedua batas-batas $x = 2$ dan $x = 3$ (ST1-langkah-06)

1.d Cara yang benar dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = - \int_0^2 f(x) dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$ (ST1-langkah-07)

(2) Sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan (ST1-langkah-08)

d) Verifikasi

Pada tahapan ini, kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya (ST1-langkah-09)

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Disimpulkan bahwa hasil analisis kemampuan keterampilan proses pemecahan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral dapat dilihat pada petikan wawancara setiap tahapan penyelesaian dinyatakan sebagai berikut:

a) Memahami soal

Pada tahapan ini, yaitu:

- (1) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-003* sampai dengan *ST1-004* berikut:

ST1-003 P Apa yang diketahui dari soal yang Anda baca tadi ?

ST1-003 J Yang diketahui ialah kurva $y = x^2 - 2x$ dan syaratnya yaitu $x = 0$ dan $x = 3$, sumbu x

ST1-004 P Apa yang ditanyakan ?

ST1-004 J Yang ditanyakan ialah luas daerah yang diarsir.

- (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengidentifikasi $y = x^2 - 2x$ sebagai kurva parabola dan syarat sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai batas-batas pada soal seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-005* sampai dengan *ST1-007* berikut:

ST1-005 P Kurva jenis apa yang tadi Anda sebut ?

ST1-005 J Yaitu kurva jenis parabola.

ST1-006 P Kenapa dikatakan parabola, adakah cirinya ?

ST1-006 J Ya.....variabel x berpangkat dua.

ST1-007 P Terus ini sebagai apa tadi sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$?

ST1-007 J Sebagai syarat.

b) Merencanakan penyelesaian

Pada tahapan ini, Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menggunakan konsep integral $L = \int_a^b y \, dx$ seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-008 berikut:

ST1-008 P Apa rencana yang Anda lakukan ?

ST1-008 J Yaitu menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan, setelah itu menggambar kurva dan mengarsir daerah yang akan dicari luasnya, kemudian menentukan batas-batas integral dan rumus yang akan digunakan yaitu $L = \int_a^b f(x) \, dx$, dan $\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$ setelah itu diselesaikan dengan operasi hitung.

c) Melakukan rencana penyelesaian

Pada tahapan ini, subjek tinggi melakukan penyelesaian soal yaitu:

(1) Kemampuan subjek tinggi baik dalam menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal meliputi:

1.a Cara yang benar dalam menentukan teknik menggambar grafik seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-010 sampai kode ST1-011 dilanjutkan kode ST1-014 berikut:

ST1-010 P Silakan tulis.....silakan lanjutkan.

ST1-010 J (subjek menuliskan)

Dik : kurva $y = x^2 - 2x$	
titik potong sumbu x	titik potong sumbu y
$y = 0$	$x = 0$
$x^2 - 2x = 0$	$y = 0^2 - 2 \cdot 0$
$x(x - 2) = 0$	$y = 0$
$x_1 = 0$ dan $x_2 = 2$	$(0, 0)$

ST1-011 P Bisa dijelaskan apa yang Anda tulis ?

ST1-011 J Bisa Pak.....ee.....titik potong sumbu x dengan $y = 0$ yaitu difaktorkan terlebih dahulu, faktornya yaitu $x(x - 2) = 0$ menjadi $x_1 = 0$ dan $x_2 = 2$ dan titik potong sumbu y , dengan $x = 0$ yaitu $y = 0^2 - 2 \cdot 0 = 0$, $y = 0$ sehingga $(0, 0)$.

ST1-014 P Mengapa kurva membuka ke atas ?

ST1-014 J Membuka ke atas dikarenakan koefisien dari x^2 ialah 1. sedangkan....e.....jika $a > 0$ maka kurvanya membuka ke atas dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$.

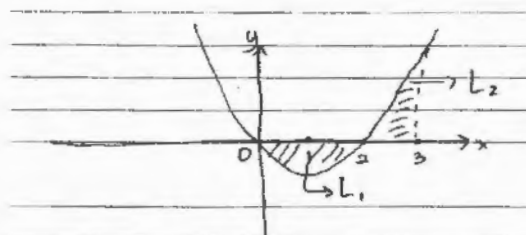
1.b Cara yang benar dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-012 sampai kode ST1-013 berikut:

ST1-012 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

ST1-012 J e.....menggambar kurva dan mengarsir daerah yang akan dicari luasnya.

ST1-013 P Silakan gambar.

ST1-013 J (subjek menggambar)



1.c Cara yang benar dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar yaitu luas pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$, luas kedua batas-batas $x = 2$ dan $x = 3$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-019* berikut:

ST1-019 P Silakan tuliskan batasnya ?

ST1-019 J (subjek menuliskan)

$$\begin{array}{l} L_1 = \text{batas integralnya } x = 0 \text{ dari } x = 2 \\ L_2 = \text{batas integralnya } x = 2 \text{ dari } x = 3 \end{array}$$

1.d Cara yang benar dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x) dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-029* berikut:

ST1-029 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

ST1-029 J Menentukan rumus berdasarkan batas-batas integral

yaitu

$$L_1 = -\int_0^2 f(x) dx \text{ dan } L_2 = \int_2^3 f(x) dx$$

(2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-031* sampai kode *ST1-046* dilanjutkan kode *ST1-048* sampai kode *ST1-062* berikut:

ST1-031 P Silakan.....

ST1-031 J (subjek menuliskan)

$$\begin{aligned}
 L_1 &= - \int_0^2 (u^2 - 2u) \, du \\
 &= - \left(\frac{1}{3} u^3 - 2u^2 \right) \Big|_0^2 \\
 &= - \left(\frac{1}{3} 2^3 - 2^2 \right) - \left(\frac{1}{3} 0^3 - 0^2 \right) \\
 &= - \left(\frac{8}{3} - 4 \right) - 0 \\
 &= - \left(\frac{8}{3} - \frac{12}{3} \right) = - \left(-\frac{4}{3} \right) = \frac{4}{3} \text{ sa}
 \end{aligned}$$

$L_1 = - \int_a^b f(x) dx$ dimana nilai a sebagai batas bawah adalah 0 dan nilai b sebagai batas atas adalah 2 dan $f(x)$ sebagai kurva, dx sebagai keterangan integral. Sedangkan negatif karena daerah arsiran di bawah sumbu x Pak.....

ST1-032 P Dari mana Anda dapat ini x^2 menjadi $1/3x^3$?

Untuk lebih lengkap :

$$\begin{aligned}
 L_1 &= - \int_0^2 (u^2 - 2u) \, du \\
 &= - \left(\frac{1}{3} u^3 - 2u^2 \right) \Big|_0^2
 \end{aligned}$$

ST1-032 J e....rumusnya yaitu koefisien per pangkat ditambah satu,e.....dikali variabel berpangkat, pangkatnya yaitu ditambah satu.

ST1-033 P Ada rumusnya ?

ST1-033 J Ya...Pak....Ada.

ST1-034 P Bisa dituliskan rumusnya ?

ST1-034 J (subjek menuliskan rumusnya)

$$\int a u^n \, du = \frac{a}{n+1} u^{n+1} + C$$

ST1-035 P Bisa dijelaskan maksud simbol yang Anda tulis rumus ini ?

ST1-035 J Ya....Pak....e.....a yaitu rumus integral bentuk pangkat $\int_a^b ax^n \, dx$ sama dengan simbol dari koefisien, per n yaitu simbol pangkat dari variabel lalu ditambah 1, kemudian x

yaitu variabel dan berpangkat $n + 1$.

ST1-036 P Bisa diberikan contoh ?

ST1-036 J Contohnya yaitu.....(subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\frac{\int u^2 du}{= \frac{1}{3} u^3 + C}$$

Integral $x^2 dx$ menjadi $1/3x^3 + c$

ST1-037 P Selanjutnya, mengapa ini

$$\begin{aligned} &= - \left(\frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{3} x^3 \right) \Big|_0^2 \\ &= - \left(\left(\frac{1}{3} 2^3 - 2^2 \right) - \left(\frac{1}{3} 0^3 - 0^2 \right) \right) \end{aligned}$$

2 disubstitusi dulu lalu disubstitusi 0 ?

ST1-037 J e....memasukkan nilai-nilai.....

ST1-038 P Adakah rumusnya ?

ST1-038 J Ya Pak.....

ST1-039 P Bisa dituliskan rumusnya ?

ST1-039 J Yaitu

$$L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Integral a menuju b $f(x) dx$ sama dengan F batas,e....hasil integral batas atas dikurang hasil integral batas bawah.

ST1-040 P Oh iya baik.....dari mana ini

$$= - \left(\frac{1}{3} - 1 \right) - 0 ?$$

ST1-040 J $= - \left(\left(\frac{1}{3} 2^3 - 2^2 \right) - \left(\frac{1}{3} 0^3 - 0^2 \right) \right)$

Dari.....1/3 dikali 2^3 dikurang 2^2 dikurang dalam kurung 1/3 dikali 03 dikurang 02 Pak.....

ST1-041 P $\frac{-8}{3}$ dari mana di dapat ?

ST1-041 J $\frac{1}{3} 2^3$ 1/3 dikali 23.

ST1-042 P $\frac{-1}{3}$?

ST1-042 J $\frac{2^2}{2}$

ST1-043 P Mengapa di sini 0 nol ?

ST1-043 J Karena apapun yang dikalikan dengan 0 hasilnya akan 0.

ST1-044 P Dari mana ini $\frac{\frac{8}{3} - \frac{12}{3}}{2}$?

ST1-044 J Dari

$$\left(\frac{8}{3} - 4 \right)$$

yang disamakan penyebutnya Pak....

ST1-045 P Lanjut,...ini $-\frac{4}{3}$?

ST1-045 J Iya Pak....dari 8 - 12 menjadi -4/3

ST1-046 P Baik....masih ada lagi luas kedua....

$$\begin{aligned} L_2 &= \int_2^3 (x^2 - 2x) dx \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_2^3 \end{aligned}$$

Kenapa x^2 menjadi $1/3x^3$?

Berasal dari operasi hitung untuk mencari L_2 :

$$\begin{aligned} L_2 &= \int_2^3 (x^2 - 2x) dx \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_2^3 \\ &= \left(\frac{1}{3}3^3 - 3^2 \right) - \left(\frac{1}{3}2^3 - 2^2 \right) \\ &= \left(\frac{27}{3} - 9 \right) - \left(\frac{8}{3} - 4 \right) \\ &= \frac{27}{3} - 9 - \frac{8}{3} + 4 \\ &= \frac{19}{3} - 5 \\ &= \frac{19 - 15}{3} = \frac{4}{3} \text{ sa} \end{aligned}$$

ST1-046 J Sama seperti e....rumus integral yang tadi Pak....

Yang dimaksud subjek adalah:

$$\int ax^n dx = a \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

ST1-048 P Kenapa 3 disubstitusi dulu baru 2 ?

$$= \left[\frac{1}{3} x^3 - x^2 \right]_2^3$$

$$= \left(\frac{1}{3} 3^3 - 3^2 \right) - \left(\frac{1}{3} 2^3 - 2^2 \right)$$

ST1-048 J Karena rumus yang tadi....ee.....hasil integral batas atas dikurang hasil integral batas bawah Pak....

ST1-049 P Ada rumusnya tadi ini yang 3 dulu disubstitusi kemudian 2 ?

ST1-049 J Ada pak...yang tadi rumusnya (subjek menunjuk sambil mengungkapkannya)

$$L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Integral a menuju b.... $f(x) dx$ sama dengan hasil integral batas atas dikurang hasil integral batas bawah.

ST1-050 P $\frac{27}{3}$ dari mana di dapat ?

ST1-050 J $\frac{1}{3} 3^3$ Dari $1/3$ dikali 3^3 Pak....

ST1-051 P 9 ?

ST1-051 J 3^2

ST1-052 P Ini $\frac{8}{3}$?

ST1-052 J $\frac{1}{3} 2^3$ $1/3$ dikali 2^3

ST1-053 P 4 ?

ST1-053 J 2^2 Pak....

ST1-054 P Selanjutnya, kenapa disini $[-4]$ berubah jadi tambah ?

ST1-054 J Karena minus dikali minus menjadi plus

ST1-055 P Apa maksudnya ini $\left[-\frac{27}{3} - \frac{8}{3} + 4 \right]$ dikumpul ?

ST1-055 J Disini dikumpulkan yang memiliki yang sama sehingga dia dikurangkan terlebih dahulu, setelah itu dijumlah dengan menyamakan penyebut yang belum mempunyai penyebut yang sama.

ST1-056 P Jadi...dari mana ini $\frac{19}{3}$?

ST1-056 J Dari $27 - 8$

$$\begin{array}{r} 27 \\ - 8 \\ \hline 19 \end{array}$$

ST1-057 P Ini ~~5~~ minus 5 ?

ST1-057 J -5 dari $-9 + 4$

ST1-058 P Selanjutnya, ini $\left[\frac{19 - 15}{3} \right]$ dari mana didapat ?

ST1-058 J $\left[\frac{19}{3} - 5 \right]$ belum mempunyai penyebut yang sama sehingga harus disamakan penyebutnya terlebih dahulu, dengan mengalikan...-5 tadi dikali 3 sehingga akan mempunyai penyebut 3.

ST1-059 P Jadi hasilnya ?

ST1-059 J Hasilnya $\left[\frac{1}{3} \text{ sa} \right]$ satuan luas Pak...

ST1-060 P Mengapa luasnya dijumlah

$$L_{\text{total}} = L_1 + L_2 ?$$

Berasal dari tulisan subjek pada saat di wawancara:

$$\begin{array}{r} L_{\text{total}} = L_1 + L_2 \\ = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} \\ = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3} \text{ satuan luas} \end{array}$$

ST1-060 J Karena kita mencari luas total yang diarsir tadi sehingga luas pertama dijumlah dengan luas kedua.

ST1-061 P Jadi hasilnya ?

ST1-061 J Menjadi $\frac{8}{3}$

ST1-062 P Dari mana ini $\left[\frac{2\frac{2}{3} \text{ satuan Luas}}{3} \right]$?

ST1-062 J Karena kita menjadikan pecahan campuran

d) Verifikasi

Pada tahapan ini, Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-063* berikut:

ST1-063 P Coba periksa kembali jawabannya ?apakah Anda sudah yakin benar ?

ST1-063 J Yakin Pak....

Validasi Data Subjek Tinggi (ST) tentang kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP)

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek tinggi terhadap kemampuan keterampilan proses pemecahan. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.6

Tabel 4.6 Perbandingan Data kemampuan Subjek Tinggi (ST) terhadap kemampuan keterampilan proses pemecahan pada tes diagnostik dan Wawancara setiap tahapan

Tes diagnostik		Wawancara	
Memahami soal			
Pada tahapan ini yaitu: (1) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan (<i>ST1-langkah-01</i>), (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengidentifikasi $y = x^2 - 2x$		Pada tahapan ini yaitu: (1) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan (<i>ST1-003, ST1-004</i>), (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam	

sebagai kurva parabola dan syarat sumbu x, $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai batas-batas pada soal (ST1-langkah-02)	mengidentifikasi $y = x^2 - 2x$ sebagai kurva parabola dan syarat sumbu x, $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai batas-batas pada soal (ST1-005, ST1-006, ST1-007)
---	--

Merencanakan penyelesaian

Pada tahapan ini, kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menggunakan konsep integral $L = \int_a^b y \, dx$ dan $\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$, selesaikan dengan operasi hitung (ST1-langkah-03)	Pada tahapan ini, kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menggunakan konsep integral $L = \int_a^b y \, dx$ dan $\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$, selesaikan dengan operasi hitung (ST1-008)
---	--

Melakukan rencana penyelesaian

Pada tahapan ini, subjek tinggi mampu melakukan penyelesaian soal (ST) yaitu:	Pada tahapan ini, subjek tinggi mampu melakukan penyelesaian soal yaitu:
(1) Kemampuan subjek tinggi baik dalam menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal meliputi: 1.a Cara yang benar dalam menentukan teknik menggambar grafik (ST1-langkah-04)	(1) Kemampuan subjek tinggi baik dalam menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal meliputi: 1.a Cara yang benar dalam menentukan teknik menggambar grafik (ST1-

1.b Cara yang benar dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran (<i>ST1-langkah-05</i>)	010, <i>ST1-011, ST1-014</i>)
1.c Cara yang benar dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar yaitu luas pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ luas kedua batas-batas $x = 2$ dan $x = 3$ (<i>ST1-langkah-06</i>)	1.b Cara yang benar dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran (<i>ST1-012, ST1-013</i>)
1.d Cara yang benar dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x) dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$ (<i>ST1-langkah-07</i>)	1.c Cara yang benar dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar yaitu luas pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ luas kedua batas-batas $x = 2$ dan $x = 3$ (<i>ST1-019</i>)
(2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan (<i>ST1-langkah-08</i>)	1.d Cara yang benar dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x) dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$ (<i>ST1-029</i>)
	(2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan (<i>ST1-031, ST1-032, ST1-033, ST1-034, ST1-035, ST1-036, ST1-037, ST1-038, ST1-039, ST1-040, ST1-041, ST1-042, ST1-043, ST1-044, ST1-045, ST1-046, ST1-048, ST1-049, ST1-050, ST1-051, ST1-052,</i>

<i>ST1-053, ST1-054, ST1-055, ST1-056, ST1-057, ST1-058, ST1-059, ST1-060, ST1-061, ST1-062)</i>	
Verifikasi	
Pada tahapan ini, kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya (<i>ST1-langkah-09</i>)	Pada tahapan ini, kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya (<i>ST1-063</i>)

Berdasarkan Tabel 4.6, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek tinggi terhadap kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

b. Paparan Data hasil tes diagnostik (TD) soal nomor 2 Subjek Tinggi (ST)

Soal

Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$, garis $x = 0$ dan $x = 2$.

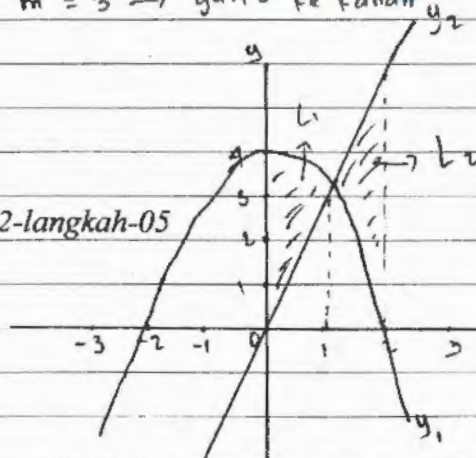
2. a) Dik : kurva $y = 4 - x^2$
 $y = 3x$ ST2-langkah-01
 Syarat $x = 0$ dan $x = 2$
 Dit : $L_{\text{total}} = \dots ?$

b) $y_1 = 4 - x^2$ (kurva parabola)
 $y_2 = 3x$ (kurva linier) ST2-langkah-02
 $x = 0$ dan $x = 2$ yang disyaratkan

c) Gambarkan kurva dan daerah arsiran
 Tentukan batas-batas integral ST2-langkah-03
 Tentukan rumus yang digunakan
 $L = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$ dan $\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$
 Selesaikan dengan operasi hitung

d) $y = 4 - x^2$ (kurva parabola)
 titik potong sumbu x ; $y = 0$ titik potong sumbu y ; $x = 0$
 $4 - x^2 = 0$ $y = 4 - 0^2$
 $(-x + 2)(x + 2) = 0$ $= 4$ ST2-langkah-04
 $x_1 = -2 \vee x_2 = 2$ $(-2, 2)$ $(0, 4)$
 $a = -1 < 0$ (membuka ke bawah)
 dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$
 $y = 3x \rightarrow$ garis ini melalui titik $(0, 0)$
 dari bentuk umum $y = mx + c$
 $m = 3 \rightarrow$ garis ke kanan y_2

e.



ST2-langkah-05

$y = y$ (berpotongan)
 $3x = 4 - x^2$
 $3x - 4 + x^2 = 0$
 $x^2 + 3x - 4 = 0$
 $(x - 1)(x + 4) = 0$
 $x = 1 \vee x = -4$

f) $L_1 =$ batas integralnya $x=0$ dan $x=1$
 $L_2 =$ batas integralnya $x=1$ dan $x=2$ ST2-langkah-06

g) $L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 \, dx$ ST2-langkah-07
 $= \int_0^1 4 - x^2 - (3x) \, dx$

$L_2 = \int_1^2 y_2 - y_1 \, dx$ ST2-langkah-07
 $= \int_1^2 3x - (4 - x^2) \, dx$

h) $L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 \, dx$
 $= \int_0^1 4 - x^2 - (3x) \, dx$
 $= 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \Big|_0^1 \rightarrow L = \int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$
 $= \left(4 \cdot 1 - \frac{1}{3}1^3 - \frac{3}{2}1^2 \right) - \left(4 \cdot 0 - \frac{1}{3}0^3 - \frac{3}{2}0^2 \right)$
 $= \left(4 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2} \right) - 0$ ST2-langkah-08
 $= \frac{24 - 2 - 9}{6} = \frac{13}{6} \text{ sq}$

$L_2 = \int_1^2 y_2 - y_1 \, dx$
 $= \int_1^2 3x - (4 - x^2) \, dx$
 $= \int_1^2 (3x - 4 + x^2) \, dx$ ST2-langkah-08
 $= \frac{3}{2}x^2 - 4x + \frac{1}{3}x^3 \Big|_1^2$
 $= \left(\frac{3}{2}2^2 - 4 \cdot 2 + \frac{1}{3}2^3 \right) - \left(\frac{3}{2}1^2 - 4 \cdot 1 + \frac{1}{3}1^3 \right)$
 $= \left(\frac{12}{2} - 8 + \frac{8}{3} \right) - \left(\frac{3}{2} - 4 + \frac{1}{3} \right)$
 $= \frac{12}{2} - \frac{3}{2} + \frac{8}{3} - \frac{1}{3} - 8 + 4$
 $= \frac{9}{2} + \frac{7}{3} - 4$
 $= \frac{27 + 14 - 24}{6}$
 $= \frac{17}{6} \text{ sq}$

$L_{\text{total}} = L_1 + L_2$
 $= \frac{13}{6} + \frac{17}{6}$ ST2-langkah-08
 $= \frac{30}{6}$
 $= 5 \text{ satuan luas}$

Saya sudah yakin dengan jawaban saya, pk. ST2-langkah-09

1) Kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM).

Berdasarkan hasil tes diagnostik dari subjek tinggi bahwa kemampuan pemahaman objek kajian matematika meliputi indikator fakta, konsep, prinsip dan skill, dapat dilihat petikan jawaban sebagai berikut:

Fakta

Dari petikan jawaban subjek tinggi di atas, terlihat bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal (*ST2-langkah-01*). Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ dan sebagai batas-batas garis $x = 0$ dan $x = 2$ yang disyaratkan pada soal (*ST2-langkah-02*). Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menuliskan rumus yang akan digunakan (*ST2-langkah-03*). Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam mengenal dan menuliskan simbol dan notasi pada rumus integral serta dapat membedakan antara luas daerah pertama dan luas daerah kedua yaitu $L_1 = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$ dan $L_2 = \int_a^b y_2 - y_1 \, dx$ (*ST2-langkah-07*). Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara.

Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-002* sampai dengan *ST1-003* berikut:

ST1-002 P Apa yang diketahui dengan soal ini ?

ST1-002 J Yang diketahui ialah kurva $y = 4 - x^2$ ialah kurva parabola sedangkan $y = 3x$ ialah kurva garis lurus dan syaratnya yaitu $x = 0$ dan $x = 2$.

ST1-003 P Apa yang ditanyakan ?

ST1-003 J Yang ditanyakan Pak....luas daerah.

Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ dan sebagai batas-batas garis $x = 0$ dan $x = 2$ yang disyaratkan pada soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-004 sampai dengan ST1-006 berikut:

ST1-004 P Apa cirinya sampai Anda mengatakan parabola ?

ST1-004 J Iya PakKurva parabola memiliki ciri variabel x berpangkat dua.

ST1-005 P sementara $y = 3x$?

ST1-005 J Sementara kurva garis lurus tidak mempunyai pangkat.....maaf pak.....kalau kurva garis lurus mempunyai variabel pangkat satu.

ST1-006 P Selanjutnya, garis $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai apa tadi ?

ST1-006 J Sebagai syarat Pak....

Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menyebutkan rumus yang akan digunakan, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-007 berikut:

ST1-007 P Apa rencana yang Anda lakukan dalam menyelesaikan soal ini ?

ST1-007 J Dalam menyelesaikan soal....ee.....kita akan menuliskan terlebih dahulu yang diketahui dan ditanyakan, terus yang disyaratkan, lalu menggambar kurva, dan mengarsir daerah, selanjutnya menentukan batas-batas integral, lalu menentukan rumus yang digunakan yaitu $L = \int_a^b y_1 - y_2 dx$, dan $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, setelah itu menyelesaikan

dengan operasi hitung.

Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam mengenal simbol dan notasi pada rumus integral serta dapat membedakan antara luas daerah

pertama dan luas daerah kedua yaitu $L_1 = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ dan $L_2 =$

$\int_a^b y_2 - y_1 dx$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode

ST1-024 sampai dengan ST1-026 berikut:

ST1-024 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

ST1-024 J Setelah itu menentukan rumus yang akan digunakan.

ST1-025 P Silakan tulis rumusnya.....

ST1-025 J (subjek menuliskan rumusnya)

$$\begin{aligned} L_1 &= \int_a^b y_1 - y_2 dx = \int_0^1 4 - x^2 - (3x) dx \\ L_2 &= \int_a^b y_2 - y_1 dx = \int_1^2 3x - (4 - x^2) dx \end{aligned}$$

ST1-026 P Bisa dijelaskan maksud simbol rumus tersebut ?

ST1-026 J Iya Pak.....luas pertama sama dengan intergal $a = 0$ sebagai batas bawah menuju $b = 1$ sebagai batas atas..... $y_1 - y_2$ karena kurva parabola dikurang kurva garis, karenae..... kurva parabola berada di atas daerah arsiran sedangkan kurva linear berada dibawah daerah arsiran sedangkan dx sebagai keterangan integral. Luas kedua sama dengan intergal $a = 1$ sebagai batas bawah menuju $b = 2$ sebagai batas atas..... $y_2 - y_1$ karena kurva linear berada di atas daerah arsiran sedangkan kuva parabola berada di bawah daerah arsiran sedangkan dx sebagai keterangan integral.

Validasi Data Subjek Tinggi (ST) tentang kemampuan terhadap pemahaman fakta

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek tinggi terhadap pemahaman fakta. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.7

Tabel 4.7 Perbandingan Data kemampuan Subjek Tinggi (ST) terhadap pemahaman fakta pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal (<i>ST2-langkah-01</i>), (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ dan sebagai batas-batas garis $x = 0$ dan $x = 2$ yang disyaratkan pada soal (<i>ST2-langkah-02</i>), (3) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menuliskan rumus yang akan digunakan (<i>ST2-langkah-03</i>), (4) Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam mengenal dan menuliskan simbol dan notasi pada rumus integral serta dapat	Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal (<i>ST1-002, ST1-003</i>), (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ dan sebagai batas-batas garis $x = 0$ dan $x = 2$ yang disyaratkan pada soal (<i>ST1-004, ST1-005, ST1-006</i>), (3) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami rumus yang akan digunakan (<i>ST1-007</i>), (4) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam mengenal simbol dan

membedakan antara luas pertama dan luas kedua yaitu	$L_1 =$ dapat membedakan antara luas
$\int_a^b y_1 - y_2 \, dx$ dan	L_2 daerah pertama dan luas daerah
$= \int_a^b y_2 - y_1 \, dx$ (ST2-langkah-07)	kedua yaitu $L_1 = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$
	dan
	$L_2 = \int_a^b y_2 - y_1 \, dx$ (ST1-024, ST1-025, ST1-026)

Berdasarkan Tabel 4.7, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek tinggi terhadap pemahaman fakta adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

Konsep

Dari petikan jawaban subjek tinggi di atas, terlihat bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$ dengan menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat (ST2-langkah-04, ST2-langkah-05), dan sangat baik memahami dalam syarat grafik parabola $y = 4 - x^2$ dimana $a = 1 > 0$ membuka ke atas dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$ dan syarat grafik garis lurus $y = 3x$ dari bentuk umum $y = mx + c$ (ST2-langkah-04). Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menyatakan ulang konsep integral yaitu $L_1 = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$ dan $L_2 = \int_a^b y_2 - y_1 \, dx$ (ST2-langkah-07). Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menyatakan ulang konsep rumus jumlah luas daerah arsiran $L = L_1 + L_2$ (ST2-langkah-08). Hasil tes

diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola dan garis lurus, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode STI-008 sampai dengan STI-013 dilanjutkan kode STI-017 berikut:

STI-008 P Apa yang Anda lakukan pertama kali ?

STI-008 J Menuliskan yang diketahui Pak.....

STI-009 P Silakan.....

STI-009 J (subjek menuliskan yang diketahui)

$y = 4 - x^2$ (kurva parabola)	
titik potong sumbu x ; $y = 0$	titik potong sumbu y ; $x = 0$
$4 - x^2 = 0$	$y = 4 - x^2$
$(x - 2)(x + 2) = 0$	$y = 4 - 0^2$
$x_1 = 2$ dan $x_2 = -2$	$y = 4 = (0, 4)$

STI-010 P Bisa dijelaskan.....mengapa disini $[4 - x^2 = 0]$ nol(0) dan.....apa istilahnya ?

STI-010 J Memfaktorkan Pak....

STI-011 P Oh ya.....silakan jelaskan.

STI-011 J Disinie.....

Subjek menunjuk hasil tulisannya sambil mengungkapkan:

$$\text{titik potong sumbu } x ; y = 0$$

karena titik potong sumbu x maka y -nya $= 0$ yaitu $4 - x^2 = 0$, setelah itu difaktorkan untuk mencari x_1 dan x_2

STI-012 P Selanjutnya, apa ini.....?

$$\begin{aligned} &\text{titik potong sumbu } y ; x = 0 \\ &y = 4 - x^2 \\ &y = 4 - 0^2 \\ &y = 4 = (0, 4) \end{aligned}$$

STI-012 J Titik potong sumbu y dengan $x = 0$ Pak...jadi $y = 4 - x^2$,

ee.... $y = 4 - 0x$, ee..... y -nya $= 4$ Pak....jadi $(0,4)$

ST1-013 P Oh iyaapa ini

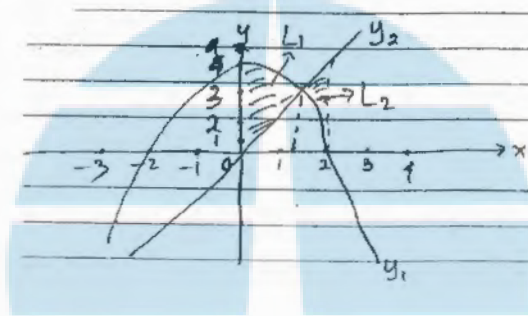
$$\begin{array}{l} y = 3x = \text{melalui titik } (0,0) \\ m = 3 \rightarrow \text{garis ke kanan} \end{array}$$

yang kita tulis $y = 3x$?

ST1-013 J $y = 3x$ yaitu kurva linear Pak....kurva melalui titik $(0,0)$ dengan gradien m -nya yaitu 3.

ST1-017 P Silakan digambar.....

ST1-017 J (subjek menggambar)



Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami syarat grafik parabola $y = 4 - x^2$ dimana $a = 1 > 0$ membuka ke atas dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$ dan syarat grafik garis lurus $y = 3x$ dari bentuk umum $y = mx + c$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-013 sampai dengan ST1-015 dilanjutkan kode ST1-018 berikut:

ST1-013 P Oh iyaapa ini

$$\begin{array}{l} y = 3x = \text{melalui titik } (0,0) \\ m = 3 \rightarrow \text{garis ke kanan} \end{array}$$

yang kita tulis $y = 3x$?

ST1-013 J $y = 3x$ yaitu kurva linear Pak....kurva melalui titik $(0,0)$ dengan gradien m -nya yaitu 3.

ST1-014 P Kenapa melalui $(0,0)$ apa alasannya ?

ST1-014 J Karena $y = 3x$ atau kurva linear tidak memiliki konstanta dari bentuk umum $y = mx$.

ST1-015 P Terus, ini [garis ke kanan] apa maksudnya garis ke kanan ?

ST1-015 J Subjek menunjuk hasil tulisannya:

$$m = 3$$

Garis ke kanan Pak...karena gradiennya = 3 yaitu positif

ST1-018 P Mengapa kurva parabolanya membuka ke bawah ?

ST1-018 J Iya pak....karena disini [$y = 4 - x^2$] koefisien x^2 yaitu -1 , sedangkan syaratnya tadi jika $a < 0$ kurvanya membuka ke bawah dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$

Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep integral yaitu $L_1 = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ dan $L_2 = \int_a^b y_2 - y_1 dx$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-025 sampai kode ST1-026 berikut:

ST1-025 P Silakan tulis rumusnya.....

ST1-025 J (subjek menuliskan rumusnya)

$$\begin{aligned} L_1 &= \int_a^b y_1 - y_2 dx = \int_0^1 4 - x^2 - (3x) dx \\ L_2 &= \int_a^b y_2 - y_1 dx = \int_1^2 3x - (4 - x^2) dx \end{aligned}$$

ST1-026 P Bisa dijelaskan maksud simbol rumus tersebut ?

ST1-026 J Iya Pak.....luas pertama sama dengan integral $a = 0$ sebagai batas bawah menuju $b = 1$ sebagai batas atas..... $y_1 - y_2$ karena kurva parabola dikurang kurva garis,karenae..... kurva parabola berada di atas daerah arsiran sedangkan kurva linear berada di bawah daerah arsiran sedangkan dx sebagai keterangan integral. Luas kedua sama dengan integral $a = 1$ sebagai batas bawah menuju $b = 2$ sebagai batas atas..... $y_2 - y_1$ karena kurva linear berada di atas daerah arsiran sedangkan kurva parabola berada di bawah daerah arsiran sedangkan dx sebagai keterangan integral.

Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep rumus jumlah luas daerah arsiran $L = L_1 + L_2$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-061* berikut:

- ST1-061

P

Apa maksudnya [$L_{total} = L_1 + L_2$] ?
- ST1-061

J

Luas total yaitu penjumlahan dari luas pertama ditambah dengan luas kedua sehingga (sambil menjelaskan apa yang dia tulis)

$$L_{total} = L_1 + L_2$$
$$= 13 + 17$$
$$= 6 + 6$$
$$= 30$$
$$= 6 = 5 \text{ satuan luas}$$

Validasi Data Subjek Tinggi (ST) tentang kemampuan terhadap pemahaman konsep

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek tinggi terhadap pemahaman konsep. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.8

Tabel 4.8 Perbandingan Data kemampuan Subjek Tinggi (ST) terhadap pemahaman konsep pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek tinggi sangat baikS memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$ dengan	Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek tinggi sangat memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = 4 - x^2$ dan

menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat (ST2-langkah-04, ST2-langkah-05), (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami syarat grafik parabola $y = 4 - x^2$ dimana $a = 1 > 0$ membuka ke atas dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$ dan syarat grafik garis lurus $y = 3x$ dari bentuk umum $y = mx + c$ (ST2-langkah-04), (3) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menyatakan ulang konsep integral yaitu $L_1 = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ dan $L_2 = \int_a^b y_2 - y_1 dx$ (ST2-langkah-07), (4) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami menyatakan ulang konsep rumus jumlah luas daerah arsiran $L = L_1 + L_2$ (ST2-langkah-08)	garis lurus $y = 3x$ dengan sumbu koordinat (ST1-008, ST1-009, ST1-010, ST1-011, ST1-012, ST1-013, ST1-017), (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami syarat grafik parabola $y = 4 - x^2$ dimana $a = 1 > 0$ membuka ke atas dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$ dan syarat grafik garis lurus $y = 3x$ dari bentuk umum $y = mx + c$ (ST1-013, ST1-014, ST1-015, ST1-018), (3) Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep integral yaitu $L_1 = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ dan $L_2 = \int_a^b y_2 - y_1 dx$ (ST1-025, ST1-026), (4) Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep rumus jumlah luas daerah arsiran $L = L_1 + L_2$ (ST1-061)
--	---

Berdasarkan Tabel 4.8, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek tinggi terhadap pemahaman konsep adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

Prinsip

Dari petikan jawaban subjek tinggi di atas, terlihat bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggambar dua kurva dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran (*ST2-langkah-05*). Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan teorema dasar

integral yaitu $L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ misalnya $L_1 = \int_0^1 4 - x^2 - (3x) dx$

$$= \left[4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \right]_0^1 = 4(1) - \frac{1}{3}(1)^3 - \frac{3}{2}(1)^2 - \left[(0) - \frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 \right] \quad (\text{ST1-}$$

langkah-08) serta kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami sifat

integral bentuk pangkat misalnya $\int_0^1 4 - x^2 - (3x) dx =$

$$\left[4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \right]_0^1 \quad (\text{ST2-langkah-08}). \text{ Kemampuan subjek tinggi sangat}$$

baik memahami dalam menggunakan dua kurva yang saling berpotongan dengan rumus $y_1 = y_2$ dimana $y_1 = 4 - x^2$ dan $y_2 = 3x$ (*ST2-langkah-05*).

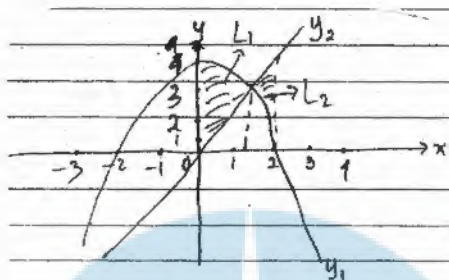
Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggambar dua kurva dan letak daerah arsiran, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-016* sampai dengan *ST1-017* dilanjutkan *ST1-019* sampai dengan *ST1-020* berikut:

ST1-016 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

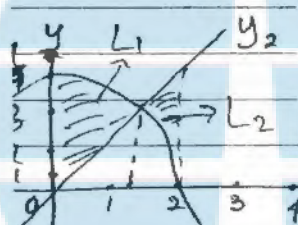
ST1-016 J Selanjutnya menggambar kurva dan mengarsir daerahnya

ST1-017 P Silakan digambar.....

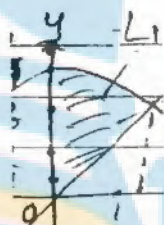
ST1-017 J (subjek menggambar)



ST1-019 P Selanjutnya, mengapa arsiranya ada dua ?



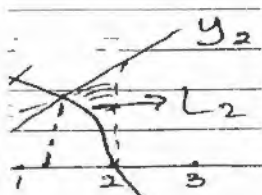
ST1-019 J Iya Pak....karena kurva ini



dibatasi oleh dua kurva yaitu kurva parabola dan kurva linear.

ST1-020 P Selanjutnya ?

ST1-020 J Selanjutnya.....ee.....



luas kedua dibatasi oleh kurva linear dan kurva parabola Pak....

Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan teorema dasar integral yaitu $L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ misalnya $L_1 =$

$$\int_0^1 4 - x^2 - (3x) dx = \left[4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \right]_0^1 =$$

$$4(1) - \frac{1}{3}(1)^3 - \frac{3}{2}(1)^2 - \left[(0) - \frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 \right], \text{ seperti yang terlihat pada}$$

petikan wawancara dengan kode ST1-036 sampai dengan ST1-038 berikut:

ST1-036 P Kenapa bisa Idulu disubstitusi di sini

$$= \left[4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \right]_0^1 \\ = \left(1 \cdot 1 - \frac{1}{3}1^3 - \frac{3}{2}1^2 \right) - \left(4 \cdot 0 - \frac{1}{3}0^3 - \frac{3}{2}0^2 \right)$$

baru 0, adakah rumusnya ?

ST1-036 J Iya Pak....ada rumusnya yaitu integral batas atas dikurang integral batas bawah Pak....

ST1-037 P Bisa ditulis rumusnya ?

ST1-037 J Bisa Pak....(subjek menuliskan rumusnya)

$$L = \int_a^b f(x) dx \\ = F(b) - F(a)$$

ST1-038 P Apa maksudnya simbol-simbol yang Anda tulis ?

ST1-038 J Iya Pak....integral a menuju b, a sebagai batas bawah dan b sebagai batas $f(x) dx$, $f(x)$ ialah kurva yang diketahui Pak....kemudian F yaitu hasil integral dari kurva yang tadi diketahui. $F(b)$ adalah batas atas b disubstitusikan ke F dan $F(a)$ adalah batas bawah a disubstitusikan ke F.

Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami sifat integral bentuk

pangkat misalnya $\int_0^1 4 - x^2 - (3x) dx = \left[4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \right]_0^1$, seperti yang

terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-033 sampai dengan ST1-034 berikut:

ST1-033 P Selanjutnya.....dari mana Anda dapat ini.

$$L_1 = \int_0^1 4 - u^2 - (3u) du$$

$$= 4u - \frac{1}{3}u^3 - \frac{3}{2}u^2 \Big|_0^1$$

4 menjadi $4x$, x^2 menjadi $1/3x^3$?

Diambil dari L_1 pada saat subjek menghitung:

$$L_1 = \int_0^1 4 - u^2 - (3u) du$$

$$= 4u - \frac{1}{3}u^3 - \frac{3}{2}u^2 \Big|_0^1$$

$$= \left(1 \cdot 1 - \frac{1}{3}1^3 - \frac{3}{2}1^2\right) - \left(4 \cdot 0 - \frac{1}{3}0^3 - \frac{3}{2}0^2\right)$$

$$= \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2}\right) - 0$$

$$= \frac{24 - 2 - 9}{6} = \frac{13}{6} \text{ satuan}$$

ST1-033 J Ohyang ini Pak....dimasukkan ke rumus integral, karena sesuai dengan rumus integral yaitu

koefisien per pangkat variabel ditambah 1 dikali variabel pangkat ee....ditambah 1.

ST1-034 P Bisa dituliskan rumusnya ? dan contohnya ?

ST1-034 J (subjek menuliskan rumusnya dan contohnya)

$$\int au^n dx = \frac{a}{n+1} x^{n+1} + C \quad \rightarrow \quad \int u^2 du = \frac{1}{3} u^3 + C$$

Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan dua kurva yang saling berpotongan dengan rumus $y_1 = y_2$ dimana $y_1 = 4 - x^2$ dan $y_2 = 3x$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-028 sampai dengan ST1-032 berikut:

ST1-028 P Darimana Anda dapatkan 1 pada sumbu x ?

ST1-028 J Di sini ada perpotongan dua kurva.

ST1-029 P Bisa ditulis perpotongannya yang Anda maksud ?

ST1-029 J (subjek menuliskan)

$$\begin{array}{l}
 y = y \text{ (berpotongan)} \\
 4 - x^2 = 3x \\
 4 - x^2 - 3x = 0 \\
 -x^2 - 3x + 4 = 0 \quad \times (-1) \\
 x^2 + 3x - 4 = 0 \\
 (x - 1)(x + 4) = 0 \\
 x_1 = 1 \quad \vee \quad x_2 = -4
 \end{array}$$

ST1-030 P Bisa dijelaskan perpotongan tadi ?

ST1-030 J Iya pak.....rumusnya yaitu y linear sama dengan y parabola, lalu memasukkan nilai-nilai y yaitu $3x = 4 - x^2$ kemudian dikumpulkan pada satu ruas sehingga $x^2 + 3x - 4 = 0$, lalu difaktorkan yaitu $(x - 1)(x + 4) = 0$, kemudian x_1 -nya yaitu -4 dan x_2 -nya yaitu 1 .

ST1-031 P Yang mana digunakan 1 atau -4 ?

ST1-031 J Yang satu Pak.....

ST1-032 P Kenapa bisa 1 ?

ST1-032 J Karena syarat pada soal tadi yaitu $x = 0$ dan $x = 2$, sedangkan -4 tidak berada diantara keduanya Pak.....

Validasi Data Subjek Tinggi (ST) tentang kemampuan terhadap pemahaman prinsip

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek tinggi terhadap pemahaman prinsip. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.9

Tabel 4.9 Perbandingan Data kemampuan Subjek Tinggi (ST) terhadap pemahaman prinsip pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggambar dna kurva dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran (<i>ST2-langkah-05</i>), (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan teorema dasar integral yaitu $L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ misalnya $L_1 = \int_0^1 4 - x^2 - (3x) dx = \left[4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \right]_0^1 = 4(1) - \frac{1}{3}(1)^3 - \frac{3}{2}(1)^2 - \left[(0) - \frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 \right]$ (<i>ST1-langkah-08</i>), (3) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami sifat integral bentuk pangkat misalnya $\int_0^2 x^2 - 2x dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_0^2$ (<i>ST2-langkah-08</i>), (4) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan dua kurva yang saling berpotongan dengan rumus $y_1 = y_2$ dimana $y_1 =$	Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggambar dua kurva dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran (<i>ST1-016, ST1-017, ST1-019, ST1-020</i>), (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan teorema dasar integral yaitu $L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ misalnya $L_1 = \int_0^1 4 - x^2 - (3x) dx = \left[4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \right]_0^1 = 4(1) - \frac{1}{3}(1)^3 - \frac{3}{2}(1)^2 - \left[(0) - \frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 \right]$ (<i>ST1-036, ST1-037, ST1-038</i>), (3) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami sifat integral bentuk pangkat misalnya $\int_0^1 4 - x^2 - (3x) dx = \left[4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \right]_0^1$ (<i>ST1-033, ST1-034</i>), (4) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami

$4 - x^2$ dan $y_2 = 3x$ (ST2-langkah-05) dalam menggunakan dua kurva yang saling berpotongan dengan rumus $y_1 = y_2$ dimana $y_1 = 4 - x^2$ dan $y_2 = 3x$ (ST1-028, ST1-029, ST1-030, ST1-031, ST1-032)

Berdasarkan Tabel 4.9, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek tinggi terhadap pemahaman prinsip adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

Operasi (Skill)

Dari petikan jawaban subjek tinggi di atas, terlihat bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan misalnya $\frac{12}{2} - \frac{3}{2} + \frac{8}{3} - \frac{1}{3} - 8 + 4$ (ST2-langkah-08). Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menentukan hasil akhir misalnya Luas total $= L_1 + L_2 = \frac{13}{6} + \frac{17}{6} = \frac{30}{6} = 5$ satuan luas (ST2-langkah-08).

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-039 sampai dengan ST1-045 dilanjutkan ST1-050 sampai dengan ST1-060 berikut:

ST1-039 P Selanjutnya, darimana ini $\left[\frac{4 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2}}{2} - 0 \right]$?

ST1-039 J Dimasukkan nilai-nilai batasnya tadi Pak....

$$= \frac{\left(1 \cdot 1 - \frac{1}{3} 1^2 - \frac{3}{2} 1^2 \right) - \left(4 \cdot 0 - \frac{1}{3} 0^2 - \frac{3}{2} 0^2 \right)}{2}$$

sehingga 4 dikali 1 kurang 1/3 di kali 1³ dikurang 3/2 dikali 1² dikurang 4 dikali 0 dikurang 1/3 dikali 0³ dikurang 3/2 dikali 0² Pak.....sehingga hasilnya 4 - 1/3 - 3/2 - 0 Pak....

ST1-040 P Jadi...hasil dari 4 ?

ST1-040 J 4 - 1 4 dikali 1 Pak....

ST1-041 P $\frac{1}{2}$?

ST1-041 J $\frac{1}{2} 1^2$ 1/3 dikali 1³.

ST1-042 P $\frac{3}{2}$?

ST1-042 J $\frac{3}{2} 1^2$ 3/2 dikali 1²

ST1-043 P Kenapa bisa nol disini 0 ?

ST1-043 J Karena bilangan apapun yang dikalikan dengan 0 akan menghasilkan 0.

ST1-044 P Dari di dapat ini $\left[\frac{24 - 2 - 9}{6} \right]$?

ST1-044 J Dari $\left(4 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2} \right)$ yang disamakan penyebutnya masing-masing Pak....

ST1-045 P Baik.....hasilnya ?

ST1-045 J $\frac{13}{6}$ satuan luas

ST1-050 P Selanjutnya, dari mana Anda dapat ini $\left[\frac{12}{2} \right]$?

ST1-050 J $\frac{3}{2} 2^2$ Dari 3/2 dikali 22 Pak....

ST1-051 P $\frac{10}{3}$?

ST1-051 J 4 - 2 Dari 4 kali 2

ST1-052 P Kalau ini $\frac{10}{3}$?

ST1-052 J $\frac{1}{3} \times 23$ Dari $\frac{1}{3}$ dikali 23 Pak.....

ST1-053 P Yang ini $\frac{3}{2}$?

ST1-053 J $\frac{3}{2} \times 12$ Dari $\frac{3}{2}$ dikali 12 Pak.....

ST1-054 P ~~4~~ ?

ST1-054 J ~~4~~ + 4 kali 1

ST1-055 P $\frac{1}{3}$?

ST1-055 J $\frac{1}{3} \times 13$ $\frac{1}{3}$ dikali 13

ST1-056 P Selanjutnya, ini $-\frac{12}{2} + \frac{3}{2} + \frac{8}{3} - \frac{1}{3} + 4$?

ST1-056 J Ini hasil $-\left(\frac{12}{2} - \frac{3}{2} + \frac{8}{3}\right) - \left(\frac{3}{2} - 4 + \frac{1}{3}\right)$

ST1-057 P Kenapa disini berubah tanda, tadinya [~~4~~] minus 4 menjadi [~~4~~] positif 4, [~~$\frac{1}{3}$~~] positif $\frac{1}{3}$ menjadi [~~$\frac{1}{3}$~~] negatif $\frac{1}{3}$, coba beri alasan ?

ST1-057 J Minus kali minus menjadi plus Pak....sedangkan minus kali plus tetap minus.

ST1-058 P Selanjutnya, dari mana ini $-\frac{9}{2} + \frac{7}{3} - 4$?

ST1-058 J Dari $-\frac{12}{2} + \frac{3}{2} + \frac{8}{3} - \frac{1}{3} + 4$ Pak.....

ST1-059 P $= \frac{27 + 14 - 24}{6}$
Selanjutnya, ini [$\frac{27 + 14 - 24}{6}$] dari di dapat ?

ST1-059 J Dari [$-\frac{9}{2} + \frac{7}{3} - 4$] yang disamakan penyebutnya Pak....

ST1-060 P Di dapat ?

ST1-060 J $\frac{17}{6}$

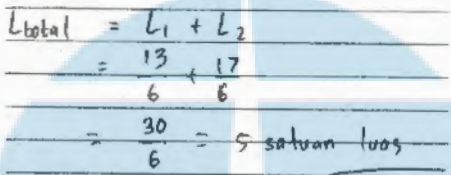
Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menentukan hasil

akhir misalnya Luas total = $L_1 + L_2 = \frac{13}{6} + \frac{17}{6} = \frac{30}{6} = 5$ satuan luas, seperti

yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-061* berikut:

ST1-061 P Apa maksudnya [$L_{total} = L_1 + L_2$] ?

ST1-061 J Luas total yaitu penjumlahan dari luas pertama ditambah dengan luas kedua sehingga (sambil menjelaskan apa yang dia tulis)


$$\begin{aligned} L_{total} &= L_1 + L_2 \\ &= \frac{13}{6} + \frac{17}{6} \\ &= \frac{30}{6} = 5 \text{ satuan luas} \end{aligned}$$

Validasi Data Subjek Tinggi (ST) tentang kemampuan terhadap pemahaman operasi (*Skill*)

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek tinggi terhadap pemahaman operasi (*Skill*). Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.10

Tabel 4.10 Perbandingan Data kemampuan Subjek Tinggi (ST) terhadap pemahaman operasi (*Skill*) pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan misalnya $\frac{12}{2} - \frac{3}{2} + \frac{8}{3} - \frac{1}{3} - 8 + 4$ (ST2-langkah-08). (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menentukan hasil akhir misalnya Luas total = $L_1 + L_2 = \frac{13}{6} + \frac{17}{6} = \frac{30}{6} = 5$ satuan luas (ST2-langkah-08)	Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan misalnya $\frac{12}{2} - \frac{3}{2} + \frac{8}{3} - \frac{1}{3} - 8 + 4$ (ST1-039, ST1-040, ST1-041, ST1-042, ST1-043, ST1-044, ST1-045, ST1-050, ST1-051, ST1-052, ST1-053, ST1-054, ST1-055, ST1-056, ST1-057, ST1-058, ST1-059, ST1-060). (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menentukan hasil akhir misalnya Luas total = $L_1 + L_2 = \frac{13}{6} + \frac{17}{6} = \frac{30}{6} = 5$ satuan luas (ST1-061)

Berdasarkan Tabel 4.10, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek tinggi terhadap pemahaman operasi (*Skill*) adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

2) Kemampuan sistematis prosedural (KSP).

Berdasarkan hasil tes diagnostik kemampuan subjek tinggi melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal, meliputi:

- Sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*ST2-langkah-01*).
- Sangat baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ dengan syarat $x = 0$ dan $x = 2$ pada soal, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*ST2-langkah-02*).
- Sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menggunakan konsep integral $L = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$ dan $\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$ serta menyelesaikan soal dengan operasi hitung, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*ST2-langkah-03*).
- Sangat baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ dengan menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat dan syarat sebuah kuva parabola dan grafik $y = 3x$ dengan syarat sebuah garis lurus, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*ST2-langkah-04*).
- Sangat baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*ST2-langkah-05*).
- Baik dalam menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar yaitu luas daerah pertama batas-batasnya $x = 0$ dan $x = 1$, luas daerah kedua

batas-batas $x = 1$ dan $x = 2$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (ST2-langkah-06).

- Sangat baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ dan $L_2 = \int_a^b y_2 - y_1 dx$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (ST2-langkah-07).
- Sangat baik dalam mengerjakan proses penyelesaian dengan tepat dan operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (ST2-langkah-08).
- Sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (ST2-langkah-09).

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa subjek tinggi melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal, meliputi:

- Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-002 sampai dengan ST1-003 berikut:

ST1-002 P Apa yang diketahui dengan soal ini ?

ST1-002 J Yang diketahui ialah kurva $y = 4 - x^2$ ialah kurva parabola sedangkan $y = 3x$ ialah kurva garis lurus dan syaratnya yaitu $x = 0$ dan $x = 2$.

ST1-003 P Apa yang ditanyakan ?

ST1-003 J Yang ditanyakan Pak....luas daerah.

- Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ dengan syarat $x = 0$ dan $x = 2$ pada soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-004 sampai dengan ST1-006 berikut:

ST1-004 P Apa cirinya sampai Anda mengatakan parabola ?

ST1-004 J Iya PakKurva parabola memiliki ciri variabel x berpangkat dua.

ST1-005 P sementara $y = 3x$?

ST1-005 J Sementara kurva garis lurus tidak mempunyai pangkat.....maaf pak.....kalau kurva garis lurus mempunyai variabel pangkat satu.

ST1-006 P Selanjutnya, garis $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai apa tadi ?

ST1-006 J Sebagai syarat Pak.....

- Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menggunakan konsep integral $L = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ dan $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ serta menyelesaikan soal dengan operasi hitung, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-007 berikut:

ST1-007 P Apa rencana yang Anda lakukan dalam menyelesaikan soal ini ?

ST1-007 J Dalam menyelesaikan soal.....ee.....kita akan menuliskan terlebih dahulu yang diketahui dan ditanyakan, terus yang disyaratkan, lalu menggambar kurva, dan mengarsir daerah, selanjutnya menentukan batas-batas integral, lalu menentukan rumus yang digunakan yaitu $L = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ dan $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ setelah itu menyelesaikan dengan operasi hitung.

- Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ dengan menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat dan syarat sebuah kuva parabola dan grafik $y = 3x$ dengan syarat sebuah garis lurus, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-008 sampai dengan ST1-015 dan dilanjutkan kode ST1-018 berikut:

ST1-008 P Apa yang Anda lakukan pertama kali ?

ST1-008 J Menuliskan yang diketahui Pak....

ST1-009 P Silakan.....

ST-009 J (subjek menuliskan yang diketahui)

$y = 4 - x^2$ (kurva parabola)	
titik potong sumbu x ; $y=0$	titik potong sumbu y ; $x=0$
$4 - x^2 = 0$	$y = 4 - x^2$
$(2 - x + 2)(x + 2) = 0$	$y = 4 - 0^2$
$x_1 = 2$ dan $x_2 = -2$	$y = 4 = (0, 4)$

ST1-010 P Bisa dijelaskan.....mengapa disini nol(0) dan.....apa istilahnya ? $[4 - x^2 = 0]$

ST1-010 J Memfaktorkan Pak....

ST1-011 P Oh ya.....silakan jelaskan.

ST1-011 J Disinie.....

Subjek menunjuk hasil tulisannya sambil mengungkapkan:

titik potong sumbu x ; $y=0$

karena titik potong sumbu x maka y -nya = 0 yaitu $4 - x^2 = 0$, setelah itu difaktorkan untuk mencari x_1 dan x_2

ST1-012 P Selanjutnya, apa ini.....?

$$\begin{array}{l}
 \text{titik potong sumbu } y; x=0 \\
 y = 4 - x^2 \\
 y = 4 - 0^2 \\
 y = 4 = (0,4)
 \end{array}$$

ST1-012 J Titik potong sumbu y dengan $x = 0$ Pak...jadi $y = 4 - x^2$, ee.... $y = 4 - 0^2$, ee..... y -nya $= 4$ Pak...jadi $(0,4)$

ST1-013 P Oh iyaapa ini

$$\begin{array}{l}
 y = 3x = \text{melalui titik } (0,0) \\
 m = 3 \rightarrow \text{garis ke kanan}
 \end{array}$$

yang kita tulis $y = 3x$?

ST1-013 J $y = 3x$ yaitu kurva linear Pak....kurva melalui titik $(0,0)$ dengan gradien m -nya yaitu 3.

ST1-014 P Kenapa melalui $(0,0)$ apa alasannya ?

ST1-014 J Karena $y = 3x$ atau kurva linear tidak memiliki konstanta dari bentuk umum $y = mx$

ST1-015 P Terus, ini [garis ke kanan] apa maksudnya garis ke kanan ?

ST1-015 J Subjek menunjuk hasil tulisannya:

$$m = 3$$

Garis ke kanan Pak...karena gradiennya $= 3$ yaitu positif

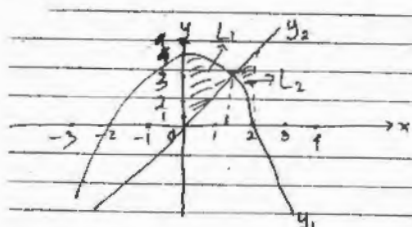
ST1-018 P Mengapa kurva parabolanya membuka ke bawah ?

ST1-018 J Iya pak....karena disini [$y = 4 - x^2$] koefisien x^2 yaitu -1 , sedangkan syaratnya tadi jika $a < 0$ kurvanya membuka ke bawah dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$

- Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-017 berikut:

ST1-017 P Silakan digambar.....

ST1-017 J (subjek menggambar)



- Kemampuan subjek tinggi baik dalam menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar yaitu luas daerah pertama batas-batasnya $x = 0$ dan $x = 1$, luas daerah kedua batas-batas $x = 1$ dan $x = 2$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-022 sampai dengan kode ST1-023 berikut:

ST1-022 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

ST1-022 J Menentukan batas-batas integral Pak.....

ST1-023 P Silakan.....

ST1-023 J (subjek menuliskan)

$$\begin{array}{l} L_1 = x=0 \text{ dan } x=1 \\ L_2 = x=1 \text{ dan } x=2 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} L_1 \\ L_2 \end{array}} \right\} \text{batas-batas integral}$$

- Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ dan $L_2 = \int_a^b y_2 - y_1 dx$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-024 sampai dengan kode ST1-025 berikut:

ST1-024 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

ST1-024 J Setelah itu menentukan rumus yang akan digunakan.

ST1-025 P Silakan tulis rumusnya.....

ST1-025 J (subjek menuliskan rumusnya)

$$\begin{aligned} L_1 &= \int_a^b y_1 - y_2 \, dx = \int_0^1 4 - x^2 - (3x) \, dx \\ L_2 &= \int_a^b y_2 - y_1 \, dx = \int_0^1 3x - (4 - x^2) \, dx \end{aligned}$$

- Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengerjakan proses penyelesaian dengan tepat dan operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-033 dilanjutkan kode ST1-046, dan dilanjutkan kode ST1-061 berikut:

ST1-033 P Selanjutnya.....dari mana Anda dapat ini

$$\begin{aligned} L_1 &= \int_0^1 4 - x^2 - (3x) \, dx \\ &= 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \Big|_0^1 \end{aligned}$$

4 menjadi 4x, x^2 menjadi $1/3x^3$?

Diambil dari L_1 pada saat subjek menghitung:

$$\begin{aligned} L_1 &= \int_0^1 4 - x^2 - (3x) \, dx \\ &= 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \Big|_0^1 \\ &= \left(4 \cdot 1 - \frac{1}{3}1^3 - \frac{3}{2}1^2\right) - \left(4 \cdot 0 - \frac{1}{3}0^3 - \frac{3}{2}0^2\right) \\ &= \left(4 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2}\right) - 0 \\ &= \frac{24}{6} - \frac{2}{6} - \frac{9}{6} = \frac{13}{6} \text{ sa} \end{aligned}$$

ST1-033 J Ohyang ini Pak....dimasukkan ke rumus integral, karena sesuai dengan rumus integral yaitu

koefisien per pangkat variabel ditambah 1 dikali variabel pangkat ee....ditambah 1.

ST1-046 P Selanjutnya luas kedua, dari mana ini

$$L_2 = \int_0^1 3x - (4 - x^2) \, dx$$

Diambil dari L_2 pada saat subjek menghitung:

$$\begin{aligned}
 L_2 &= \int_1^3 3x - (4 - x^2) dx \\
 &= \int_1^3 (3x - 4 + x^2) dx \\
 &= \left[\frac{3}{2}x^2 - 4x + \frac{1}{3}x^3 \right]_1^3 \\
 &= \left(\frac{3}{2} \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 3^3 \right) - \left(\frac{3}{2} \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 1^3 \right) \\
 &= \left(\frac{12}{2} - 8 + \frac{8}{3} \right) - \left(\frac{3}{2} - 4 + \frac{1}{3} \right) \\
 &= \frac{12}{2} - \frac{8}{2} + \frac{8}{3} - \frac{1}{3} + 4 - 1 \\
 &= \frac{9}{2} + \frac{7}{3} - 4 \\
 &= \frac{27 + 14 - 24}{6} = \frac{17}{6}
 \end{aligned}$$

ST1-046 J Iya Pak.....disini luas kedua karena $y_2 - y_1$ yaitu kurva linear dikurang kurva parabola Pak.....sehingga kurva linear terlebih dahulu dikasi' masuk.

ST1-061 P Apa maksudnya [$L_{\text{total}} = L_1 + L_2$] ?

ST1-061 J Luas total yaitu penjumlahan dari luas pertama ditambah dengan luas kedua sehingga (sambil menjelaskan apa yang dia tulis)

$$\begin{aligned}
 L_{\text{total}} &= L_1 + L_2 \\
 &= \frac{13}{6} + \frac{17}{6} \\
 &= \frac{30}{6} = 5 \text{ satuan luas}
 \end{aligned}$$

- Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-062 sampai kode ST1-063 berikut:

ST1-062 P Coba, periksa ulang kembali jawaban Anda ?

ST1-062 J (subjek sementara memeriksa jawabannya).yakin Pak....

ST1-063 P Sudah yakin.....

ST1-063 J Sudah.....

Validasi Data Subjek Tinggi (ST) tentang kemampuan sistematis prosedural (KSP)

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek tinggi terhadap kemampuan sistematis prosedural. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.11

Tabel 4.11 Perbandingan Data kemampuan Subjek Tinggi (ST) terhadap kemampuan sistematis prosedural pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini subjek tinggi melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal yaitu: (1) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (ST2-langkah-01), (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ dengan syarat $x = 0$ dan $x = 2$ pada soal (ST2-langkah-02), (3) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas	Pada bagian ini subjek tinggi melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal yaitu: (1) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (ST1-002, ST1-003), (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ dengan syarat $x = 0$ dan $x = 2$ pada soal (ST1-004, ST1-005, ST1-006), (3) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar

integral, menggunakan konsep kurva dan daerah arsiran, integral $L = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ dan menentukan batas-batas integral, menggunakan konsep integral $L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ serta $\int_a^b y_1 - y_2 dx$ dan menyelesaikan soal dengan operasi hitung (ST2-langkah-03), (4) $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, serta Kemampuan subjek tinggi sangat menyelesaikan soal dengan baik dalam menentukan teknik operasi hitung (ST1-007), (4) menggambar grafik $y = 4 - x^2$ Kemampuan subjek tinggi sangat dengan menentukan titik pada kurva baik dalam menentukan teknik di sumbu koordinat dan syarat menggambar grafik $y = 4 - x^2$ dengan menentukan titik pada sebuah kuva parabola dan grafik $y = 3x$ dengan syarat sebuah garis lurus kurva di sumbu koordinat dan (ST2-langkah-04), (5) Kemampuan syarat sebuah kuva parabola dan subjek tinggi sangat baik dalam grafik $y = 3x$ dengan syarat sebuah garis lurus (ST1-009, ST1-010, ST1-011, NC1-012, NC1-013, NC1-014, NC1-015, NC1-018), (5) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran (NC1-017), (6) Kemampuan subjek tinggi baik dalam menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar yaitu luas daerah pertama batas-batasnya $x = 0$ dan $x = 1$, luas daerah kedua batas-batas $x = 1$ dan $x = 2$ (ST2-langkah-06), (7) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ dan $L_2 = \int_a^b y_2 - y_1 dx$ (ST2-langkah-07), (8) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan penyelesaian soal yaitu $L_1 =$

soal (ST2-langkah-08),	(9)	$\int_a^b y_1 - y_2 \, dx$	dan	$L_2 =$
Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya (ST2-langkah-09).		$\int_a^b y_2 - y_1 \, dx$	(NC1-025),	
	(8)	Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengerjakan proses penyelesaian dengan tepat dan operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal (ST1-033, ST1-046, ST1-061),		
	(9)	Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya (ST1-062, ST1-063).		

Berdasarkan Tabel 4.11, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek tinggi dalam melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral yang merupakan indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

3) Kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP).

Berdasarkan data hasil tes diagnostik dari subjek tinggi, ditemukan bahwa kemampuan keterampilan proses pemecahan dalam menyelesaikan soal nomor 2 pada setiap tahapan penyelesaian dinyatakan sebagai berikut:

a) Memahami soal

Pada tahapan ini, kemampuan subjek tinggi memahami yaitu:

- (1) Sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan (*ST2-langkah-01*)
- (2) Sangat baik dalam mengidentifikasi $y = 4 - x^2$ sebagai kurva parabola dan $y = 3x$ sebagai kurva garis lurus dengan syarat $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai batas-batas pada soal (*ST2-langkah-02*)

b) Merencanakan penyelesaian

Pada tahapan ini, kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menggunakan konsep integral $L = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$, dan $\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$ serta menyelesaikan soal dengan operasi hitung (*ST2-langkah-03*)

c) Melakukan rencana penyelesaian

Pada tahapan ini, subjek tinggi melakukan penyelesaian soal yaitu:

- (1) Kemampuan subjek tinggi baik dalam menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal meliputi:
 - 1.a Cara yang benar dalam menentukan teknik menggambar grafik (*ST2-langkah-04*)
 - 1.b Cara yang benar dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran (*ST2-langkah-05*)
 - 1.c Cara yang benar dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar yaitu luas pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 1$ luas kedua batas-batas $x = 1$ dan $x = 2$ (*ST2-langkah-06*)

1.d Cara yang benar dalam menuliskan rencana penyelesaian soal

$$\text{yaitu } L_1 = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx \text{ dan } L_2 = \int_a^b y_2 - y_1 \, dx$$

(ST2-langkah-07)

(2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan

(ST2-langkah-08)

d) Verifikasi

Pada tahapan ini, kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya (ST2-langkah-09)

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Disimpulkan bahwa hasil analisis kemampuan keterampilan proses pemecahan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral dapat dilihat pada petikan wawancara setiap tahapan penyelesaian dinyatakan sebagai berikut:

a) Memahami soal

Pada tahapan ini, yaitu:

(1) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-002 sampai dengan ST1-003 berikut:

ST1-002 P Apa yang diketahui dengan soal ini ?

ST1-002 J Yang diketahui ialah kurva $y = 4 - x^2$ ialah kurva parabola sedangkan $y = 3x$ ialah kurva garis lurus dan syaratnya yaitu $x = 0$ dan $x = 2$.

ST1-003 P Apa yang ditanyakan ?

ST1-003 J Yang ditanyakan Pak....luas daerah.

(2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam mengidentifikasi $y = 4 - x^2$ sebagai kurva parabola dan $y = 3x$ sebagai kurva garis lurus dengan syarat $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai batas-batas pada soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-004* sampai dengan *ST1-006* berikut:

ST1-004 P Apa cirinya sampai Anda mengatakan parabola ?

ST1-004 J Iya PakKurva parabola memiliki ciri variabel x berpangkat dua.

ST1-005 P sementara $y = 3x$?

ST1-005 J Sementara kurva garis lurus tidak mempunyai pangkat.....maaf pak.....kalau kurva garis lurus mempunyai variabel pangkat satu.

ST1-006 P Selanjutnya, garis $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai apa tadi ?

ST1-006 J Sebagai syarat Pak....

b) Merencanakan penyelesaian

Pada tahapan ini, kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menggunakan rumus integral, dan menyelesaikan soal dengan operasi hitung, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-007* berikut:

ST1-007 P Apa rencana yang Anda lakukan dalam menyelesaikan soal ini ?

ST1-007 J Dalam menyelesaikan soal....ee.....kita akan menuliskan terlebih dahulu yang diketahui dan ditanyakan, terus yang disyaratkan, lalu menggambar kurva, dan mengarsir daerah, selanjutnya menentukan batas-batas integral, lalu menentukan

rumus yang digunakan yaitu $L = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ dan $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, setelah itu menyelesaikan dengan operasi hitung.

c) Melakukan rencana penyelesaian

Pada tahapan ini, subjek tinggi melakukan penyelesaian soal yaitu:

(1) Kemampuan subjek tinggi baik dalam menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal meliputi:

1.a Cara yang benar dalam menentukan teknik menggambar grafik, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-008 sampai dengan ST1-015 dilanjutkan kode ST1-018 berikut:

ST1-008 P Apa yang Anda lakukan pertama kali ?

ST1-008 J Menuliskan yang diketahui Pak....

ST1-009 P Silakan.....

ST1-009 J (subjek menuliskan yang diketahui)

$y = 4 - x^2$ (kurva parabola)	
hitung potong sumbu x ; $y = 0$	hitung potong sumbu y ; $x = 0$
$4 - x^2 = 0$	$y = 4 - x^2$
$(x - 2 + 2)(x + 2) = 0$	$y = 4 - 0^2$
$x_1 = 2$ dan $x_2 = -2$	$y = 4 = (0, 4)$

ST1-010 P Bisa dijelaskan.....mengapa disini $[4 - x^2 = 0]$ nol(0) dan.....apa istilahnya ?

ST1-010 J Memfaktorkan Pak....

ST1-011 P Oh ya.....silakan jelaskan.

ST1-011 J Disinie.....

Subjek menunjuk basil tulisannya sambil mengungkapkan:

titik potong sumbu x ; $y = 0$

karena titik potong sumbu x maka y -nya = 0 yaitu
 $4 - x^2 = 0$, setelah itu difaktorkan untuk mencari x_1
 dan x_2

ST1-012 P Selanjutnya, apa ini.....?

titik potong sumbu y ; $x = 0$

$$y = 4 - x^2$$

$$y = 4 - 0^2$$

$$y = 4 = (0, 4)$$

ST1-012 J Titik potong sumbu y dengan $x = 0$ Pak....jadi
 $y = 4 - x^2$, ee.... $y = 4 - 0^2$, ee.... y -nya = 4 Pak....jadi
 (0,4)

ST1-013 P Oh iyaapa ini

$$y = 3x = \text{melalui titik } (0,0)$$

$$m = 3 \rightarrow \text{garis ke kanan}$$

yang kita tulis $y = 3x$?

ST1-013 J $y = 3x$ yaitu kurva linear Pak....kurva melalui titik
 (0,0) dengan gradien m -nya yaitu 3.

ST1-014 P Kenapa melalui (0,0) apa alasannya ?

ST1-014 J Karena $y = 3x$ atau kurva linear tidak memiliki
 konstanta (c) dari bentuk $y = mx$.

ST1-015 P Terus, ini [garis ke kanan] apa maksudnya garis ke
 kanan ?

ST1-015 J Subjek menunjuk hasil tulisannya:

$$m = 3$$

Garis ke kanan Pak...karena gradiennya = 3 yaitu
 positif

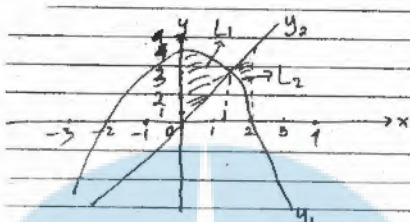
ST1-018 P Mengapa kurva parabolanya membuka ke bawah ?

ST1-018 J Iya pak....karena disini [$y = 4 - x^2$] koefisien x^2 yaitu
 -1 , sedangkan syaratnya tadi jika $a < 0$ kurvanya
 membuka ke bawah dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$

1.b Cara yang benar dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-017* berikut:

ST1-017 *P* Silakan digambar.....

ST1-017 *J* (subjek menggambar)



1.c Cara yang benar dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar yaitu luas pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 1$ luas kedua batas-batas $x = 1$ dan $x = 2$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-022* sampai dengan *ST1-023* berikut:

ST1-022 *P* Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

ST1-022 *J* Menentukan batas-batas integral Pak.....

ST1-023 *P* Silakan.....

ST1-023 *J* (subjek menuliskan)

$$\left. \begin{array}{l} L_1 = x=0 \text{ dan } x=1 \\ L_2 = x=1 \text{ dan } x=2 \end{array} \right\} \text{batas-batas integral}$$

1.d Cara yang benar dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$ dan $L_2 = \int_a^b y_2 - y_1 \, dx$ seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-024* sampai dengan *ST1-025* berikut:

ST1-024 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

ST1-024 J Setelah itu menentukan rumus yang akan digunakan.

ST1-025 P Silakan tulis rumusnya.....

ST1-025 J (subjek menuliskan rumusnya)

$$\begin{aligned} L_1 &= \int_a^b y_1 - y_2 \, dx = \int_0^1 4 - x^2 - (3x) \, dx \\ L_2 &= \int_a^b y_2 - y_1 \, dx = \int_0^1 3x - (4 - x^2) \, dx \end{aligned}$$

- (2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode ST1-033 sampai dengan ST1-061 berikut:

ST1-033 P Selanjutnya.....dari mana Anda dapat ini

$$\begin{aligned} L_1 &= \int_0^1 4 - x^2 - (3x) \, dx \\ &= \left[4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \right]_0^1 \end{aligned}$$

4 menjadi $4x$, x^2 menjadi $1/3x^3$?

Diambil dari L_1 pada saat subjek menghitung:

$$\begin{aligned} L_1 &= \int_0^1 4 - x^2 - (3x) \, dx \\ &= \left[4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \right]_0^1 \\ &= \left(4 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2} \right) - \left(0 - \frac{1}{3} \cdot 0^3 - \frac{3}{2} \cdot 0^2 \right) \\ &= \left(4 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2} \right) - 0 \\ &= \frac{24}{6} - \frac{2}{6} - \frac{9}{6} = \frac{13}{6} \end{aligned}$$

ST1-033 J Ohyang ini Pak....dimasukkan ke rumus integral, karena sesuai dengan rumus integral yaitu

koefisien per pangkat variabel ditambah 1 dikali variabel pangkat ee....ditambah 1.

ST1-034 P Bisa dituliskan rumusnya ? dan contohnya ?

ST1-034 J (subjek menuliskan rumusnya dan contohnya)

$$\int ax^n \, dx = \frac{a}{n+1} x^{n+1} + C \quad \rightarrow \quad \int \frac{x^2}{3} \, dx = \frac{1}{3} \frac{x^3}{3} + C$$

ST1-035 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

ST1-035 J Setelah itu menentukan batas-batas integralnya.

ST1-036 P Kenapa bisa 1 dulu disubstitusi di sini

$$= \left(4 \cdot 1 - \frac{1}{3} 1^2 - \frac{3}{2} 1^2 \right) - \left(4 \cdot 0 - \frac{1}{3} 0^2 - \frac{3}{2} 0^2 \right)$$

baru 0, adakah rumusnya ?

ST1-036 J Iya pak....ada rumusnya yaitu integral batas atas dikurang integral batas bawah Pak....

ST1-037 P Bisa ditulis rumusnya ?

ST1-037 J Bisa Pak....(subjek menuliskan rumusnya)

$$\begin{aligned} L &= \int_a^b f(x) dx \\ &= F(b) - F(a) \end{aligned}$$

ST1-038 P Apa maksudnya simbol-simbol yang Anda tulis ?

ST1-038 J Iya pak....integral a menuju b, a sebagai batas bawah dan b sebagai batas $f(x) dx$, $f(x)$ ialah kurva yang diketahui Pak....kemudian F yaitu hasil integral dari kurva yang tadi diketahui. $F(b)$ adalah batas atas b disubstitusikan ke F dan $F(a)$ adalah batas bawah a disubstitusikan ke F.

ST1-039 P Selanjutnya, darimana ini $\left[\left(4 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2} \right) - 0 \right]$?

ST1-039 J Dimasukkan nilai-nilai batasnya tadi Pak....

$$= \left(4 \cdot 1 - \frac{1}{3} 1^2 - \frac{3}{2} 1^2 \right) - \left(4 \cdot 0 - \frac{1}{3} 0^2 - \frac{3}{2} 0^2 \right)$$

sehingga 4 dikali 1 kurang $1/3$ dikali 1^3 dikurang $3/2$ dikali 1^2 dikurang 4 dikali 0 dikurang $1/3$ dikali 0^3 dikurang $3/2$ dikali 0^2 Pak.....sehingga hasilnya $4 - 1/3 - 3/2 - 0$ Pak....

ST1-040 P Jadi...hasil dari 4 ?

ST1-040 J 4 - 1 4 dikali 1 Pak....

ST1-041 P $\frac{1}{3}$?

ST1-041 J $\frac{1}{3} 1^2$ $1/3$ dikali 1^3 .

ST1-042 P $\frac{3}{2}$?

ST1-042 J $\frac{3}{2} \cdot 1^2$ $\frac{3}{2}$ dikali 1^2

ST1-043 P Kenapa bisa nol disini 0 ?

ST1-043 J Karena bilangan apapun yang dikalikan dengan 0 akan menghasilkan 0.

ST1-044 P Dari di dapat ini $\left[\frac{24 - 2 - 9}{6} \right]$?

ST1-044 J Dari $\left(4 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2} \right)$ yang disamakan penyebutnya masing-masing Pak.....

ST1-045 P Baik.....hasilnya?

ST1-045 J $\frac{13}{6}$ satuan luas

ST1-046 P Selanjutnya luas kedua, dari mana ini

$$L_2 = \int_1^2 3x - (4 - x^2) dx$$

Diambil dari L_1 pada saat subjek menghitung:

$$\begin{aligned} L_2 &= \int_1^2 3x - (4 - x^2) dx \\ &= \int_1^2 (3x - 4 + x^2) dx \\ &= \left[\frac{3}{2}x^2 - 4x + \frac{1}{3}x^3 \right]_1^2 \\ &= \left(\frac{3}{2} \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot 2^3 \right) - \left(\frac{3}{2} \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 1^3 \right) \\ &= \left(\frac{12}{2} - 8 + \frac{8}{3} \right) - \left(\frac{3}{2} - 4 + \frac{1}{3} \right) \\ &= \frac{12}{2} - 8 + \frac{8}{3} - \frac{3}{2} + 4 - \frac{1}{3} \\ &= \frac{9}{2} + \frac{7}{3} - 4 \\ &= \frac{27 + 14 - 24}{6} = \frac{17}{6} \end{aligned}$$

ST1-046 J Iya Pak....disini luas kedua karena $y_2 - y_1$ yaitu kurva linear dikurang kurva parabola Pak....sehingga kurva linear terlebih dahulu dikasi' masuk.

ST1-047 P Dari mana ini

$$\begin{aligned} &= \int_1^2 (3x - 4 + x^2) dx \\ &= \left[\frac{3}{2}x^2 - 4x + \frac{1}{3}x^3 \right]_1^2 \end{aligned}$$

$3x$ menjadi $\frac{3}{2}x^2$?

ST1-047 J ee.....sama dengan rumus integral pada luas pertama tadi Pak....

ST1-048 P Selanjutnya, ini

$$= \left[\frac{3}{2} u^2 - 4u + \frac{1}{3} u^3 \right]_1^2$$

$$= \left(\frac{3}{2} \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot 2^3 \right) - \left(\frac{3}{2} \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 1^3 \right)$$

2 dulu disubstitusi baru 1, kenapa?

ST1-048 J Iya Pak.....karena rumusnya sama seperti rumus pertama tadi?

ST1-049 P Yang mana rumusnya?

ST1-049 J Yaitu luase.....integral a menuju b $f(x) dx = F$..e....batas atas dikurang hasil integral batas bawah Pak....

$$L = \int_a^b f(x) dx$$

$$= F(b) - F(a)$$

ST1-050 P Selanjutnya, dari mana Anda dapat ini $\left[\frac{1}{2} \right]$?

ST1-050 J $\frac{3}{2} \cdot 2$ Dari 3/2 dikali 2 Pak....

ST1-051 P ~~8~~?

ST1-051 J ~~4~~ · 2 Dari 4 kali 2

ST1-052 P Kalau ini ~~8~~ $\frac{3}{2}$?

ST1-052 J ~~1~~ $\frac{3}{2} \cdot 2$ Dari 1/3 dikali 23 Pak....

ST1-053 P Yang ini $\frac{3}{2}$?

ST1-053 J $\frac{3}{2} \cdot 2$ Dari 3/2 dikali 12 Pak....

ST1-054 P ~~4~~?

ST1-054 J ~~4~~ + 4 kali 1

ST1-055 P ~~1~~ $\frac{3}{2}$?

ST1-055 J $\frac{1}{3} + \frac{3}{3}$ 1/3 dikali 13

ST1-056 P
$$\frac{12}{2} + \frac{3}{2} + \frac{8}{3} + \frac{1}{3} + 8 + 4$$
 Selanjutnya, ini

ST1-056 J
$$\frac{12}{2} + 8 + \frac{8}{3} + \left(\frac{3}{2} + 4 + \frac{1}{3} \right)$$
 Ini hasil

ST1-057 P Kenapa disini berubah tanda, tadinya $[-4]$ minus 4 menjadi $[+4]$ positif 4, $[\frac{1}{3}]$ positif 1/3 menjadi $[-\frac{1}{3}]$ negatif 1/3, coba beri alasan?

ST1-057 J Minus kali minus menjadi plus Pak....sedangkan minus kali plus tetap minus.

ST1-058 P
$$= \frac{9}{2} + \frac{1}{3} - 4$$
 Selanjutnya, dari mana ini

ST1-058 J
$$\frac{12}{2} + \frac{3}{2} + \frac{8}{3} + \frac{1}{3} + 8 + 4$$
 Dari Pak....

ST1-059 P
$$= \frac{27 + 14 - 24}{6}$$
 Selanjutnya, ini dari di dapat?

ST1-059 J
$$= \frac{9}{2} + \frac{1}{3} - 4$$
 Dari yang disamakan penyebutnya Pak....

ST1-060 P Di dapat?

ST1-060 J
$$\frac{17}{6}$$

ST1-061 P Apa maksudnya $[L_{\text{total}} = L_1 + L_2]$?

ST1-061 J Luas total yaitu penjumlahan dari luas pertama ditambah dengan luas kedua sehingga (sambil menjelaskan apa yang dia tulis)

$$\begin{aligned} L_{\text{total}} &= L_1 + L_2 \\ &= \frac{13}{6} + \frac{17}{6} \\ &= \frac{30}{6} = 5 \text{ satuan luas} \end{aligned}$$

d) Verifikasi

Pada tahapan ini, kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *ST1-062* sampai dengan kode *ST1-062* berikut:

- ST1-062* *P* *Coba, periksa ulang kembali jawaban Anda ?*
- ST1-062* *J* *(subjek sementara memriksa jawabannya).yakin Pak.....*
- ST1-063* *P* *Sudah yakin.....*
- ST1-063* *J* *Sudah.....*

Validasi Data Subjek Tinggi (ST) tentang kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP)

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek tinggi terhadap kemampuan keterampilan proses pemecahan. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.12

Tabel 4.12 Perbandingan Data kemampuan Subjek Tinggi (ST) terhadap kemampuan keterampilan proses pemecahan pada tes diagnostik dan Wawancara setiap tahapan

Tes diagnostik	Wawancara
Memahami soal	
Pada tahapan ini yaitu: (1) Subjek tinggi memahami yaitu:	Pada tahapan ini yaitu: (1) Subjek tinggi memahami yaitu:
(1) Sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui	(1) Sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa

dan apa yang di tanyakan (ST2- langkah-01)	yang diketahui dan apa yang di tanyakan (ST1-002, ST1- 003)
(2)Sangat baik dalam mengidentifikasi $y = 4 - x^2$ sebagai kurva parabola dan $y = 3x$ sebagai kurva garis lurus dengan syarat $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai batas-batas pada soal (ST2- langkah-02)	(2)Sangat baik dalam mengidentifikasi $y = 4 - x^2$ sebagai kurva parabola dan y $= 3x$ sebagai kurva garis lurus dengan syarat $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai batas-batas pada soal (ST1-004, ST1-005, ST1-006)

Merencanakan penyelesaian

Pada tahapan ini, Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menggunakan konsep integral $L = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$ dan $\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$ serta menyelesaikan soal dengan operasi hitung (ST2-langkah-03)	Pada tahapan ini, Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menggunakan konsep integral $L = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$, dan menyelesaikan soal dengan operasi hitung (ST1-007)
--	---

Melakukan rencana penyelesaian

Pada tahapan ini, subjek tinggi melakukan penyelesaian soal yaitu:	Pada tahapan ini, subjek tinggi melakukan penyelesaian soal yaitu:
(1)Kemampuan subjek tinggi baik dalam menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal meliputi:	(1) Kemampuan subjek tinggi baik dalam menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal
1.a Cara yang benar dalam	

	menentukan teknik meliputi:	
	menggambar grafik (ST2- langkah-04)	1.a Cara yang benar dalam menentukan teknik menggambar grafik (ST1-009, ST1-010, ST1-011, ST1-012, ST1- 013, ST1-014, ST1-015, ST1-018)
1.b	Cara yang benar dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran (ST2-langkah- 05)	1.b Cara yang benar dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran (ST1-017)
1.c	Cara yang benar dalam menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar yaitu luas pertama batas- batas $x = 0$ dan $x = 1$ luas kedua batas-batas $x = 1$ dan $x = 2$ (ST2-langkah-06)	1.c Cara yang benar dalam menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar yaitu luas pertama dengan batas $x = 0$ dan $x = 1$ luas kedua dengan batas $x =$ 1 dan $x = 2$ (ST1-023)
1.d	Cara yang benar dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 =$ $\int_a^b y_1 - y_2 dx$ dan $L_2 =$ $\int_a^b y_2 - y_1 dx$ (ST2-langkah- 07)	1.d Cara yang benar dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ dan $L_2 = \int_a^b y_2 - y_1 dx$ (ST1-025)
(2)	Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan (ST2- langkah-08)	(2) Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan

(ST1-033, ST1-034, ST1-035, ST1-036, ST1-037, ST1-038, ST1-039, ST1-040, ST1-041, ST1-042, ST1-043, ST1-044, ST1-045, ST1-046, ST1-047, ST1-048, ST1-049, ST1-050, ST1-051, ST1-052, ST1-053, ST1-054, ST1-055, ST1-056, ST1-057, ST1-058, ST1-059, ST1-060, ST1-061)
--

Verifikasi

Pada tahapan ini, kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mampu memeriksa kembali jawabannya (ST2-langkah-09)	Pada tahapan ini, Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya (ST1-062, ST1-063)
---	---

Berdasarkan Tabel 4.12, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek tinggi terhadap kemampuan keterampilan proses pemecaban (KTPP) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

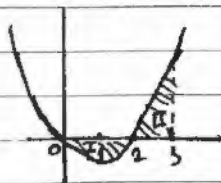
2. Paparan Data dan Validasi Data Subjek kategori Sedang tentang kemampuan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral

a. Paparan Data hasil tes diagnostik (TD) soal nomor 1 subjek sedang (SS)

Soal

Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2 - 2x$, sumbu x , garis $x = 0$ dan $x = 3$.

1. $y = x^2 - 2x$ dibatasi oleh $x=0$ dan $x=3$ SS1-langkah-01
- a. Yang diketahui yaitu garis batas dan $f(x)$ yang ditanyakan adalah luas daerah yang dibatasi oleh kurva
- b. $p(x) = x^2 - 2x$ adalah kurva parabola sumbu x , $x=0$ dan $x=3$ (sebagai persyaratan) SS1-langkah-02
- c. Rencana Penyelesaian :
1. Menentukan arah kurva
 2. Menentukan batas-batas integral. SS1-langkah-03
 3. Menggambar kurva
 4. Memasukkan data dari kurva ke dalam rumus
 5. Menyelesaikan dengan operasi hitung.
- d. Teknik menggambar kurva :
1. Menentukan letak batas kurva SS1-langkah-04
 2. Menentukan arah kurva dilihat dari persamaan fungsi
 3. Gambarkan kurva sesuai dengan titik dan arah.
- e. $x^2 - 2x = 0$
 $x(x-2) = 0$
 $x = 0$ dan $x = 2$ kurva menghadap ke atas



SS1-langkah-05

f. • batas integral pada daerah I : $b=2$, $a=0$ *SSI-langkah-06*

• batas integral pada daerah II : $b=3$, $a=2$

g. luas daerah yang diarsir = $-\int_0^2 x^2 - 2x \, dx + \int_2^3 x^2 - 2x \, dx$
SSI-langkah-07

SSI-langkah-08

$$\begin{aligned} &= -\left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_2^3 \\ &= -\left(\frac{1}{3}(2)^3 - 2\right) - \left(\frac{1}{3}(0)^3 - 0^2\right) + \\ &\quad \left(\frac{1}{3}(3)^3 - 3^2\right) - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - 2^2\right) \\ &= -\left(\frac{8}{3} - 4\right) + \left(\frac{27}{3} - 9\right) - \left(\frac{8}{3} - 4\right) \\ &= -\frac{8}{3} + 4 + \frac{27}{3} - 9 - \frac{8}{3} + 4 \\ &= -\frac{16}{3} + \frac{29}{3} = \frac{13}{3} \text{ satuan luas} \end{aligned}$$

i. Saya yakin dengan jawaban di atas *SSI-langkah-09*

1) Kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM).

Berdasarkan hasil tes diagnostik dari subjek sedang (SS) bahwa kemampuan pemahaman objek kajian matematika meliputi indikator fakta, konsep, prinsip dan skill, dapat dilihat petikan jawaban sebagai berikut:

Fakta

Dari petikan jawaban subjek sedang di atas, terlihat bahwa kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal (*SSI-langkah-01*). Kemampuan subjek sedang baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal (*SSI-langkah-02*). Dari petikan jawaban subjek, tidak satupun tertulis simbol dan notasi rumus-rumus integral, misalnya pada langkah ke-3, subjek hanya menulis kata "rumus" saja (*SSI-langkah-03*), kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggunakan simbol dan notasi rumus

integral bentuk pangkat misalnya $\int_2^3 x^2 - 2x \, dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_2^3$ tetapi tidak

menuliskan rumus integral bentuk pangkat $\int ax^n dx = \frac{a}{n+1} x^{n+1} + C$ (SS1-langkah-07, SS1-langkah-08). Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara.

Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang sangat baik memahami apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-003 sampai dengan SS1-004 berikut:

- SS1-003 P Apa yang Anda ketahui dengan soal ini ?
- SS1-003 J eee'yang pertama yaitu yang saya ketahui yaitu dengan kurva dengan batas-batas kurvanya di sumbu x (berpikir) yaitu $x = 0$ dan $x = 3$
- SS1-004 P Masih ada lagi ?
- SS1-004 J Itu saja Pak...
- SS1-005 P Apa yang ditanyakan ?
- SS1-005 J Luasnya Pak....

Kemampuan subjek sedang baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan batas-batas sumbu x, $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-006 sampai dengan SS1-008 berikut:

- SS1-006 P Bisa diidentifikasi kurva ini $y = x^2 - 2x$,? atau ini $y = x^2 - 2x$ termasuk jenis kurva ?
- SS1-006 J Ini $y = x^2 - 2x$ termasuk kurva parabola...
- SS1-007 P Boleh dijelaskan cirinya, kenapa dikatakan parabola ?
- SS1-007 J ee'..... dikatakan parabola karena dimulai dengan x^2 dan sumbu x, $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai syarat Pak....

SSI-008 P Ada lagi ?

SSI-008 J Itu saja Pak

Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menuliskan rumus integral, rencana yang akan diselesaikan dari soal tersebut, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SSI-009 berikut:

SSI-009 P Rencana apa Anda lakukan untuk menyelesaikan soal ini ?

SSI-009 J Rencananya itu Pak.... pertama-tama menentukan menggambar kurvanya Pak....tetapi memiliki caranya tersendiri, yang kedua yaitu menentukan rumusnya, yang ketiga, langkah selanjutnya kita selesaikan dengan operasi hitung.

Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggunakan simbol dan notasi rumus integral bentuk pangkat misalnya

$\int_2^3 x^2 - 2x dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_2^3$ tetapi tidak menjelaskan rumus integral bentuk

pangkat $\int ax^n dx = \frac{a}{n+1} x^{n+1} + C$, seperti yang terlihat pada petikan

wawancara dengan kode SSI-026 sampai dengan kode SSI-029 berikut:

SSI-026 P Bisa diberikan alasan mengapa seperti ini ?

SSI-026 J (agak lama berpikir).....ee.....

SSI-027 P Atau memang seperti itu rumusnya ?

SSI-027 J Sepertinya rumusnya Pak.....tapi rumus aslinya saya lupa...

SSI-028 P Dari mana ini x^2 menjadi $1/3 x^3$?

$$\begin{aligned} &= -\int_0^1 x^2 - 2x \, dx + \int_1^2 x^2 - 2x \, dx \\ &= -\left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_0^1 + \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_1^2 \end{aligned}$$

- SSI-028 J ee....sesuai dengan rumus cara pengintegralan.
- SSI-029 P Bisa ditulis rumusnya ?
- SSI-029 J ee....yaitu (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\int x^n = \frac{1}{n+1} x^{n+1} = \frac{1}{3} x^3$$

Nilai di depan x dibagi dengan pangkat x ditambah satu, ee...baru x-nya pangkatnya ditambah satu. Berarti ini x^2 , integralnya yaitu integralnya berarti kan....di depan x samadengan satu, berarti satu, pangkatnya dua, dua ditambah satu, e'.....x berpangkat dua ditambah satu, ini hasilnya samadengan $1/3x^3$.

Validasi Data Subjek Sedang (SS) tentang kemampuan terhadap pemahaman fakta

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek sedang terhadap pemahaman fakta. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.13

Tabel 4.13 Perbandingan Data kemampuan Subjek Sedang (SS) terhadap pemahaman fakta pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menuliskan	(1) Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam

yang diketahui dan ditanyakan pada soal (SS1-langkah-01), Kemampuan subjek sedang baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal (SS1-langkah-02), (3) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menuliskan rumus integral hanya menulis kata "rumus " saja (SS1-langkah-03), (4) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggunakan simbol dan notasi rumus integral bentuk pangkat misalnya	menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal(SS1-003, SS1-004), (2) Kemampuan subjek sedang baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal (SS1-006, SS1-007, SS1-008), (3) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menuliskan rumus integral hanya menulis kata "rumus " saja (SS1-009), (4) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggunakan simbol dan notasi rumus integral bentuk pangkat misalnya
$\int_2^3 x^2 - 2x dx = \frac{1}{3} x^3 - x^2 \Big _2^3$ tetapi tidak menuliskan rumus integral bentuk pangkat	$\int_2^3 x^2 - 2x dx = \frac{1}{3} x^3 - x^2 \Big _2^3$ tetapi tidak menjelaskan rumus integral bentuk pangkat
$\int ax^n dx = \frac{a}{n+1} x^{n+1} + C$ (SS1-langkah-07, SS1-langkah-08)	$\int ax^n dx = \frac{a}{n+1} x^{n+1} + C$ (SS1-027, SS1-028, SS1-029)

Berdasarkan Tabel 4.13, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek sedang terhadap pemahaman fakta adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

Konsep

Dari petikan jawaban subjek sedang di atas, terlihat bahwa kemampuan subjek sedang baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = x^2 - 2x$ dengan cara pemfaktoran dan hanya tidak menuliskan titik-titik pada kurva di sumbu koordinat (*SS1-langkah-04*, *SS1-langkah-05*), dan kemampuan subjek sedang baik memahami syarat grafik parabola $y = x^2 - 2x$ membuka ke atas tetapi tidak menuliskan konsep dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$ (*SS1-langkah-04*). Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menuliskan ulang konsep integral yaitu $L = -\int_a^b f(x) + \int_a^b f(x)$ tetapi dapat memahami dalam menggunakan konsep integral misalnya $L = -\int_0^2 x^2 - 2x dx + \int_2^3 x^2 - 2x dx$ (*SS1-langkah-07*). Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggunakan konsep rumus jumlah luas daerah arsiran tetapi tidak dapat menuliskan $L = L_1 + L_2$ (*SS1-langkah-07*).

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = x^2 - 2x$ dengan cara pemfaktoran tetapi tidak menuliskan titik-titik pada kurva di sumbu koordinat, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SS1-010* sampai dengan *SS1-011* dilanjutkan kode *SS1-016* sampai dengan *SS1-017* berikut:

SS1-010 P Apa yang Anda lakukan berdasarkan rencana yang Anda sebutkan tadi ?

SS1-010 J ee'....menentukan teknik menggambar kurvanya

SS1-011 P Silakan.....

SS1-011 J (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{array}{r} y = x^2 - 2x \\ \underline{- 2x(x-2)} \\ x = 0 \text{ dan } x = 2 \end{array}$$

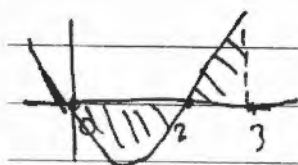
Untuk mendapat nilai x baru, kita memfaktorkan kurva y tadi, ee... $y = x^2 - 2x$, berarti pemfaktoranannya yaitu $x(x-2)$ berarti....kan $x^2 - 2x = 0$ berarti $x = 0$ dan $x = 2$.

SS1-016 P Bisa dijelaskan tentang $x(x-2)$? apa sebabnya Anda menulis $2x(x-2)$?

SS1-016 J Karenamaksudnya ini pemfaktoranannya $x^2 - 2x$, kalau kita mengalikan x kali x berarti hasilnya x^2 , x dikali -2 hasilnya $-2x$. Mendapatkan hasil sesuai dengan yang difaktorkan tadi...yaitu $x^2 - 2x$

SS1-017 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

SS1-017 J Setelah itu saya mulai menggambar sumbu x y lalu menentukan titik di sumbu x sesuai dengan yang saya dapat tadi. ee.... titik pertama di.... noltitik kedua di....2 dan titik ketiga di....ehtitik ketiga di 3. ee... setelah saya menggambar kurvanya, sesuai dengan yang saya dapat kurva parabola yaitu kurva menghadap ke atas (subjek menggambar sambil mengungkapkan apa yang dia gambar)



Baru saya arsi daerah yang ditentukan untuk dihitung...

Kemampuan subjek sedang baik memahami syarat grafik parabola $y = x^2 - 2x$ membuka ke atas dan tidak menuliskan konsep dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SSI-012 sampai dengan SSI-015 berikut:

SSI-012 P Lanjut.....

SSI-012 J Setelah itu, kita menggambar kurvanya Pak...ee..... karena nilai ax^2 positif Pak....berarti kurvanya menghadap keatas.

SSI-013 P Bagaimana seandainya kalau negatif a-nya ?

SSI-013 J Berarti kurvanya menghadap ke bawah.

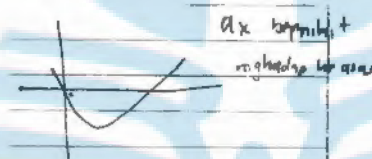
SSI-014 P Bisa digambarkan ?

SSI-014 J ee.....(berpikir).....

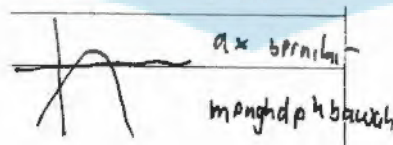
SSI-015 P Yang tadi Anda sebut.....apa tadi ?

SSI-015 J Menghadap ke atas. (subjek menggambar sambil mengungkapkan apa yang dia gambar)

Begini gambarnya menghadap ke atas Pak.....



Begini gambarnya menghadap ke bawah.....



Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menuliskan dengan lengkap dan menyatakan ulang secara verbal konsep integral yaitu

$L = - \int_a^b f(x) + \int_a^b f(x)$ tetapi dapat memahami dalam menggunakan konsep

integral misalnya $L = - \int_0^2 x^2 - 2x dx + \int_2^3 x^2 - 2x dx$, seperti yang terlihat

pada petikan wawancara dengan kode SSI-020 sampai dengan kode SSI-023 berikut:

SSI-020 P Terus apalagi yang Anda lakukan ?

SSI-020 J Kan....ini kurvanya sudah selesai, sekarang saya menentukan rumusnya.yaitu rumusnya yaitu menghitung luas (subjek menuliskan rumus sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$L_{\text{luas}} = -\int_a^b f(x) + \int_a^b F(x)$$

SSI-021 P Bisa dijelaskan apa maksud simbol yang Anda tulis ini, ada negatif, ada integral a ke b ?

SSI-021 J Saya mendapatkan untuk yang pertama negatif karena terletak dibagian y negatif, ee....sedangkan untuk positif terletak dibagian y positif. ee.....nilai b dan a yang pertama dilihat dari f-nya Pak.....ee.....a itu 0 sedangkan b-nya 2. Untuk yang kedua nilai a-nya = 2 dan nilai b-nya = 3. f(x) yaitu $x^2 - 2x$

SSI-022 P Apa lagi yang Anda lakukan ?

SSI-022 J Setelah mendapatkan rumusnya, saya mulai memasukkan angka-angka di dalam rumus ini

$$L_{\text{luas}} = -\int_a^b f(x) + \int_a^b F(x) \text{ lalu mengerjakannya.}$$

SSI-023 P Silakan kerjakan....

SSI-023 J ee.... (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$L_{\text{luas}} = -\int_a^b f(x) + \int_a^b F(x)$$

$$= -\int_0^2 x^2 - 2x \, dx + \int_2^3 x^2 - 2x \, dx$$

berarti hasilnya ini ...

$$= -\left[\frac{1}{3} x^3 - x^2 \right]_0^2 + \left[\frac{1}{3} x^3 - x^2 \right]_2^3$$

ee.....lalu saya mengerjakan dengan cara pekerjaan integral tentu.....ee.....yaitu 1/3 untuk x bagian pertama kita ganti dengan nilai b dikurang bagian kedua diganti dengan nilai a.

Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggunakan konsep rumus jumlah luas daerah arsiran dan tidak dapat menuliskan dan menyatakan secara verbal konsep $L = L_1 + L_2$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-018 sampai dengan SS1-020 berikut:

SS1-018 P Mengapa Anda mengarsir ada yang di bawah sumbu x ada juga di atas sumbu x ?

SS1-018 J Karena ini perhitungannya Pak.... terhadap sumbu x

SS1-019 P Ada lagi penjelasan lain ?

SS1-019 J Itu saja Pak....

SS1-020 P Terus apalagi yang Anda lakukan ?

SS1-020 J Kan....ini kurvanya sudah selesai, sekarang saya menentukan rumusnya.yaitu rumusnya yaitu menghitung luas (subjek menuliskan rumus sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$L_{\text{luas}} = -\int_a^b f(x) + \int_a^b f(x)$$

Validasi Data Subjek sedang (SS) tentang kemampuan terhadap pemahaman konsep

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek sedang terhadap pemahaman konsep. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.14

Tabel 4.14 Perbandingan Data kemampuan Subjek Sedang (SS) terhadap pemahaman konsep pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek sedang baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = x^2 - 2x$ dengan cara pemfaktoran dan tidak menentukan titik-titik pada kurva di sumbu koordinat (SS1-langkah-04, SS1-langkah-05), (2) Kemampuan subjek sedang baik memahami syarat grafik parabola $y = x^2 - 2x$ membuka ke atas dan tidak menuliskan konsep dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$ (SS1-langkah-04), (3) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menuliskan ulang konsep integral yaitu $L = - \int_a^b f(x) dx + \int_a^b f(x) dx$ dan dapat memahami dalam menggunakan konsep integral misalnya $L = - \int_0^2 x^2 - 2x dx + \int_2^3 x^2 - 2x dx$ (SS1-langkah-07), (4) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggunakan konsep rumus jumlah luas daerah	Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek sedang baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = x^2 - 2x$ dengan cara pemfaktoran dan tidak dapat menentukan titik-titik pada kurva di sumbu koordinat (SS1-010, SS1-011, SS1-016, SS1-017), (2) Kemampuan subjek sedang baik memahami syarat grafik parabola $y = x^2 - 2x$ membuka ke atas dan tidak menuliskan konsep dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$ (SS1-012, SS1-013, SS1-014, SS1-015), (3) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menuliskan dengan lengkap menyatakan ulang secara verbal konsep integral yaitu $L = - \int_a^b f(x) + \int_a^b f(x)$ tetapi dapat memahami dalam menggunakan konsep integral misalnya $L = - \int_0^2 x^2 - 2x dx + \int_2^3 x^2 - 2x dx$ (SS1-020, SS1-021, SS1-022, SS1-023), (4) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami

arsiran tetapi tidak dapat dalam menggunakan konsep rumus	
menuliskan $L = L_1 + L_2$ (SSI-	jumlah luas daerah arsiran dan
langkah-07).	tidak menuliskan dan menyatakan
	secara verbal konsep $L = L_1 + L_2$
	(SSI-018, SSI-019, SSI-020)

Berdasarkan Tabel 4.14, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek sedang terhadap pemahaman konsep adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

Prinsip

Dari petikan jawaban subjek sedang, terlihat bahwa kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menggambar kurva dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran (SSI-langkah-05). Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggunakan teorema dasar integral misalnya

$$\begin{aligned}
 L &= -\int_0^2 x^2 - 2x \, dx + \int_2^3 x^2 - 2x \, dx = -\left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_2^3 \\
 &= -\left(\left(\frac{1}{3}(2)^3 - 2^2\right) - \left(\frac{1}{3}(0)^3 - (0)^2\right)\right) + \left(\left(\frac{1}{3}(3)^3 - 3^2\right) - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - 2^2\right)\right)
 \end{aligned}$$

(SSI-langkah-07,SSI-langkah-08) serta kemampuan subjek sedang cukup baik memabami dalam menggunakan sifat integral bentuk pangkat misalnya

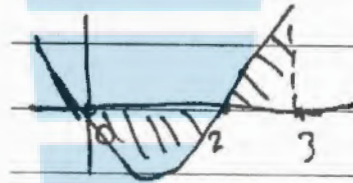
$$L = -\int_0^2 x^2 - 2x \, dx + \int_2^3 x^2 - 2x \, dx = -\left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_2^3$$

(SSI-langkah-08).

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SSI-017 berikut:

SSI-017 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

SSI-017 J Setelah itu saya mulai menggambar sumbu x y lalu menentukan titik di sumbu x sesuai dengan yang saya dapat tadi. ee.... titik pertama di.... noltitik kedua di....2 dan titik ketiga di....ehtitik ketiga di 3. ee... setelah saya menggambar kurvanya, sesuai dengan yang saya dapat kurva parabola yaitu kurva menghadap ke atas (subjek menggambar sambil mengungkapkan apa yang dia gambar)



Baru saya arsirmi daerah yang ditentukan untuk dihitung...

Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam memisalkan teorema dasar integral yang dimaksud dan memahami dalam menggunakan

teorema dasar integral misalnya $L = -\int_0^2 x^2 - 2x \, dx + \int_2^3 x^2 - 2x \, dx =$

$$-\left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_2^3 =$$

$$-\left(\left(\frac{1}{3}(2)^3 - 2^2\right) - \left(\frac{1}{3}(0)^3 - (0)^2\right)\right) + \left(\left(\frac{1}{3}(3)^3 - 3^2\right) - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - 2^2\right)\right), \quad \text{seperti}$$

yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SSI-024 sampai dengan

kode SS1-027 dilanjutkan kode SS1-032 sampai dengan kode SS1-033 berikut:

SS1-024 P Bisa disebutkan rumusnya dulu, yang tadi Anda sebut integral tentu ?

SS1-024 J Rumusnya Pak....

SS1-025 P Ya...rumusnya, yang tadi Anda katakan integral tentu ?

SS1-025 J ee.....saya pakai pemisalan saja dulu Pakee.....misalnya kita buat (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\frac{[x-2]^3}{(b-2) - (a-2)}$$

berarti untuk pertama-tama kita ganti nilainya, nilai x-nya yaitu $(b-2) - (a-2)$

SS1-026 P Bisa diberikan alasan mengapa seperti ini ?

SS1-026 J (agak lama berpikir).....ee.....

SS1-027 P Atau memang seperti itu rumusnya ?

SS1-027 J Sepertinya rumusnya Pak.....tapi rumus aslinya saya lupa...

SS1-032 P Ya.....dari mana Anda dapatkan

$$= \left[\left(\frac{1}{3} x^3 - x^2 \right) - \left(\frac{1}{3} 0^3 - 0^2 \right) \right]$$

bisa dijelaskan ini nak, apa maksudnya ?

SS1-032 J $= - \left[\frac{1}{3} x^3 - x^2 \right]_a$

e.....(berpikir sejenak).....karena pertama-tama kita menggantikan nilai x-nya dengan nilai b, nilai b yaitu 2, berarti $1/3$, kan nilai b-nya 2 berarti 2^3 dikurang 2^2 , e.... untuk yang kedua yaitu $1/3$ kan....nilai a-nya samadengan 0, berarti kita menggantikannya x-nya menjadi a yaitu $1/3 (0)^3 - (0)^2$.

SS1-033 P Terus yang ini ?

$$\left[\left(\frac{1}{3} 2^3 - 2^2 \right) - \left(\frac{1}{3} 0^3 - 0^2 \right) \right]$$

SS1-033 J $\left[\frac{1}{3} x^3 - x^2 \right]_2^3$

ee....untuk bagian daerah keduanya, e'.....kan...kita lihat berdasarkan ini (031) b-nya yaitu 3, berarti $1/3 (3)^3 - 3^2$, bagian keduanya yaitu nilai a-nya kan....bernilai 2 berarti x-nya kita ganti 2 yaitu $1/3 \text{ kali } (2)^3 - 2^2$

Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggunakan sifat integral bentuk pangkat misalnya

$$L = -\int_0^2 x^2 - 2x \, dx + \int_2^3 x^2 - 2x \, dx = -\left[\frac{1}{3} x^3 - x^2 \right]_0^2 + \left[\frac{1}{3} x^3 - x^2 \right]_2^3 \quad \text{dengan}$$

tidak menuliskan rumus integral bentuk pangkat, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-028 sampai dengan kode SS1-029 berikut:

SS1-028 P Dari mana ini x^2 menjadi $1/3 x^3$?

$$\begin{aligned} &= -\int_0^2 x^2 - 2x \, dx + \int_2^3 x^2 - 2x \, dx \\ &= -\left[\frac{1}{3} x^3 - x^2 \right]_0^2 + \left[\frac{1}{3} x^3 - x^2 \right]_2^3 \end{aligned}$$

SS1-028 J ee....sesuai dengan rumus cara pengintegralan.

SS1-029 P Bisa ditulis rumusnya ?

SS1-029 J ee....yaitu (subjek hanya menuliskan contoh sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\int x^n = \frac{1}{n+1} x^{n+1} = \frac{1}{n+1} x^{n+1}$$

Nilai di depan x dibagi dengan pangkat x ditambah satu, ee...baru x-nya pangkatnya ditambah satu. Berarti ini x^2 , integralnya yaitu integralnya berarti kan....di depan x samadengan satu, berarti satu, pangkatnya dua, dua ditambah satu, e'.....x berpangkat dua ditambah satu, ini hasilnya samadengan $1/3 x^3$.

Validasi Data Subjek Sedang (SS) tentang kemampuan terhadap pemahaman prinsip

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek sedang terhadap pemahaman prinsip. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.15

Tabel 4.15 Perbandingan Data kemampuan Subjek sedang (SS) terhadap pemahaman prinsip pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menggambar kurva dan di syartkan berupa letak daerah arsir (SS1-017). (2) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggunakan teorema dasar integral misalnya $L = -\int_0^2 x^2 - 2x \, dx + \int_2^3 x^2 - 2x \, dx = -\left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_2^3 = -\left(\frac{1}{3}(2^3 - 2^2) - \frac{1}{3}(0^3 - 0^2)\right) + \left(\frac{1}{3}(3^3 - 3^2) - \frac{1}{3}(2^3 - 2^2)\right)$ (SS1-langkah-07, SS1-langkah-08), (3) Kemampuan subjek sedang	Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menggambar kurva dan letak daerah arsir (SS1-017). (2) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam memisalkan teorema dasar integral yang dimaksud dan memahami dalam menggunakan teorema dasar integral misalnya $L = -\int_0^2 x^2 - 2x \, dx + \int_2^3 x^2 - 2x \, dx = -\left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_2^3 =$

cukup baik memahami dalam menggunakan sifat integral bentuk pangkat
misalnya
L=

$$-\int_0^2 x^2 - 2x \, dx + \int_2^3 x^2 - 2x \, dx =$$

$$-\left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_2^3$$

(SSI-langkah-08).

$$-\left(\left(\frac{1}{3}(2)^3 - 2^2\right) - \left(\frac{1}{3}(0)^3 - (0)^2\right)\right) + \left(\left(\frac{1}{3}(3)^3 - 3^2\right) - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - 2^2\right)\right)$$

.(SSI-025, SSI-026, SSI-027,SSI-032, SSI-033), (3) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggunakan sifat integral bentuk pangkat misalnya

$$L =$$

$$-\int_0^2 x^2 - 2x \, dx + \int_2^3 x^2 - 2x \, dx =$$

$$-\left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_2^3$$

dengan tidak menuliskan rumus integral bentuk pangkat (SSI-028, SSI-029).

Berdasarkan Tabel 4.15, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek sedang terhadap pemahaman prinsip adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

Operasi (Skill)

Dari petikan jawaban subjek sedang di atas, terlihat bahwa kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung

bentuk pangkat dan bentuk pecahan misalnya $-\frac{8}{3} + \frac{12}{3} + \frac{27}{3} - \frac{27}{3} - \frac{8}{3} + \frac{12}{3} =$

$$-\frac{16}{3} + \frac{24}{3} = \frac{8}{3} \text{ (SSI-langkah-08). Kemampuan subjek sedang cukup baik}$$

memahami dalam menentukan hasil akhir misalnya $-\frac{16}{3} + \frac{24}{3} = \frac{8}{3}$ dengan

tidak mengubah pecahan biasa ke pecahan campuran misalnya $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

satuan luas (SSI-langkah-08).

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SSI-034 sampai dengan kode SSI-040 berikut:

SSI-034 P Dari mana Anda temukan ini $[-(\frac{8}{3} - 4)]$?

SSI-034 J $8/3 - 4$, saya mendapatkannya yaitu dari perhitungan 2^3 yaitu 8, 8 dikali $1/3$ menghasilkan $8/3$, sedangkan 2^2 hasilnya samadengan 4, sedangkan untuk $1/3(0)^3 - 0^2$, karena menghasilkan nilai 0, e.... 0^3 samadengan 0 dikali $1/3$ tetap 0, baru 0^2 samadengan 0 juga, $0 - 0$ sama dengan 0 berarti hasilnya 0, karena hasilnya nol, saya tidak menuliskannya di lembar jawaban ini.

$$= - \left(\left(\frac{8}{3} - 4 \right) \right)$$

SSI-035 P Terus ini $[(\frac{27}{3} - 9)]$ dari mana dapat ini $[\frac{27}{3} - 9]$ $27/3 - 9$?

SSI-035 J ee.....saya mendapatkannya yaitu.....karena 3^3 menghasilkan nilai 27, 27 dikali $1/3$ hasilnya $27/3$, ee....sedangkan $- 3^2$, e..... 3^2 hasilnya samadengan 9. Berarti $27/3 - 9$ itulah hasilnya. Bagian keduanya $1/3$ dikali $2^3 - 2^2$, mendapatkan nilai $8/3 - 4$ karena 2^3 hasilnya 8 dikali $1/3$ menghasilkan $8/3$, sedangkan 2^2 nilainya sama dengan 4 berarti hasilnya $8/3 - 4$.

- SSI-036 P Terus, yang ini $\frac{-8+12}{3}$) apa sebabnya ?
- SSI-036 J Pertama saya hitung, saya menyamakan penyebutnya, menjadi penyebut 3. Ee..... $8/3 - 4$. Untuk menyamakan penyebutnya berarti 4-nya harus dikali 3, berarti $\frac{8-12}{3}$. Karena ini (033) dalam kurung sedangkan luarnya bernilai negatif, saya masukkan negatifnya dalam kurung, berarti menghasilkan $\frac{-8+12}{3}$.
- SSI-037 P Bisa ditulis hasilnya ini(036). Berapa hasilnya ini $\frac{-8+12}{3}$?
- SSI-037 J Hasilnya sama dengan $\frac{4}{3}$
- SSI-038 P Terus yang ini $\frac{8-12}{3}$, nak ?
- SSI-038 J Ini dari hasilnya saya dapatkan dari daerah kedua yaitu $\left(\frac{8-12}{3}\right)$
- SSI-039 P Oh....seperti itu. Hasilnya jawaban ini $\left[\frac{4}{3}\right]$?
- SSI-039 J Berpikir.....
- SSI-040 P Oh.....sama juga ?
- SSI-040 J Iya Pak.....

Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menentukan hasil

akhir misalnya $\frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$ dengan tidak mengubah pecahan biasa ke

pecahan campuran misalnya $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ satuan luas, seperti yang terlihat pada

petikan wawancara dengan kode SSI-041 berikut:

SSI-041 P Oh.....iya.....

SSI-041 J Berarti hasilnya $\frac{8}{3}$ satuan luas, $\frac{8}{3}$ satuan luas.

8/3 berasal dari:

$$= \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \text{ s.d. lang.}$$

Validasi Data Subjek Sedang (SS) tentang kemampuan terhadap pemahaman operasi (*Skill*)

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek sedang terhadap pemahaman operasi (*Skill*). Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.16

Tabel 4.16 Perbandingan Data kemampuan Subjek Sedang (SS) terhadap pemahaman operasi (*Skill*) pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan misalnya $-\frac{8}{3} + \frac{12}{3} + \frac{27}{3} - \frac{27}{3} - \frac{8}{3} + \frac{12}{3} = -\frac{16}{3} + \frac{24}{3} = \frac{8}{3} \text{ (SSI-langkah-08), (2)}$ Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menentukan hasil akhir misalnya $-\frac{16}{3} + \frac{24}{3} = \frac{8}{3}$	Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SSI-034, SSI-035, SSI-036, SSI-037, SSI-038, SSI-039, SSI-040). (2) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menentukan hasil akhir misalnya $\frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$ dengan tidak

dengan tidak mengubah pecahan mengubah pecahan biasa ke biasa ke pecahan campuran misalnya pecahan campuran misalnya

$$\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3} \text{ satuan luas (SSI-langkah-} \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3} \text{ satuan luas (SSI-041).}$$

08)

Berdasarkan Tabel 4.16, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek sedang terhadap pemahaman operasi (*Skill*) adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

2) Kemampuan sistematis prosedural (KSP).

Berdasarkan hasil tes diagnostik dari kemampuan subjek sedang melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal, meliputi:

- Sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SSI-langkah-01).
- Baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 = 2x$ dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SSI-langkah-02).
- Cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, subjek sedang dapat menuliskan kata “rumus” tetapi tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung,

seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SS1-langkah-03*).

- Baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = x^2 - 2x$ melalui pemfaktoran, dan tidak menentukan titik-titik pada kurva di sumbu koordinat. Baik dalam menentukan syarat sebuah kurva parabola dan tidak menuliskan syarat $a > 0$ dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SS1-langkah-04*).
- Sangat baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SS1-langkah-05*).
- Baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar yaitu luas daerah pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ luas daerah kedua batas-batas $x = 2$ dan $x = 3$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SS1-langkah-06*).
- Cukup baik menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x) dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SS1-langkah-07*).
- Sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SS1-langkah-08*).
- Sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SS1-langkah-09*).

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa subjek sedang melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal, meliputi:

- Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SSI-003 sampai dengan SSI-005 berikut:

SSI-003 P Apa yang Anda ketahui dengan soal ini ?

SSI-003 J eee'yang pertama yaitu yang saya ketahui yaitu dengan kurva dengan batas-batas kurangnya di sumbu x (berpikir) yaitu $x = 0$ dan $x = 3$

SSI-004 P Masih ada lagi ?

SSI-004 J Itu saja Pak...

SSI-005 P Apa yang ditanyakan ?

SSI-005 J Luasnya Pak....

- Kemampuan subjek sedang baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SSI-006 sampai dengan SSI-008 berikut:

SSI-006 P Bisa diidentifikasi kurva ini $y = x^2 - 2x$? atau ini $y = x^2 - 2x$ termasuk jenis kurva ?

SSI-006 J Ini $y = x^2 - 2x$ termasuk kurva parabola...

SSI-007 P Boleh dijelaskan cirinya, kenapa dikatakan parabola ?

SSI-007 J ee'..... dikatakan parabola karena dimulai dengan x^2 dan sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai syarat Pak....

SSI-008 P Ada lagi ?

SSI-008 J Itu saja Pak

- Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran,

menentukan batas-batas integral, subjek sedang dapat menuliskan kata “rumus” tetapi tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SSI-009* berikut:

SSI-009 P Rencana apa Anda lakukan untuk menyelesaikan soal ini ?

SSI-009 J Rencananya itu Pak... pertama-tama menentukan menggambar kurvanya Pak...tetapi memiliki caranya tersendiri, yang kedua yaitu menentukan rumusnya, yang ketiga, langkah selanjutnya kita selesaikan dengan operasi hitung.

- Kemampuan subjek sedang baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = x^2 - 2x$ melalui pempfaktoran, dan tidak menentukan titik-titik pada kurva di sumbu koordinat. Mampu menentukan syarat sebuah kurva parabola tetapi kurang mampu menuliskan syarat $a > 0$ dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SSI-010* sampai dengan *SSI-015* berikut:

SSI-010 P Apa yang Anda lakukan berdasarkan rencana yang Anda sebutkan tadi ?

SSI-010 J ee'....menentukan teknik menggambar kurvanya

SSI-011 P Silakan....

SSI-011 J (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dituliskan)

$$\begin{array}{r}
 y = x^2 - 2x \\
 = x(x - 2) \\
 x = 0 \text{ dan } y = -2
 \end{array}$$

Untuk mendapat nilai x baru, kita memfaktorkan kurva y tadi, ee... $y = x^2 - 2x$, berarti pempfaktorannya yaitu

$x(x - 2)$ berarti....kan $x^2 - 2x = 0$ berarti $x = 0$ dan $x = 2$.

SSI-012 P Lanjut.....

SSI-012 J Setelah itu, kita menggambar kurvanya Pak...ee.... karena nilai ax^2 positif Pak....berarti kurvanya menghadap keatas.

SSI-013 P Bagaimana seandainya kalau negatif a -nya ?

SSI-013 J Berarti kurvanya menghadap ke bawah.

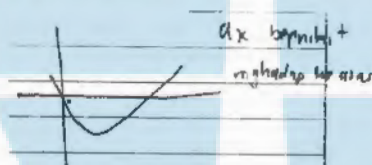
SSI-014 P Bisa digambarkan ?

SSI-014 J ee.....(berpikir).....

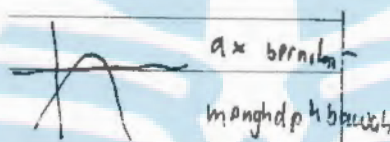
SSI-015 P Yang tadi Anda sebut....apa tadi ?

SSI-015 J Menghadap ke atas. (subjek menggambar sambil mengungkapkan apa yang dia gambar)

Begini gambarnya menghadap ke atas Pak.....



Begini gambarnya menghadap ke bawah.....

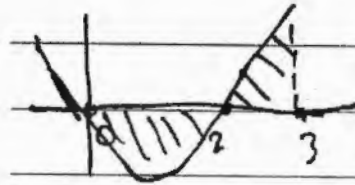


- Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SSI-017 berikut:

SSI-017 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

SSI-017 J Setelah itu saya mulai menggambar sumbu x y lalu menentukan titik di sumbu x sesuai dengan yang saya dapat tadi.ee.... titik pertama di....noltitik kedua di....2 dan titik ketiga di....ehtitik ketiga di 3.ee... setelah saya menggambar kurvanya, sesuai dengan yang saya dapat kurva parabola yaitu kurva menghadap ke atas (subjek menggambar sambil mengungkapkan apa

yang dia gambar)



Baru saya arsirmi daerah yang ditentukan untuk dihitung...

- Kemampuan subjek sedang baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar yaitu luas daerah pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ luas daerah kedua batas-batas $x = 2$ dan $x = 3$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-020 sampai dengan kode SS1-021 berikut:

SS1-020 P Terus apalagi yang Anda lakukan ?

SS1-020 J Kan.....ini kurvanya sudah selesai, sekarang saya menentukan rumusnya.yaitu rumusnya yaitu menghitung luas (subjek menuliskan rumus sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\text{Luas} = -\int_a^b f(x) + \int_a^b f(x)$$

SS1-021 P Bisa dijelaskan apa maksud simbol yang Anda tulis ini, ada negatif, ada integral a ke b ?

SS1-021 J Saya mendapatkan untuk yang pertama negatif karena terletak dibagian y negatif, ee....sedangkan untuk positif terletak dibagian y positif.ee.....nilai b dan a yang pertama dilihat dari f-nya Pak.....ee.....a itu 0 sedangkan b-nya 2. Untuk yang kedua nilai a-nya = 2 dan nilai b-nya = 3. $f(x)$ yaitu $x^2 - 2x$

- Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x) dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$, seperti

yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SSI-022 berikut:

SSI-022 P Apa lagi yang Anda lakukan ?

SSI-022 J Setelah mendapatkan rumusnya, saya mulai memasukkan angka-angka di dalam rumus ini

$$I_{luas} = \int_a^b f(x) + \int_a^b F(x) \text{ lalu mengerjakannya.}$$

- Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SSI-031 berikut:

SSI-031 P Ya....silakan....

SSI-031 J (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{aligned} &= -\left(\left(\frac{1}{3}x^3 - 2\right) - \left(\frac{1}{3}0^3 - 0^2\right)\right) + \left(\left(\frac{1}{3}x^3 - 3\right) - \left(\frac{1}{3}2^3 - 2^2\right)\right) \\ &= -\left(\frac{0}{3} - 4\right) + \left(\frac{27}{3} - 9\right) - \left(\frac{0}{3} - 9\right) \\ &= \frac{0}{3} + 4 + \frac{27}{3} - 9 - \left(\frac{0}{3} - 9\right) = \frac{0}{3} \text{ satuan luas} \\ &= \frac{4}{3} + \frac{9}{3} = \frac{0}{3} \text{ satuan luas} \end{aligned}$$

Sudahmi Pak.....

- Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SSI-042 berikut:

SSI-042 P Bisa diperiksa kembali jawaban Anda ?

SSI-042 J Berpikir.....Insya Allah, saya sudah....yakin

Validasi Data Subjek Sedang (SS) tentang kemampuan sistematis prosedural (KSP)

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek sedang terhadap kemampuan sistematis prosedural. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.17

Tabel 4.17 Perbandingan Data kemampuan Subjek Sedang (SS) terhadap kemampuan sistematis prosedural pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini subjek sedang dalam melakukan langkah-langkah penyelesaian soal yaitu : (1)Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan (SS1-<i>langkah-01</i>). (2)Kemampuan subjek sedang baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan batas-batas sumbu x, $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal (SS1-<i>langkah-02</i>). (3) Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan	Pada bagian ini subjek sedang dalam melakukan langkah-langkah penyelesaian soal yaitu : (1)Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan, (SS1-003, SS1-004, SS1-005) (2)Kemampuan subjek sedang baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan batas-batas sumbu x, $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal (SS1-006, SS1-007, SS1-008) (3) Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam

- daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, subjek sedang dapat menuliskan kata "rumus" dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung (*SSI-langkah-03*).
- (4) Kemampuan subjek sedang baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = x^2 - 2x$ melalui pemfaktoran, dan tidak menentukan titik-titik pada kurva di sumbu koordinat. Baik menentukan syarat sebuah kuva parabola tetapi kurang mampu menuliskan syarat $a > 0$ dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$ (*SSI-langkah-04*).
- (5) Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, (*SSI-langkah-05*).
- (6) Kemampuan subjek sedang baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar yaitu luas pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ luas kedua batas-batas $x = 2$ dan $x = 3$, (*SSI-langkah-06*).
- (7) Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, subjek sedang dapat menuliskan kata "rumus" dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung (*SSI-009*).
- (4) Kemampuan subjek sedang baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = x^2 - 2x$ melalui pemfaktoran, tetapi kurang mampu menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat. Baik dalam menentukan syarat sebuah kuva parabola tetapi kurang mampu menuliskan syarat $a > 0$ dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$, (*SSI-011, SSI-012, SSI-013, SSI-014, SSI-015*).
- (5) Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, (*SSI-017*).
- (6) Kemampuan subjek sedang baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar yaitu luas pertama batas-batas $x = 0$ dan

$$L_1 = -\int_0^2 f(x) dx \text{ dan } L_2 = x = 2 \text{ luas kedua batas-batas } x = 2 \text{ dan } x = 3, (SS1-021).$$

$$\int_2^3 f(x) dx, (SS1-langkah-07).$$

(8) Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, (SS1-langkah-08).

(7) Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x) dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$ (SS1-022).

(9) Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya, (SS1-langkah-09).

(8) Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, (SS1-031).

(9) Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya (SS1-042)

Berdasarkan Tabel 4.17, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek sedang dalam melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral yang merupakan indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

3) Kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP).

Berdasarkan data hasil tes diagnostik dari subjek sedang, ditemukan bahwa kemampuan keterampilan proses pemecahan dalam menyelesaikan luas daerah bidang datar dengan sebuah kurva pada setiap tahapan penyelesaian dinyatakan sebagai berikut:

a) Memahami soal

Pada tahapan ini, yaitu:

- (1) Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan (*SS1-langkah-01*)
- (2) Kemampuan subjek sedang baik dalam mengidentifikasi $y = x^2 - 2x$ sebagai kurva parabola dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal (*SS1-langkah-02*)

b) Merencanakan penyelesaian

Pada tahapan ini, kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan (*SS1-langkah-03*)

c) Melakukan rencana penyelesaian

Pada tahapan ini, subjek sedang melakukan penyelesaian soal yaitu:

- (1) Kemampuan subjek sedang menggunakan strategi dalam menyelesaikan soal meliputi:
 - 1.a Baik dalam menentukan teknik menggambar grafik (*SS1-langkah-04*)

1.b Baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran (*SS1-langkah-05*)

1.c Baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar yaitu luas daerah pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ luas daerah kedua batas-batas $x = 2$ dan $x = 3$ (*SS1-langkah-06*)

1.d Baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 =$

$$-\int_0^2 f(x) dx \text{ dan } L_2 = \int_2^3 f(x) dx \text{ (SS1-langkah-07)}$$

(2) Kemampuan subjek sedang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan (*SS1-langkah-08*)

d) Verifikasi

Pada tahapan ini, kemampuan subjek sedang sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya (*SS1-langkah-09*)

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Disimpulkan bahwa hasil analisis kemampuan keterampilan proses pemecahan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral dapat dilihat pada petikan wawancara setiap tahapan penyelesaian dinyatakan sebagai berikut:

a) Memahami soal

Pada tahapan ini, yaitu:

(1) Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan seperti yang

terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SSI-003* sampai dengan *SSI-005* berikut:

- SSI-003 P Apa yang Anda ketahui dengan soal ini ?*
- SSI-003 J eee'yang pertama yaitu yang saya ketahui yaitu dengan kurva dengan batas-batas kurvanya di sumbu x (berpikir) yaitu $x = 0$ dan $x = 3$*
- SSI-004 P Masih ada lagi ?*
- SSI-004 J Itu saja Pak...*
- SSI-005 P Apa yang ditanyakan ?*
- SSI-005 J Luasnya Pak.....*

(2) Kemampuan subjek sedang baik dalam mengidentifikasi $y = x^2 - 2x$ sebagai kurva parabola dan memahami batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SSI-006* sampai dengan *SSI-008* berikut:

- SSI-006 P Bisa di identifikasi kurva ini $y = x^2 - 2x$? atau ini $y = x^2 - 2x$ termasuk jenis kurva ?*
- SSI-006 J Ini $y = x^2 - 2x$ termasuk kurva parabol...*
- SSI-007 P Boleh dijelaskan cirinya, kenapa dikatakan parabola ?*
- SSI-007 J ee'..... dikatakan parabola karena dimulai dengan x^2 dan sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai syarat Pak.....*
- SSI-008 P Ada lagi ?*
- SSI-008 J Itu saja Pak*

b) Merencanakan penyelesaian

Pada tahapan ini, Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva

dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-009 berikut:

SS1-009 P Rencana apa Anda lakukan untuk menyelesaikan soal ini ?

SS1-009 J Rencananya itu Pak... pertama-tama menentukan menggambar kurvanya Pak....tetapi memiliki caranya tersendiri, yang kedua yaitu menentukan rumusnya, yang ketiga, langkah selanjutnya kita selesaikan dengan operasi hitung.

c) Melakukan rencana penyelesaian

Pada tahapan ini, subjek sedang melakukan penyelesaian soal yaitu:

(1) Subjek sedang menggunakan strategi dalam menyelesaikan soal meliputi:

1.a Baik dalam menentukan teknik menggambar grafik, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-010 sampai kode SS1-015 berikut:

SS1-010 P Apa yang Anda lakukan berdasarkan rencana yang Anda sebutkan tadi ?

SS1-010 J ee'....menentukan teknik menggambar kurvanya

SS1-011 P Silakan.....

SS1-011 J (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2x \\ &= x(x - 2) \\ x &= 0 \text{ dan } y = +2 \end{aligned}$$

Untuk mendapat nilai x baru, kita memfaktorkan kurva

y tadi, ee... $y = x^2 - 2x$, berarti pemfaktoranannya yaitu $x(x - 2)$ berarti....kan $x^2 - 2x = 0$ berarti $x = 0$ dan $x = 2$.

SS1-012 P Lanjut.....

SS1-012 J Setelah itu, kita menggambar kurvanya Pak...ee.... karena nilai a positif Pak....berarti kurvanya menghadap keatas.

SS1-013 P Bagaimana seandainya kalau negatif a -nya ?

SS1-013 J Berarti kurvanya menghadap ke bawah.

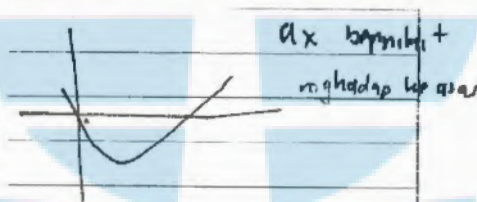
SS1-014 P Bisa digambarkan ?

SS1-014 J ee.....(berpikir).....

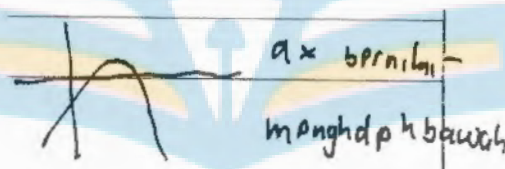
SS1-015 P Yang tadi Anda sebut....apa tadi ?

SS1-015 J Menghadap ke atas. (subjek menggambarkan sambil mengungkapkan apa yang dia gambar)

Begini gambarnya menghadap ke atas Pak.....



Begini gambarnya menghadap ke bawah.....

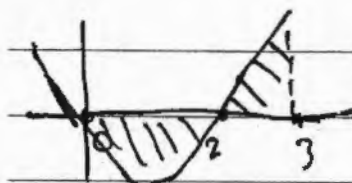


1.h Baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-017 berikut:

SS1-017 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

SS1-017 J Setelah itu saya mulai menggambar sumbu x y lalu menentukan titik di sumbu x sesuai dengan yang saya dapat tadi.ee.... titik pertama di....noltitik kedua

di....2 dan titik ketiga di....ehtitik ketiga di 3.ee...
 setelah saya menggambar kurvanya, sesuai dengan
 yang saya dapat kurva parabola yaitu kurva menghadap
 ke atas (subjek menggambarkan sambil mengungkapkan
 apa yang dia gambar)



Baru saya arsiimi daerah yang ditentukan untuk
 dihitung...

- 1.c Baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x
 berdasarkan gambar yaitu luas daerah pertama batas-batas $x = 0$
 dan $x = 2$, luas daerah kedua batas-batas $x = 2$ dan $x = 3$,
 seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SSI-
 020 sampai dengan SSI-021 berikut:

SSI-020 P Terus apalagi yang Anda lakukan ?

SSI-020 J Kan....ini kurvanya sudah selesai, sekarang saya
 menentukan rumusnya.yaitu rumusnya yaitu menghitung
 luas (subjek menuliskan rumus sambil mengungkapkan
 apa yang dia tuliskan)

$$\text{Luas} = -\int_a^b f(x) + \int_a^b F(x)$$

SSI-021 P Bisa dijelaskan apa maksud simbol yang Anda tulis ini,
 ada negatif, ada integral a ke b ?

SSI-021 J Saya mendapatkan untuk yang pertama negatif karena
 terletak dibagian y negatif, ee....sedangkan untuk positif
 terletak dibagian y positif.ee.....nilai b dan a yang
 pertama dilihat dari f-nya Pak.....ee.....a itu 0
 sedangkan b-nya 2. Untuk yang kedua nilai a-nya = 2
 dan nilai b-nya = 3. $f(x)$ yaitu $x^2 - 2x$

1.d Baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 =$

$$-\int_0^2 f(x)dx \text{ dan } L_2 = \int_2^3 f(x)dx, \text{ seperti yang terlihat pada}$$

petikan wawancara dengan kode SSI-022 berikut:

SSI-022 P Apa lagi yang Anda lakukan ?

SSI-022 J Setelah mendapatkan rumusnya, saya mulai memasukkan angka-angka di dalam rumus ini

$$\left[\frac{L_{u03}}{2} = -\int_0^2 f(x) + \int_2^3 f(x) \right] \text{ lalu mengerjakannya.}$$

(2) Kemampuan subjek sedang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SSI-034 sampai kode SSI-041 berikut:

SSI-034 P Dari mana Anda temukan ini $\left[-\left(\frac{8}{3} - 4 \right) \right] \dots ?$

SSI-034 J $8/3 - 4$, saya mendapatkannya yaitu dari perhitungan 2^3 yaitu 8, 8 dikali $1/3$ menghasilkan $8/3$, sedangkan 2^2 hasilnya samadengan 4, sedangkan untuk $1/3(0)^3 - 0^2$, karena menghasilkan nilai 0, e.... 0^3 samadengan 0 dikali $1/3$ tetap 0, baru 0^2 samadengan 0 juga, $0 - 0$ sama dengan 0 berarti hasilnya 0, karena hasilnya nol, saya tidak menuliskannya di lembar jawaban ini.

$$= - \left(\left(\frac{1}{3} \cdot 2^3 - 2^2 \right) \right)$$

SSI-035 P Terus ini $\left[\left(\frac{1}{3} \cdot 2^3 - 2^2 \right) \right]$ dari mana dapat ini $\left[+ \left(\frac{27}{3} - 9 \right) \right] 27/3 - 9$?

SSI-035 J ee.....saya mendapatkannya yaitu.....karena 3^3 menghasilkan nilai 27, 27 dikali $1/3$ hasilnya $27/3$, ee.....sedangkan $- 3^2$, e..... 3^2 hasilnya samadengan 9. Berarti $27/3 - 9$ itulah hasilnya. Bagian keduanya $1/3$ dikali $2^3 - 2^2$, mendapatkan nilai $8/3 - 4$ karena 2^3 hasilnya 8 dikali $1/3$ menghasilkan $8/3$, sedangkan 2^2 nilainya sama dengan 4 berarti hasilnya $8/3 - 4$.

- SSI-036 P Terus, yang ini [$\frac{-8+12}{3}$] apa sebabnya?
- SSI-036 J Pertama saya hitung, saya menyamakan penyebutnya, menjadi penyebut 3. Ee..... $8/3 - 4$. Untuk menyamakan penyebutnya berarti 4-nya harus dikali 3, berarti $\frac{8-12}{3}$. Karena ini (033) dalam kurung sedangkan luarnya bernilai negatif, saya masukkan negatifnya dalam kurung, berarti menghasilkan $\frac{-8+12}{3}$.
- SSI-037 P Bisa ditulis hasilnya ini(036). Berapa hasilnya ini $\frac{-8+12}{3}$?
- SSI-037 J Hasilnya sama dengan $\frac{4}{3}$
- SSI-038 P Terus yang ini [$\frac{8-12}{3}$], nak?
- SSI-038 J Ini dari hasilnya saya dapatkan dari daerah kedua yaitu $(\frac{8}{3} - 4)$ $8/3 - 4$.
- SSI-039 P Oh....seperti itu. Hasilnya jawaban ini [$\frac{4}{3}$]?
- SSI-039 J Berpikir.....
- SSI-040 P Oh.....sama juga?
- SSI-040 J Iya Pak.....
- SSI-041 P Oh.....iya.....
- SSI-041 J Berarti hasilnya $\frac{8}{3}$ satuan luas. $8/3$ satuan luas.
- $8/3$ berasal dari:
- $$= \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3} \text{ satuan luas}$$

d) Verifikasi

Pada tahapan ini, kemampuan subjek sedang sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SSI-042 berikut:

- SS1-042 P Bisa diperiksa kembali jawaban Anda ?
- SS1-042 J Berpikir.....Insya Allah, saya sudah....yakini

Validasi Data Subjek Sedang (SS) tentang kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP)

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek sedang terhadap kemampuan keterampilan proses pemecahan. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.18

Tabel 4.18 Perbandingan Data kemampuan Subjek Sedang (SS) terhadap kemampuan keterampilan proses pemecahan pada tes diagnostik dan Wawancara setiap tahapan

Tes diagnostik	Wawancara
Memahami soal	
Pada tahapan ini yaitu: (1) Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (SS1-langkah-01), (2) Kemampuan subjek sedang baik dalam mengidentifikasi $y = x^2 - 2x$ sebagai kurva parabola dan batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal	Pada tahapan ini yaitu: (1) Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (SS1-003, SS1-004, SS1-005), (2) Kemampuan subjek sedang baik dalam mengidentifikasi $y = x^2 - 2x$ sebagai kurva parabola dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan x

(SSI-langkah-02)	= 3 sebagai yang disyaratkan pada soal (SSI-006, SSI-007, SSI-008)
------------------	--

Merencanakan penyelesaian

Pada tahapan ini, Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan (SSI-langkah-03)	Pada tahapan ini, Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, tidak menuliskan rumus yang akan digunakan (SSI-009)
---	--

Melakukan rencana penyelesaian

Pada tahapan ini, subjek sedang melakukan penyelesaian soal yaitu:	Pada tahapan ini, subjek sedang melakukan penyelesaian soal yaitu:
(1) Subjek sedang menggunakan strategi dalam menyelesaikan soal meliputi:	(1) Subjek sedang menggunakan strategi dalam menyelesaikan soal meliputi:
1.a Baik dalam menentukan teknik menggambar grafik (SSI-langkah-04)	1.a Baik dalam menentukan teknik menggambar grafik (SSI-011, SSI-012, SSI-013, SSI-014, SSI-015)
1.b Baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran (SSI-langkah-05)	1.b Baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran (SSI-017)
1.c Baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan	

gambar yaitu luas pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ luas kedua batas-batas $x = 2$ dan $x = 3$ (SSI-langkah-06)	1.c Baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar yaitu luas pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ luas kedua batas-batas $x = 2$ dan $x = 3$ (SSI-020, SSI-021)
1.d Baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x) dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$ (SSI-langkah-07)	1.d Baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x) dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$ (SSI-022)
(2) Kemampuan subjek sedang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan (SSI- langkah-08)	(2) Kemampuan subjek sedang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan (SSI- 034, SSI-035, SSI-036, SSI- 037, SSI-038, SSI-039, SSI- 040, SSI-041)
Verifikasi	
Pada tahapan ini, kemampuan subjek sedang sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya (SSI-langkah- 09)	Pada tahapan ini, kemampuan subjek sedang sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya (SSI-042)

Berdasarkan Tabel 4.18, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek sedang terhadap kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.



b. Paparan Data hasil tes diagnostik (TD) soal nomor 2 subjek sedang (SS)

Soal

Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$, garis $x = 0$ dan $x = 2$.

2. $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$ garis $x = 0$ dan $x = 2$ SS2-langkah-01

a. Yang diketahui garis batas dan $f(x)$ dan $g(x)$. yang ditanyakan ~~ditanyakan~~ Luas daerah yang dibatasi 2 kurva

b. ~~$f(x) = 4 - x^2$, $g(x) = 3x$~~

b. $f(x) = 4 - x^2 \Rightarrow$ kurva parabola SS2-langkah-02

$g(x) = 3x \Rightarrow$ kurva garis atau linier

$x = 0$ dan $x = 2$ (persyaratan ~~soal~~)

c. Rencana penyelesaian

1. Menentukan batas-batas integral

2. Penentuan arah kurva SS2-langkah-03

3. Menggambar kurva

4. Memasukkan data dari kurva ke dalam rumus

5. Selesaikan dengan operasi hitung.

d. Teknik menggambar kurva

1. Tentukan batas-batas kurva SS2-langkah-04

2. Menentukan arah kurva

3. Gambarlah kurangnya

e. Gambar kurva

SS2-langkah-05

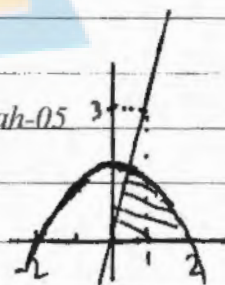
untuk $f(x)$

$y = -x^2 + 4$

$x = -2$ dan $x = 2$

untuk $g(x)$

y	0	3	6
x	0	1	2



f. batas integral $b=2$, $a=0$ SS2-langkah-06

g. Luas daerah yang tersisir $= \int_a^b f(x) - \int_a^b g(x)$

h. SS2-langkah-07

$$L = \left(\int_0^2 4 - x^2 \right) - \left(\int_0^2 3x \right)$$

$$= \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^2 - \left[\frac{3}{2}x^2 \right]_0^2$$

$$= \left((4(2) - \frac{1}{3}(2)^3) - (4(0) - \frac{1}{3}(0)^3) \right)$$

SS2-langkah-08

$$- \left(\left(\frac{3}{2}(2)^2 \right) - \left(\frac{3}{2}(0)^2 \right) \right)$$

$$= 8 - \frac{8}{3} - \left(\frac{12}{2} \right)$$

$$= \frac{24 - 8}{3} - 6$$

$$= \frac{24}{3} - \frac{8}{3} - \frac{18}{3}$$

$$= -\frac{2}{3} \text{ satuan luas}$$

i. Saya yakin dengan jawaban di atas SS2-langkah-09

1) Kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM).

Berdasarkan hasil tes diagnostik dari subjek sedang bahwa kemampuan pemahaman objek kajian matematika meliputi indikator fakta, konsep, prinsip dan skill, dapat dilihat petikan jawaban sebagai berikut:

Fakta

Dari petikan jawaban subjek sedang di atas, terlihat bahwa kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal (SS2-langkah-01). kemampuan subjek sedang baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ dan memahami batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai yang disyaratkan pada soal (SS2-langkah-02). Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menuliskan rencana yang akan dilakukan (SS2-langkah-03). Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam mengenal dan menuliskan simbol dan notasi pada rumus integral yaitu $L =$

$\int_a^b f(x) - \int_a^b g(x)$ (SS2-langkah-07). Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara.

Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang sangat baik memahami apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-002 sampai dengan SS1-003 berikut:

SS1-002 P Apa yang Anda ketahui dengan soal ini ?

SS1-002 J ee..... soal ini yaitu terdapat dua kurva dan adanya ee.....garis pembatasan $x = 0$ dan $x = 2$

SS1-003 P Apa yang ditanyakan ?

SS1-003 J Luasnya Pak.....

Kemampuan subjek sedang baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ dan memahami batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai yang disyaratkan pada soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-004 sampai dengan SS1-005 berikut:

SS1-004 P Kurva jenis apa namanya, dua kurva yang Anda sebutkan ?

SS1-004 J Kurva $y = 4 - x^2$ berjenis parabol sedangkan $y = 3x$ disebut kurva garis dan $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai syarat.

SS1-005 P Bisa dijelaskan perbedaan dua kurva ini ? untuk membedakan kurva yang pertama dan yang kedua ?

SS1-005 J Saya bisa membedakannya dengan cara penggambarannya saja Pak. Kalau ciri-cirinya saya lupa Pak.....

Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menuliskan rencana rumus yang akan digunakan, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SSI-007 berikut:

SSI-007 P Apa rencana yang Anda lakukan pada soal ini ?

SSI-007 J Hampir mirip dengan nomor 1, Pertama kita menggambar kurvanya, yang kedua menentukan rumus, yang ketiga menyelesaikannya dengan operasi hitung.

kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam mengenal dan menuliskan simbol dan notasi pada rumus integral yaitu $L = \int_a^b f(x) - \int_a^b g(x)$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SSI-016 sampai dengan kode SSI-017 berikut:

SSI-016 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SSI-016 J ee.....saya menentukan rumusnya dulu Pak....e.....rumus luasnya yaitu (subjek menuliskan rumusnya sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$Luas = \int_a^b f(x) - \int_a^b g(x)$$

SSI-017 P Bisa dijelaskan simbol-simbol yang Anda tulis ini integral a ke b $f(x)$ dikurang integral a ke b $g(x)$?

SSI-017 J Berpikir.....ee.....untuk $f(x)$ -nya Pak.saya pakai untuk kurva yang pertama yaitu $4 - x^2$ sedangkan untuk yang $g(x)$ -nya Pak.....saya pakai untuk kurva kedua yaitu $3x$.ee.....ini b-nya Pak.....kan.....nilai batasannya yaitu mulai dari 0 ke 2

$$= \int_0^2 4 - x^2 - \int_0^2 3x$$

$$\begin{array}{r} f(x) \ 4 - x^2 \\ g(x) \ 3x \end{array}$$

Validasi Data Subjek Sedang (SS) tentang kemampuan terhadap pemahaman fakta

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek sedang terhadap pemahaman fakta. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.19

Tabel 4.19 Perbandingan Data kemampuan Subjek Sedang (SS) terhadap pemahaman fakta pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal (SS2-langkah-01), (2) Kemampuan subjek sedang baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ dan memahami batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai yang disyaratkan pada soal (SS2-langkah-02), (3) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menuliskan rencana rumus yang akan digunakan (SS2-langkah-03), (4) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam mengenal dan menuliskan simbol dan notasi pada	Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal (SS1-002, SS1-003), (2) Kemampuan subjek sedang baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ tetapi mampu memahami batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai yang disyaratkan pada soal (SS1-004, SS1-005), (3) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menuliskan rencana rumus yang akan digunakan (SS1-007), (4) Kemampuan subjek sedang cukup

rumus integral yaitu	$L =$	baik memahami dalam mengenal
$\int_a^b f(x) - \int_a^b g(x)$ (SS2-langkah-07)		dan menuliskan simbol dan notasi
		pada rumus integral yaitu $L =$
		$\int_a^b f(x) - \int_a^b g(x)$ (SS1-016, SS1-017)

Berdasarkan Tabel 4.19, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek sedang terhadap pemahaman fakta adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

Konsep

Dari petikan jawaban subjek sedang, terlihat bahwa kemampuan subjek sedang baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = 4 - x^2$ dengan cara pemfaktoran dan tidak menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat dan memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik garis lurus $y = 3x$ (SS2-langkah-04, SS2-langkah-05), kemampuan subjek sedang cukup baik mampu memahami syarat grafik parabola $y = 4 - x^2$ dan tidak memahami syarat grafik parabola dalam bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$ (SS2-langkah-04). Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menuliskan ulang konsep integral yaitu $L = \int_a^b f(x) - \int_a^b g(x)$ (SS2-langkah-07)

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa Kemampuan subjek sedang baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola

$y = 4 - x^2$ dengan cara pemfaktoran dan tidak menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat dan memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik garis lurus $y = 3x$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SSI-008 sampai dengan SSI-012 berikut:

SSI-008 P Langkah pertama apa yang Anda lakukan ?

SSI-008 J Langkah pertama menggambar kurva, kita menggunakan kurva pertama (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{array}{l} y = 4 - x^2 \\ = -x^2 + 4 \\ (-x-2)(x-2) \\ x = -2 \quad \text{dan} \quad x = +2 \end{array}$$

ini sama hasil $-x^2 + 4$, pemfaktoranannya yaitu $(-x-2)(x-2)$. Berarti $x = -2$ dan $x = 2$

SSI-009 P Bisa dijelaskan pemfaktoran Anda ini mengapa Anda dapatkan $(-x-2)(x-2)$?

SSI-009 J Pemfaktoranannya untuk mendapatkan nilai $-x^2 + 4$, dilihat ini Pak..... $-x$ kali x hasilnya $-x^2$, $-x$ kali -2 hasilnya $2x$, -2 kali x mendapatkan hasil $-2x$ sedangkan -2 kali -2 hasilnya 4 , jadi kalau ditulis Pak....hasil akhirnya $-x^2 + 2x - 2x + 4$, positif $2x - 2x$ samadengan 0 Pak.....berarti tidak usah dituliskan.

$$-x^2 + 2x - 2x + 4$$

SSI-010 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SSI-010 J e....saya menuliskan lagi kurva garisnya Pak... (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{array}{r|l} y = 3x & \\ \hline y & 0 \quad 3 \quad 6 \\ x & 0 \quad 1 \quad 2 \end{array}$$

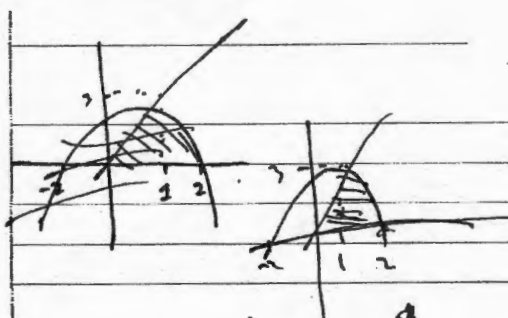
$y = 3x$, saya memisalkan begini (sambil membuat tabel) y x , x bernilai 0 maka y -nya juga 0 Pak....untuk $x = 1$, berarti y -nya samadengan 3 .

SSI-011 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SSI-011 J Saya mulai menggambar kurva tersebut.

SS1-012 P Ya.....silakan....

SS1-012 J (subjek menggambar)



Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami syarat grafik parabola $y = 4 - x^2$ dan tidak memahami syarat grafik parabola dalam bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-013 sampai dengan kode SS1-014 berikut:

SS1-013 P Mengapa parabolanya membuka ke bawah ?

SS1-013 J Karena nilai..... x^2 -nya bernilai negatif.

SS1-014 P Kalau positif ?

SS1-014 J Menghadap ke atas Pak.....

Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menyatakan dan menuliskan ulang secara verbal konsep integral yaitu $L = \int_a^b f(x) - \int_a^b g(x)$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-016 sampai dengan kode SS1-018 berikut:

SS1-016 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SS1-016 J ee.....saya menentukan rumusnya dulu Pak....e.....rumus luasnya yaitu (subjek menuliskan rumusnya sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$Luas = \int_a^b f(x) - \int_a^b g(x)$$

SS1-017 P Bisa dijelaskan simbol-simbol yang Anda tulis ini integral a ke b $f(x)$ dikurang integral a ke b $g(x)$?

SS1-017 J berpikir.....ee....untuk $f(x)$ -nya Pak ...saya pakai untuk kurva yang pertama yaitu $4 - x^2$ sedangkan untuk yang $g(x)$ -nya Pak.....saya pakai untuk kurva kedua yaitu $3x$.ee....ini b-nya Pak.....kan....nilai batasannya yaitu mulai dari 0 ke 2

$$= \int_0^2 4 - x^2 - \int_0^2 3x$$

$$\frac{f(x) \ 4 - x^2}{g(x) \ 3x}$$

SS1-018 P Terus ini simbol integral a ke b $g(x)$? a ke b yang mana dimaksud ?

SS1-018 J Tetap juga sama yang pertama.....0 ke 2 juga.

$$\int_a^b g(x)$$

Validasi Data Subjek Sedang (SS) tentang kemampuan terhadap pemahaman konsep

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek sedang terhadap pemahaman konsep. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.20

Tabel 4.20 Perbandingan Data kemampuan Subjek Sedang (SS) terhadap pemahaman konsep pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek sedang baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = 4 - x^2$ dengan cara pemfaktoran dan tidak menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat dan memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik garis lurus $y = 3x$ (SS2-langkah-04,SS2-langkah-05), (2) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami syarat grafik parabola $y = 4 - x^2$ dan tidak memahami syarat grafik parabola dalam bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$ (SS2-langkah-04), (3) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menuliskan ulang konsep integral yaitu $L = \int_a^b f(x) - \int_a^b g(x)$ (SS2-langkah-07)	Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek sedang baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = 4 - x^2$ dengan cara pemfaktoran dan tidak menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat dan memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik garis lurus $y = 3x$ (SS1-008, SS1-009, SS1-010, SS1-011, SS1-012), (2) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami syarat grafik parabola $y = 4 - x^2$ dan tidak memahami syarat grafik parabola dalam bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$ (SS1-013, SS1-014), (3) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menyatakan dan menuliskan ulang secara verbal konsep integral yaitu $L = \int_a^b f(x) - \int_a^b g(x)$ (SS1-016, SS1-017, SS1-018).

Berdasarkan Tabel 4.20, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek sedang terhadap pemahaman konsep adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

Prinsip

Dari petikan jawaban subjek sedang di atas, terlihat bahwa kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggambar kurva dan tidak memahami dalam mengarsir luas daerah dua kurva (*SS2-langkah-05*). Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam memisalkan berupa contoh dari teorema dasar integral dan memahami dalam menggunakan teorema dasar integral misalnya $L = \int_0^2 4 - x^2 = \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^2$
 $= \left[4(2) - \frac{1}{3}(2)^3 \right] - \left[4(0) - \frac{1}{3}(0)^3 \right]$ (*SS2-langkah-08*). Dan kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggunakan sifat integral bentuk pangkat misalnya $L = \int_0^2 4 - x^2 = \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^2$ (*SS2-langkah-08*).

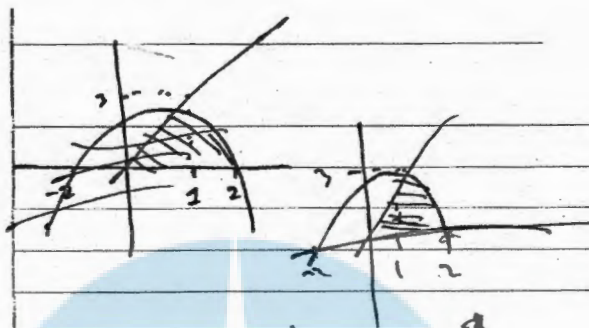
Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggambar kurva dan tidak memahami dalam mengarsir luas daerah dua kurva, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SS1-011* sampai dengan *SS1-012* berikut:

SS1-011 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SS1-011 J Saya mulai menggambar kurva tersebut.

SS1-012 P Ya.....silakan....

SS1-012 J (subjek menggambar)



Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam memisalkan berupa contoh dari teorema dasar integral dan memahami dalam

menggunakan teorema dasar integral misalnya $L = \int_0^2 4 - x^2 = \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^2$

$= \left[4(2) - \frac{1}{3}(2)^3 \right] - \left[4(0) - \frac{1}{3}(0)^3 \right]$, seperti yang terlihat pada petikan

wawancara dengan kode SS1-025 sampai dengan SS1-026 berikut:

SS1-025 P Selanjutnya, dari mana Anda dapat

$$= \left(4 \cdot 2 - \frac{1}{3} (2)^3 \right) - \left(4 \cdot 0 - \frac{1}{3} (0)^3 \right)$$

$4 \cdot 2 - \frac{1}{3} (2)^3 - (4 \cdot 0 - \frac{1}{3} (0)^3)$? adakah rumusnya ?

SS1-025 J ee.....Saya mengambil pemisalannya integral tentu saja Pak.....

SS1-026 P Bisa ditulis ? pemisalan yang Anda maksud ?

SS1-026 J Pemisalannya yaitu (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\left[4x - \frac{1}{3}x^3\right]_a^b$$

$$(4b - \frac{1}{3}b^3) - (4a - \frac{1}{3}a^3)$$

Kurung sikusaya pakai langsung ini(025)
 Pak....e..... $4x - 1/3x^3$, batasan b ... a, a
 menuju b. e....untuk pertamanya Pak... berarti kita $(4b - 1/3 b^3) - (4a - 1/3a^3)$.seperti ini pemisalannya
 Pak....

Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggunakan

sifat integral bentuk pangkat misalnya $L = \int_0^2 4 - x^2 = \left[4x - \frac{1}{3}x^3\right]_0^2$, seperti

yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-021 sampai dengan

SS1-024 berikut:

SS1-021 P Selanjutnya, dari mana ini 4 berubah menjadi $4x$ dan x^2 berubah menjadi $1/3x^3$? bisa di jelaskan?

$$= \int_0^2 4 - x^2 = \int_0^2 4 - \int_0^2 x^2$$

$$= \left[4x - \frac{1}{3}x^3\right]_0^2 - \left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^2$$

SS1-021 J Bisa Pak.....4 menjadi $4x$ karena integral dari 4 sama dengan $4x$ sedangkan integral dari x^2 yaitu $1/3x^3$

SS1-022 P Mungkin ada rumusnya?

SS1-022 J (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\int 1 \cdot x^0 = \frac{1}{0+1} x^{0+1}$$

$$= \frac{1}{1} 1x$$

$$\int x^2 = \frac{1}{2+1} x^{2+1} = \frac{1}{3} x^3$$

$$\int 3x = \frac{3}{1+1} x^{1+1} = \frac{3}{2} x^2$$

Berarti kita bisa memisalkannya Pak.....e....untuk nilai 4, anggaplah 4 dikali x^0 , x^0 sama dengan 1, karena

hasilnya 1 berarti tidak usah saya tulis Pak.....ini (021) integral 4 berarti kita misalkan berarti 4 per kan.....pangkat 0 , 0 ditambah 1 . e.....x pangkat 0 tambah 1. Berarti hasilnya sama dengan 4/1 karena 4/1 berarti penyebutnya tidak, usah ditulis Pak.....4.....x pangkat satu. Begitu Pak.....

SS1-023 P 1/3 x³ tadi ?

SS1-023 J e.... 1/3 x³ e..... (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\int x^2 = \frac{1}{2+1} x^{2+1} = \frac{1}{3} x^3$$

integral dari x² berarti nilai depan x kan..... tidak ada, berarti saja dengan di depan itu 1, berarti 1, pangkat dari x yaitu 2 , 2 ditambah 1 berarti 1 per 2 tambah 1 x pangkat 2 tambah 1, hasilnya sama dengan 1/3x³.

SS1-024 P 3/2 x² bisa di jelaskan ?

SS1-024 J 3/2 x² (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\int 3x = \frac{3}{1+1} x^{1+1} = \frac{3}{2} x^2$$

Didapat dari integral 3x . e.....nilai di depan x yaitu 3 sedangkan x berpangkat 1, berarti 3 per..... pangkat x di tambah 1 berarti 1 ditambah 1, x-nya berpangkat 1 ditambah 1 berarti 3/2x².

Validasi Data Subjek Sedang (SS) tentang kemampuan terhadap pemahaman prinsip

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek sedang terhadap pemahaman prinsip. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.21

Tabel 4.21 Perbandingan Data kemampuan Subjek Sedang (SS) terhadap pemahaman prinsip pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggambar kurva dan tidak memahami dalam mengarsir luas daerah dua kurva (SS2-langkah-05), (2) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam memisalkan contoh dari torema dasar integral dan memahami dalam menggunakan teorema dasar integral misalnya $L = \int_0^2 4 - x^2 =$ $\left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^2 = \left[4(2) - \frac{1}{3}(2)^3 \right] - \left[4(0) - \frac{1}{3}(0)^3 \right]$ (SS2-langkah-08), (3) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggunakan sifat integral bentuk pangkat misalnya $L = \int_0^2 4 - x^2 = \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^2$ (SS2- langkah-08).	Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggambar kurva dan tidak memahami dalam mengarsir luas daerah dua kurva (SS1-011, SS1-012), (2) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam memisalkan contoh dari torema dasar integral dan memahami dalam menggunakan teorema dasar integral misalnya $L = \int_0^2 4 - x^2 = \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^2 = \left[4(2) - \frac{1}{3}(2)^3 \right] - \left[4(0) - \frac{1}{3}(0)^3 \right]$, (SS1-025 , SS1-026), (3) Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggunakan sifat integral bentuk pangkat misalnya $L = \int_0^2 4 - x^2 = \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^2$, (SS1-021, SS1-022, SS1-023, SS1-024)

Berdasarkan Tabel 4.21, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek sedang terhadap pemahaman prinsip adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

Operasi (*Skill*)

Dari petikan jawaban subjek sedang di atas, terlihat bahwa kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan misalnya $8 - \frac{8}{3} - \frac{12}{2} = \frac{24-8}{3} - 6$ (SS2-langkah-08). Kemampuan subjek sedang kurang baik memahami dalam menjelaskan nilai hasil akhir bahwa luas daerahnya bernilai negatif yaitu $-\frac{2}{3}$ satuan luas (SS2-langkah-08).

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-027 sampai dengan kode SS1-028 berikut:

SS1-027 P Selanjutnya apalagi yang Anda lakukan ?

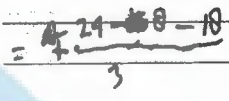
SS1-027 J

$$\begin{aligned}
 &= \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^2 - \left[\frac{1}{2}x^2 \right]_0^2 \\
 &= \left(4 \cdot 2 - \frac{1}{3} \cdot 2^3 \right) - \left(\frac{1}{2} \cdot 2^2 \right) - \left(\frac{1}{2} \cdot 0 \right) - \left(\frac{1}{2} \cdot 0 \right) \\
 &= 8 - \frac{8}{3} - \frac{2}{1} - 0
 \end{aligned}$$

Saya mulai mengerjakannya Pak.... x -nya saya ganti dengan nilai b , nilainya itu 2 berarti 4 dikali 2 menghasilkan 8.ee.... $- 1/3 x^3$, x -nya masih saya ganti

nilai b, yaitu 2 berarti $\frac{1}{3} 2^3$, 2^3 hasilnya 8, 8 dikali $\frac{1}{3}$ menghasilkan $\frac{8}{3}$ berarti $8 - \frac{8}{3}$. untuk yang kedua 4 dikali nilai a yaitu 0, 4 kali 0 hasilnya 0, dikurang $\frac{1}{3}$ dikali nilai a pangkat 3, berarti $\frac{1}{3}$ dikali 0^3 . ee....karena karena hasilnya 0 dikurang 0 berarti 0, saya ndak menuliskannya di jawaban, dikurang $\frac{3}{2}$...nilai b2 berarti $\frac{3}{2}$ dikali 2^2 yaitu ee.....3 dikali 4 per 2 berarti $\frac{12}{2}$ dikurang $\frac{3}{2}$...e....nilai a-nya kan....0 berarti 0^2 , 0^2 samadengan 0, 0 dikali 3 menghasilkan 0, $\frac{0}{2}$ hasilnya tetap 0 jadi saya juga tidak menuliskannya.berarti hasilnya yaitu 8 dikurang $\frac{8}{3}$ dikurang $\frac{12}{2}$, $\frac{12}{2}$ sama dengan 6.

SS1-028 P

Selanjutnya darimana dapat 

SS1-028 J


e..... saya menyamakan semua penyebutnya Pak.....e.....saya memakai penyebut 3. Untuk 8 agar mendapatkan menjadi penyebut 3 berarti hasilnya 24, berarti $\frac{24}{3}$ dikurang $\frac{8}{3}$.e.....untuk 6, saya mengalikan dengan 3 Pak....berarti $\frac{18}{3}$. Berarti kalau kita hitung $\frac{24 - 8 - 18}{3}$ ee....hasilnya yaitu $-\frac{2}{3}$ satuan luas.

Kemampuan subjek sedang kurang baik memahami dalam menjelaskan nilai hasil akhir bahwa luas daerahnya bernilai negatif yaitu $-\frac{2}{3}$ satuan luas, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-029 sampai dengan kode SS1-030 berikut:

- SS1-029 P Kenapa hasilnya luas negatif, padahal seharusnya luas itu hasilnya positif?
- SS1-029 J Saya rasa ada kesalahan, kesalahan dalam menentukan rumus.
- SS1-030 P Kesalahan dalam menentukan rumus ?
- SS1-030 J Iya Pak...

Validasi Data Subjek Sedang (SS) tentang kemampuan terhadap pemahaman operasi (*Skill*)

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek sedang terhadap pemahaman operasi (*Skill*). Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.22

Tabel 4.22 Perbandingan Data kemampuan Subjek Sedang (SS) terhadap pemahaman operasi (*Skill*) pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan misalnya $8 - \frac{8}{3} - \frac{12}{2} = \frac{24-8}{3} - 6$ (SS2-langkah-08), (2) Kemampuan subjek sedang kurang baik memahami dalam menjelaskan nilai hasil akhir bahwa luas daerahnya bernilai negatif yaitu $-\frac{2}{3}$ satuan luas (SS2-langkah-08).	Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan misalnya $8 - \frac{8}{3} - \frac{12}{2} = \frac{24-8}{3} - 6$ (SS1-027, SS1-028), (2) Kemampuan Subjek sedang kurang baik memahami dalam menjelaskan nilai hasil akhir bahwa luas daerahnya bernilai negatif yaitu $-\frac{2}{3}$ satuan luas (SS1-029, SS1-030).

Berdasarkan Tabel 4.22, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek sedang terhadap pemahaman operasi (*Skill*) adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

2) Kemampuan sistematis prosedural (KSP).

Berdasarkan hasil tes diagnostik dari kemampuan subjek sedang melakukan langkah-langkah dalam menyelesaikan soal, meliputi:

- Sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SS2-langkah-01*).
- Cukup baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ dan memahami batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai yang disyaratkan pada soal, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SS2-langkah-02*).
- Cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, dapat menuliskan kata “rumus” tetapi tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SS2-langkah-03*).
- Baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ melalui pemfaktoran, tidak menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat. Baik dalam menentukan syarat sebuah kurva parabola tetapi tidak menuliskan syarat $a < 0$ dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$, baik dalam

menentukan teknik menggambar garis lurus seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SS2-langkah-04*).

- Kurang baik dalam menggambar kurva dan menentukan letak daerah arsiran dua kurva, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SS2-langkah-05*).
- Kurang baik dalam menentukan batas-batas integral yaitu $x = 0$ sampai $x = 1$ dan $x = 1$ sampai $x = 2$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SS2-langkah-06*).
- Kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 dx$ dan $L_1 = \int_1^2 y_2 - y_1 dx$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SS2-langkah-07*).
- Cukup baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SS2-langkah-08*).
- Cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SS1-langkah-09*).

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa subjek sedang dalam melakukan langkah-langkah penyelesaian soal, meliputi:

- Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SS1-002* sampai dengan *SS1-003* berikut:

SS1-002 P Apa yang Anda ketahui dengan soal ini ?

SS1-002 J ee..... soal ini yaitu terdapat dua kurva dan adanya ee.....garis pembatasan $x = 0$ dan $x = 2$

SS1-003 P Apa yang ditanyakan ?

SS1-003 J Luasnya Pak.....

- Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ dan memahami batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai yang disyaratkan pada soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-004 sampai dengan SS1-005 berikut:

SS1-004 P Kurva jenis apa namanya, dua kurva yang Anda sebutkan ?

SS1-004 J Kurva $y = 4 - x^2$ berjenis parabol sedangkan $y = 3x$ disebut kurva garis dan $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai syarat.

SS1-005 P Bisa dijelaskan perbedaan dua kurva ini ? untuk membedakan kurva yang pertama dan yang kedua ?

SS1-005 J Saya bisa membedakannya dengan cara penggambarannya saja Pak. Kalau ciri-cirinya saya lupa Pak.....

- Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, dapat menuliskan kata “rumus” tetapi tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-007 berikut:

SS1-007 P Apa rencana yang Anda lakukan pada soal ini ?

SS1-007 J Hampir mirip dengan nomor 1, Pertama kita menggambar kurvanya, yang kedua menentukan rumus, yang ketiga menyelesaikannya dengan operasi hitung.

- Kemampuan subjek sedang baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ melalui pemfaktoran, dan tidak menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat. Baik dalam menentukan syarat sebuah kurva parabola tetapi tidak menuliskan syarat $a < 0$ dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$, dan baik dalam menentukan teknik menggambar garis lurus, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-013 dilanjutkan kode SS1-013 sampai dengan kode SS1-014 berikut:

SS1-008 P Langkah pertama apa yang Anda lakukan ?

SS1-008 J Langkah pertama menggambar kurva, kita menggunakan kurva pertama (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{array}{l} y = 4 - x^2 \\ = -x^2 + 4 \\ (-x - 2)(x - 2) \\ x = -2 \quad \text{dan} \quad x = 2 \end{array}$$

ini sama hasil $-x^2 + 4$, pemfaktoranannya yaitu $(-x - 2)(x - 2)$. Berarti $x = -2$ dan $x = 2$

SS1-013 P Mengapa parabolanya membuka ke bawah ?

SS1-013 J Karena nilai..... x^2 -nya bernilai negatif.

SS1-014 P Kalau positif?

SS1-014 J Menghadap ke atas Pak.....

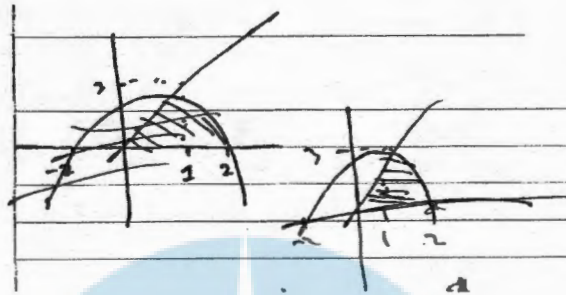
- Kemampuan subjek sedang kurang baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran dua kurva, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-011 sampai dengan kode SS1-012 berikut:

SS1-011 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SS1-011 J Saya mulai menggambar kurva tersebut.

SS1-012 P Ya.....silakan....

SS1-012 J (subjek menggambar)



- Kemampuan subjek sedang kurang baik dalam menentukan batas-batas integral yaitu $x = 0$ sampai $x = 1$ dan $x = 1$ sampai $x = 2$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-016 sampai dengan kode SS1-018 berikut:

SS1-016 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SS1-016 J ee.....saya menentukan rumusnya dulu Pak....e.....rumus luasnya yaitu (subjek menuliskan rumusnya sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$Luas = \int_0^2 f(x) - \int_0^2 g(x)$$

SS1-017 P Bisa dijelaskan simbol-simbol yang Anda tulis ini integral a ke b $f(x)$ dikurang integral a ke b $g(x)$?

SS1-017 J berpikir.....ee....untuk $f(x)$ -nya Pak.saya pakai untuk kurva yang pertama yaitu $4 - x^2$ sedangkan untuk yang $g(x)$ -nya Pak.....saya pakai untuk kurva kedua yaitu $3x$.ee....ini b-nya Pak.....kan....nilai batasannya yaitu mulai dari 0 ke 2

$$= \int_0^2 4 - x^2 - \int_0^2 3x$$

$$\begin{array}{l} f(x) \ 4 - x^2 \\ g(x) \ 3x \end{array}$$

SS1-018 P Terus ini simbol integral a ke b $g(x)$? a ke b yang mana dimaksud ?

SS1-018 J Tetap juga sama yang pertama.....0 ke 2 juga.

$$\int_0^2 g(x)$$

- Kemampuan subjek sedang kurang baik dalam menuliskan rencana

penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 dx$ dan $L_1 = \int_1^2 y_2 - y_1 dx$, seperti

yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-016 berikut:

SS1-016 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SS1-016 J ee.....saya menentukan rumusnya dulu Pak....e.....rumus luasnya yaitu (subjek menuliskan rumusnya sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$Luas = \int_0^1 f(x) - \int_0^1 g(x)$$

- Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-019 berikut:

SS1-019 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SS1-019 J Saya mulai memasukkan angka-angkanya Pak... (subjek menuliskan rumusnya sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{aligned} &= \int_0^1 4-x^2 - \int_0^1 x \\ &= \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^1 - \left[\frac{1}{2}x^2 \right]_0^1 \\ &= \left(4 \cdot 1 - \frac{1}{3} \cdot 1^3 \right) - \left(\frac{1}{2} \cdot 1^2 - \frac{1}{2} \cdot 0^2 \right) \\ &= 4 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \\ &= \frac{24}{6} - \frac{2}{6} - \frac{3}{6} = \frac{19}{6} \text{ satuan luas} \end{aligned}$$

- Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-031 sampai dengan kode SS1-32 berikut:

- SS1-031 P *Bisa diperiksa kembali jawabannya ?*
- SS1-031 J *Subjek sementara memeriksa jawabannya.*
- SS1-032 P *sudah yakin benar ?*
- SS1-032 J *Lama berpikir.....yakin Pak.....*

Validasi Data Subjek Sedang (SS) tentang kemampuan sistematis prosedural (KSP)

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek sedang terhadap kemampuan sistematis prosedural. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.23

Tabel 4.23 Perbandingan Data kemampuan Subjek Sedang (SS) terhadap kemampuan sistematis prosedural pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini kemampuan subjek sedang dalam melakukan langkah-langkah penyelesaian soal yaitu : (1)Sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SS2-langkah-01).	Pada bagian ini kemampuan subjek sedang dalam melakukan langkah-langkah penyelesaian soal yaitu : (1) Sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan, seperti yang

-
- (2) Cukup baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ dan memahami batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai yang disyaratkan pada soal, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SS2-langkah-02).
- (3) Cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, dapat menuliskan kata “rumus” dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SS2-langkah-03).
- (4) Baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ melalui pemfaktoran, hanya tidak menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat. Baik dalam menentukan syarat sebuah kurva parabola hanya tidak menuliskan syarat $a < 0$ dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$, baik dalam menentukan teknik menggambar garis lurus, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SS2-langkah-04).
- ditunjukkan pada jawaban subjek (SS1-002, SS1-003).
- (2) Cukup baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ dan memahami batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai yang disyaratkan pada soal, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SS1-004, SS1-005).
- (3) Cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, dapat menuliskan kata “rumus” dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SS1-007).
- (4) Baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ melalui pemfaktoran, hanya tidak menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat. Baik dalam
-

- (5) Kurang baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran dua kurva, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SS2-langkah-05).
- (6) Kurang baik dalam menentukan batas-batas integral yaitu $x = 0$ sampai $x = 1$ dan $x = 1$ sampai $x = 2$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SS2-langkah-06).
- (7) Kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 dx$ dan $L_1 = \int_1^2 y_2 - y_1 dx$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SS2-langkah-07).
- (8) Cukup baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SS2-langkah-08).
- (9) Cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SS2-langkah-09).
- menentukan syarat sebuah kurva parabola tetapi tidak menuliskan syarat $a < 0$ dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$, baik dalam menentukan teknik menggambar garis lurus seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SS1-008, SS1-013, SS1-014).
- (5) Kurang baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran dua kurva, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SS1-011, SS1-012).
- (6) Kurang baik dalam menentukan batas-batas integral yaitu $x = 0$ sampai $x = 1$ dan $x = 1$ sampai $x = 2$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SS1-016, SS1-017, SS1-018).
- (7) Kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 dx$ dan $L_1 = \int_1^2 y_2 - y_1 dx$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SS1-016).
- (8) Cukup baik dalam

mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SS1-019).

- (9) Cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SS1-031, SS1-032).
-

Berdasarkan Tabel 4.23, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek sedang dalam melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral yang merupakan indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

3) Kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP).

Berdasarkan data hasil tes diagnostik dari subjek sedang, ditemukan bahwa kemampuan keterampilan proses pemecahan dalam menyelesaikan luas daerah bidang datar dua kurva pada setiap tahapan penyelesaian dinyatakan sebagai berikut:

a) Memahami soal

Pada tahapan ini, yaitu:

- (1) Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (*SS2-langkah-01*)
- (2) Kemampuan subjek sedang baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ dan memahami batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai yang disyaratkan pada soal (*SS2-langkah-02*)

b) Merencanakan penyelesaian

Pada tahapan ini, kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, dapat menuliskan kata “rumus” dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SS2-langkah-03*)

c) Melakukan rencana penyelesaian

Pada tahapan ini, subjek sedang melakukan penyelesaian soal yaitu:

- (1) Kemampuan subjek sedang kurang baik menggunakan strategi dalam menyelesaikan soal meliputi:
 - 1.a Baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ melalui pemfaktoran, tetapi kurang mampu menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat. Baik dalam menentukan syarat sebuah kurva parabola hanya tidak menuliskan syarat $a < 0$ dari

bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$, mampu menentukan teknik menggambar garis lurus (SS2-langkah-04)

1.b Kurang baik dalam menggambar kurva tetapi tidak mampu menentukan letak daerah arsiran dua kurva (SS2-langkah-05)

1.c Kurang baik dalam menentukan batas-batas integral yaitu $x = 0$ sampai $x = 1$ dan $x = 1$ sampai $x = 2$ (SS2-langkah-06)

1.d Kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu

$$L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 dx \text{ dan } L_1 = \int_1^2 y_2 - y_1 dx \text{ (SS2-langkah-07)}$$

(2) Kemampuan subjek sedang kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan (SS1-langkah-08)

d) Verifikasi

Pada tahapan ini, kemampuan subjek sedang cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya (SS2-langkah-09)

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Disimpulkan bahwa hasil analisis kemampuan keterampilan proses pemecahan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral dapat dilihat pada petikan wawancara setiap tahapan penyelesaian dinyatakan sebagai berikut:

a) Memahami soal

Pada tahapan ini, yaitu:

(1) Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan, seperti yang

terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-002 sampai dengan SS1-003 berikut:

SS1-002 P Apa yang Anda ketahui dengan soal ini ?

SS1-002 J ee..... soal ini yaitu terdapat dua kurva dan adanya ee.....garis pembatasan $x = 0$ dan $x = 2$

SS1-003 P Apa yang ditanyakan ?

SS1-003 J Luasnya Pak....

(2) Kemampuan subjek sedang baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ dan memahami batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai yang disyaratkan pada soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-004 sampai dengan SS1-005 berikut:

SS1-004 P Kurva jenis apa namanya, dua kurva yang Anda sebutkan ?

SS1-004 J Kurva $y = 4 - x^2$ berjenis parabol sedangkan $y = 3x$ disebut kurva garis dan $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai syarat.

SS1-005 P Bisa dijelaskan perbedaan dua kurva ini ? untuk membedakan kurva yang pertama dan yang kedua ?

SS1-005 J Saya bisa membedakannya dengan cara penggambarannya saja Pak. Kalau ciri-cirinya saya lupa Pak....

b) Merencanakan penyelesaian

Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, dapat menuliskan kata “rumus” dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal

dengan operasi hitung, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-007 berikut:

SS1-007 P *Apa rencana yang Anda lakukan pada soal ini ?*

SS1-007 J *Hampir mirip dengan nomor 1, Pertama kita menggambar kurvanya, yang kedua menentukan rumus, yang ketiga menyelesaikannya dengan operasi hitung.*

c) Melakukan rencana penyelesaian

Pada tahapan ini, subjek sedang melakukan penyelesaian soal yaitu:

(1) Kemampuan subjek sedang kurang baik dalam menggunakan strategi dalam menyelesaikan soal meliputi:

1.a Baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ melalui pefaktoran, dan tidak menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat. Baik dalam menentukan syarat sebuah kurva parabola hanya tidak menuliskan syarat $a < 0$ dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$, baik dalam menentukan teknik menggambar garis lurus, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-008 dilanjutkan kode SS1-013 sampai dengan kode SS1-014 berikut:

SS1-008 P *Langkah pertama apa yang Anda lakukan ?*

SS1-008 J *Langkah pertama menggambar kurva, kita menggunakan kurva pertama (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)*

$y = 4 - x^2$
$= -x^2 + 4$
$(-x - 2)(x - 2)$
$x = -2 \quad \text{dan} \quad x = +2$

ini sama hasil $-x^2 + 4$, pemfaktorananya yaitu $(-x - 2)(x - 2)$. Berarti $x = -2$ dan $x = 2$

SS1-013 P Mengapa parabolanya membuka ke bawah ?

SS1-013 J Karena nilai..... x^2 -nya bernilai negatif.

SS1-014 P Kalau positif ?

SS1-014 J Menghadap ke atas Pak....

1.b Kurang baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran

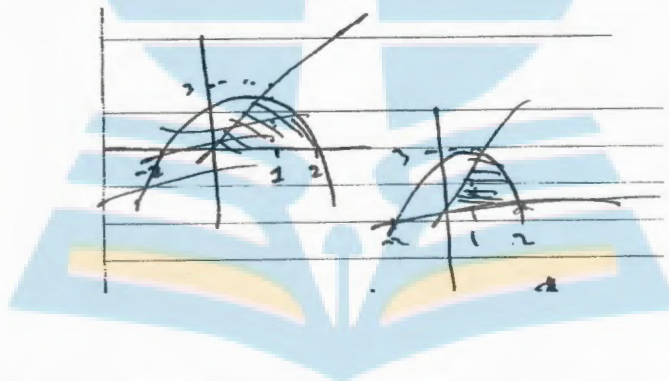
dua kurva, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-011 sampai dengan kode SS1-12 berikut:

SS1-011 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SS1-011 J Saya mulai menggambar kurva tersebut.

SS1-012 P Ya.....silakan....

SS1-012 J (subjek menggambar)



1.c Kurang baik dalam menentukan batas-batas integral yaitu $x = 0$

sampai $x = 1$ dan $x = 1$ sampai $x = 2$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-016 sampai dengan kode SS1-018 berikut:

SS1-016 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SS1-016 J ee.....saya menentukan rumusnya dulu Pak....e.....rumus luasnya yaitu (subjek menuliskan rumusnya sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\underline{\underline{Luas = \int_a^b f(x) - \int_a^b g(x)}}$$

SS1-017 P Bisa dijelaskan simbol-simbol yang Anda tulis ini integral a ke b $f(x)$ dikurang integral a ke b $g(x)$?

SS1-017 J berpikir.....ee....untuk $f(x)$ -nya Pak.saya pakai untuk kurva yang pertama yaitu $4 - x^2$ sedangkan untuk yang $g(x)$ -nya Pak.....saya pakai untuk kurva kedua yaitu $3x$.ee....ini b-nya Pak.....kan....nilai batasannya yaitu mulai dari 0 ke 2

$$\underline{\underline{= \int_0^2 4 - x^2 - \int_0^2 3x}}$$

$$\frac{f(x) \ 4 - x^2}{g(x) \ 3x}$$

SS1-018 P Terus ini simbol integral a ke b $g(x)$? a ke b yang mana dimaksud ?

SS1-018 J Tetap juga sama yang pertama.....0 ke 2 juga.

$$\underline{\underline{\int_a^b g(x)}}$$

1.d Kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu

$$L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 dx \text{ dan } L_1 = \int_1^2 y_2 - y_1 dx, \text{ seperti yang terlihat}$$

pada petikan wawancara dengan kode SS1-016 berikut:

SS1-016 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SS1-016 J ee.....saya menentukan rumusnya dulu Pak....e.....rumus luasnya yaitu (subjek menuliskan rumusnya sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\underline{\underline{Luas = \int_a^b f(x) - \int_a^b g(x)}}$$

(2) Kemampuan subjek sedang kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan,

seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-025 sampai dengan kode SS1-028 berikut:

SS1-025 P Selanjutnya, dari mana ki dapat

$$= \left(\left(4 \cdot 2 - \frac{1}{3} 2^3 \right) - \left(4 \cdot 0 - \frac{1}{3} 0^3 \right) \right)$$

$4 \cdot 2 - \frac{1}{3} (2)^3 - (4 \cdot 0 - \frac{1}{3} (0)^3)$? adakah rumusnya ?

SS1-025 J ee.....Saya mengambil pemisalannya integral tentu saja Pak....

SS1-026 P Bisa ditulis ? pemisalan yang Anda maksud ?

SS1-026 J Pemisalannya yaitu (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\left[4x - \frac{1}{3} x^3 \right]_a^b$$

$$\left(4b - \frac{1}{3} b^3 \right) - \left(4a - \frac{1}{3} a^3 \right)$$

Kurung sikusaya pakai langsung ini(025) Pak....e.....
 $4x - \frac{1}{3} x^3$, batasan b ... a, a menuju b . e.....untuk
 pertamanya Pak... berarti kita $(4b - \frac{1}{3} b^3) - (4a - \frac{1}{3} a^3)$.seperti ini pemisalannya Pak....

SS1-027 P Selanjutnya apalagi yang Anda lakukan ?

SS1-027 J

$$= \left[4x - \frac{1}{3} x^3 \right]_0^2 - \left[4x - \frac{1}{3} x^3 \right]_2^0$$

$$= \left(\left(4 \cdot 2 - \frac{1}{3} 2^3 \right) - \left(4 \cdot 0 - \frac{1}{3} 0^3 \right) \right) - \left(\left(4 \cdot 2 - \frac{1}{3} 2^3 \right) - \left(4 \cdot 0 - \frac{1}{3} 0^3 \right) \right)$$

$$= 8 - \frac{8}{3} - \frac{8}{3} + \frac{0}{3}$$

Saya mulai mengerjakannya Pak... x-nya saya ganti dengan nilai b, nilainya itu 2 berarti 4 dikali 2 menghasilkan 8.ee.... $-\frac{1}{3} x^3$, x-nya masih saya ganti nilai b, yaitu 2 berarti $\frac{1}{3} 2^3$, 2^3 hasilnya 8, 8 dikali $\frac{1}{3}$ menghasilkan $\frac{8}{3}$ berarti $8 - \frac{8}{3}$. untuk yang kedua 4 dikali nilai a yaitu 0, 4 kali 0 hasilnya 0, dikurang $\frac{1}{3}$ dikali nilai a pangkat 3, berarti $\frac{1}{3}$ dikali 0^3 .ee....karena karena hasilnya 0 dikurang 0 berarti 0, saya ndak menuliskannya di jawaban, dikurang $\frac{3}{2}$...nilai b2 berarti $\frac{3}{2}$ dikali 2^2 yaitu ee.....3 dikali 4 per 2 berarti $\frac{12}{2}$ dikurang $\frac{3}{2}$...e....nilai a-nya kan....0 berarti 0^2 , 0^2 samadengan 0, 0 dikali 3 menghasilkan 0, $\frac{0}{2}$ hasilnya tetap 0 jadi saya juga tidak menuliskannya.berarti hasilnya yaitu 8 dikurang $\frac{8}{3}$ dikurang $\frac{12}{2}$, $\frac{12}{2}$ sama

dengan 6.

SS1-028 P

Selanjutnya darimana dapat?

$$\frac{24 - 8}{3} = 6$$

SS1-028 J

$$\frac{24 - 8}{3} = 6$$

e..... saya menyamakan semua penyebutnya Pak.....saya memakai penyebut 3. Untuk 8 agar mendapatkan menjadi penyebut 3 berarti hasilnya 24, berarti $24/3$ dikurang $8/3$.e.....untuk 6, saya mengalikan dengan 3 Pak....berarti $18/3$. Berarti kalau kita hitung $24 - 8 = 18$

3hasilnya yaitu $-2/3$ satuan luas.

d) Verifikasi

Pada tahapan ini, kemampuan subjek sedang cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SS1-031 sampai dengan kode SS1-032 berikut:

SS1-031 P Bisa diperiksa kembali jawabannya ?

SS1-031 J Subjek sementara memeriksa jawabannya.

SS1-032 P sudah yakin benar ?

SS1-032 J Lama berpikir.....yakin Pak.....

Validasi Data Subjek Sedang (SS) tentang kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP)

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek sedang terhadap kemampuan keterampilan proses pemecahan. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.24

Tabel 4.24 Perbandingan Data kemampuan Subjek Sedang (SS) terhadap kemampuan keterampilan proses pemecahan pada tes diagnostik dan Wawancara setiap tahapan

Tes diagnostik		Wawancara	
Memahami soal			
Pada tahapan ini yaitu: (1) Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (SS2-langkah-01)		Pada tahapan ini yaitu: (1) Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan (SS1-002, SS1-003)	
(2) Kemampuan subjek sedang baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ dan memahami batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai yang disyaratkan pada soal (SS2-langkah-02)		(2) Kemampuan subjek sedang baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ serta memahami batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai yang disyaratkan pada soal (SS1-004, SS1-005)	
Merencanakan penyelesaian			
Pada tahapan ini, kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan		Pada tahapan ini, kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan	

dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, dapat menuliskan kata “rumus” dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung (SS2-langkah-03)	dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, dapat menentukan batas-batas integral, dapat menuliskan kata “rumus” dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung (SS1-007)
--	---

Melakukan rencana penyelesaian

Pada tahapan ini, subjek sedang melakukan penyelesaian soal yaitu:	Pada tahapan ini, subjek sedang melakukan penyelesaian soal
(1)Kemampuan subjek sedang kurang yaitu:	yaitu:
baik dalam menggunakan strategi dalam menyelesaikan soal meliputi:	(1) Kemampuan subjek sedang menggunakan strategi dalam menyelesaikan soal meliputi:
1.a Baik menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ melalui pefaktoran, hanya tidak menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat. Baik dalam menentukan syarat sebuah kurva parabola tetapi tidak menuliskan syarat $a < 0$ dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$, baik dalam menentukan teknik menggambar garis lurus (SS2-langkah-04)	1.a Baik menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ melalui pefaktoran, hanya tidak menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat. Baik dalam menentukan syarat sebuah kurva parabola tetapi tidak menuliskan syarat $a < 0$ dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$, baik dalam menentukan teknik menggambar garis lurus (SS1-008, SS1-013, SS1-014)
1.b Kurang baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran dua kurva	

(SS2-langkah-05)	1.b Kurang baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran dua kurva (SS1-011, SS1-012)
1.c Kurang baik dalam menentukan batas-batas integral yaitu $x = 0$ sampai $x = 1$ dan $x = 1$ sampai $x = 2$ (SS2-langkah-06)	1.c Kurang baik dalam menentukan batas-batas integral yaitu $x = 0$ sampai $x = 1$ dan $x = 1$ sampai $x = 2$ (SS1-016, SS1-017, SS1-018)
1.d Kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 dx$ dan $L_1 = \int_1^2 y_2 - y_1 dx$ (SS2-langkah-07)	1.d Kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 dx$ dan $L_1 = \int_1^2 y_2 - y_1 dx$ (SS1-016)
(2) Kemampuan subjek sedang kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan (SS2-langkah-08)	(2) Kemampuan subjek sedang kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan (SS1-025, SS1-026, SS1-027, SS1-028)

Verifikasi

Pada tahapan ini, kemampuan subjek sedang cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya (SS2-langkah-09)	Pada tahapan ini, kemampuan subjek sedang cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya (SS1-031, SS1-032)
--	--

Berdasarkan Tabel 4.24, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek sedang terhadap kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.



3. Paparan Data dan Validasi Data Subjek kategori Rendah tentang kemampuan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral

a. Paparan Data hasil tes diagnostik (TD) soal nomor 1 subjek rendah (SR)

Soal

Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2 - 2x$, sumbu x , garis $x = 0$ dan $x = 3$.

1. a. Dik: $y = x^2 - 2x$

batas = $x = 0$, $x = 3$

SR1-langkah-01

Dit: $L = \dots?$

b. kurva $y = x^2 - 2x$

SR1-langkah-02

syarat sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$

c. - menentukan rumus

- membuat kurva

- mengarsir

SR1-langkah-03

- menentukan batas-batas

- menyelesaikannya dengan operasi hitung

d. kurva parabola

Sumbu x , $y = 0$

Sumbu y , $x = 0$

$y = x^2 - 2x$

$y = x^2 - 2x$

$x^2 - 2x = 0$

$= (0)^2 - 2(0)$

$x(x-2) = 0$

$= 0$

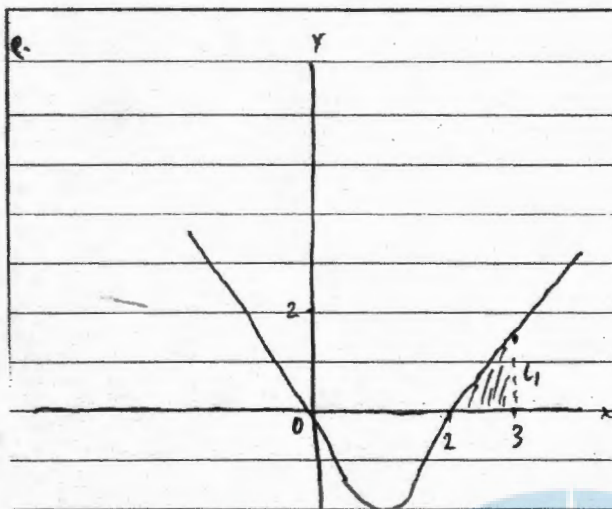
$x = 0$ $\vee$ $x - 2 = 0$

SR1-langkah-04

$x = 2$

$a = 1 > 0$

$(2, 0)$



SR1-langkah-05

f. batas-batas integral

$$x=2, \text{ dan } x=3$$

SR1-langkah-06

$$g. \quad y = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx \quad \text{SR1-langkah-07}$$

$$= \int_a^b x^2 - 2x$$

$$= \int_2^3 \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2$$

$$h. = \int_2^3 \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2$$

$$= \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \Big|_2^3$$

SS1-langkah-08

$$= \frac{1}{3}(3)^3 - \frac{2}{2}(3)^2 - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{2}{2}(2)^2 \right)$$

$$= \frac{27}{3} - \frac{18}{2} - \left(\frac{8}{3} - \frac{8}{2} \right)$$

$= \frac{27}{3} - \frac{18}{2} - \frac{8}{3} + \frac{8}{2}$	
$= \frac{27}{3} - \frac{8}{3} - \frac{18}{2} + \frac{8}{2}$	<i>SR1-langkah-08</i>
$= \frac{19}{3} - \frac{26}{2}$	
$= \frac{38}{6} - \frac{78}{6}$	
$= \frac{90}{6}$	<i>SR1-langkah-08</i>
i. Saya yakin dgn jawaban saya <i>SS1-langkah-09</i>	

1) Kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM).

Berdasarkan hasil tes diagnostik dari subjek rendah bahwa kemampuan pemahaman objek kajian matematika meliputi indikator fakta, konsep, prinsip dan skill, dapat dilihat petikan jawaban sebagai berikut:

Fakta

Dari petikan jawaban subjek rendah di atas, terlihat bahwa kemampuan subjek rendah sangat baik memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal (*SR1-langkah-01*). Kemampuan subjek rendah baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal (*SR1-langkah-02*). Dari petikan jawaban subjek, kemampuan subjek kurang baik dalam menuliskan simbol dan notasi rumus-rumus integral, misalnya pada langkah ke-3, subjek rendah hanya menulis kata "rumus" saja (*SR1-langkah-03*), kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan simbol dan notasi rumus integral bentuk pangkat misalnya

$$\int_a^b x^2 - 2x = \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 = \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \right]_2^3 \quad (SR1-langkah-08). \quad \text{Hasil tes}$$

diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara.

Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek rendah sangat baik memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SR1-003* sampai dengan *SR1-004* berikut:

SR1-003 P Apa yang diketahui pada soal yang Anda baca ?

SR1-003 J Yaitu $y = x^2 - 2x$, sumbu x , garis $x = 0$ dan $x = 3$

SR1-004 P Apa yang ditanyakan ?

SR1-004 J Yaitu luas daerah.

Kemampuan subjek rendah baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SR1-005* sampai dengan *SR1-007* berikut:

SR1-005 P Kurva jenis apa yang Anda sebutkan tadi ?

SR1-005 J Yaitu kurva parabola

SR1-006 P Terus, yang ini sumbu x , garis $x = 0$ dan $x = 3$, sebagai apa ?

SR1-006 J Sebagai batas-batas daerah sebagai syarat.

SR1-007 P Bagaimana Anda bisa mengenal bahwa $y = x^2 - 2x$ adalah parabola ?

SR1-007 J Karena x -nya berpangkat dua, merupakan ciri-ciri dari parabola.

Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan rumus yang akan digunakan, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SR1-008* berikut:

SR1-008 P Apa rencana yang Anda lakukan, dalam menyelesaikan soal ini ?

SR1-008 J Yaitu membuat gambarnya, menentukan rumus-rumusnya, mengarsir daerah kurva, dan menyelesaikannya dengan menggunakan operasi hitung.

Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan simbol dan notasi rumus integral bentuk pangkat misalnya

$$\int_a^b x^2 - 2x = \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 = \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \right]_2^3, \text{ seperti yang terlihat pada petikan}$$

wawancara dengan kode *SR1-025* sampai dengan kode *SR1-029* berikut:

SR1-025 P Silakan, tentukan rumusnya ?

SR1-025 J (subjek menuliskan)

$$\begin{aligned} &= \int_2^3 x^2 - 2x \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \right]_2^3 \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_2^3 \\ &= \left(\frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 \right) - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 \right) \\ &= \frac{27}{3} - 9 - \left(\frac{8}{3} - 4 \right) \\ &= \frac{27}{3} - 9 - \frac{8}{3} + 4 \\ &= \frac{27}{3} - \frac{8}{3} - 9 + 4 \\ &= \frac{19}{3} - 5 \\ &= \frac{19 - 15}{3} \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

- SR1-026 P Apa maksud simbol yang Anda tulis ini integral dari a ke b ?
- SR1-026 J Yaitu bawah sampai batas atas.
- SR1-027 P $x^2 - 2x$?
- SR1-027 J Yaitu nilai $y = x^2 - 2x$, yaitu dari kurva parabola.
- SR1-028 P 2 ini ?
- SR1-028 J Yaitu sebagai pengganti batas bawah ...a.
- SR1-029 P 3 ?
- SR1-029 J 3 sebagai pengganti batas atas bagian b.

Validasi Data Subjek Rendah (SR) tentang kemampuan terhadap pemahaman fakta

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek rendah terhadap pemahaman fakta. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.25

Tabel 4.25 Perbandingan Data kemampuan Subjek Rendah (SR) terhadap pemahaman fakta pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek rendah sangat baik memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal (SR1-langkah-01), (2) pada soal (SR1-003, SR1-004), (2) Kemampuan subjek rendah baik	Pada bagian ini yaitu : (1) Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek rendah sangat baik memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal (SR1-003, SR1-004), (2) Kemampuan subjek rendah baik

memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal (SR1-langkah-02),	memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal (SR1-005, SR1-006, SR1-007),
Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menuliskan rumus yang akan digunakan (SR1-langkah-03),	(3) Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menuliskan rumus yang akan digunakan (SR1-008),
(4) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan simbol dan notasi rumus integral bentuk pangkat misalnya $\int_a^b x^2 - 2x = \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 = \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \right]_2^3$ (SR1-langkah-07)	(4) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan simbol dan notasi rumus integral bentuk pangkat misalnya $\int_a^b x^2 - 2x = \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \right]_2^3$ (SR1-025, SR1-026, SR1-027, SR1-028, SR1-029)

Berdasarkan Tabel 4.25, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek rendah terhadap pemahaman fakta adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

Konsep

Dari petikan jawaban subjek rendah di atas, terlihat bahwa kemampuan subjek rendah baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = x^2 - 2x$ menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat (SR1-langkah-04, SR1-langkah-05), dan kemampuan subjek rendah baik memahami syarat grafik parabola $y = x^2 - 2x$ membuka ke atas (SR1-

langkah-04). Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam

menuliskan ulang konsep integral yaitu $y = \int_a^b y_1 - y_2 dx = \int_a^b x^2 - 2x$ (SRI-

langkah-07). Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam

menggunakan konsep rumus jumlah luas daerah arsiran yaitu $L = L_1 + L_2$

hanya memahami dalam menghitung luas daerah satu arsiran (SRI-langkah-

05, SRI-langkah-08).

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui

wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek

rendah baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola

$y = x^2 - 2x$ menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat, seperti yang

terlihat pada petikan wawancara dengan kode SRI-009 sampai dengan kode

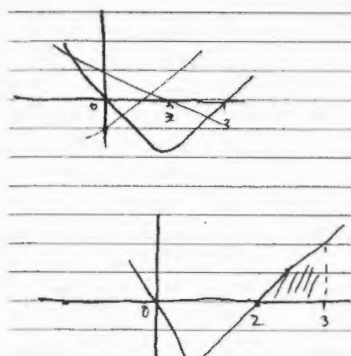
SRI-013 berikut:

SRI-009 P Berdasarkan rencana yang Anda sebutkan tadi, apa yang pertama Anda lakukan ?

SRI-009 J Yaitu menentukan teknik menggambar kurvanya.

SRI-010 P Silakan....bagaimana teknik menggambar kurvanya.

SRI-010 J (subjek menggambar sambil mengungkapkan apa yang dia gambar)



SRI-011 P Dari mana Anda tentukan, pada sumbu x ini ada 0, ada titik 2, ada titik 3

SR1-011 J Karena 0 sudah merupakan batasnya dari $x^2 - 2x$, kemudian 2 yaitu ee....dari.... $x^2 - 2x$ karena merupakan bentuk faktor

SR1-012 P Silakan di faktor ?

SR1-012 J (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{array}{l} x^2 - 2x \\ (x-1)(x+1) \\ x(x-2) = 0 \\ x=0 \vee x-2=0 \\ x=2 \end{array}$$

SR1-013 P Apa dasarnya ini sampai Anda temukan $x(x-2) = 0$? adakah alasannya sampai ruas kanan sama dengan 0 ?

SR1-013 J Karena $x(x-2) = 0$, x -nya itu sama dengan y , $y = 0$, maka ditulis itu dikeluarkan x -nya, x diluar dalam kurung x dikurang 2 sama dengan 0. Untuk $x = 0$ maka y -nya = $(0)^2 - 2(0) = 0$ jadi titik $(0,0)$.

Kemampuan subjek rendah baik memahami syarat grafik parabola $y = x^2 - 2x$ membuka ke atas, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-014 sampai dengan kode SR1-019 berikut:

SR1-014 P Mengapa kurva Anda membuka ke atas ?

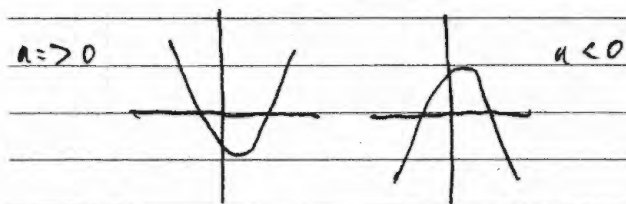
SR1-014 J Karena a -nya sama dengan 1, yaitu lebih besar daripada 0.

SR1-015 P Kalau a -nya lebih kecil dari 0 ?

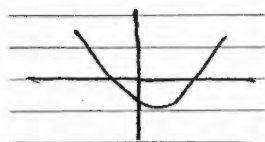
SR1-015 J Maka kurvanya akan membuka ke bawah.

SR1-016 P Bisa di gambar ? yang membuka ke atas, dan membuka ke bawah ?

SR1-016 J (subjek menggambar)



SR1-017 P Kalau gambar ini



membuka ke bawah atau ke atas ?

SR1-017 J Ke atas....

SR1-018 P Syaratnya, bagaimana tadi ?

SR1-018 J Apabila a -nya lebih besar daripada 0. [$a > 0$]

SR1-019 P Kalau yang ini syaratnya ?

SR1-019 J Apabila a -nya lebih kecil daripada 0. [$a < 0$]

Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan

ulang secara verbal konsep integral yaitu $y = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx = \int_a^b x^2 - 2x \, dx$,

seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-024 sampai

dengan kode SR1-025 dilanjutkan kode SR1-036 berikut:

SR1-024 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

SR1-024 J Yaitu tentukan rumus yang digunakan sesuai dengan batas-batas integral.

SR1-025 P Silakan, tentukan rumusnya ?

SR1-025 J (subjek menuliskan)

$$\begin{aligned}
 &= \int_2^3 x^2 - 2x \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \right]_2^3 \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_2^3 \\
 &= \left(\frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 \right) - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 \right) \\
 &= \frac{27}{3} - 9 - \left(\frac{8}{3} - 4 \right) \\
 &= \frac{27}{3} - 9 - \frac{8}{3} + 4 \\
 &= \frac{27}{3} - \frac{8}{3} - 9 + 4 \\
 &= \frac{19}{3} - \frac{5}{1} \\
 &= \frac{19 - 15}{3} \\
 &= \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

SR1-035 P Bisa tuliskan rumusnya ? berikan alasan ?

SR1-035 J Lama berpikir(subjek menuliskan rumus)

$$= \int_a^b y_1 - y_2$$

SR1-036 P Bisa dijelaskan apa maksudnya itu rumus ? simbol ini ?

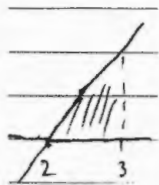
SR1-036 J Yaitu a...ee....integral b, yaitu batas a di bawah, batas b di atas, y1-nya yaitu y-nya yaitu $x^2 - 2x$.

SR1-037 P y2-nya ?

SR1-037 J ee..... $x^2 - 2x$

Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menggunakan konsep rumus jumlah luas daerah arsiran yaitu $L = L_1 + L_2$ hanya memahami dalam menghitung luas daerah satu arsiran, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-020 dilanjutkan kode SR1-048 sampai dengan SR1-49 berikut:

SR1-020 P Mengapa Anda arsir di atas sumbu x, dari 2 ke 3 ini ?



SR1-020 J Karena batasnya sudah ditentukan, yaitu x-nya sama dengan 3.jadieee.....titik 3 di garis lurus dari kurva parabola tersebut .

SR1-048 P Hasilnya ?

SR1-048 J Sehingga menghasilkan $\frac{4}{3}$

SR1-049 P Jadi kesimpulannya luasnya 4/3

SR1-049 J Iya

Validasi Data Subjek rendah (SR) tentang kemampuan terhadap pemahaman konsep

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek rendah terhadap pemahaman konsep. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.26

Tabel 4.26 Perbandingan Data kemampuan Subjek Rendah (SR) terhadap pemahaman konsep pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek rendah baik memahami dalam menyajikan	Kemampuan subjek rendah baik memahami dalam menyajikan

konsep ke bentuk grafik parabola y = x ² - 2x menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat (SR1- <i>langkah-04</i> , SR1- <i>langkah-05</i>), (2) Kemampuan subjek rendah baik memahami syarat grafik parabola y = x ² - 2x membuka ke atas (SR1- <i>langkah-04</i>), (3) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan ulang konsep integral yaitu $y = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx = \int_a^b x^2 - 2x$ (SR1- <i>langkah-07</i>), (4) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menggunakan konsep rumus jumlah luas daerah arsiran yaitu $L = L_1 + L_2$ hanya memahami dalam menghitung luas daerah satu arsiran (SR1- <i>langkah-05</i> , SR1- <i>langkah-08</i>).	konsep ke bentuk grafik parabola y = x ² - 2x menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat (SR1-009, SR1-010, SR1-011, SR1-012, SR1-013), (2) Kemampuan subjek rendah baik memahami syarat grafik parabola y = x ² - 2x membuka ke atas (SR1-014, SR1-015, SR1-016, SR1-017, SR1-018, SR1-019), (3) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan ulang secara verbal konsep integral yaitu $y = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx = \int_a^b x^2 - 2x$ (SR1-024, SR1-025, SR1-036), (4) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menggunakan konsep rumus jumlah luas daerah arsiran yaitu $L = L_1 + L_2$ hanya memahami dalam menghitung luas daerah satu arsiran (SR1-020, SR1-048, SR1-49).
---	---

Berdasarkan Tabel 4.26, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek rendah terhadap pemahaman konsep adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

Prinsip

Dari petikan jawaban subjek rendah, terlihat bahwa kemampuan subjek rendah cukup baik memahami dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran (*SR1-langkah-05*). Kemampuan subjek rendah cukup baik memahami dalam menuliskan teorema dasar integral dan memahami dalam

menggunakan teorema dasar integral misalnya $L = \int_2^3 x^2 - 2x \, dx =$

$$\left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \right]_2^3 = \left(\left(\frac{1}{3}(3)^3 - \frac{2}{2}(3)^2 \right) - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{2}{2}(2)^2 \right) \right) \quad (\text{SR1-langkah-07, SR1-langkah-08})$$

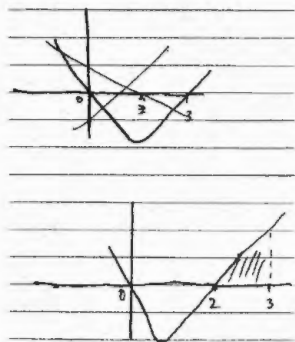
serta kemampuan subjek rendah cukup baik memahami dalam menggunakan sifat integral bentuk pangkat misalnya

$$L = \int_2^3 x^2 - 2x \, dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_2^3 \quad (\text{SR1-langkah-08}).$$

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek rendah cukup baik memahami dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SR1-010* berikut:

SR1-010 P Silakan....bagaimana teknik menggambar kurvanya.

SR1-010 J (subjek menggambar sambil mengungkapkan apa yang dia gambar)



Kemampuan subjek rendah cukup baik memahami dalam menuliskan teorema dasar integral dan memahami dalam menggunakan teorema dasar

integral misalnya $L = \int_2^3 x^2 - 2x \, dx =$

$$\left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \right]_2^3 = \left(\frac{1}{3}(3)^3 - \frac{2}{2}(3)^2 - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{2}{2}(2)^2 \right) \right), \text{ seperti yang terlihat}$$

pada petikan wawancara dengan kode SRI-034 sampai dengan kode SRI-038 berikut:

SRI-034 P Mengapa di sini kita tulis, adakah memang rumusnya ini ?

$$= \frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 \right)$$

SRI-034 J Ada....

SRI-035 P Bisa tuliskan rumusnya ? berikan alasan ?

SRI-035 J Lama berpikir(subjek menuliskan rumus)

$$= \int_a^b y_1 - y_2$$

SRI-036 P Bisa dijelaskan apa maksudnya itu rumus ? simbol ini ?

SRI-036 J Yaitu a...ee....integral b, yaitu batas a di bawah, batas b di atas, y₁-nya yaitu y-nya yaitu $x^2 - 2x$.

SRI-037 P y₂-nya ?

SR1-037 J ee..... $x^2 - 2x$

SR1-038 P Mengapa di sini kita tulis disubstitusi 3 dahulu, baru sesudah itu baru disubstitusi 2 berikutnya ?

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{3}x^3 - x^2 \Big|_2^3 \\ &= \frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 \right) \end{aligned}$$

SR1-038 J Karena....ee.....didahulukan itu batas atasnya kemudian disubstitusikan batas bawah

Kemampuan subjek rendah cukup baik memahami dalam menggunakan

sifat integral bentuk pangkat misalnya $L = \int_2^3 x^2 - 2x dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_2^3$,

seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-030 sampai dengan kode SR1-033 berikut:

SR1-030 P Dari mana Anda temukan x^2 menjadi $1/3 x^3$, $2x$ menjadi $2/2x^2$? silakan....adakah rumusnya ?

$$\begin{aligned} &= \int_2^3 x^2 - 2x \\ &= \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \Big|_2^3 \end{aligned}$$

SR1-030 J Ya ada.....

SR1-031 P Silakan ditulis rumusnya ?

SR1-031 J Yaitu (subjek menuliskan rumus)

$$\frac{1}{n+1} x^{n+1}$$

SR1-032 P Bisa diberikan penjelasan di mana dapat x^2 menjadi $1/3x^3$ berdasarkan rumus tadi ?

SR1-032 J Yaitu rumusnya $\frac{1}{n+1}$, nilai n -nya yaitu 2, jadi 2 ditambah 1, x -nya yaitu 2 tambah 1, jadi menghasilkan $1/3 x^3$.

$$\frac{1}{2+1} x^{2+1} = \frac{1}{3} x^3$$

SR1-033 P Terus, $2x$ menjadi $\frac{2}{2}x^2$, darimana ?

SR1-033 J $2x$jadi.....nilai 1-nya dengan dikalikan 2, yaitu 2 per.....ee.....1 ditambah 1, jadi menghasilkan $\frac{2}{2}x^2$ dan $2/2$ disederhanakan jadi hasilnya yaitu x^2 .

$$\begin{array}{r} \frac{2}{1+1} x^{1+1} \\ \hline \frac{2}{2} x^2 \\ \hline x^2 \end{array}$$

Validasi Data Subjek Rendah (SR) tentang kemampuan terhadap pemahaman prinsip

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek rendah terhadap pemahaman prinsip . Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.27

Tabel 4.27 Perbandingan Data kemampuan Subjek rendah (SR) terhadap pemahaman prinsip pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek rendah cukup kemampuan subjek rendah cukup baik memahami dalam baik memahami dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran (SR1-langkah-05), daerah arsiran (SR1-010), (2) kemampuan subjek rendah cukup cukup baik memahami dalam baik memahami dalam menuliskan	

menuliskan teorema dasar integral teorema dasar integral dan dan memahami dalam memahami dalam menggunakan menggunakan teorema dasar teorema dasar integral misalnya $L =$

integral misalnya $L = \int_2^3 x^2 - 2x \, dx = \int_2^3 x^2 - 2x \, dx =$

$$\left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \right]_2^3 =$$

$$\left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \right]_2^3 =$$

$$\left(\left(\frac{1}{3}(3)^3 - \frac{2}{2}(3)^2 \right) - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{2}{2}(2)^2 \right) \right) \left(\left(\frac{1}{3}(3)^3 - \frac{2}{2}(3)^2 \right) - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{2}{2}(2)^2 \right) \right)$$

(SR1-langkah-07,SR1-langkah-08), (SR1-034, SR1-035. SR1-036, SR1-

(3) kemampuan subjek rendah 037, SR1-038), (3) kemampuan cukup baik memahami dalam subjek rendah cukup baik menggunakan sifat integral bentuk memahami dalam menggunakan pangkat misalnya sifat integral bentuk pangkat

$L = \int_2^3 x^2 - 2x \, dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_2^3$

(SS1-langkah-08).

misalnya

$$L = \int_2^3 x^2 - 2x \, dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_2^3$$

(SR1-030, SR1-031, SR1-032, SR1-033).

Berdasarkan Tabel 4.27, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek rendah terhadap pemahaman prinsip adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

Operasi (Skill)

Dari petikan jawaban subjek rendah di atas, terlihat bahwa kemampuan subjek rendah cukup baik memahami dalam menggunakan operasi hitung

bentuk pecahan misalnya $\frac{27}{3} - \frac{8}{3} - \frac{18}{2} + \frac{8}{2} = \frac{19}{3} - \frac{26}{2} = \frac{38-78}{6} = \frac{40}{6}$ (SR1-

langkah-08). Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam

menentukan hasil akhir yaitu $\frac{40}{6}$ yang seharusnya benar luas daerah kedua

adalah $\frac{4}{3}$ satuan luas dan tidak memahami dalam mengubah pecahan biasa

ke pecahan campuran (SR1-langkah-08).

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek rendah cukup baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan dan tidak sesuai dengan hasil operasi hitung pada tes diagnostik, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-039 sampai dengan kode SR1-048 berikut:

SR1-039 P Dari mana Anda dapat ?

$$= \frac{27}{3} - 9 - \left(\frac{8}{3} - 4 \right)$$

SR1-039 J Yaitu dari..... $\frac{1}{3}$...ee....kali 3^3 dikurang 3^2 kurang dalam kurung $\frac{1}{3}$ dikali 2^3 ddikurang 2^2 .

$$= \frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 \right)$$

SR1-040 P $\frac{27}{3}$ ini dari mana ?

SR1-040 J $\frac{1}{3}(3)^3$ $\frac{1}{3}$ dikali 3^3

SR1-041 P Kalau yang $\frac{9}{3}$?

SR1-041 J $2^2 \dots e \dots 3^2$ [$\frac{3^2}{3}$]

SR1-042 P Yang ini $\frac{8}{2}$?

SR1-042 J $1/3$ dikali 2^3 [$\frac{1}{3}(2)^3$]

SR1-043 P -4 ?

SR1-043 J 2^2 [$(-2)^2$]

SR1-044 P Selanjutnya, mengapa di sini tandanya berubah negatif 4 [-4] menjadi positif 4 [$+4$].

SR1-044 J Karena.....ee.....terbuka kurung, keluar dari kurungnya jadi menghasilkan plus $8/3$ menjadi minus $8/3$ dan minus 4 menjadi plus 4.

SR1-045 P Selanjutnya, dari manaki' temukan $\frac{19}{3}$?

SR1-045 J Yaitu hasil dari perkalian campuran $27/3 - 8/3$

SR1-046 P Dari mana ini -5 ?

SR1-046 J Itu hasil dari $-9 + 4$

SR1-047 P Selanjutnya, ini $\frac{19-15}{3}$?

SR1-047 J Yaitu

$$\frac{19}{3} - \frac{5}{1}$$

ditambahkan satu pada...ee....penyebutnya $5/1$, dikalikan campuran, pecahan campuran jadi menghasilkan $\frac{19-15}{3}$

SR1-048 P Hasilnya ?

SR1-048 J Sehingga menghasilkan $\frac{4}{3}$

Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menentukan hasil akhir yaitu $\frac{4}{3}$ dan tidak memahami dalam mengubah pecahan biasa ke pecahan campuran, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SR1-049* berikut:

SR1-049 P Jadi kesimpulannya luasnya 4/3

SR1-049 J Iya

Validasi Data Subjek Rendah (SR) tentang kemampuan terhadap pemahaman operasi (*Skill*)

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek rendah terhadap pemahaman operasi (*Skill*). Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.28

Tabel 4.28 Perbandingan Data kemampuan Subjek rendah (SR) terhadap pemahaman operasi (*Skill*) pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek rendah cukup baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pecahan misalnya $\frac{27}{3} - \frac{8}{3} - \frac{18}{2} + \frac{8}{2} =$	Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek rendah cukup baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan dan tidak sesuai dengan hasil operasi hitung pada tes

$\frac{19}{3} - \frac{26}{2} = \frac{38-78}{6} = \frac{40}{6}$	(SR1- langkah-08), (2) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menentukan hasil akhir yaitu $\frac{40}{6}$ yang seharusnya benar luas daerah kedua adalah $\frac{4}{3}$ satuan luas	diagnostik (SR1-039, SR1-040, SR1-041, SR1-042, SR1-043, SR1-044, SR1-045, SR1-046, SR1-047, SR1-048), (2) Kemampuan subjek memahami dalam menentukan hasil akhir dan tidak mengubah pecahan biasa ke pecahan campuran(SR1-049)
	dan tidak memahami dalam mengubah pecahan biasa ke pecahan campuran (SR1-langkah-08).	

Berdasarkan Tabel 4.28, data hasil tes diagnostik tidak sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek rendah terhadap pemahaman operasi (*Skill*) adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

2) Kemampuan sistematis prosedural (KSP).

Berdasarkan hasil tes diagnostik dari kemampuan subjek rendah melakukan langkah-langkah penyelesaian soal, meliputi:

- Sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SR1-langkah-01).
- Baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SR1-langkah-02).

- Cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, subjek sedang dapat menuliskan kata “rumus” tetapi tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-langkah-03*).
- Baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = x^2 - 2x$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-langkah-04*).
- Cukup baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-langkah-05*).
- Kurang baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x , dimana $x = 2$ dan $x = 3$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-langkah-06*).
- Kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x) dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-langkah-07*).
- Kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-langkah-08*).
- Cukup baik memeriksa kembali jawabannya, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-langkah-09*).

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa subjek rendah melakukan langkah-langkah penyelesaian soal, meliputi:

- Kemampuan subjek rendah sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SR1-003* sampai dengan *SR1-004* berikut:

SR1-003 P Apa yang diketahui pada soal yang Anda baca ?

SR1-003 J Yaitu $y = x^2 - 2x$, sumbu x , garis $x = 0$ dan $x = 3$

SR1-004 P Apa yang ditanyakan ?

SR1-004 J Yaitu luas daerah.

- Kemampuan subjek rendah baik Mampu mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SR1-005* sampai dengan *SR1-007* berikut:

SR1-005 P Kurva jenis apa yang Anda sebutkan tadi ?

SR1-005 J Yaitu kurva parabola

SR1-006 P Terus, yang ini sumbu x , garis $x = 0$ dan $x = 3$, sebagai apa ?

SR1-006 J Sebagai batas-batas daerah sebagai syarat.

SR1-007 P Bagaimana Anda bisa mengenal bahwa $y = x^2 - 2x$ adalah parabola ?

SR1-007 J Karena x -nya berpangkat dua, merupakan ciri-ciri dari parabola.

- Kemampuan subjek rendah cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, subjek sedang dapat menuliskan kata “rumus” tetapi tidak menuliskan rumus yang akan digunakan,

menyelesaikan soal dengan operasi hitung, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-008 berikut:

SR1-008 P Apa rencana yang Anda lakukan, dalam menyelesaikan soal ini ?

SR1-008 J Yaitu membuat gambarnya, menentukan rumus-rumus, mengarsir daerah kurva, dan menyelesaikannya dengan menggunakan operasi hitung.

- Kemampuan subjek rendah baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = x^2 - 2x$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-011 sampai dengan kode SR1-019 berikut:

SR1-011 P Dari mana Anda tentukan, pada sumbu x ini ada 0, ada titik 2, ada titik 3

SR1-011 J Karena 0 sudah merupakan batasnya dari $x^2 - 2x$, kemudian 2 yaitu ee....dari.... $x^2 - 2x$ karena merupakan bentuk faktor

SR1-012 P Silakan di faktor ?

SR1-012 J (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{array}{l} x^2 - 2x \\ (x-1)(x+1) \\ x(x-2) = 0 \\ x=0 \vee x-2=0 \\ x=2 \end{array}$$

SR1-013 P Apa dasarnya ini sampai Anda temukan $x(x-2) = 0$? adakah alasannya sampai ruas kanan sama dengan 0 ?

SR1-013 J Karena $x(x-2) = 0$, x -nya itu sama dengan y , $y = 0$, maka ditulis itu dikeluarkan x -nya, x diluar dalam kurung x dikurang 2 sama dengan 0. Untuk $x = 0$ maka y -nya = $(0)^2 - 2(0) = 0$ jadi titik $(0,0)$.

SR1-014 P Mengapa kurva Anda membuka ke atas ?

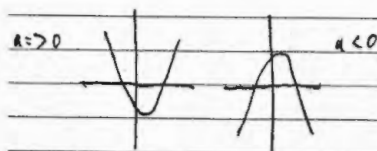
SR1-014 J Karena a -nya sama dengan 1, yaitu lebih besar daripada 0.

SR1-015 P Kalau a -nya lebih kecil dari 0 ?

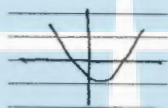
SR1-015 J Maka kurvanya akan membuka ke bawah.

SR1-016 P Bisa di gambar ? yang membuka ke atas, dan membuka ke bawah ?

SR1-016 J (subjek menggambar)



SR1-017 P Kalau gambar ini



membuka ke bawah atau ke atas ?

SR1-017 J Ke atas....

SR1-018 P Syaratnya, bagaimana tadi ?

SR1-018 J Apabila a -nya lebih besar daripada 0. [$a > 0$]

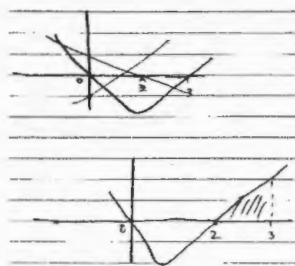
SR1-019 P Kalau yang ini syaratnya ?

SR1-019 J Apabila a -nya lebih kecil daripada 0. [$a < 0$]

- Kemampuan subjek rendah cukup baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-010 berikut:

SR1-010 P Silakan....bagaimana teknik menggambar kurvanya.

SR1-010 J (subjek menggambar sambil mengungkapkan apa yang dia gambar)



- Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x , seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SRI-022* sampai dengan kode *SRI-023* berikut:

SRI-022 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?
SRI-022 J Yaitu menentukan batas-batas integral.
SRI-023 P Mana batas-batas integral yang Anda maksud ?
SRI-023 J Yaitu 2 sampai 3.

- Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x)dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x)dx$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SRI-024* sampai dengan kode *SRI-025* berikut:

SRI-024 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?
SRI-024 J Yaitu tentukan rumus yang digunakan sesuai dengan batas-batas integral.
SRI-025 P Silakan, tentukan rumusnya ?
SRI-025 J (subjek menuliskan)

$$\begin{aligned}
 &= \int_2^3 x^2 - 2x \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \right]_2^3 \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_2^3 \\
 &= \left(\frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 \right) - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 \right) \\
 &= \frac{27}{3} - 9 - \left(\frac{8}{3} - 4 \right) \\
 &= \frac{27}{3} - 9 - \frac{8}{3} + 4 \\
 &= \frac{27}{3} - \frac{8}{3} - 9 + 4 \\
 &= \frac{19}{3} - \frac{5}{1} \\
 &= \frac{19 - 15}{3} \\
 &= \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

- Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal tetapi tidak mampu menghitung luas daerah pertama, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SR1-025* berikut:

SR1-025 P Silakan, tentukan rumusnya ?

SR1-025 J (subjek memuliskan)

$$\begin{aligned}
 &= \int_2^3 x^2 - 2x \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \right]_2^3 \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_2^3 \\
 &= \left(\frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 \right) - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{27}{3} - 9 - \left(\frac{8}{3} - 4 \right) \\ &= \frac{27}{3} - 9 - \frac{8}{3} + 4 \\ &= \frac{27}{3} - \frac{8}{3} - 9 + 4 \\ &= \frac{19}{3} - \frac{5}{1} \\ &= \frac{19 - 15}{3} \\ &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

- Kemampuan subjek rendah cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-050 sampai dengan kode SR1-051 berikut:

SR1-050 P *Coba periksa ulang kembali jawabanta' ?*
SR1-050 J *Ya.....saya sudah yakin dengan jawaban saya*
SR1-051 P *Sudah yakin ?*
SR1-051 J *Yakin....*

Validasi Data Subjek Rendah (SR) tentang kemampuan sistematis prosedural (KSP)

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek rendah terhadap kemampuan sistematis prosedural. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.29

Tabel 4.29 Perbandingan Data kemampuan Subjek rendah (SR) terhadap kemampuan sistematis prosedural pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
---------------------	----------------

Pada bagian ini : Kemampuan subjek rendah melakukan langkah-langkah penyelesaian soal, meliputi:

(1) Sangat baik dalam menemukan

dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-langkah-01*).

(2) Baik dalam mengidentifikasi

kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-langkah-02*).

(3) Cukup baik dalam menyebutkan

rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, subjek sedang dapat menuliskan kata "rumus" tetapi tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-langkah-03*).

(4) Baik dalam menentukan teknik

menggambar grafik $y = x^2 - 2x$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-langkah-04*).

Pada bagian ini : Kemampuan subjek rendah melakukan langkah-langkah penyelesaian

soal, meliputi:

(1) Sangat baik dalam

menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-003, SR1-004*).

(2) Baik dalam mengidentifikasi

kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-005, SR1-006, SR1-007*).

(3) Cukup baik dalam

menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, subjek sedang dapat menuliskan kata "rumus" tetapi tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-008*).

-
- (5) Cukup baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-langkah-05*).
- (6) Kurang baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x , dimana $x = 2$ dan $x = 3$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-langkah-06*).
- (7) Kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x) dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-langkah-07*).
- (8) Kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-langkah-08*).
- (9) Cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-langkah-09*).
- (4) Mampu menentukan teknik menggambar grafik $y = x^2 - 2x$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-011, SR1-012, SR1-013, SR1-014, SR1-015, SR1-016, SR1-017, SR1-018, SR1-019*).
- (5) Mampu menggambar kurva tetapi kurang mampu menentukan letak daerah arsiran, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-010*).
- (4) Baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = x^2 - 2x$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-011, SR1-019*).
- (5) Cukup baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-010*).
- (6) Kurang baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x , dimana $x = 2$ dan $x = 3$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-022, SR1-023*).
- (7) Kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal
-

yaitu $L_1 = - \int_0^2 f(x) dx$ dan L_2

$= \int_2^3 f(x) dx$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-024, SR1-025*).

(8) Kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-025*).

(9) Cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (*SR1-050, SR1-051*).

Berdasarkan Tabel 4.29, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara kecuali pada langkah ke-8 tidak sesuai hasil perhitungan tes diagnostik dan hasil perhitungan pada wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek rendah dalam melakukan langkah-langkah menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral yang merupakan indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

3) Kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP).

Berdasarkan data hasil tes diagnostik dari subjek rendah, ditemukan bahwa kemampuan keterampilan proses pemecahan dalam menyelesaikan luas daerah bidang datar dengan sebuah kurva pada setiap tahapan penyelesaian dinyatakan sebagai berikut:

a) Memahami soal

Pada tahapan ini, yaitu:

- (1) Kemampuan subjek rendah sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan (*SR1-langkah-01*)
- (2) Kemampuan subjek rendah baik dalam mengidentifikasi $y = x^2 - 2x$ sebagai kurva parabola dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal (*SR1-langkah-02*)

b) Merencanakan penyelesaian

Pada tahapan ini, kemampuan subjek rendah cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, tetapi tidak menuliskan rumus yang akan digunakan (*SS1-langkah-03*)

c) Melakukan rencana penyelesaian

Pada tahapan ini, subjek rendah melakukan penyelesaian soal yaitu:

- (1) Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menggunakan strategi dalam menyelesaikan soal meliputi:
 - 1.a Baik dalam menentukan teknik menggambar grafik (*SS1-langkah-04*)

1.b Kurang baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran
(SSI-langkah-05)

1.c Kurang baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu
x berdasarkan gambar, dimana $x = 2$ dan $x = 3$,
(SSI-langkah-06)

1.d Kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu

$$L_1 = - \int_0^2 f(x) dx \text{ dan } L_2 = \int_2^3 f(x) dx \text{ (SSI-langkah-07)}$$

(2) Kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan
bentuk pangkat dan bentuk pecahan (SSI-langkah-08)

d) Verifikasi

Pada tahapan ini, kemampuan subjek rendah cukup baik dalam
memeriksa kembali jawabannya (SSI-langkah-09)

Hasil tes diagnostik subjek rendah tersebut selanjutnya dikonfirmasi
melalui wawancara. Disimpulkan bahwa hasil analisis kemampuan
keterampilan proses pemecahan dalam menyelesaikan soal luas daerah
bidang datar dengan menggunakan integral dapat dilihat pada petikan
wawancara setiap tahapan penyelesaian dinyatakan sebagai berikut:

a) Memahami soal

Pada tahapan ini, yaitu:

(1) Kemampuan subjek rendah sangat baik dalam menemukan dengan
tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan seperti yang
terlihat pada petikan wawancara dengan kode SRI-003 sampai
dengan SRI-004 berikut:

SR1-003 P Apa yang diketahui pada soal yang Anda baca ?

SR1-003 J Yaitu $y = x^2 - 2x$, sumbu x , garis $x = 0$ dan $x = 3$

SR1-004 P Apa yang ditanyakan ?

SR1-004 J Yaitu luas daerah.

(2) Kemampuan subjek rendah baik dalam mengidentifikasi $y = x^2 - 2x$ sebagai kurva parabola dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-005 sampai dengan SS1-007 berikut:

SR1-005 P Kurva jenis apa yang Anda sebutkan tadi ?

SR1-005 J Yaitu kurva parabola

SR1-006 P Terus, yang ini sumbu x , garis $x = 0$ dan $x = 3$, sebagai apa ?

SR1-006 J Sebagai batas-batas daerah sebagai syarat.

SR1-007 P Bagaimana Anda bisa mengenal bahwa $y = x^2 - 2x$ adalah parabola ?

SR1-007 J Karena x -nya berpangkat dua, merupakan ciri-ciri dari parabola.

b) Merencanakan penyelesaian

Pada tahapan ini, kemampuan subjek rendah cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, tetapi tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-008 berikut:

SR1-008 P Apa rencana yang Anda lakukan, dalam menyelesaikan soal ini ?

SR1-008 J Yaitu membuat gambarnya, menentukan rumus-rumus, mengarsir daerah kurva, dan menyelesaikannya dengan menggunakan operasi hitung.

c) Melakukan rencana penyelesaian

Pada tahapan ini, subjek rendah melakukan penyelesaian soal yaitu:

(1) Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menggunakan strategi dalam menyelesaikan soal meliputi:

1.a Baik dalam menentukan teknik menggambar grafik, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SR1-011* sampai kode *SS1-019* berikut:

SR1-011 P Dari mana Anda tentukan, pada sumbu x ini ada 0, ada titik 2, ada titik 3

SR1-011 J Karena 0 sudah merupakan batasnya dari $x^2 - 2x$, kemudian 2 yaitu ee....dari.... $x^2 - 2x$ karena merupakan bentuk faktor

SR1-012 P Silakan di faktor ?

SR1-012 J (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{array}{r} x^2 - 2x \\ \hline (x-2)(x+1) \\ \hline x(x-2) = 0 \\ x=0 \quad \vee \quad x-2=0 \\ \hline \quad \quad \quad x=2 \end{array}$$

SR1-013 P Apa dasarnya ini sampai Anda temukan $x(x-2) = 0$? adakah alasannya sampai ruas kanan sama dengan 0 ?

SR1-013 J Karena $x(x-2) = 0$, x-nya itu sama dengan y, $y = 0$, maka ditulis itu dikeluarkan x-nya, x diluar dalam kurung x dikurang 2 sama dengan 0. Untuk $x = 0$ maka y-nya $= (0)^2 - 2(0) = 0$ jadi titik (0,0).

SR1-014 P Mengapa kurva Anda membuka ke atas ?

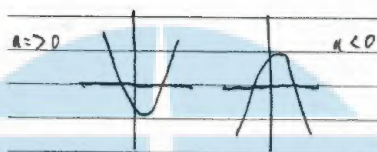
SR1-014 J Karena a -nya sama dengan 1, yaitu lebih besar daripada 0.

SR1-015 P Kalau a -nya lebih kecil dari 0 ?

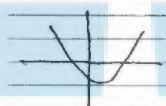
SR1-015 J Maka kurvanya akan membuka ke bawah.

SR1-016 P Bisa di gambar ? yang membuka ke atas, dan membuka ke bawah ?

SR1-016 J (subjek menggambar)



SR1-017 P Kalau gambar ini



membuka ke bawah atau ke atas ?

SR1-017 J Ke atas....

SR1-018 P Syaratnya, bagaimana tadi ?

SR1-018 J Apabila a -nya lebih besar daripada 0. [$a > 0$]

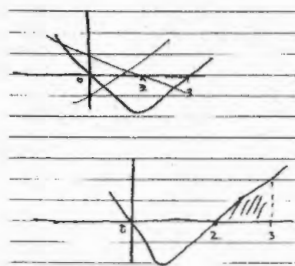
SR1-019 P Kalau yang ini syaratnya ?

SR1-019 J Apabila a -nya lebih kecil daripada 0. [$a < 0$]

1.b Kurang baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-010 berikut:

SR1-010 P Silakan....bagaimana teknik menggambar kurvanya.

SR1-010 J (subjek menggambar sambil mengungkapkan apa yang dia gambar)



1.c Kurang baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar, dimana $x = 2$ dan $x = 3$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SRI-022* sampai dengan kode *SRI-023* berikut:

- SRI-022 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?*
SRI-022 J Yaitu menentukan batas-batas integral.
SRI-023 P Mana batas-batas integral yang Anda maksud ?
SRI-023 J Yaitu 2 sampai 3.

1.d Kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu

$$L_1 = -\int_0^2 f(x) dx \text{ dan } L_2 = \int_2^3 f(x) dx, \text{ seperti yang terlihat}$$

pada petikan wawancara dengan kode *SRI-024* sampai dengan kode *SRI-025* berikut:

- SRI-024 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?*
SRI-024 J Yaitu tentukan rumus yang digunakan sesuai dengan batas-batas integral.
SRI-025 P Silakan, tentukan rumusnya ?
SRI-025 J (subjek menuliskan)

$$\begin{aligned}
 &= \int_2^3 x^2 - 2x \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 \right]_2^3 \\
 &= \frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 \right) \\
 &= \frac{27}{3} - 9 - \left(\frac{8}{3} - 4 \right) \\
 &= \frac{27}{3} - 9 - \frac{8}{3} + 4 \\
 &= \frac{27}{3} - \frac{8}{3} - 9 + 4 \\
 &= \frac{19}{3} - \frac{5}{1} \\
 &= \frac{19 - 15}{3} \\
 &= \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

(2) Kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan dalam menyelesaikan soal tetapi tidak mampu menghitung luas daerah pertama, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-039 sampai dengan kode SR1-048 berikut:

SR1-039 P Dari mana Anda dapat ?

$$= \frac{27}{3} - 9 - \left(\frac{8}{3} - 4 \right)$$

SR1-039 J Yaitu dari..... $\frac{1}{3}$...ee....kali 3^3 dikurang 3^2 kurang dalam kurung $\frac{1}{3}$ dikali 2^3 ddikurang 2^2 .

$$= \frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 \right)$$

SR1-040 P $\frac{27}{3}$ ini dari mana ?

SR1-040 J $\frac{1}{3}(3)^3$ $\frac{1}{3}$ dikali 3^3

SR1-041 P Kalau yang 9 ?

- SR1-041 J $2^2 \dots e \dots 3^2$ [$(3)^2$]
- SR1-042 P Yang ini $\frac{8}{3}$?
- SR1-042 J $1/3$ dikali 2^3 [$\frac{1}{3}(2)^3$]
- SR1-043 P ~~4~~ ?
- SR1-043 J 2^2 [$(-2)^2$]
- SR1-044 P Selanjutnya, mengapa di sini (044) tandanya berubah negatif 4 [-4] menjadi positif 4 [$+4$].
- SR1-044 J Karena.....ee.....terbuka kurung, keluar dari kurungnya jadi menghasilkan plus $8/3$ menjadi minus $8/3$ dan minus 4 menjadi plus 4.
- SR1-045 P Selanjutnya, dari manaki' temukan $\frac{19}{3}$?
- SR1-045 J Yaitu hasil dari perkalian campuran $27/3 - 8/3$
- SR1-046 P Dari mana ini -5 ?
- SR1-046 J Itu hasil dari $-9 + 4$
- SR1-047 P Selanjutnya, ini $\frac{19-15}{3}$?
- SR1-047 J Yaitu
- $$\frac{19}{3} - \frac{5}{1}$$
- ditambahkan satu pada...ee....penyebutnya $5/1$,
dikalikan campuran, pecahan campuran jadi
menghasilkan $\frac{19-15}{3}$.
- SR1-048 P Hasilnya ?
- SR1-048 J Sehingga menghasilkan $\frac{-4}{3}$

a) Verifikasi

Pada tahapan ini, kemampuan subjek rendah cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SS1-050* sampai dengan kode *SS1-052* berikut:

- SR1-050 P Coba periksa ulang kembali jawabannya ?*
- SR1-050 J Ya.....saya sudah yakin dengan jawaban saya*
- SR1-051 P Sudah yakin ?*
- SR1-051 J Yakin....*

Validasi Data Subjek Rendah (SR) tentang kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP)

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek rendah terhadap kemampuan keterampilan proses pemecahan. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.30

Tabel 4.30 Perbandingan Data kemampuan Subjek Rendah (SR) terhadap kemampuan keterampilan proses pemecahan pada tes diagnostik dan Wawancara setiap tahapan

Tes diagnostik	Wawancara
Memahami soal	
Pada tahapan ini yaitu:	Pada tahapan ini yaitu:
(1) Kemampuan subjek rendah sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan (SR1-langkah-01)	(1) Kemampuan subjek rendah sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan (SR1-003, SR1-

(2) Kemampuan subjek rendah baik dalam mengidentifikasi $y = x^2 - 2x$ sebagai kurva parabola dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal (SR1-langkah-02)	004) (2) Kemampuan subjek rendah baik dalam mengidentifikasi $y = x^2 - 2x$ sebagai kurva parabola dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal (SR1-005, SR1-006, SS1-007)
---	--

Merencanakan penyelesaian

Pada tahapan ini, kemampuan subjek rendah cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, tetapi tidak menuliskan rumus yang akan digunakan (SR1-langkah-03)	Pada tahapan ini, kemampuan subjek rendah cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, tetapi tidak menuliskan rumus yang akan digunakan (SR1-008)
--	---

Melakukan rencana penyelesaian

Pada tahapan ini, subjek rendah melakukan penyelesaian soal yaitu: (1) Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menggunakan strategi dalam menyelesaikan soal meliputi: 1.a Baik dalam menentukan teknik menggambar grafik (SR1-langkah-04) 1.b Kurang baik dalam	Pada tahapan ini, subjek rendah melakukan penyelesaian soal yaitu: (1) Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menggunakan strategi dalam menyelesaikan soal meliputi: 1.a Baik dalam menentukan teknik menggambar grafik (SR1-011, SR1-
---	--

menggambar kurva dan letak daerah arsiran (SR1-langkah-05)	012, SR1-013, SR1-014, SR1-015, SR1-016, SR1-017, SR1-018, SS1-019)
1.c Kurang baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar, dimana $x = 2$ dan $x = 3$, (SR1-langkah-06)	1.b Kurang baik dalam menggambarkan kurva dan letak daerah arsiran (SR1-010)
1.d Kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x) dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$ (SR1-langkah-07)	1.c Kurang baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar, dimana $x = 2$ dan $x = 3$, (SR1-022, SR1-023)
(2) Kurang baik mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan (SR1-langkah-08)	1.d Kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x) dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$ (SR1-024, SR1-025)
	(2) Kemampuan subjek rendah kurang baik mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan dalam menyelesaikan soal tetapi tidak mampu menghitung luas daerah pertama (SR1-039, SR1-040, SR1-041, SR1-

042, SR1-043, SR1-044, SR1-045, SR1-046, SR1-047, SR1-048)

Verifikasi

Pada tahapan ini, kemampuan subjek rendah cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya (SR1-langkah-09)	Pada tahapan ini, kemampuan subjek rendah cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya (SR1-050, SR1-051)
--	--

Berdasarkan Tabel 4.30, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara kecuali langkah ke-1.d pada tes diagnostik tidak sesuai hasil perhitungan pada saat wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek rendah terhadap kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral adalah valid. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

b. Paparan Data hasil tes diagnostik (TD) soal nomor 2 subjek rendah (SR)

Soal

Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2 - 2x$, sumbu x , garis $x = 0$ dan $x = 3$.

2. Dik : $y_1 = 9 - x^2$

$y_2 = 3x$

Dit : $L = \dots ?$

SR2-langkah-01

b. kurva $y_1 = 9 - x^2$

$y_2 = 3x$

SR2-langkah-02

batas = $x = 0$, dan $x = 2$

c. - menentukan rumus

- membuat kurva

- menggambar

SR2-langkah-03

- menentukan batas

- menyelesaikan dengan operasi hitung

d. kurva parabola

sumbu $x, y = 0$

$y = 9 - x^2$

$9 - x^2 = 0$

$9 - x^2 = 0$

$9 - (x)x =$

$x = 0 = 9 - x$

$= x = -9$

SR2-langkah-04

$(0, 9)$

Sumbu $y, x=0$

$$y = 4 - x^2$$

SR2-langkah-04

$$= 4 - (0)^2$$

$$= 4$$

$$(0, 4)$$

* kurva garis lurus

Sumbu ~~$x, y=0$~~ $x=0$

$$y = 3x$$

$$3x = 0$$

$$x = -3$$

$$(-3)$$

SR2-langkah-04

Sumbu $y, x=0$

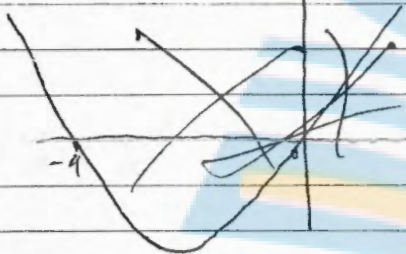
$$y = 3x$$

$$= 3(0)$$

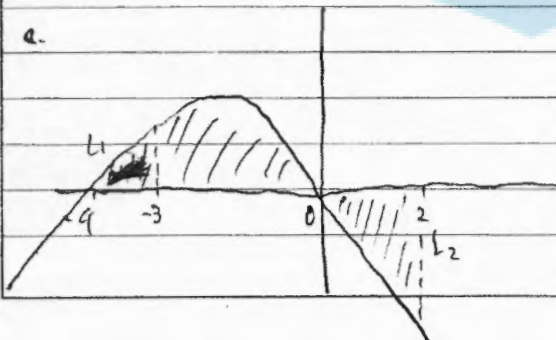
$$= 0$$

$$(0)$$

a.



a.



SR2-langkah-05

f. batas-batas integral

$$x=0 \text{ dan } x=2$$

SR2-langkah-06

$$x=-3 \text{ dan } x=-4$$

g. $y = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$ SR2-langkah-07

$$= \int_a^b 4 - x^2 - (3x)$$

SR2-langkah-08

$$= \int_a^b 4 - x^2 - 3x$$

$$= \int_a^b -x^2 - 3x + 4 = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x$$

h. $L_1 = \int_0^{-3} -x^2 - 3x + 4$

$$= \int_0^{-3} -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x$$

SR2-langkah-08

$$= -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \Big|_0^{-3}$$

$$= -\frac{1}{3}(-3)^3 - \frac{3}{2}(-3)^2 + 4(-3) - \left(-\frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 + 4(0) \right)$$

$$= \frac{27}{3} - \frac{27}{2} - 12 - (0)$$

$$= \frac{54 - 81}{6} - 12$$

$$= \frac{27}{6} - 12 = \frac{27}{6} - \frac{12}{1} = \frac{27 - 72}{6} = \frac{-45}{2}$$

$$L_2 = \int_0^2 -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x$$

$$= -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \Big|_0^2$$

SR2-langkah-08

$$= -\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{3}{2}(2)^2 + 4(2) - \left(-\frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 + 4(0) \right)$$

$$= -\frac{8}{3} - \frac{12}{2} + 8 - (0)$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{12}{3} - \frac{12}{2} + 8 \\
 &= \frac{16 - 36}{6} + 8 \\
 &= -\frac{20}{6} + \frac{8}{1} \quad \text{SR2-langkah-08} \\
 &= \frac{-20 + 48}{6} \\
 &= \frac{28}{6} \quad \text{SR2-langkah-08}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_{\text{tot}} &= L_1 + L_2 \quad \text{SR2-langkah-08} \\
 &= -\frac{95}{2} + \frac{28}{6} \\
 &= \frac{-270 + 56}{12} \\
 &= -\frac{214}{12} \quad \text{SR2-langkah-08} \\
 &= -17
 \end{aligned}$$

Saya yakin dgn jawaban saya

1) Kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM).

Berdasarkan hasil tes diagnostik dari subjek rendah bahwa kemampuan pemahaman objek kajian matematika meliputi indikator fakta, konsep, prinsip dan skill, dapat dilihat petikan jawaban sebagai berikut:

Fakta

Dari petikan jawaban subjek rendah di atas, terlihat bahwa kemampuan subjek rendah sangat baik memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal (SR2-langkah-01). Kemampuan subjek rendah kurang

baik dalam memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$ (SR2-langkah-02). Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan rumus yang akan digunakan (SR2-langkah-03), Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan simbol dan notasi rumus integral misalnya $\int_a^b y_1 - y_2 dx$ (SR2-langkah-07). Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara.

Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek rendah sangat baik memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-002 sampai dengan SR1-003 berikut:

SR1-002 P *Apa yang Anda ketahui dengan soal ini ?*

SR1-002 J *Yaitu $y_1 = 4 - x^2$ dan $y_2 = 3x$ dan batas-batasnya yaitu $x = 0$ dan $x = 2$.*

SR1-003 P *Apa yang ditanyakan pada soal ini ?*

SR1-003 J *Yaitu luas daerah.....*

Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-004 sampai dengan SR1-006 berikut:

SR1-004 P *Kurva jenis apa yang Anda sebutkan tadi ?*

SR1-004 J *Yaitu kurva jenis parabola dan kurva garis lurus*

SR1-005 P *Bisa disebutkan cirinya parabola yang Anda sebutkan ?*

SR1-005 J *Yaitu...ee...a-nya berpangkat dua.dan kurva garis lurus yaitu ...ee....koefisiennya tidak berpangkat.*

SRI-006 P Selanjutnya, ini garis $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai apa ?

SRI-006 J Sebagai batas-batas integral.

Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan rumus yang akan digunakan, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SRI-007 berikut:

SRI-007 P Apa rencana yang Anda lakukan dalam menyelesaikan soal ini ?

SRI-007 J Yaitu membuat kurvanya, yang kedua yaitu menentukan rumus-rumusnya dan mengarsir daerahnya dan terakhir yaitu menggunakan operasi hitung.

Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan simbol dan notasi rumus integral misalnya $\int_a^b y_1 - y_2 dx$ seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SRI-017 sampai dengan kode SRI-020 berikut:

SRI-017 P Bisa dituliskan rumusnya ?

SRI-017 J Yaitu.... (subjek menuliskan rumus sambil mengungkapkan apa yang dituliskan)

$$\int_a^b y_1 - y_2$$

Batas a sampai batas b , $y_1 - y_2$

SRI-018 P Selanjutnya, apa maksud simbol yang Anda tulis ini, integral a ke b , $y_1 - y_2$?

SRI-018 J Yaitu, batas dari a dan batas bawah a yaitu dan b batas atas.

SRI-019 P y_1 ?

- SR1-019 J y_1 -nya yaitu $4 - x^2$.
- SR1-020 P y_2 -nya ?
- SR1-020 J $3x$

Validasi Data Subjek Rendah (SR) tentang kemampuan terhadap pemahaman fakta

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek rendah terhadap pemahaman fakta. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.31

Tabel 4.31 Perbandingan Data kemampuan Subjek rendah (SR) terhadap pemahaman fakta pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek rendah sangat baik memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal (SR2-langkah-01), (2) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$ (SR2-langkah-02), (3) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan rumus yang akan	Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek rendah sangat baik memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal (SR1-002, SR1-003), (2) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$ (SR1-004, SR1-005, SR1-006), (3) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami

digunakan (SR2-langkah-03), (4)	dalam menuliskan rumus yang
Kemampuan subjek rendah kurang akan digunakan (SR1-007), (4)	baik memahami dalam menuliskan Kemampuan subjek rendah
simbol dan notasi rumus integral kurang baik memahami dalam	menuliskan simbol dan notasi
misalnya $\int_a^b y_1 - y_2 dx$ (SR2-langkah-	rumus integral misalnya
07)	$\int_a^b y_1 - y_2 ($ SR1-017, SR1-018,
	SR1-019, SR1-020)

Berdasarkan Tabel 4.31, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek rendah terhadap pemahaman fakta adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

Konsep

Dari petikan jawaban subjek rendah di atas, terlihat bahwa kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$ (SR2-langkah-04, SR2-langkah-05), dan kemampuan subjek rendah kurang baik memahami syarat grafik parabola $y = 4 - x^2$ membuka ke bawah (SR2-langkah-04). Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan ulang konsep integral yaitu $L = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ yang tidak sesuai dengan gambar. (SR2-langkah-05, SR2-langkah-07). Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan konsep rumus jumlah luas daerah arsiran $L =$

$L_1 + L_2$ dengan dibatasi oleh dua kurva yaitu $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$, $x = 0$ dan $x = 2$ (SR2-langkah-08).

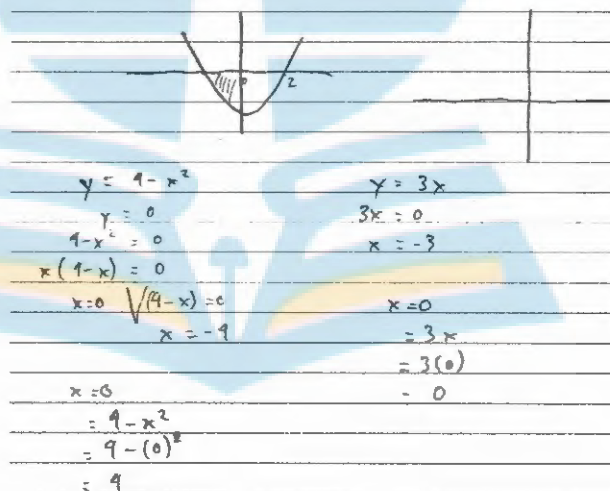
Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-008 sampai dengan SR1-009 berikut:

SR1-008 P Selanjutnya, berdasarkan rencana yang Anda sebutkan, apa yang pertama kali Anda lakukan?

SR1-008 J Yaitu membuat kurva terlebih dahulu.

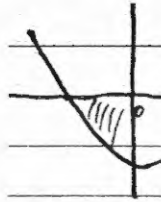
SR1-009 P Silakan buat kurvanya....

SR1-009 J (subjek menggambarkan sambil mengungkapkan apa yang dia gambar)



Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami syarat grafik parabola $y = 4 - x^2$ membuka ke bawah, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-011 sampai dengan SR1-013 berikut:

SR1-011 P Baik. Apa lagi yang Andasebentar.....mengapa Anda arsir di sini ?



SR1-011 J ee....karena sudah menentukan itu batasnya.

SR1-012 P Mana batasnya, nak ?

SR1-012 J Yaitu 0 dan 2

SR1-013 P Mengapa kurvanya membuka ke atas ?

SR1-013 J Karena koefisien a-nyaee....sama dengan.....(berpikir) 1, karena kurvanya 1 yaitu...ee.....karena lebih besar dari pada 0.

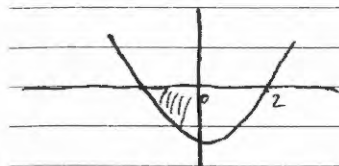
Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan ulang

konsep integral yaitu $L = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ yang tidak sesuai dengan gambar,

seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-015 sampai dengan SR1-017 berikut:

SR1-015 P Silakan. mana batas-batas integralnya berdasarkan gambar ? bisa ditunjukkan ?

SR1-015 J (subjek menuliskan dan menunjukkan sambil mengungkapkan apa yang dia gambar)



0.....2

SR1-016 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SR1-016 J Yaitu memasukkan rumus sesuai dengan batas yang diintegralkan

SR1-017 P Bisa dituliskan rumusnya ?

SR1-017 J Yaitu.... (subjek menuliskan rumus sambil mengungkapkan apa yang dituliskan)

$$\int_a^b y_1 - y_2$$

Batas a sampai batas b, $y_1 - y_2$

Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan konsep rumus jumlah luas daerah arsiran $L = L_1 + L_2$ dengan dibatasi oleh dua kurva yaitu $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$, $x = 0$ dan $x = 2$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-021 berikut:

SR1-021 P Baik....selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SR1-021 J (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{aligned} &= \int_0^2 4 - x^2 - 3x \\ &= \int_0^2 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \\ &= \int_0^2 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \\ &= -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \Big|_0^2 \\ &= -\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{3}{2}(2)^2 + 4(2) - \left(-\frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 + 4(0)\right) \\ &= -\frac{8}{3} - \frac{12}{2} + 8 - (0) \\ &= \frac{24}{6} - \frac{36}{6} + 8 \\ &= \frac{12}{6} + 8 \\ &= 2 + 8 = 10 \end{aligned}$$

Validasi Data Subjek rendah (SR) tentang kemampuan terhadap pemahaman konsep

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek rendah terhadap pemahaman konsep. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.32

Tabel 4.32 Perbandingan Data kemampuan Subjek rendah (SR) terhadap pemahaman konsep pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$ (SR2-<i>langkah-04</i>, SR2-<i>langkah-05</i>), (2) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami syarat grafik parabola $y = 4 - x^2$ membuka ke bawah (SR2-<i>langkah-04</i>), (3) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan ulang konsep integral yaitu $L = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$ yang tidak sesuai dengan gambar. (SR2-<i>langkah-05</i>, SR2-<i>langkah-07</i>), (4) Kemampuan subjek rendah kurang baik	Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$ (SR1-009), (2) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami syarat grafik parabola $y = 4 - x^2$ membuka ke bawah (SR1-011, SR1-012, SR1-013). (3) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan ulang konsep integral yaitu $L = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$ yang tidak sesuai dengan gambar. (SR1-015, SR1-016, SR1-017) (4) Kemampuan subjek rendah kurang baik

memahami dalam menuliskan konsep rumus jumlah luas daerah arsiran $L = L_1 + L_2$ dengan dibatasi oleh dua kurva yaitu $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$, $x = 0$ dan $x = 2$ (SR2- <i>langkah-08</i>).	memahami dalam menuliskan konsep rumus jumlah luas daerah arsiran $L = L_1 + L_2$ dengan dibatasi oleh dua kurva yaitu $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$, $x = 0$ dan $x = 2$ (SR1-021).
--	--

Berdasarkan Tabel 4.32, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek rendah terhadap pemahaman konsep adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

Prinsip

Dari petikan jawaban subjek rendah, terlihat bahwa kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menggambar kurva dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran (SR2-*langkah-05*). Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan teorema dasar integral yaitu $L =$

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \text{ misalnya } L_2 = \int_0^2 -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x =$$

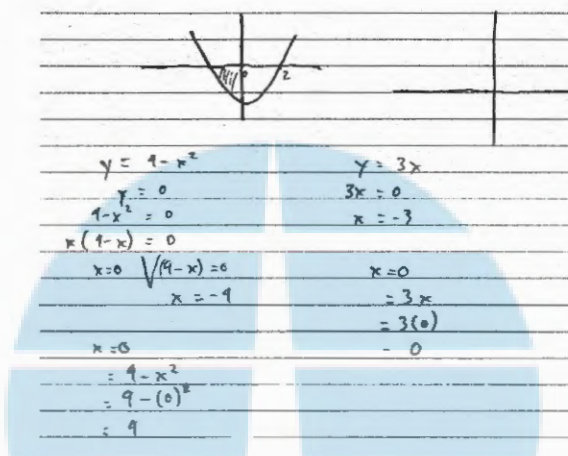
$$= \left(-\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{3}{2}(2)^2 + 4(2) \right) - \left(-\frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 + 4(0) \right) \text{ (SR2-} \textit{langkah-08}).$$

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menggambar kurva $y = 4 - x^2$ dan

$y = 3x$ yang di syaratkan berupa letak daerah arsiran, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SR1-009* berikut:

SR1-009 P Silakan buat kurvanya....

SR1-009 J (subjek menggambarkan sambil mengungkapkan apa yang dia gambar)



Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan

teorema dasar integral yaitu $L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ misalnya $L_2 =$

$$\int_0^2 -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x =$$

$$= \left(-\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{3}{2}(2)^2 + 4(2) \right) - \left(-\frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 + 4(0) \right), \text{ seperti yang terlihat}$$

pada petikan wawancara dengan kode *SR1-029* sampai dengan kode *SR1-031* berikut:

SR1-029 P Selanjutnya.....dari dapat ini adakah rumusnya 2 dulu disubstitusi, ke hasil integral, baru 0 ?

$$= -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \Big|_0^2$$

$$= -\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{3}{2}(2)^2 + 4(2) - \left(-\frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 + 4(0) \right)$$

SR1-029 J ee.....yaitu....ee.....yang *didahulukan*
yaitu....ee.....batas atas kemudian batas bawahnya .

SR1-030 P Adakah rumusnya ? ada ?

SR1-030 J Berpikir.....menurut saya itu....ee....langsung saja
disubstitusi ke dalam, digantikan dengan nilai x, yaitu
batas atasnya terlebih dahulu kemudian batas bawah.

SR1-031 P ee..... Mengapa 2 dulu disubstitusi baru disubstitusi 0
?

SR1-031 J Karena 2 lebih utama karena merupakan batas
atasnya lalu kemudian.....ee.....disubstitusi batas
kedua, batas bawah.

Validasi Data Subjek rendah (SR) tentang kemampuan terhadap pemahaman prinsip

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek rendah terhadap pemahaman prinsip . Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.33

Tabel 4.33 Perbandingan Data kemampuan Subjek rendah (SR) terhadap pemahaman prinsip pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menggambar kurva dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran (SR2-langkah-05), (2) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan teorema dasar integral yaitu $L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ misalnya $L_2 = \int_0^2 -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x =$ $= \left(-\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{3}{2}(2)^2 + 4(2) \right) - \left(-\frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 + 4(0) \right)$ (SR2-langkah-08).	Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menggambar kurva dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran (SR1-009), (2) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan teorema dasar integral yaitu $L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ misalnya $L_2 = \int_0^2 -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x =$ $= \left(-\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{3}{2}(2)^2 + 4(2) \right) - \left(-\frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 + 4(0) \right)$ (SR1-029, SR1-030, SR1-031).

Berdasarkan Tabel 4.33, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek rendah terhadap pemahaman prinsip adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

Operasi (Skill)

Dari petikan jawaban subjek rendah di atas, terlihat bahwa kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menggunakan operasi hitung

bentuk pangkat dan bentuk pecahan misalnya $-\frac{8}{3}-\frac{12}{2}+8=\frac{16-36}{6}+8$

(SR2-langkah-08). Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menentukan hasil akhir yaitu mengubah pecahan biasa ke pecahan

campuran misalnya $-\frac{214}{12}$ (SR2-langkah-08).

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk

pangkat dan bentuk pecahan misalnya $-\frac{8}{3}-\frac{12}{2}+8=\frac{16-36}{6}+8$, seperti

yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-036 berikut:

SR1-036 P Baik.....dari mana Anda temukan ini ?

$$\frac{24-36}{6}+8$$

SR1-036 J

Yaitu dengan perkalian campuran antara

$$-\frac{8}{3}-\frac{12}{2}$$

Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menentukan hasil akhir, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-021 berikut:

SR1-021 P Baik....selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SR1-021 J (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{aligned}
 &= \int_a^b 1 - x^2 - 3x \\
 &= \int_a^b 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \\
 &= \int_0^2 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \\
 &= -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \Big|_0^2 \\
 &= -\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{3}{2}(2)^2 + 4(2) - \left(-\frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 + 4(0)\right) \\
 &= -\frac{8}{3} - \frac{12}{2} + 8 - (0) \\
 &= \frac{24}{6} - \frac{36}{6} + 8 \\
 &= \frac{12}{6} + 8 \\
 &= 2 + 8 = 10
 \end{aligned}$$

Validasi Data Subjek rendah (SR) tentang kemampuan terhadap pemahaman operasi (*Skill*)

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek rendah terhadap pemahaman operasi (*Skill*). Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.34

Tabel 4.34 Perbandingan Data kemampuan Subjek rendah (SR) terhadap pemahaman operasi (*Skill*) pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan misalnya $-\frac{8}{3}-\frac{12}{2}+8=\frac{16-36}{6}+8$ (<i>SR2-langkah-08</i>), (2) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menentukan hasil akhir yaitu mengubah pecahan biasa ke pecahan campuran misalnya $-\frac{214}{12}$ (<i>SR2-langkah-08</i>).	Pada bagian ini yaitu : (1) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan misalnya $-\frac{8}{3}-\frac{12}{2}+8=$ (<i>SR1-036</i>), (2) Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menentukan hasil akhir (<i>SR1-021</i>).

Berdasarkan Tabel 4.34, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek rendah terhadap pemahaman operasi (*Skill*) adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

2) Kemampuan sistematis prosedural (KSP).

Berdasarkan hasil tes diagnostik dari kemampuan subjek rendah melakukan langkah-langkah penyelesaian soal, meliputi:

- Sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa

yang di tanyakan, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SR2-langkah-01).

- Cukup baik dalam memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SR2-langkah-02).
- Kurang baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, subjek sedang dapat menuliskan kata “rumus” dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SR2-langkah-03).
- Kurang baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SR2-langkah-04).
- Kurang baik dalam menggambar dua kurva dan letak daerah arsiran, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SR2-langkah-05).
- Kurang baik dalam menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar yaitu luas daerah pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 1$ luas daerah kedua batas-batas $x = 1$ dan $x = 2$, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SR2-langkah-06).
- Kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 dx$ dan $L_2 = \int_1^2 y_2 - y_1 dx$ seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SR2-langkah-07).
- Kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SR2-langkah-08).

- Cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SR2-langkah-09).

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Hasil wawancara, menunjukkan bahwa kemampuan subjek subjek rendah melakukan langkah-langkah dalam menyelesaikan soal, meliputi:

- Sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-002 sampai dengan SR1-003 berikut:

SR1-002 P *Apa yang Anda ketahui dengan soal ini ?*

SR1-002 J *Yaitu $y_1 = 4 - x^2$ dan $y_2 = 3x$ dan batas-batasnya yaitu $x = 0$ dan $x = 2$.*

SR1-003 P *Apa yang ditanyakan pada soal ini ?*

SR1-003 J *Yaitu luas daerah....*

- Cukup baik dalam memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-004 sampai dengan SR1-006 berikut:

SR1-004 P *Kurva jenis apa yang Anda sebutkan tadi ?*

SR1-004 J *Yaitu kurva jenis parabola dan kurva garis lurus*

SR1-005 P *Bisa disebutkan cirinya parabola yang Anda sebutkan ?*

SR1-005 J *Yaitu...ee...a-nya berpangkat dua.dan kurva garis lurus yaitu ...ee....koefisiennya tidak berpangkat.*

SR1-006 P *Selanjutnya, ini garis $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai apa ?*

SR1-006 J *Sebagai batas-batas integral.*

- Kurang baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, subjek sedang dapat menuliskan kata “rumus” dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SR1-007* berikut:

SR1-007 P Apa rencana yang Anda lakukan dalam menyelesaikan soal ini ?

SR1-007 J Yaitu membuat kurvanya, yang kedua yaitu menentukan rumus-rumusnya dan mengarsir daerahnya dan terakhir yaitu menggunakan operasi hitung.

- Kurang baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SR1-008* sampai dengan *SR1-009* berikut:

SR1-008 P Selanjutnya, berdasarkan rencana yang Anda sebutkan, apa yang pertama kali Anda lakukan ?

SR1-008 J Yaitu membuat kurva terlebih dahulu.

SR1-009 P Silakan buat kurvanya....

SR1-009 J (subjek menggambarkan sambil mengungkapkan apa yang dia gambar)

batas-batas $x = 1$ dan $x = 2$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-012 berikut:

SR1-012 P Mana batasnya, nak ?

SR1-012 J Yaitu 0 dan 2

- Kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 =$

$\int_0^1 y_1 - y_2 dx$ dan $L_2 = \int_1^2 y_2 - y_1 dx$, seperti yang terlihat pada petikan

wawancara dengan kode SR1-017 sampai dengan kode SR1-021 berikut:

SR1-017 P Bisa dituliskan rumusnya ?

SR1-017 J Yaitu.... (subjek menuliskan rumus sambil mengungkapkan apa yang dituliskan)

$$\int_a^b y_1 - y_2$$

Batas a sampai batas b, $y_1 - y_2$

SR1-018 P Selanjutnya, apa maksud simbol yang Anda tulis ini, integral a ke b, $y_1 - y_2$?

SR1-018 J Yaitu, batas dari a dan batas bawah a yaitu dan b batas atas.

SR1-019 P y_1 ?

SR1-019 J y_1 -nya yaitu $4 - x^2$.

SR1-020 P y_2 -nya ?

SR1-020 J $3x$

SR1-021 P Baik....selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SR1-021 J (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^2 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \\
 &= \int_0^2 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \\
 &= \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{2}x^3 + 4x \right]_0^2 \\
 &= \left(\frac{1}{2}(2)^2 - \frac{1}{12}(2)^4 - \frac{1}{2}(2)^3 + 4(2) \right) - \left(\frac{1}{2}(0)^2 - \frac{1}{12}(0)^4 - \frac{1}{2}(0)^3 + 4(0) \right) \\
 &= \frac{2}{1} - \frac{16}{12} + 8 - (0) \\
 &= \frac{24}{6} - \frac{36}{6} + 8 \\
 &= \frac{12}{6} + 8 \\
 &= 2 + 8 = 10
 \end{aligned}$$

- Kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-021 berikut:

SR1-021 P Baik....selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SR1-021 J (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^2 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \\
 &= \int_0^2 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \\
 &= \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{2}x^3 + 4x \right]_0^2 \\
 &= \left(\frac{1}{2}(2)^2 - \frac{1}{12}(2)^4 - \frac{1}{2}(2)^3 + 4(2) \right) - \left(\frac{1}{2}(0)^2 - \frac{1}{12}(0)^4 - \frac{1}{2}(0)^3 + 4(0) \right) \\
 &= \frac{2}{1} - \frac{16}{12} + 8 - (0) \\
 &= \frac{24}{6} - \frac{36}{6} + 8 \\
 &= \frac{12}{6} + 8 \\
 &= 2 + 8 = 10
 \end{aligned}$$

- Cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-041 sampai dengan kode SR1-042 berikut:

SR1-041 P Coba periksa ulang kembali jawabanta' ?
SR1-041 J Menurut saya jawaban saya sudah.....betul
SR1-042 P Sudah yakin benar ?
SR1-042 J Ya....saya sudah yakin.

Validasi Data Subjek rendah (SR) tentang kemampuan sistematis prosedural (KSP)

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek rendah terhadap kemampuan sistematis prosedural. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.35

Tabel 4.35 Perbandingan Data kemampuan Subjek rendah (SR) terhadap kemampuan sistematis prosedural pada tes diagnostik dan Wawancara

Data tes diagnostik	Data Wawancara
Pada bagian ini kemampuan subjek rendah dalam melakukan langkah-langkah penyelesaian soal yaitu : (1) Sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan, (SR2-langkah-01).	Pada bagian ini kemampuan subjek rendah dalam melakukan langkah-langkah penyelesaian soal yaitu : (1) Sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di

-
- (2) Cukup baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$, (SR2-langkah-02).
- (3) Kurang baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, subjek sedang dapat menuliskan kata "rumus" dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, (SR2-langkah-03).
- (4) Kurang baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$, (SR2-langkah-04).
- (5) Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menggambar dua kurva dan letak daerah arsiran, (SR2-langkah-05).
- (6) Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar yaitu luas daerah pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 1$ luas daerah kedua batas-batas $x = 1$ dan $x = 2$, (SR2-langkah-06).
- (7) Kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 dx$ dan $L_2 =$ tanyakan, (SR1-002, SR1-003).
- (2) Cukup baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$, (SR1-004, SR1-005, SR1-006).
- (3) Kurang baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, subjek sedang dapat menuliskan kata "rumus" dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, (SR1-007).
- (4) Kurang baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$, (SR1-008, SR1-009).
- (5) Kurang baik dalam menggambar dua kurva dan letak daerah arsiran, (SR1-009).
- (6) Kurang baik dalam menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar yaitu luas daerah pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 1$
-

$\int_1^2 y_2 - y_1 dx$ (SR1-langkah-07).	luas daerah kedua batas-batas $x = 1$ dan $x = 2$, (SR1-012).
(8) Kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, (SR2-langkah-08).	(7) Kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 dx$ dan $L_2 = \int_1^2 y_2 - y_1 dx$ (SR1-017, SR1-018, SR1-019, SR1-020, SR1-021).
(9) Cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya, (SR2-langkah-09).	(8) Kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, (SR1-021).
	(9) Cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya, (SR1-041, SR1-042).

Berdasarkan Tabel 4.35, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek rendah dalam melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral yang merupakan indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

3) Kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP).

Berdasarkan data hasil tes diagnostik dari subjek rendah, ditemukan bahwa kemampuan keterampilan proses pemecahan dalam menyelesaikan luas daerah bidang datar di batasi dua kurva pada setiap tahapan penyelesaian dinyatakan sebagai berikut:

a) Memahami soal

Pada tahapan ini, yaitu:

- (1) Kemampuan subjek rendah baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan (SR2-langkah-01)
- (2) Kemampuan subjek rendah cukup baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$ (SR2-langkah-02).

b) Merencanakan penyelesaian

Pada tahapan ini, kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, subjek sedang dapat menuliskan kata “rumus” dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung (SR2-langkah-03).

c) Melakukan rencana penyelesaian

Pada tahapan ini, subjek rendah melakukan penyelesaian soal yaitu:

- (1) Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menggunakan strategi dalam menyelesaikan soal meliputi:

- 1.a Kurang baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$ (SR2-langkah-04)

1.b Kurang baik dalam menggambar dua kurva dan letak daerah arsiran (*SR2-langkah-05*)

1.c Kurang baik dalam menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar yaitu luas daerah pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 1$ luas daerah kedua batas-batas $x = 1$ dan $x = 2$ (*SR2-langkah-06*)

1.d Kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu

$$L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 \, dx \text{ dan } L_2 = \int_1^2 y_2 - y_1 \, dx \text{ (SR2-langkah-07)}$$

(2) Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal (*SR2-langkah-08*)

d) Verifikasi

Pada tahapan ini, kemampuan subjek rendah cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya (*SR2-langkah-09*)

Hasil tes diagnostik subjek tersebut selanjutnya dikonfirmasi melalui wawancara. Disimpulkan bahwa hasil analisis kemampuan keterampilan proses pemecahan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral dapat dilihat pada petikan wawancara setiap tahapan penyelesaian dinyatakan sebagai berikut:

a) Memahami soal

Pada tahapan ini, yaitu:

(1) Kemampuan subjek rendah baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SR1-002* sampai dengan *SR1-003* berikut:

- SRI-002 P Apa yang Anda ketahui dengan soal ini ?*
- SRI-002 J Yaitu $y_1 = 4 - x^2$ dan $y_2 = 3x$ dan batas-batasnya yaitu $x = 0$ dan $x = 2$.*
- SRI-003 P Apa yang ditanyakan pada soal ini ?*
- SRI-003 J Yaitu luas daerah....*

(2) Kemampuan subjek rendah cukup baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SRI-004* sampai dengan *SSI-006* berikut:

- SRI-004 P Kurva jenis apa yang Anda sebutkan tadi ?*
- SRI-004 J Yaitu kurva jenis parabola dan kurva garis lurus*
- SRI-005 P Bisa disebutkan cirinya parabola yang Anda sebutkan ?*
- SRI-005 J Yaitu...ee...a-nya berpangkat dua.dan kurva garis lurus yaitu ...ee....koefisiennya tidak berpangkat.*
- SRI-006 P Selanjutnya, ini garis $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai apa ?*
- SRI-006 J Sebagai batas-batas integral.*

b) Merencanakan penyelesaian

Pada tahapan ini, kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, subjek sedang dapat menuliskan kata “rumus” dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SRI-007* berikut:

- SR1-007 P Apa rencana yang Anda lakukan dalam menyelesaikan soal ini ?
- SR1-007 J Yaitu membuat kurvanya, yang kedua yaitu menentukan rumus-rumusnya dan mengarsir daerahnya dan terakhir yaitu menggunakan operasi hitung.

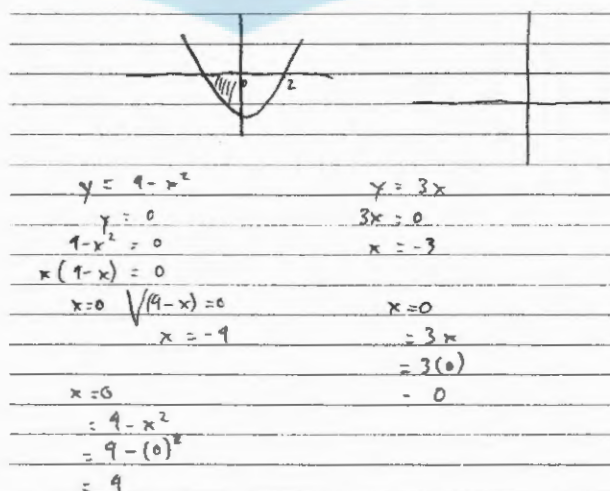
c) Melakukan rencana penyelesaian

Pada tahapan ini, subjek rendah melakukan penyelesaian soal yaitu:

- (1) Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menggunakan strategi dalam menyelesaikan soal meliputi:

- 1.a Kurang baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-008 sampai dengan kode SR1-009 berikut:

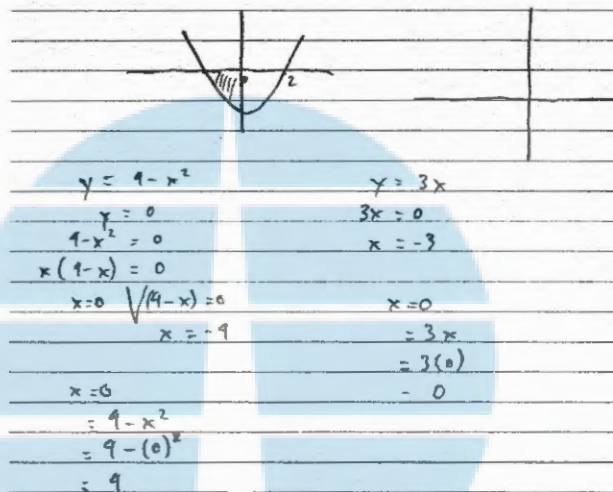
- SR1-008 P Selanjutnya, berdasarkan rencana yang Anda sebutkan, apa yang pertama kali Anda lakukan ?
- SR1-008 J Yaitu membuat kurva terlebih dahulu.
- SR1-009 P Silakan buat kurvanya....
- SR1-009 J (subjek menggambar sambil mengungkapkan apa yang dia gambar)



1.b Kurang baik dalam menggambar dua kurva dan letak daerah arsiran, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SRI-009* berikut:

SR1-009 P Silakan buat kurvanya....

SR1-009 J (subjek menggambarkan sambil mengungkapkan apa yang dia gambar)



1.c Kurang baik dalam menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar yaitu luas daerah pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 1$ luas daerah kedua batas-batas $x = 1$ dan $x = 2$, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode *SRI-012* berikut:

SR1-012 P Mana batasnya, nak?

SR1-012 J Yaitu 0 dan 2

1.d Kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu

$L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 \, dx$ dan $L_2 = \int_1^2 y_2 - y_1 \, dx$, seperti yang terlihat

pada petikan wawancara dengan kode *SR1-017* sampai dengan kode *SR1-021* berikut:

SR1-017 P Bisa dituliskan rumusnya ?

SR1-017 J Yaitu.... (subjek menuliskan rumus sambil mengungkapkan apa yang dituliskan)

$$\int_a^b y_1 - y_2$$

Batas a sampai batas b, $y_1 - y_2$

SR1-018 P Selanjutnya, apa maksud simbol yang Anda tulis ini, integral a ke b, $y_1 - y_2$?

SR1-018 J Yaitu, batas dari a dan batas bawah a yaitu dan b batas atas.

SR1-019 P y_1 ?

SR1-019 J y_1 -nya yaitu $4 - x^2$.

SR1-020 P y_2 -nya ?

SR1-020 J $3x$

SR1-021 P Baik....selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SR1-021 J (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{aligned} &= \int_a^b 4 - x^2 - 3x \\ &= \int_0^2 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \\ &= \int_0^2 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 9x \\ &= -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \Big|_0^2 \\ &= -\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{3}{2}(2)^2 + 4(2) - \left(-\frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 + 4(0) \right) \\ &= -\frac{8}{3} - \frac{12}{2} + 8 - (0) \\ &= -\frac{8}{3} - 6 + 8 \\ &= -\frac{12}{3} + 8 \\ &= -4 + 8 = 4 \end{aligned}$$

(2) Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-021 berikut:

SR1-021 P Baik....selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SR1-021 J (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^2 4x - x^2 - 3x \\
 &= \int_0^2 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{1}x^2 \\
 &= \int_0^2 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \\
 &= \left[-\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \right]_0^2 \\
 &= \left(-\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{3}{2}(2)^2 + 4(2) \right) - \left(-\frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 + 4(0) \right) \\
 &= -\frac{8}{3} - \frac{12}{2} + 8 - (0) \\
 &= -\frac{8}{3} - 6 + 8 \\
 &= -\frac{8}{3} + 2 \\
 &= -\frac{8}{3} + \frac{6}{3} = -\frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

d) Verifikasi

Pada tahapan ini, Kemampuan subjek rendah cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya, seperti yang terlihat pada petikan wawancara dengan kode SR1-041 sampai dengan kode SR1-042 berikut:

SR1-041 P Coba periksa ulang kembali jawabanta' ?

SR1-041 J Menurut saya jawaban saya sudah.....betul

SR1-042 P Sudah yakin benar ?

SR1-042 J Ya.....saya sudah yakin.

Validasi Data Subjek rendah (SR) tentang kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP)

Pada bagian ini dilakukan validasi data tentang kemampuan subjek rendah terhadap kemampuan keterampilan proses pemecahan. Validasi data dilakukan dengan cara membandingkan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara. Perbandingan data hasil tes diagnostik dan data hasil wawancara ditunjukkan pada Tabel 4.36

Tabel 4.36 Perbandingan Data kemampuan Subjek rendah (SR) terhadap kemampuan keterampilan proses pemecahan pada tes diagnostik dan Wawancara setiap tahapan

Tes diagnostik		Wawancara	
Memahami soal			
Pada tahapan ini yaitu:		Pada tahapan ini yaitu:	
(1) Kemampuan subjek rendah baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan (SR2-langkah-01)		(1) Kemampuan subjek rendah baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan (SR1-002, SR1-003)	
(2) Kemampuan subjek rendah cukup baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$ (SR2-langkah-02).		(2) Kemampuan subjek rendah cukup baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$ (SR1-004, SR1-005, SR1-006).	
Merencanakan penyelesaian			
Pada tahapan ini, kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menyebutkan rencana yang akan		Pada tahapan ini, kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menyebutkan rencana yang akan	

dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, subjek sedang dapat menuliskan kata “rumus” dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung (SR2-langkah-03)	dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, tetapi kurang mampu dalam menuliskan rumus yang akan digunakan (SR1-007)
--	---

Melakukan rencana penyelesaian

Pada tahapan ini, subjek rendah melakukan penyelesaian soal yaitu:	Pada tahapan ini, subjek rendah melakukan penyelesaian soal yaitu:
(1) Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menggunakan strategi dalam menyelesaikan soal meliputi:	(1) Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menggunakan strategi dalam menyelesaikan soal meliputi:
1.a.Kurang baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$ (SR2-langkah-04)	1.a.Kurang baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$ (SR1-008, SR1-009)
1.b.Kurang baik dalam menggambar dua kurva dan letak daerah arsiran (SR2-langkah-05)	1.b.Kurang baik dalam menggambar dua kurva dan letak daerah arsiran (SR1-009)
1.c.Kurang baik dalam menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar yaitu luas daerah pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 1$ luas daerah kedua batas-batas $x = 1$ dan $x = 2$ (SR2-	1.c.Kurang baik dalam menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar yaitu luas daerah pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 1$ luas daerah

<i>langkah-06)</i>	kedua batas-batas $x = 1$
1.d.Kurang baik dalam	dan $x = 2$ (SR1-012)
menuliskan rencana	1.d.Kurang baik dalam
penyelesaian soal yaitu $L_1 =$	menuliskan rencana
$\int_0^1 y_1 - y_2 \, dx$ dan $L_2 =$	penyelesaian soal yaitu L_1
$\int_1^2 y_2 - y_1 \, dx$ (SR2-langkah-	$= \int_0^1 y_1 - y_2 \, dx$ dan $L_2 =$
07)	$\int_1^2 y_2 - y_1 \, dx$ (SR1-017,
(2) Kemampuan subjek rendah kurang	SR1-018, SR1-019, SR1-
baik dalam mengerjakan dengan	020, SR1-021)
tepat operasi perhitungan dalam	(2) Kemampuan subjek rendah
menyelesaikan soal (SR2-langkah-	kurang baik dalam
08)	mengerjakan dengan tepat
	operasi perhitungan dalam
	menyelesaikan soal (SR1-
	021)
Verifikasi	
Pada tahapan ini, kemampuan subjek	Pada tahapan ini, kemampuan
rendah cukup baik dalam memeriksa	subjek rendah cukup baik dalam
kembali jawabannya (SR1-langkah-	memeriksa kembali jawabannya
09)	(SR1-041, SR1-042)

Berdasarkan Tabel 4.36, data hasil tes diagnostik sesuai dengan data hasil wawancara. Terlihat bahwa data tentang kemampuan subjek rendah terhadap kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral adalah *valid*. Dengan demikian data tersebut dijadikan acuan dalam menganalisis data dan membuat rubrik analitik.

C. Analisis Data dan Pembahasan

Pada bagian ini akan dijawab pertanyaan pada Bab I yaitu “bagaimanakah deskripsi kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral?”

1. Kemampuan Subjek Tinggi (ST) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar nomor 1

a. Analisis Data

Pada bagian ini, akan dilakukan analisis data yang bertujuan untuk mengetahui kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral pada tiap bagian indikator kemampuan pemahaman kajian objek matematika (KPOM) yang meliputi fakta, konsep, prinsip, dan operasi (*Skill*). Data yang dianalisis adalah data valid yang ditunjukkan pada bab IV. 1.a Tabel 4.1, Tabel 4.2, Tabel 4.3, dan Tabel 4.4. Hasil analisis ini bermuara pada kesimpulan penelitian sebagai wujud dari jawaban pertanyaan penelitian. Analisis data untuk tiap bagian dijelaskan sebagai berikut:

a) Fakta

Berdasarkan data yang valid pada bagian 1.a Tabel 4.1, menunjukkan bahwa, kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal luas daerah bidang datar (*ST1-langkah-01*, *ST1-003*, *ST1-004*). Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ (*ST1-langkah-01*, *ST1-005*), ciri khas kurva parabola $y = x^2 - 2x$ yaitu ada variabel x^2 dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$

(ST1-006) dan batas-batas integral $x = 0$ dan $x = 3$ yang disyaratkan pada soal luas daerah bidang datar (ST1-007). Kemampuan subjek tinggi baik memahami rumus yang akan digunakan yaitu $L = \int_a^b f(x) dx$ dan $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar (ST1-langkah-03, ST1-008). Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam mengenal dan menuliskan simbol dan notasi pada rumus integral yaitu $L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ Hal ini menunjukkan bahwa subjek tinggi mampu memahami simbol a sebagai batas bawah, b sebagai batas atas, $f(x)$ sebagai kurva, dx sebagai keterangan integral, F sebagai hasil integral dari kurva, $F(b)$ sebagai $F(b) - F(a)$ sebagai batas atas b disubstitusikan ke hasil integral F dikurang batas bawah a disubstitusikan ke hasil integral F (ST1-langkah-08, ST1-021, ST1-022, ST1-023, ST1-024, ST1-025, ST1-026, ST1-027, ST1-028)

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami soal luas daerah bidang datar dikaitkan dengan indikator kemampuan pemahaman fakta.

b) Konsep

Berdasarkan data yang valid pada bagian 1.a Tabel 4.2, menunjukkan bahwa, kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep integral tertentu yaitu $L = \int_a^b f(x) dx$ hal ini menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi baik memahami rumus luas daerah satu kurva (ST1-langkah-03, ST1-022, ST1-023, ST1-024, ST1-025,

ST1-026). Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menyajikan konsep fungsi ke bentuk grafik parabola hal ini menunjukkan bahwa subjek tinggi mampu memahami cara membuat kurva yaitu menentukan titik potong di sumbu koordinat lalu menggambarkan grafiknya (ST1-langkah-04, ST1-langkah-05 ST1-010, ST1-011, ST1-012, ST1-013). Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam mengembangkan syarat suatu grafik dimana $a = 1 > 0$ membuka ke atas dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$ (ST1-langkah-04, ST1-014). Subjek tinggi mampu memahami konsep rumus jumlah daerah arsiran $L = L_1 + L_2$ hal ini menunjukkan bahwa subjek tinggi mampu memahami mencari luas total yang diarsir tadi sehingga luas daerah pertama yaitu $\frac{4}{3}$ satuan luas dijumlah dengan luas daerah kedua yaitu $\frac{4}{3}$ satuan luas (ST1-langkah-08, ST1-060)

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami soal luas daerah bidang datar dikaitkan dengan indikator kemampuan pemahaman konsep.

c) Prinsip

Berdasarkan data yang valid pada bagian 1.a Tabel 4.3, menunjukkan bahwa, kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggambar kurva dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran hal ini menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami sebanyak 2 daerah arsiran yaitu luas daerah arsiran pertama di bawah sumbu x dan luas daerah arsiran kedua di atas sumbu x (ST1-langkah-05, ST1-013)

Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan teorema dasar integral yaitu $L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ misalnya L_2

$$= \int_a^b f(x) dx = \int_2^3 x^2 - 2x dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_2^3 = \frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 - \left[\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 \right]$$

(*ST1-langkah-08, ST1-048, ST1-049*). Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan sifat integral bentuk pangkat misalnya

$$\int_0^2 x^2 - 2x dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_0^2$$

hal ini menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami rumus $\int ax^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$ (*ST1-langkah-08, ST1-032, ST1-034, ST1-035, ST1-036*).

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami soal luas daerah bidang datar dikaitkan dengan indikator kemampuan pemahaman prinsip.

d) Operasi (*Skill*)

Berdasarkan data yang valid pada bagian 1.a Tabel 4.4, menunjukkan bahwa, kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat (*ST1-langkah-08, ST1-041, ST1-042*) dan operasi hitung bentuk pecahan misalnya

$$\frac{27}{3} - \frac{8}{3} - 9 + 4 = \frac{19}{3} - 5 = \frac{19-15}{3} = \frac{4}{3}$$

(*ST1-langkah-08, ST1-055, ST1-056, ST1-057, ST1-058, ST1-059*). Kemampuan subjek tinggi sangat baik

memahami dalam menentukan hasil akhir misalnya $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ satuan luas

(*ST1-langkah-08 ST1-061, ST1-062*)

Berdasarkan analisis data tersebut di atas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami soal luas daerah bidang datar dikaitkan dengan indikator kemampuan pemahaman operasi (*Skill*).

Sesuai dengan analisis data terhadap kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM) di atas maka dapat dibuat rubrik analitik untuk mengetahui kinerja subjek tinggi (ST) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar pada Tabel 4.37 sebagai berikut:

Tabel 4.37 Rubrik analitik indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM).

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Fakta (bobot 1) • Mampu memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal. • Mampu memahami dalam mengidentifikasi kurva dan syarat-syarat pada soal. • Mampu memahami dalam mengenal simbol dan notasi pada rumus.			√	√
2.	Konsep (bobot 2) • Mampu memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep yang telah dipelajari. • Mampu memahami dalam menyajikan konsep fungsi ke bentuk grafik pada soal. • Mampu memahami dalam mengembangkan syarat suatu konsep.			√	√
3.	Prinsip (bobot 1) • Mampu memahami dalam menggambar kurva dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran. • Mampu memahami dalam menggunakan teorema dan sifat dalam soal.				√
4.	Operasi (<i>Skill</i>) (bobot 2) • Mampu memahami dalam menggunakan operasi hitung dan operasi pecahan. • Mampu memahami dalam menentukan hasil akhir.				√

Jumlah skor	57
Skor maksimum	60
Nilai	95

Penjelasan:

Skor yang diperoleh = tingkat x bobot

$$\text{Skor untuk Fakta} = (4 \times 1) + (3 \times 1) + (4 \times 1) = 11$$

$$\text{Skor untuk konsep} = (3 \times 2) + (4 \times 2) + (4 \times 2) = 22$$

$$\text{Skor untuk prinsip} = (4 \times 1) + (4 \times 1) = 8$$

$$\text{Skor untuk skill} = (4 \times 2) + (4 \times 2) = 16$$

$$\text{Skor total} = 11 + 22 + 8 + 16 = 57$$

$$\text{Skor maksimum} = 12 + 24 + 8 + 16 = 60$$

Nilai subjek tinggi jika dikonvensikan ke skala 0 – 100 adalah $57/60 \times 100 = 95$.

Berdasarkan Bab III Tabel 3.7 maka kinerja subjek tinggi dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan nilai 95 pada indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika berada pada kriteria **sangat baik**.

Pada bagian berikut ini, akan dilakukan analisis data yang bertujuan untuk mengetahui kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral pada tiap bagian indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) yang meliputi 9 langkah. Data yang dianalisis adalah data valid yang ditunjukkan pada bab IV. 1.a Tabel 4.5. Hasil analisis ini bermuara pada kesimpulan penelitian sebagai wujud dari jawaban pertanyaan penelitian. Analisis data untuk tiap langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal luas

daerah bidang datar dijelaskan sebagai berikut:

Langkah ke-1: Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan pada soal luas daerah bidang datar (*ST1-langkah-01, ST1-003, ST1-004*)

Langkah ke-2 : Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan dengan syarat sumbu $x = 0$ dan $x = 3$ pada soal luas daerah bidang datar (*ST1-langkah-02, ST1-005, ST1-006, ST1-007*)

Langkah ke-3 : Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menyelesaikan soal nomor 1 (*ST1-langkah-03, ST1-008*)

Langkah ke-4 : Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menentukan teknik menggambar grafik parabola $y = x^2 - 2x$ (*ST1-langkah-04, ST1-010, ST1-011, ST1-014*)

Langkah ke-5 : Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran (*ST1-langkah-05, ST1-013*)

Langkah ke-6 : Kemampuan subjek tinggi baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar yaitu luas daerah pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ luas daerah kedua batas-batas $x = 2$ dan $x = 3$ (*ST1-langkah-06, ST1-019*)

Langkah ke-7 : Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal luas daerah bidang datar yaitu $L_1 = - \int_0^2 f(x) dx$

dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$ (ST1-langkah-07, ST1-029)

Langkah ke-8 : Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar (ST1-langkah-08, ST1-031, ST1-047, ST1-060)

Langkah ke-9 : Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya (ST1-langkah-09 ST1-063).

Berdasarkan analisis data tersebut di atas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam melakukan langkah-langkah penyelesaian dengan tepat dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dikaitkan dengan indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP).

Sesuai dengan analisis data terhadap indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) di atas maka dapat dibuat rubrik analitik untuk mengetahui kinerja subjek tinggi (ST) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar pada Tabel 4.38 sebagai berikut:

Tabel 4.38 Rubrik analitik indikator Kemampuan sistematis prosedural (KSP)

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Mampu melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal, meliputi: • Mampu menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan. (bobot 1) • Mampu mengidentifikasi kurva dan syarat-syarat dalam soal. (bobot 1) • Mampu menyebutkan konsep, sifat- sifat, prinsip-prinsip yang terkait dengan soal. (bobot 1) • Mampu menentukan teknik menggambar grafik fungsi. (bobot 2) • Mampu menggambar kurva dan letak daerah arsiran. (bobot 2) • Mampu menentukan batas-batas integral berdasarkan				√ √ √ √ √

	gambar. (bobot 1)			√	
	• Mampu menuliskan rencana penyelesaian soal. (bobot 1)				√
	• Mampu mengerjakan proses penyelesaian dengan tepat dan operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal. (bobot 2)				√
	• Mampu memeriksa kembali jawabannya. (bobot 1)				√

Jumlah skor	47
Skor maksimum	48
Nilai	98

Penjelasan:

Skor yang diperoleh = tingkat x bobot

Langkah ke-1 : $(4 \times 1) = 4$	Langkah ke-6 : $(3 \times 1) = 3$
Langkah ke-2 : $(4 \times 1) = 4$	Langkah ke-7 : $(4 \times 1) = 4$
Langkah ke-3 : $(4 \times 1) = 4$	Langkah ke-8 : $(4 \times 2) = 8$
Langkah ke-4 : $(4 \times 2) = 8$	Langkah ke-9 : $(4 \times 1) = 4$
Langkah ke-5 : $(4 \times 2) = 8$	

Skor total = $4 + 4 + 4 + 8 + 8 + 3 + 4 + 8 + 4 = 47$

Skor maksimum = $4 + 4 + 4 + 8 + 8 + 4 + 4 + 8 + 4 = 48$

Nilai subjek tinggi jika dikonvensikan ke skala 0 – 100 adalah $47/48 \times 100 = 97,916667$ dibulatkan menjadi 98.

Berdasarkan Bab III Tabel 3.7 maka kinerja subjek tinggi dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan nilai 98 pada indikator kemampuan sitematis prosedural berada pada kriteria **sangat baik**.

Pada bagian selanjutnya, akan dilakukan analisis data yang bertujuan untuk mengetahui kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral pada tiap tahapan

indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP). Data yang di analisis adalah data valid yang ditunjukkan pada bab IV. 1.a Tabel 4.6. Hasil analisis ini bermuara pada kesimpulan penelitian sebagai wujud dari jawaban pertanyaan penelitian. Analisis data untuk tiap tahapan dijelaskan sebagai berikut:

a) Memahami soal

Berdasarkan data yang valid pada bagian 1.a Tabel 4.6, menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menemukan dengan tepat yang diketahui sebuah kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ begitupun yang di tanyakan yaitu menghitung luas daerah arsiran. (*ST1-langkah-01, ST1-003, ST1-004*). Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengidentifikasi kurva $y = x^2 - 2x$ sebagai kurva parabola dengan menyebutkan ciri kurva parabola yaitu variabel x berpangkat dua dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal luas daerah bidang datar (*ST1-langkah-02, ST1-005, ST1-006, ST1-007*)

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami soal luas daerah bidang datar dikaitkan dengan indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan.

b) Merencanakan penyelesaian

Berdasarkan data yang valid pada bagian 1.a Tabel 4.6, menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menyebutkan rencana

yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar daerah yang diarsir, menggunakan konsep integral $L = \int_a^b y dx$ dan teorema dasar integral $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan operasi hitung (*ST1-langkah-03, ST1-008*)

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam merencanakan penyelesaian soal luas daerah bidang datar dikaitkan dengan indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan.

c) Melakukan rencana penyelesaian

Berdasarkan data yang valid pada bagian 1.a Tabel 4.6, menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi baik dalam menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar yaitu menentukan teknik menggambar grafik parabola $y = x^2 - 2x$ dengan menentukan titik potong kurva di sumbu koordinat (*ST1-langkah-04, ST1-010, ST1-011, ST1-014*), baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran yaitu di bawah sumbu x dan di atas sumbu x (*ST1-langkah-05, ST1-012, ST1-013*), baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar daerah arsiran yaitu luas daerah pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ luas daerah kedua batas-batas $x = 2$ dan $x = 3$ (*ST1-langkah-06, ST1-019*), baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x) dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$ (*ST1-langkah-07, ST1-029*), dan

kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan (*ST1-langkah-08, ST1-031, ST1-032, ST1-033, ST1-034, ST1-035, ST1-036, ST1-037, ST1-038, ST1-039, ST1-040, ST1-041, ST1-042, ST1-043, ST1-044, ST1-045, ST1-046, ST1-048, ST1-049, ST1-050, ST1-051, ST1-052, ST1-053, ST1-054, ST1-055, ST1-056, ST1-057, ST1-058, ST1-059, ST1-060, ST1-061, ST1-062*)

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam melakukan rencana penyelesaian soal luas daerah bidang datar dikaitkan dengan indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan.

d) Verifikasi

Berdasarkan data yang valid pada bagian 1.a Tabel 4.6, menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya (*ST1-langkah-09, ST1-063*)

Sesuai dengan analisis data terhadap indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP) di atas maka dapat dibuat rubrik analitik untuk mengetahui kinerja subjek tinggi dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar pada Tabel 4.39 sebagai berikut:

Tabel 3.39 Rubrik analitik indikator Kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP) .

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Memahami soal (bobot 1) • Mampu menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan. • Mampu mengidentifikasi jenis kurva dan disyaratkan dalam soal.				√
2.	Merencanakan penyelesaian (bobot 1) • Mampu menuliskan atau menyebutkan konsep, sifat, dan prinsip yang terkait dengan soal.				√
3.	Melakukan rencana penyelesaian (bobot 2) • Mampu menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal. • Mampu mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal.			√	√
4.	Verifikasi (bobot 1) • Mampu memeriksa kembali jawabannya.				√

Jumlah skor 30

Skor maksimum 32

Nilai 94

Penjelasan:

Skor yang diperoleh = tingkat x bobot

Skor untuk memahami soal = (4 x 1) + (4 x 1) = 8

Skor untuk merencanakan penyelesaian = (4 x 1) = 4

Skor untuk melakukan rencana penyelesaian = (3 x 2) + (4 x 2) = 14

Skor untuk Verifikasi = (4 x 1) = 4

Skor total = 8+ 4 + 14 + 4 = 30

Skor maksimum = 8 + 4 + 16 + 4 = 32

Nilai subjek tinggi jika dikonvensikan ke skala 0 – 100 adalah $30/32 \times 100 = 93,75$ dibulatkan menjadi 94.

Berdasarkan Bab III Tabel 3.7 maka kinerja subjek tinggi dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan nilai 94 pada indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan berada pada kriteria **sangat baik**. Berdasarkan hasil rubrik analitik pada indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika dengan nilai 95, kemampuan sistematis prosedural dengan nilai 98, dan kemampuan keterampilan proses pemecahan dengan nilai 94 di kombinasikan dengan cara menghitung rata-

rata dari ketiga indikator tersebut. $\bar{x} = \frac{95 + 98 + 94}{3} = \frac{287}{3} = 95,6667$

dibulatkan menjadi 96.

Berdasarkan Bab III Tabel 3.9 maka kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal nomor 1 dengan nilai 96 dari ketiga indikator tersebut maka dapat disimpulkan bahwa kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral adalah **sangat memuaskan**.

b. Kesimpulan deskripsi kemampuan Subjek Tinggi (ST) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar nomor 1

Berdasarkan analisis data dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan indikator kemampuan pemahaman kajian objek matematika (KPOM) yang meliputi fakta, konsep, prinsip, dan operasi (*Skill*), dapat disimpulkan bahwa:

a) Fakta

Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memahami apa yang diketahui dan yang ditanyakan pada soal dan kemampuan subjek tinggi

baik memahami simbol dan notasi pada rumus integral yang merupakan kemampuan pemahaman fakta.

b) Konsep

Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep integral yang telah dipelajari, kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menyajikan konsep fungsi parabola ke bentuk grafik pada soal luas daerah bidang datar. Dan kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam mengembangkan syarat suatu grafik parabola.

c) Prinsip

Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggambar kurva parabola dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran dan memahami dalam menggunakan teorema dan sifat dalam soal luas daerah bidang datar.

d) Operasi (*Skill*)

Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan. Dan memahami dalam menentukan hasil akhir.

Analisis data dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan indikator kemampuan sistematis prosedural yang meliputi 9 langkah, dapat disimpulkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat secara sistematis dan prosedur yang benar dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral yang meliputi: Sangat baik dalam

menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan, sangat baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan dengan syarat sumbu, $x = 0$ dan $x = 3$ pada soal, sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menggunakan konsep integral $L = \int_a^b y dx$ dan $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, sangat baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = x^2 - 2x$ dengan menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat dan syarat sebuah kuva parabola, sangat baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar yaitu luas pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ luas kedua batas-batas $x = 2$ dan $x = 3$, sangat baik dalam dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x) dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$, sangat baik dalam mengerjakan proses penyelesaian dengan tepat dan operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, dan sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya.

Analisis data dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan dapat disimpulkan bahwa:

a) Memahami soal

Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan pada soal luas daerah

bidang datar dan mengidentifikasi kurva parabola dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ yang disyaratkan dalam soal luas daerah bidang datar.

b) Merencanakan penyelesaian

Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menyebutkan dan menuliskan rencana yang akan dikerjakan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar.

c) Melakukan rencana penyelesaian

Kemampuan subjek tinggi baik dalam menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar meliputi menentukan teknik menggambar parabola, menggambar kurva parabola dan batas-batas yang disyaratkan pada soal dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar daerah yang di arsir, menentukan rencana penyelesaian soal. Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar.

2. **Kemampuan Subjek Tinggi (ST) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar nomor 2**

c. **Analisis Data**

Pada bagian ini, akan dilakukan analisis data yang bertujuan untuk mengetahui kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral pada tiap bagian indikator kemampuan pemahaman kajian objek matematika (KPOM) yang meliputi fakta, konsep, prinsip, dan operasi (*Skill*). Data yang dianalisis adalah data valid yang ditunjukkan pada Bab IV. 1.b Tabel 4.7, Tabel 4.8, Tabel 4.9,

dan Tabel 4.10. Hasil analisis ini bermuara pada kesimpulan penelitian sebagai wujud dari jawaban pertanyaan penelitian. Analisis data untuk tiap bagian dijelaskan sebagai berikut:

a) Fakta

Berdasarkan data yang valid pada bagian 1.b Tabel 4.7, menunjukkan bahwa, Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$, mengetahui ciri kurva parabola dan kurva garis lurus, dan sebagai batas-batas garis $x = 0$ dan $x = 2$ yang disyaratkan pada soal luas daerah bidang datar (*ST2-langkah-02*, *ST1-004*, *ST1-005*, *ST1-006*). Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menuliskan rumus yang akan digunakan misalnya $L = \int_a^b f(x) dx$ dan $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan dua kurva (*ST2-langkah-03*, *ST1-007*). Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam mengenal dan menuliskan simbol dan notasi pada rumus integral serta dapat membedakan antara luas daerah pertama dan luas daerah kedua yaitu $L_1 = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ dan $L_2 = \int_a^b y_2 - y_1 dx$ hal ini menunjukkan bahwa subjek tinggi memahami simbol dari luas daerah pertama sama dengan integral $a = 0$ sebagai batas bawah menuju $b = 1$ sebagai batas atas dengan $y_1 - y_2$ karena kurva parabola berada di atas daerah arsiran sedangkan kurva linear berada dibawah daerah arsiran sedangkan dx sebagai keterangan integral. Luas daerah kedua sama dengan integral $a = 1$ sebagai batas bawah menuju $b = 2$ sebagai batas atas dengan $y_2 - y_1$ karena kurva linear berada di atas daerah arsiran sedangkan kuva

parabola berada di bawah daerah arsiran sedangkan dx sebagai keterangan integral (*ST2-langkah-07, ST1-025, ST1-026*).

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami soal luas daerah bidang datar dengan dua kurva yang dikaitkan dengan indikator kemampuan pemahaman fakta.

b) Konsep

Berdasarkan data yang valid pada bagian 1.b Tabel 4.8, menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$ dengan menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat untuk selanjutnya digambar kurva parabola dan garis lurus (*ST2-langkah-04, ST2-langkah-05, ST1-009, ST1-010, ST1-011, ST1-012, ST1-013, ST1-017*). Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami syarat grafik parabola $y = 4 - x^2$ dimana $a = 1 > 0$ membuka ke atas dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$ dan syarat grafik garis lurus $y = 3x$ dari bentuk umum $y = mx + c$ dengan $m = 3$ berarti arah garis ke kanan melalui titik $(0, 0)$ (*ST2-langkah-04, ST1-013, ST1-014, ST1-015, ST1-018*). Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menyatakan ulang konsep integral yaitu $L_1 = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$ dan $L_2 = \int_a^b y_2 - y_1 \, dx$ hal ini menunjukkan bahwa subjek tinggi memahami luas daerah bidang datar oleh dua kurva (*ST2-langkah-07, ST1-025, ST1-026*). Kemampuan subjek tinggi baik memahami konsep rumus jumlah luas

daerah arsiran $L = L_1 + L_2$ dimana $L_1 = \frac{13}{6}$ satuan luas dan $L_2 = \frac{17}{6}$ satuan luas (*ST2-langkah-08, ST1-061*).

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami soal luas daerah bidang datar dengan dua kurva yang dikaitkan dengan indikator kemampuan pemahaman konsep.

c) Prinsip

Berdasarkan data yang valid pada bagian 1.b Tabel 4.9, menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggambar dua kurva dan mampu memahami dalam menentukan letak dua daerah arsiran (*ST2-langkah-05, ST1-017, ST1-019, ST1-020*). Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan teorema dasar integral yaitu $L =$

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \text{ misalnya } L_1 = \int_0^1 4 - x^2 - (3x) dx =$$

$$\left[4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \right]_0^1 = 4(1) - \frac{1}{3}(1)^3 - \frac{3}{2}(1)^2 - \left[(0) - \frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 \right] \text{ (S21-langkah-}$$

08, ST1-036, ST1-037, ST1-038). Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami sifat integral bentuk pangkat misalnya

$$\int_0^2 x^2 - 2x dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_0^2 \text{ dengan menggunakan rumus}$$

$$\int ax^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C \text{ (ST2-langkah-08, ST1-033, ST1-034), dan}$$

kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan dua

kurva yang saling berpotongan dengan rumus $y_1 = y_2$ dimana $y_1 = 4 - x^2$ dan $y_2 = 3x$ (ST2-langkah-05, ST1-028, ST1-029, ST1-030, ST1-031, ST1-032).

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami soal luas daerah bidang datar dengan dua kurva yang dikaitkan dengan indikator kemampuan pemahaman prinsip.

d) Operasi (*Skill*)

Berdasarkan data yang valid pada bagian 1.b Tabel 4.10, menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan misalnya $\frac{12}{2} - \frac{3}{2} + \frac{8}{3} - \frac{1}{3} - 8 + 4$ (ST2-langkah-08, ST1-039, ST1-040, ST1-041, ST1-042, ST1-043, ST1-044, ST1-045, ST1-050, ST1-051, ST1-052, ST1-053, ST1-054, ST1-055, ST1-056, ST1-057, ST1-058, ST1-059, ST1-060). Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menentukan hasil akhir misalnya Luas total = $L_1 + L_2 = \frac{13}{6} + \frac{17}{6} = \frac{30}{6} = 5$ satuan luas (ST2-langkah-08 ST1-061).

Berdasarkan analisis data tersebut di atas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami soal luas daerah bidang datar dengan dua kurva yang dikaitkan dengan indikator kemampuan pemahaman skill.

Sesuai dengan analisis data terhadap kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM) di atas maka dapat dibuat rubrik analitik untuk

mengetahui kinerja subjek tinggi dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan dua kurva pada Tabel 4.40 sebagai berikut:

Tabel 4.40 Rubrik analitik indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM).

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Fakta (bobot 1) • Mampu memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal. • Mampu memahami dalam mengidentifikasi kurva dan syarat-syarat pada soal. • Mampu memahami dalam mengenal simbol dan notasi pada rumus.			√	√
2.	Konsep (bobot 2) • Mampu memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep yang telah dipelajari. • Mampu memahami dalam menyajikan konsep fungsi ke bentuk grafik pada soal. • Mampu memahami dalam mengembangkan syarat suatu konsep.			√	√
3.	Prinsip (bobot 1) • Mampu memahami dalam menggambar kurva dan di syatkan berupa letak daerah arsiran. • Mampu memahami dalam menggunakan teorema dan sifat dalam soal.				√
4.	Operasi (<i>Skill</i>) (bobot 2) • Mampu memahami dalam menggunakan operasi hitung dan operasi pecahan. • Mampu memahami dalam menentukan hasil akhir.			√	√

Jumlah skor	57
Skor maksimum	60
Nilai	95

Penjelasan:

Skor yang diperoleh = tingkat x bobot

Skor untuk Fakta = $(4 \times 1) + (3 \times 1) + (4 \times 1) = 11$

Skor untuk konsep = $(3 \times 2) + (4 \times 2) + (4 \times 2) = 22$

$$\text{Skor untuk prinsip} = (4 \times 1) + (4 \times 1) = 8$$

$$\text{Skor untuk skill} = (4 \times 2) + (4 \times 2) = 16$$

$$\text{Skor total} = 11 + 22 + 8 + 16 = 57$$

$$\text{Skor maksimum} = 12 + 24 + 8 + 16 = 60$$

$$\text{Nilai subjek tinggi jika dikonvensikan ke skala 0 – 100 adalah } 57/60 \times 100 = 95.$$

Berdasarkan Bab III Tabel 3.7 maka kinerja subjek tinggi dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan nilai 95 pada indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika berada pada kriteria **sangat baik**.

Pada bagian berikut, akan dilakukan analisis data yang bertujuan untuk mengetahui kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan menggunakan integral pada tiap bagian indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) yang meliputi 9 langkah. Data yang dianalisis adalah data valid yang ditunjukkan pada bab IV. 1.b Tabel 4.11. Hasil analisis ini bermuara pada kesimpulan penelitian sebagai wujud dari jawaban pertanyaan penelitian. Analisis data untuk tiap langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan dua kurva dijelaskan sebagai berikut:

Langkah ke-1 : Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan pada soal menyelesaikan luas daerah bidang datar dengan dua kurva (*ST2-langkah-01, ST1-002, ST1-003*)

Langkah ke-2 : Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$, ciri kurva parabola dan ciri kurva garis lurus dengan syarat $x = 0$ dan $x = 2$ pada soal luas daerah bidang datar (*ST2-langkah-02, ST1-004, ST1-005, ST1-006*)

Langkah ke-3 : Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menggunakan konsep integral $L = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ dan $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ serta menyelesaikan soal dengan operasi hitung (*ST2-langkah-03, ST1-007*)

Langkah ke-4 : Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ dengan menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat dan syarat sebuah kuva parabola dan grafik $y = 3x$ dengan syarat sebuah garis lurus (*ST2-langkah-04, ST1-009, ST1-010, ST1-011, ST1-012, ST1-013, ST1-014, ST1-015, ST1-018*).

Langkah ke-5 : Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menggambar dua kurva dan letak daerah arsiran (*ST2-langkah-05, ST1-017*)

Langkah ke-6 : Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar yaitu luas daerah pertama batas-batasnya $x = 0$ dan $x = 1$ dan luas daerah kedua batas-batas $x = 1$ dan $x = 2$ (*ST2-langkah-06, ST1-023*)

Langkah ke-7 : Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ dan $L_2 = \int_a^b y_2 - y_1 dx$

(ST2-langkah-07, ST1-025)

Langkah ke-8 : Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan dua kurva (ST2-langkah-08, ST1-033, ST1-046, ST1-061)

Langkah ke-9 : Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya (ST1-langkah-09, ST1-062, ST1-063)

Berdasarkan analisis data tersebut di atas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam melakukan langkah-langkah penyelesaian dengan tepat dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan dua kurva yang dikaitkan dengan indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP).

Sesuai dengan analisis data terhadap indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) di atas maka dapat dibuat rubrik analitik untuk mengetahui kinerja subjek tinggi dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan dua kurva pada Tabel 4.41 sebagai berikut:

Tabel 4.41 Rubrik analitik indikator Kemampuan sistematis prosedural (KSP)

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Mampu melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal, meliputi:				
	• Mampu menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan.(bobot 1)				√
	• Mampu mengidentifikasi kurva dan syarat-syarat dalam soal. (bobot 1)				√
	• Mampu menyebutkan konsep, sifat- sifat, prinsip-				

	prinsip yang terkait dengan soal. (bobot 1)				√
	• Mampu menentukan teknik menggambar grafik fungsi. (bobot 2)				√
	• Mampu menggambar kurva dan letak daerah arsiran. (bobot 2)				√
	• Mampu menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar. (bobot 1)			√	√
	• Mampu menuliskan rencana penyelesaian soal. (bobot 1)				√
	• Mampu mengerjakan proses penyelesaian dengan tepat dan operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal. (bobot 2)				√
	• Mampu memeriksa kembali jawabannya. (bobot 1)				√

Jumlah skor	47
Skor maksimum	48
Nilai	98

Penjelasan:

Skor yang diperoleh = tingkat x bobot

Langkah ke-1 : $(4 \times 1) = 4$ Langkah ke-6 : $(3 \times 1) = 3$

Langkah ke-2 : $(4 \times 1) = 4$ Langkah ke-7 : $(4 \times 1) = 4$

Langkah ke-3 : $(4 \times 1) = 4$ Langkah ke-8 : $(4 \times 2) = 8$

Langkah ke-4 : $(4 \times 2) = 8$ Langkah ke-9 : $(4 \times 1) = 4$

Langkah ke-5 : $(4 \times 2) = 8$

Skor total = $4 + 4 + 4 + 8 + 8 + 3 + 4 + 8 + 4 = 47$

Skor maksimum = $4 + 4 + 4 + 8 + 8 + 4 + 4 + 8 + 4 = 48$

Nilai subjek tinggi jika dikonvensikan ke skala 0 – 100 adalah $47/48 \times 100 = 97,916667$ dibulatkan menjadi 98.

Berdasarkan Bab III Tabel 3.7 maka kinerja subjek tinggi dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan nilai 98

pada indikator kemampuan sistematis prosedural berada pada kriteria **sangat baik**.

Pada bagian selanjutnya, akan dilakukan analisis data yang bertujuan untuk mengetahui kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan menggunakan integral pada tiap tahapan indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP). Data yang di analisis adalah data valid yang ditunjukkan pada bab IV. 1.b Tabel 4.12. Hasil analisis ini bermuara pada kesimpulan penelitian sebagai wujud dari jawaban pertanyaan penelitian. Analisis data untuk tiap tahapan dijelaskan sebagai berikut:

a) Memahami soal

Berdasarkan data yang valid pada bagian 1.b Tabel 4.12, menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui yaitu $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$, syarat $x = 0$ dan $x = 2$ dan yang ditanyakan luas daerah yang diarsir (*ST2-langkah-01, ST1-002, ST1-003*) dan Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengidentifikasi $y = 4 - x^2$ sebagai kurva parabola dengan menyebutkan ciri parabola yaitu variabel x berpangkat dua dan $y = 3x$ sebagai kurva garis lurus dengan menyebutkan ciri garis lurus variabel x berpangkat satu dan disyaratkan $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai batas-batas pada soal (*ST2-langkah-02, ST1-004, ST1-005, ST1-006*)

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memahami soal luas daerah

bidang datar dikaitkan dengan indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan.

b) Merencanakan penyelesaian

Berdasarkan data yang valid pada bagian 1.b Tabel 4.12, menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menggunakan konsep integral $L = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ dan teorema dasar integral $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ serta menyelesaikan soal dengan operasi hitung (ST2-langkah-03, ST1-007)

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam merencanakan penyelesaian soal luas daerah bidang datar dikaitkan dengan indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan.

c) Melakukan rencana penyelesaian

Berdasarkan data yang valid pada bagian 1.b Tabel 4.12, menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi baik dalam menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar yang dibatasi oleh dua kurva yaitu cara yang benar dalam menentukan teknik menggambar grafik parabola $y = 4 - x^2$ dengan menentukan titik potong pada kurva di sumbu koordinat dan grafik garis lurus $y = 3x$ dengan arah garis ke kanan karena $m = 3$ yang

melalui titik asal (*ST2-langkah-04, ST1-009, ST1-010, ST1-011, ST1-012, ST1-013, ST1-014, ST1-015, ST1-018*), cara yang benar dalam menggambar dua kurva dan letak daerah arsiran yang menghasilkan dua daerah arsiran (*ST2-langkah-05, ST1-017*), cara yang benar dalam menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar yaitu luas daerah pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 1$ luas daerah kedua batas-batas $x = 1$ dan $x = 2$ (*ST2-langkah-06, ST1-023*), dan cara yang benar dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$ dan $L_2 = \int_a^b y_2 - y_1 \, dx$ (*ST2-langkah-07, ST1-025*). Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan (*ST2-langkah-08, ST1-033, ST1-034, ST1-035, ST1-036, ST1-037, ST1-038, ST1-039, ST1-040, ST1-041, ST1-042, ST1-043, ST1-044, ST1-045, ST1-046, ST1-047, ST1-048, ST1-049, ST1-050, ST1-051, ST1-052, ST1-053, ST1-054, ST1-055, ST1-056, ST1-057, ST1-058, ST1-059, ST1-060, ST1-061*).

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam melakukan rencana penyelesaian soal luas daerah bidang datar dengan dua kurva yang dikaitkan dengan indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan.

d) Verifikasi

Berdasarkan data yang valid pada bagian 1.b Tabel 4.12, menunjukkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya (*ST2-langkah-09, ST1-062, ST1-063*).

Sesuai dengan analisis data terhadap indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP) di atas maka dapat dibuat rubrik analitik untuk mengetahui kinerja subjek tinggi dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar pada Tabel 4.42 sebagai berikut:

Tabel 4.42 Rubrik analitik indikator Kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP) .

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Memahami soal (bobot 1) • Mampu menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan. • Mampu mengidentifikasi jenis kurva dan disyaratkan dalam soal.				√
2.	Merencanakan penyelesaian (bobot 1) • Mampu menuliskan atau menyebutkan konsep, sifat, dan prinsip yang terkait dengan soal.				√
3.	Melakukan rencana penyelesaian (bobot 2) • Mampu menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal. • Mampu mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal.			√	√
4.	Verifikasi (bobot 1) • Mampu memeriksa kembali jawabannya.				√

Jumlah skor	30
Skor maksimum	32
Nilai	94

Penjelasan:

Skor yang diperoleh = tingkat x bobot

Skor untuk memahami soal = $(4 \times 1) + (4 \times 1) = 8$

Skor untuk merencanakan penyelesaian = $(4 \times 1) = 4$

Skor untuk melakukan rencana penyelesaian = $(3 \times 2) + (4 \times 2) = 14$

Skor untuk Verifikasi = $(4 \times 1) = 4$

$$\text{Skor total} = 8 + 4 + 14 + 4 = 30$$

$$\text{Skor maksimum} = 8 + 4 + 16 + 4 = 32$$

Nilai subjek tinggi jika dikonvensikan ke skala 0 – 100 adalah $30/32 \times 100 = 93,75$ dibulatkan menjadi 94.

Berdasarkan Bab III Tabel 3.7 maka kinerja subjek tinggi dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan nilai 94 pada indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan berada pada kriteria **sangat baik**. Berdasarkan hasil rubrik analitik pada indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika dengan nilai 95, kemampuan sistematis prosedural dengan nilai 98, dan kemampuan keterampilan proses pemecahan dengan nilai 94 di kombinasikan dengan cara menghitung rata-rata dari ketiga indikator tersebut.

$$\bar{x} = \frac{95 + 98 + 94}{3} = \frac{287}{3} = 95,66667 \text{ dibulatkan menjadi } 96.$$

Berdasarkan Bab III Tabel 3.9 maka kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal nomor 2 dengan nilai 96 dari ketiga indikator tersebut maka dapat disimpulkan bahwa kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan menggunakan integral adalah **sangat memuaskan**.

d. Kesimpulan deskripsi kemampuan Subjek Tinggi (ST) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar nomor 2

Berdasarkan analisis data dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan indikator kemampuan pemahaman kajian objek matematika (KPOM) yang meliputi fakta, konsep, prinsip, dan operasi (*Skill*), dapat disimpulkan bahwa:

a) Fakta

Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memahami apa yang diketahui dan yang ditanyakan pada soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dan memahami simbol dan notasi pada rumus integral yang merupakan kemampuan pemahaman fakta.

b) Konsep

Kemampuan subjek tinggi baik memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep integral yang telah dipelajari, kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menyajikan konsep fungsi parabola ke bentuk grafik pada soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva. Dan kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memahami dalam mengembangkan syarat suatu grafik parabola dan grafik garis lurus.

c) Prinsip

Kemampuan subjek tinggi sangat baik memahami dalam menggambar dua kurva parabola dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran dan memahami dalam menggunakan teorema dan sifat dalam soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva.

d) Operasi (*Skill*)

Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam memahami menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan. Dan memahami dalam menentukan hasil akhir.

Analisis data dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan indikator kemampuan sistematis prosedural yang

meliputi 9 langkah, dapat disimpulkan bahwa kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat secara sistematis dan prosedur yang benar dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan menggunakan integral meliputi:

Sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan pada soal menyelesaikan luas daerah bidang datar dengan dua kurva, sangat baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$, ciri kurva parabola dan ciri kurva garis lurus dengan syarat $x = 0$ dan $x = 2$ pada soal luas daerah bidang datar, sangat baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menggunakan konsep integral $L = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$ dan $\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$ serta menyelesaikan soal dengan operasi hitung, sangat baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ dengan menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat dan syarat sebuah kuva parabola dan grafik $y = 3x$ dengan syarat sebuah garis lurus, sangat baik dalam menggambar dua kurva dan letak daerah arsiran, baik dalam menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar yaitu luas daerah pertama batas-batasnya $x = 0$ dan $x = 1$ dan luas daerah kedua batas-batas $x = 1$ dan $x = 2$, sangat baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$ dan $L_2 = \int_a^b y_2 - y_1 \, dx$, sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan dua kurva, dan sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya.

Analisis data dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan dapat disimpulkan bahwa:

a) Memahami soal

Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan pada soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dan mengidentifikasi kurva parabola dan dan kurva garis lurus dengan batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ yang disyaratkan dalam soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva.

b) Merencanakan penyelesaian

Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam menyebutkan dan menuliskan rencana yang akan dikerjakan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva.

c) Melakukan rencana penyelesaian

Kemampuan subjek tinggi baik dalam menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva meliputi menentukan teknik menggambar parabola dan garis lurus, menggambar kurva parabola dan garis lurus serta batas-batas yang disyaratkan pada soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar dua kurva dengan daerah yang di arsir, menentukan rencana penyelesaian soal. Kemampuan subjek tinggi sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva.

3. Kemampuan Subjek Sedang (SS) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar nomor 1

e. Analisis Data

Pada bagian ini, akan dilakukan analisis data yang bertujuan untuk mengetahui kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral pada tiap bagian indikator kemampuan pemahaman kajian objek matematika (KPOM) yang meliputi fakta, konsep, prinsip, dan operasi (*Skill*). Data yang dianalisis adalah data valid yang ditunjukkan pada Bab IV. 2.a Tabel 4.13, Tabel 4.14, Tabel 4.15, dan Tabel 4.16. Hasil analisis ini bermuara pada kesimpulan penelitian sebagai wujud dari jawaban pertanyaan penelitian. Analisis data untuk tiap bagian dijelaskan sebagai berikut:

a) Fakta

Berdasarkan data yang valid pada bagian 2.a Tabel 4.13, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal luas daerah bidang datar (*SS1-langkah-01*, *SS1-003*, *SS1-004*), kemampuan subjek sedang baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan menyebutkan ciri parabola yaitu dimulai dengan x^2 batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal (*SS1-langkah-02*, *SS1-006*, *SS1-007*, *SS1-008*). Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami rumus yang akan digunakan (*SS1-langkah-03*, *SS1-009*). Dan kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggunakan simbol dan notasi rumus integral bentuk pangkat misalnya

$\int_2^3 x^2 - 2x dx = \frac{1}{3}x^3 - x^2 \Big|_2^3$ tidak memahami dalam menuliskan simbol dan

notasi rumus integral bentuk pangkat $\int ax^n dx = \frac{a}{n+1} x^{n+1} + C$ (SS1-
langkah-07, SS1-langkah-08, SS1-028, SS1-029)

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa subjek tinggi sangat baik memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan, baik dalam mengidentifikasi kurva parabola tetapi cukup baik dalam memahami fakta dengan menuliskan simbol dan notasi rumus integral karena subjek sedang tersebut lupa akan rumus integral dan kurang mampu menjelaskan simbol dan notasi pada rumus integral.

b) Konsep

Berdasarkan data yang valid pada bagian 2.a Tabel 4.14, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = x^2 - 2x$ dengan cara pemfaktoran hanya tidak dapat menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat (SS1-langkah-04, SS1-langkah-05, SS1-010, SS1-011, SS1-016, SS1-017). Kemampuan subjek sedang baik memahami syarat grafik parabola $y = x^2 - 2x$ membuka ke atas tetapi tidak dapat menuliskan konsep dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$, subjek sedang salah dalam menuliskan ax^2 subjek sedang hanya menuliskan ax membuka ke atas (SS1-langkah-04, SS1-013, SS1-014, SS1-015). Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menuliskan ulang konsep integral yaitu $L = -\int_a^b f(x) + \int_a^b f(x)$ dan tidak menjelaskan ulang secara verbal konsep

integral melalui wawancara tetapi mampu memahami dalam menggunakan konsep integral misalnya $L = -\int_0^2 x^2 - 2x dx + \int_2^3 x^2 - 2x dx$ (SS1-langkah-07, SS1-020, SS1-021, SS1-022, SS1-023). kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggunakan konsep rumus jumlah luas daerah arsiran tetapi tidak dapat menuliskan $L = L_1 + L_2$ (SS1-langkah-07, SS1-018, SS1-019, SS1-020).

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa subjek sedang baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola, dikaitkan dengan indikator kemampuan pemahaman konsep, dan cukup baik dalam menjelaskan ulang secara verbal konsep integral, tidak dapat menuliskan $L = L_1 + L_2$.

c) Prinsip

Berdasarkan data yang valid pada bagian 2.a Tabel 4.15, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menggambar kurva dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran (SS1-langkah-05, SS1-017). Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menuliskan teorema dasar integral yaitu $L =$

$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ tetapi mampu memahami dalam menggunakan

teorema dasar integral misalnya $L = -\int_0^2 x^2 - 2x dx + \int_2^3 x^2 - 2x dx =$

$$-\left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_2^3 =$$

$$-\left(\frac{1}{3}(2)^3 - 2^2\right) - \left(\frac{1}{3}(0)^3 - (0)^2\right) + \left(\frac{1}{3}(3)^3 - 3^2\right) - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - 2^2\right) \quad (SS1-langkah-07, SS1-$$

langkah-08, SS1-025, SS1-026, SS1-027, SS1-032, SS1-033). Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggunakan sifat integral bentuk pangkat misalnya

$$L = -\int_0^2 x^2 - 2x \, dx + \int_2^3 x^2 - 2x \, dx = -\left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_2^3$$

tetapi tidak memahami dalam menjelaskan rumus integral bentuk pangkat melalui wawancara (SS1-langkah-08, SS1-028, SS1-029).

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek sedang cukup baik dalam pemahaman prinsip dengan memahami teorema dasar integral dan integral bentuk pangkat.

d) Operasi (*Skill*)

Berdasarkan data yang valid pada bagian 2.a Tabel 4.16, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan

misalnya $-\frac{8}{3} + \frac{12}{3} + \frac{27}{3} - \frac{27}{3} - \frac{8}{3} + \frac{12}{3} = -\frac{16}{3} + \frac{24}{3} = \frac{8}{3}$ (SS1-langkah-08, SS1-

034, SS1-035, SS1-036, SS1-037, SS1-038, SS1-039, SS1-040). kemampuan

subjek sedang cukup baik memahami dalam menentukan hasil akhir

misalnya $-\frac{16}{3} + \frac{24}{3} = \frac{8}{3}$ karena tidak mengubah pecahan biasa ke pecahan

campuran misalnya $\frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ satuan luas (SS1-langkah-08, SS1-041)

Berdasarkan analisis data tersebut di atas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek sedang baik dalam pemahaman skill.

Sesuai dengan analisis data terhadap kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM) di atas maka dapat dibuat rubrik analitik untuk mengetahui kinerja subjek sedang dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar pada Tabel 4.43 sebagai berikut:

Tabel 4.43 Rubrik analitik indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM).

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Fakta (bobot 1) • Mampu memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal. • Mampu memahami dalam mengidentifikasi kurva dan syarat-syarat pada soal. • Mampu memahami dalam mengenal simbol dan notasi pada rumus.		√	√	√
2.	Konsep (bobot 2) • Mampu memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep yang telah dipelajari. • Mampu memahami dalam menyajikan konsep fungsi ke bentuk grafik pada soal. • Mampu memahami dalam mengembangkan syarat suatu konsep.		√	√	√
3.	Prinsip (bobot 1) • Mampu memahami dalam menggambar kurva dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran. • Mampu memahami dalam menggunakan teorema dan sifat dalam soal.		√		√
4.	Operasi (<i>Skill</i>) (bobot 2) • Mampu memahami dalam menggunakan operasi hitung dan operasi pecahan. • Mampu memahami dalam menentukan hasil akhir.		√		√

Jumlah skor 43

Skor maksimum 60

Nilai

72

Penjelasan:

Skor yang diperoleh = tingkat x bobot

Skor untuk Fakta = $(4 \times 1) + (3 \times 1) + (2 \times 1) = 9$

Skor untuk konsep = $(2 \times 2) + (3 \times 2) + (3 \times 2) = 16$

Skor untuk prinsip = $(4 \times 1) + (2 \times 1) = 6$

Skor untuk skill = $(4 \times 2) + (2 \times 2) = 12$

Skor total = $9 + 16 + 6 + 12 = 43$

Skor maksimum = $12 + 24 + 8 + 16 = 60$

Nilai subjek tinggi jika dikonvensikan ke skala 0 – 100 adalah $43/60 \times 100 = 71,667$ dibulatkan menjadi 72.

Berdasarkan Bab III Tabel 3.7 maka kinerja subjek sedang dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan nilai 72 pada indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika berada pada kriteria **baik**.

Pada bagian berikut, akan dilakukan analisis data yang bertujuan untuk mengetahui kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral pada tiap bagian indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) yang meliputi 9 langkah. Data yang dianalisis adalah data valid yang ditunjukkan pada bab IV. 2.a Tabel 4.17. Hasil analisis ini bermuara pada kesimpulan penelitian sebagai wujud dari jawaban pertanyaan penelitian. Analisis data untuk tiap langkah-langkah menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dijelaskan sebagai berikut:

Langkah ke-1: Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan (*SS1-langkah-01, SS1-003, SS1-004, SS1-005*)

Langkah ke-2 : Kemampuan subjek sedang baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal luas daerah bidang datar (*SS1-langkah-02, SS1-006, SS1-007, SS1-008*)

Langkah ke-3 : Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan tetapi tidak mampu menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung (*SS1-langkah-03, SS1-009*)

Langkah ke-4 : Kemampuan subjek sedang baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = x^2 - 2x$ tetapi kurang mampu menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat. Mampu menentukan syarat sebuah kuva parabola tetapi kurang mampu menuliskan syarat $a > 0$ dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$ (*SS1-langkah-04, SS1-011, SS1-012, SS1-013, SS1-014, SS1-015*)

Langkah ke-5 : Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, (*SS1-langkah-05, SS1-017*)

Langkah ke-6 : Kemampuan subjek sedang baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar yaitu luas daerah pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ luas daerah kedua batas-batas $x = 2$ dan $x = 3$, (*SS1-langkah-06, SS1-021*)

Langkah ke-7 : Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x)dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x)dx$,
(NC1-langkah-07, SS1-022)

Langkah ke-8 : Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar (SS1-langkah-08, SS1-031)

Langkah ke-9 : Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya, (SS1-langkah-09, SS1-042)

Berdasarkan analisis data tersebut di atas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek sedang baik pada indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP).

Sesuai dengan analisis data terhadap indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) di atas maka dapat dibuat rubrik analitik untuk mengetahui kinerja subjek sedang (SS) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar pada Tabel 4.44 sebagai berikut:

Tabel 3.44 Rubrik analitik indikator Kemampuan sistematis prosedural (KSP)

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Mampu melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal, meliputi: • Mampu menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan.(bobot 1) • Mampu mengidentifikasi kurva dan syarat-syarat dalam soal. (bobot 1) • Mampu menyebutkan konsep, sifat- sifat, prinsip-prinsip yang terkait dengan soal. (bobot 1)		√	√	√

	• Mampu menentukan teknik menggambar grafik fungsi. (bobot 2)			√	
	• Mampu menggambar kurva dan letak daerah arsiran. (bobot 2)				√
	• Mampu menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar. (bobot 1)			√	
	• Mampu menuliskan rencana penyelesaian soal. (bobot 1)		√		
	• Mampu mengerjakan proses penyelesaian dengan tepat dan operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal. (bobot 2)				√
	• Mampu memeriksa kembali jawabannya. (bobot 1)				√

Jumlah skor 40

Skor maksimum 48

Nilai 83

Penjelasan:

Skor yang diperoleh = tingkat x bobot

Langkah ke-1 : $(4 \times 1) = 4$ Langkah ke-6 : $(3 \times 1) = 3$

Langkah ke-2 : $(3 \times 1) = 3$ Langkah ke-7 : $(2 \times 1) = 2$

Langkah ke-3 : $(2 \times 1) = 2$ Langkah ke-8 : $(4 \times 2) = 8$

Langkah ke-4 : $(3 \times 2) = 6$ Langkah ke-9 : $(4 \times 1) = 4$

Langkah ke-5 : $(4 \times 2) = 8$

Skor total = $4 + 3 + 2 + 6 + 8 + 3 + 2 + 8 + 4 = 40$

Skor maksimum = $4 + 4 + 4 + 8 + 8 + 4 + 4 + 8 + 4 = 48$

Nilai subjek sedang jika dikonvensikan ke skala 0 – 100 adalah $40/48 \times 100 = 83,3333$ dibulatkan menjadi 83.

Berdasarkan Bab III Tabel 3.7 maka kinerja subjek tinggi dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan nilai 83 pada indikator kemampuan sitematis prosedural berada pada kriteria **sangat baik**.

Pada bagian selanjutnya, akan dilakukan analisis data yang bertujuan untuk mengetahui kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral pada tiap tahapan indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP). Data yang di analisis adalah data valid yang ditunjukkan pada bab IV. 2.a Tabel 4.18. Hasil analisis ini bermuara pada kesimpulan penelitian sebagai wujud dari jawaban pertanyaan penelitian. Analisis data untuk tiap tahapan dijelaskan sebagai berikut:

a) Memahami soal

Berdasarkan data yang valid pada bagian 2.a Tabel 4.18, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui yaitu $y = x^2 - 2x$ di batasi oleh garis $x = 0$ dan $x = 3$ dan yang di tanyakan luas daerah yang diarsir pada soal luas daerah bidang datar (*SS1-langkah-01, SS1-003, SS1-004, SS1-005*). Kemampuan subjek sedang baik mengidentifikasi $y = x^2 - 2x$ sebagai kurva parabola dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal luas daerah bidang datar (*SS1-langkah-02, SS1-006, SS1-007, SS1-008*).

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek sedang baik memahami soal luas daerah bidang datar dikaitkan dengan indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan.

b) Merencanakan penyelesaian

Berdasarkan data yang valid pada bagian 2.a Tabel 4.18, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, tetapi tidak menuliskan rumus integral yang akan digunakan (*SSI-langkah-03, SSI-009*)

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek sedang cukup baik terhadap indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan dalam merencanakan apa yang akan dikerjakan tetapi tidak dapat menyebutkan rumus yang akan digunakan.

c) Merencanakan penyelesaian

Berdasarkan data yang valid pada bagian 2.a Tabel 4.18, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang baik dalam menggunakan strategi dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar yaitu menentukan teknik menggambar grafik $y = x^2 - 2x$ tetapi tidak menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat hanya mampu memfaktorkan. Subjek sedang baik dalam menentukan syarat sebuah kuva parabola tetapi tidak menuliskan syarat $a > 0$ dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$ (*SSI-langkah-04, SSI-011, SSI-012, SSI-013, SSI-014, SSI-015*), cara yang benar dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran pertama di bawah sumbu x dan letak daerah arsiran kedua di atas sumbu x (*SSI-langkah-05, SSI-017*), cara yang benar dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar yaitu luas pertama

batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ luas kedua batas-batas $x = 2$ dan $x = 3$ (*SS1-langkah-06, SS1-020, SS1-021*), cukup baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal luas daerah bidang datar yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x) dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$ karena penulisan rumus $L = -\int_a^b f(x) + \int_a^b f(x)$ tidak tertulis dx sebagai keterangan integral (*SS1-langkah-07, SS1-022*). Dan kemampuan subjek sedang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan misalnya $\frac{1}{3}(2)^3 - 2^2 = \frac{8}{3} - 4$ (*SS1-langkah-08, SS1-034, SS1-035, SS1-036, SS1-037, SS1-038, SS1-039, SS1-040, SS1-041*)

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek sedang baik terhadap indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan dalam melakukan rencana penyelesaian soal.

d) Verifikasi

Berdasarkan data yang valid pada bagian 2.a Tabel 4.18, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang sangat baik subjek dalam memeriksa kembali jawabannya (*SS2-langkah-09, SS1-042*)

Sesuai dengan analisis data terhadap indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP) di atas maka dapat dibuat rubrik analitik untuk mengetahui kinerja subjek sedang dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar pada Tabel 4.45 sebagai berikut:

Tabel 4.45 Rubrik analitik indikator Kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP) .

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Memahami soal (bobot 1) • Mampu menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan. • Mampu mengidentifikasi jenis kurva dan disyaratkan dalam soal.			√	
2.	Merencanakan penyelesaian (bobot 1) • Mampu menuliskan atau menyebutkan konsep, sifat, dan prinsip yang terkait dengan soal.		√		
3.	Melakukan rencana penyelesaian (bobot 2) • Mampu menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal. • Mampu mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal.			√	
4.	Verifikasi (bobot 1) • Mampu memeriksa kembali jawabannya.				√

Jumlah skor 25

Skor maksimum 32

Nilai 78

Penjelasan:

Skor yang diperoleh = tingkat x bobot

Skor untuk memahami soal = $(4 \times 1) + (3 \times 1) = 7$

Skor untuk merencanakan penyelesaian = $(2 \times 1) = 2$

Skor untuk melakukan rencana penyelesaian = $(3 \times 2) + (3 \times 2) = 12$

Skor untuk Verifikasi = $(4 \times 1) = 4$

Skor total = $7 + 2 + 12 + 4 = 25$

Skor maksimum = $8 + 4 + 16 + 4 = 32$

Nilai subjek tinggi jika dikonvensikan ke skala 0 – 100 adalah $25/32 \times 100 =$

78,125 di bulatkan menjadi 78.

Berdasarkan Bab III Tabel 3.7 maka kinerja subjek sedang dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan nilai 78 pada indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan berada pada kriteria **baik**. Berdasarkan hasil rubrik analitik pada indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika dengan nilai 72, kemampuan sistematis prosedural dengan nilai 83, dan kemampuan keterampilan proses pemecahan dengan nilai 78 di kombinasikan dengan cara menghitung rata-

rata dari ketiga indikator tersebut. $\bar{x} = \frac{72 + 83 + 78}{3} = \frac{233}{3} = 77,667$ di

bulatkan menjadi 78

Berdasarkan Bab III Tabel 3.9 maka kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal nomor 1 dengan nilai 77 dari ketiga indikator tersebut maka dapat disimpulkan bahwa kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan menggunakan integral adalah **memuaskan**.

f. **Kesimpulan deskripsi kemampuan Subjek Sedang (SS) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar nomor 1**

Berdasarkan analisis data dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan indikator kemampuan pemahaman kajian objek matematika (KPOM) yang meliputi fakta, konsep, prinsip, dan operasi (*Skill*), dapat disimpulkan bahwa:

a) **Fakta**

Kemampuan subjek sedang sangat baik memahami apa yang diketahui dan yang ditanyakan pada soal tetapi cukup baik

memahami simbol dan notasi pada rumus integral yang merupakan kemampuan pemahaman fakta.

b) Konsep

Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami menyatakan ulang secara verbal konsep integral yang telah dipelajari, subjek sedang mampu memahami dalam menyajikan konsep fungsi parabola ke bentuk grafik pada soal luas daerah bidang datar. Dan kemampuan subjek sedang baik memahami dalam mengembangkan syarat suatu grafik parabola.

c) Prinsip

Kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menggambar kurva parabola dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran dan kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggunakan teorema dan sifat dalam soal luas daerah bidang datar.

d) Operasi (*Skill*)

Kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan. Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menentukan hasil akhir.

Analisis data dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan indikator kemampuan sistematis prosedural yang meliputi 9 langkah, dapat disimpulkan bahwa subjek sedang mampu melakukan langkah-langkah dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral dengan terpenuhi langkah ke-1 yaitu sangat baik

dalam menemukan apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal, langkah ke-2 yaitu baik dalam mengidentifikasi kurva dan syaratnya, langkah ke-4 yaitu baik dalam menentukan teknik menggambar grafik fungsi, langkah ke-5 yaitu sangat baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, langkah ke-6 yaitu baik dalam menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar, langkah ke-8 sangat baik dalam mengerjakan proses penyelesaian operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, dan langkah ke-9 yaitu sangat baik dalam memeriksa kembali jawabannya, tetapi tidak terpenuhi pada langkah ke-3 yaitu cukup baik dalam rencana rumus yang akan digunakan dan langkah ke-7 yaitu cukup baik dalam menuliskan rencana penyelesaian.

Analisis data dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan dapat disimpulkan bahwa:

a) Memahami soal

Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan pada soal luas daerah bidang datar dan baik dalam mengidentifikasi kurva parabola dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ yang disyaratkan dalam soal luas daerah bidang datar.

b) Merencanakan penyelesaian

kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menyebutkan dan menuliskan rencana yang akan dikerjakan dalam menyelesaikan soal

luas daerah bidang datar tetapi tidak menuliskan rumus yang akan digunakan.

c) Melakukan rencana penyelesaian

kemampuan subjek sedang baik dalam menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar meliputi menentukan teknik menggambar parabola, menggambar kurva parabola dan batas-batas yang disyaratkan pada soal dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar daerah yang di arsir, tetapi masih cukup baik dalam menentukan rencana penyelesaian soal. Kemampuan subjek sedang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar.

4. Kemampuan Subjek Sedang (SS) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar nomor 2

g. Analisis Data

Pada bagian ini, akan dilakukan analisis data yang bertujuan untuk mengetahui kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral pada tiap bagian indikator kemampuan pemahaman kajian objek matematika (KPOM) yang meliputi fakta, konsep, prinsip, dan operasi (*Skill*). Data yang dianalisis adalah data valid yang ditunjukkan pada Bab IV. 2.b Tabel 4.19, Tabel 4.20, Tabel 4.21, dan Tabel 4.22. Hasil analisis ini bermuara pada kesimpulan penelitian sebagai wujud dari jawaban pertanyaan penelitian. Analisis data untuk tiap bagian dijelaskan sebagai berikut:

a) Fakta

Berdasarkan data yang valid pada bagian 2.b Tabel 4.19, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva (*SS2-langkah-01, SS1-002, SS1-003*). Kemampuan subjek sedang baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ dan memahami batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai yang disyaratkan pada soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva (*SS2-langkah-02, SS1-004, SS1-005*). Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menuliskan rencana rumus yang akan digunakan (*SS2-langkah-03, SS1-007*). Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam mengenal dan menuliskan simbol dan notasi pada rumus integral yaitu $L = \int_a^b f(x) - \int_a^b g(x)$ dan rumus yang dituliskan tidak lengkap seharusnya ada keterangan integral yaitu dx (*SS2-langkah-07, SS1-016, SS1-017*).

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa subjek sedang terhadap kemampuan pemahaman fakta cukup baik memahami dalam mengidentifikasi dua kurva.

b) Konsep

Berdasarkan data yang valid pada bagian 2.b Tabel 4.20, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = 4 - x^2$ dengan cara pemfaktoran tetapi tidak dapat menentukan titik pada kurva di sumbu

koordinat dan baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik garis lurus $y = 3x$ (*SS2-langkah-04, SS2-langkah-05, SS1-008, SS1-009, SS1-010, SS1-011, SS1-012*). kemampuan subjek sedang cukup baik memahami syarat grafik parabola $y = 4 - x^2$ tetapi tidak dapat memahami syarat grafik parabola dalam bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$ (*SS2-langkah-04, SS1-013, SS1-014*). Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menuliskan ulang secara verbal konsep integral kurva parabola dan kurva garis lurus yaitu $L = \int_a^b f(x) - \int_a^b g(x)$ karena subjek sedang tidak menuliskan simbol dx (*SS2-langkah-07, SS1-016, SS1-017, SS1-018*).

Berdasarkan analisis data tersebut di atas maka disimpulkan bahwa subjek sedang terhadap indikator kemampuan pemahaman konsep yaitu cukup baik memahami konsep integral luas daerah dua kurva.

c) Prinsip

Berdasarkan data yang valid pada bagian 2.b Tabel 4.21, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggambar grafik parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$ dan tetapi kurang baik memahami dalam mengarsir daerah yang di batasi oleh dua kurva karena subjek sedang mengarsir pada batas sumbu x sehingga batas yang di dapatkan $x = 0$ dan $x = 2$ yang sebenarnya luas daerah pertama batasnya $x = 0$ sampai $x = 1$ dan luas daerah kedua batasnya $x = 1$ dan $x = 2$ (*SS2-langkah-05, SS1-011, SS1-012*). Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menuliskan teorema dasar integral yaitu $L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ tetapi dapat menggunakan teorema dasar integral

misalnya $L = \int_0^2 4 - x^2 = \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^2 = \left[4(2) - \frac{1}{3}(2)^3 \right] - \left[4(0) - \frac{1}{3}(0)^3 \right]$

(SS1-langkah-08, SS1-025, SS1-026), kemampuan subjek sedang baik

Subjek sedang (SS) mampu memahami dalam menggunakan sifat integral

bentuk pangkat misalnya $L = \int_0^2 4 - x^2 = \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^2$ karena tidak dapat

memahami dalam menuliskan rumus $\int ax^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$ (SS2-langkah-

08, SS1-021, SS1-022, SS1-023, SS1-024).

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa subjek sedang terhadap indikator kemampuan pemahaman prinsip cukup baik memahami dalam menuliskan teorema dasar integral dan cukup baik memahami dalam menuliskan sifat integral bentuk pangkat.

d) Operasi (*Skill*)

Berdasarkan data yang valid pada bagian 2.b Tabel 4.22, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan

misalnya $8 - \frac{8}{3} - \frac{12}{2} = \frac{24-8}{3} - 6$ (SS2-langkah-08, SS1-027, SS1-028).

Kemampuan subjek sedang kurang baik memahami dalam menjelaskan nilai

hasil akhir bahwa luas daerahnya bernilai negatif yaitu $-\frac{2}{3}$ satuan luas

(SS1-langkah-08, SS1-029, SS1-030)

Berdasarkan analisis data tersebut di atas maka disimpulkan bahwa subjek sedang terhadap indikator kemampuan pemahaman skill sangat baik tetapi hasil akhir yang diperoleh **kurang baik**.

Sesuai dengan analisis data terhadap kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM) di atas maka dapat dibuat rubrik analitik untuk mengetahui kinerja subjek sedang dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan dua kurva pada Tabel 4.46 sebagai berikut:

Tabel 4.46 Rubrik analitik indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM).

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Fakta (bobot 1) • Mampu memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal. • Mampu memahami dalam mengidentifikasi kurva dan syarat-syarat pada soal. • Mampu memahami dalam mengenal simbol dan notasi pada rumus.		√	√	√
2.	Konsep (bobot 2) • Mampu memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep yang telah dipelajari. • Mampu memahami dalam menyajikan konsep fungsi ke bentuk grafik pada soal. • Mampu memahami dalam mengembangkan syarat suatu konsep.		√	√	
3.	Prinsip (bobot 1) • Mampu memahami dalam menggambar kurva dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran. • Mampu memahami dalam menggunakan teorema dan sifat dalam soal.		√		
4.	Operasi (<i>Skill</i>) (bobot 2) • Mampu memahami dalam menggunakan operasi hitung dan operasi pecahan. • Mampu memahami dalam menentukan hasil akhir.	√			√

Jumlah skor 37

Skor maksimum 60

Nilai

62

Penjelasan:

Skor yang diperoleh = tingkat x bobot

Skor untuk Fakta = $(4 \times 1) + (3 \times 1) + (2 \times 1) = 9$

Skor untuk konsep = $(2 \times 2) + (3 \times 2) + (2 \times 2) = 14$

Skor untuk prinsip = $(2 \times 1) + (2 \times 1) = 4$

Skor untuk skill = $(4 \times 2) + (1 \times 2) = 10$

Skor total = $9 + 14 + 4 + 10 = 37$

Skor maksimum = $12 + 24 + 8 + 16 = 60$

Nilai subjek tinggi jika dikonvensikan ke skala 0 – 100 adalah $37/60 \times 100 = 61,6667$ dibulatkan 62.

Berdasarkan Bab III Tabel 3.7 maka kinerja subjek sedang dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan nilai 62 pada indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika berada pada kriteria **baik**.

Pada bagian berikut, akan dilakukan analisis data yang bertujuan untuk mengetahui kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan menggunakan integral pada tiap bagian indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) yang meliputi 9 langkah. Data yang dianalisis adalah data valid yang ditunjukkan pada bab IV. 2.b Tabel 4.23. Hasil analisis ini bermuara pada kesimpulan penelitian sebagai wujud dari jawaban pertanyaan penelitian. Analisis data untuk tiap langkah-langkah menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dijelaskan sebagai berikut:

Langkah ke-1 : Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan (*SS2-langkah-01, SS1-002, SS1-003*)

Langkah ke-2 : Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ tetapi mampu memahami batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai yang disyaratkan pada soal (*SS2-langkah-02, SS1-004, SS1-005*)

Langkah ke-3 : Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, dapat menuliskan kata “rumus” tetapi tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, (*SS2-langkah-03, SS1-007*)

Langkah ke-4 : Kemampuan subjek sedang baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ melalui pefaktoran, tetapi tidak dapat menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat. Mampu menentukan syarat sebuah kurva parabola tetapi kurang mampu menuliskan syarat $a < 0$ dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$, baik dalam menentukan teknik menggambar garis lurus, (*SS2-langkah-04, SS1-008, SS1-013, SS1-014*)

Langkah ke-5 : Kemampuan subjek sedang kurang baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran dua kurva, (*SS2-langkah-05, SS1-011, SS1-012*)

Langkah ke-6 : Kemampuan subjek sedang kurang baik dalam menentukan

batas-batas integral yaitu $x = 0$ sampai $x = 1$ dan $x = 1$ sampai $x = 2$, (SS2-langkah-06, SS1-016, SS1-017, SS1-018)

Langkah ke-7 : Kemampuan subjek sedang kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 dx$ dan $L_1 = \int_1^2 y_2 - y_1 dx$, (SS2-langkah-07, SS1-016)

Langkah ke-8 : Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal tetapi jawaban yang diperoleh adalah salah seharusnya luas daerah yang diarsir pada soal nomor 2 adalah 5 satuan luas (SS2-langkah-08, SS1-019)

Langkah ke-9 : Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya (SS2-langkah-09, SS1-031, SS1-032)

Berdasarkan analisis data tersebut di atas maka disimpulkan bahwa subjek sedang pada indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) kurang baik pada langkah ke-3 yaitu rumus yang akan digunakan, langkah ke-5 yaitu menggambar dua kurva dan letak arsiran, langkah ke-6 yaitu batas-batas integral berdasarkan gambar, langkah ke-7 yaitu rencana penyelesaian dan langkah ke-8 yaitu hasil akhir.

Sesuai dengan analisis data terhadap indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) di atas maka dapat dibuat rubrik analitik untuk mengetahui kinerja subjek sedang dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva pada Tabel 4.47 sebagai berikut:

Tabel 4.47 Rubrik analitik indikator Kemampuan sistematis prosedural (KSP)

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Mampu melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal, meliputi: • Mampu menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan.(bobot 1) • Mampu mengidentifikasi kurva dan syarat-syarat dalam soal. (bobot 1) • Mampu menyebutkan konsep, sifat- sifat, prinsip-prinsip yang terkait dengan soal. (bobot 1) • Mampu menentukan teknik menggambar grafik fungsi. (bobot 2) • Mampu menggambar kurva dan letak daerah arsiran. (bobot 2) • Mampu menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar. (bobot 1) • Mampu menuliskan rencana penyelesaian soal. (bobot 1) • Mampu mengerjakan proses penyelesaian dengan tepat dan operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal. (bobot 1) • Mampu memeriksa kembali jawabannya. (bobot 1)				√
			√		
			√		
				√	
		√			
		√			
		√			
			√		
			√		

Jumlah skor	24
Skor maksimum	48
Nilai	50

Penjelasan:

Skor yang diperoleh = tingkat x bobot

- Langkah ke-1 : $(4 \times 1) = 4$
- Langkah ke-2 : $(2 \times 1) = 2$
- Langkah ke-3 : $(2 \times 1) = 2$
- Langkah ke-4 : $(3 \times 2) = 6$
- Langkah ke-5 : $(1 \times 2) = 2$
- Langkah ke-6 : $(1 \times 1) = 1$
- Langkah ke-7 : $(1 \times 1) = 1$
- Langkah ke-8 : $(2 \times 2) = 4$
- Langkah ke-9 : $(2 \times 1) = 2$

Skor total = $4 + 2 + 2 + 6 + 2 + 1 + 1 + 4 + 2 = 24$

Skor maksimum = $4 + 4 + 4 + 8 + 8 + 4 + 4 + 8 + 4 = 48$

Nilai subjek sedang jika dikonvensikan ke skala 0 – 100 adalah $24/48 \times 100 = 50$

Berdasarkan Bab III Tabel 3.7 maka kinerja subjek sedang dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan nilai 50 pada indikator kemampuan sistematis prosedural berada pada kriteria **cukup baik**.

Pada bagian selanjutnya, akan dilakukan analisis data yang bertujuan untuk mengetahui kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral pada tiap tahapan indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP). Data yang di analisis adalah data valid yang ditunjukkan pada bab IV. 2.b Tabel 4.24. Hasil analisis ini bermuara pada kesimpulan penelitian sebagai wujud dari jawaban pertanyaan penelitian. Analisis data untuk tiap tahapan dijelaskan sebagai berikut:

a) Memahami soal

Berdasarkan data yang valid pada bagian 2.b Tabel 4.24, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui yaitu $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$ garis $x = 0$ dan $x = 2$ dan yang ditanyakan luas daerah arsiran (SS2-*langkah-01*, SS1-002, SS1-003). Kemampuan subjek sedang baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan kurva garis lurus $y = 3x$ karena subjek sedang lupa akan ciri dari kedua kurva tersebut tetapi dapat

memahami batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai yang disyaratkan pada soal (SS2-langkah-02, SS1-004, SS1-005).

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa subjek sedang terhadap indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan baik memahami ciri dari kedua kurva tersebut.

b) Merencanakan penyelesaian

Berdasarkan data yang valid pada bagian 2.b Tabel 4.24, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, dapat menuliskan kata “rumus” tetapi tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung (SS2-langkah-03, SS1-007)

Berdasarkan analisis data tersebut di atas maka disimpulkan bahwa subjek sedang terhadap indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan kurang mampu menuliskan rumus yang akan digunakan.

c) Melakukan rencana penyelesaian

Berdasarkan data yang valid pada bagian 2.b Tabel 4.24, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang kurang baik dalam menggunakan strategi dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dua kurva yaitu baik menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ melalui pempfaktoran, tetapi kurang baik dalam menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat. Baik dalam menentukan syarat sebuah kurva parabola tetapi kurang baik dalam menuliskan syarat $a < 0$ dari bentuk

umum $y = ax^2 + bx + c$, baik dalam menentukan teknik menggambar garis lurus $y = 3x$ dengan cara membuat tabel (*SS2-langkah-04*, *SS1-008*, *SS1-013*, *SS1-014*), kurang baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran dua kurva (*SS2-langkah-05*, *SS1-011*, *SS1-012*), tidak benar dalam menentukan batas-batas integral yaitu $x = 0$ dan $x = 2$ (*SS1-langkah-06*, *SS1-016*, *SS1-017*, *SS1-018*), tidak dapat menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 dx$ dan $L_1 = \int_1^2 y_2 - y_1 dx$ (*SS2-langkah-07*, *SS1-016*). Kemampuan subjek sedang kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan tetapi hasil yang diperoleh tidak benar yaitu $-2/3$ satuan luas yang seharusnya yang benar adalah 5 satuan luas (*SS2-langkah-08*)

Berdasarkan analisis data tersebut di atas maka disimpulkan bahwa subjek sedang terhadap indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan kurang baik menuliskan rencana penyelesaian soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dan kurang baik melakukan strategi dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva.

d) Verifikasi

Berdasarkan data yang valid pada bagian 2.b Tabel 4.24, menunjukkan bahwa kemampuan subjek sedang cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya (*SS2-langkah-09*, *SS1-031*, *SS1-032*)

Sesuai dengan analisis data terhadap indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP) di atas maka dapat dibuat rubrik

analitik untuk mengetahui kinerja subjek sedang dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar pada Tabel 4.48 sebagai berikut:

Tabel 4.48 Rubrik analitik indikator Kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP) .

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Memahami soal (bobot 1) • Mampu menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan. • Mampu mengidentifikasi jenis kurva dan disyaratkan dalam soal.			√	√
2.	Merencanakan penyelesaian (bobot 1) • Mampu menuliskan atau menyebutkan konsep, sifat, dan prinsip yang terkait dengan soal.		√		
3.	Melakukan rencana penyelesaian (bobot 2) • Mampu menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal. • Mampu mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal.	√	√		
4.	Verifikasi (bobot 1) • Mampu memeriksa kembali jawabannya.		√		

Jumlah skor 15

Skor maksimum 32

Nilai 47

Penjelasan:

Skor yang diperoleh = tingkat x bobot

Skor untuk memahami soal = $(4 \times 1) + (3 \times 1) = 7$

Skor untuk merencanakan penyelesaian = $(2 \times 1) = 2$

Skor untuk melakukan rencana penyelesaian = $(1 \times 2) + (1 \times 2) = 4$

Skor untuk Verifikasi = $(2 \times 1) = 2$

Skor total = $7 + 2 + 4 + 2 = 15$

Skor maksimum = $8 + 4 + 16 + 4 = 32$

Nilai subjek tinggi jika dikonvensikan ke skala 0 – 100 adalah $15/32 \times 100 = 46,875$ di bulatkan menjadi 47.

Berdasarkan Bab III Tabel 3.7 maka kinerja subjek sedang dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan nilai 47 pada indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan berada pada kriteria **cukup baik**. Berdasarkan hasil rubrik analitik pada indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika dengan nilai 62, kemampuan sistematis prosedural dengan nilai 50, dan kemampuan keterampilan proses pemecahan dengan nilai 47 di kombinasikan dengan cara menghitung rata-rata dari ketiga indikator tersebut.

$$\bar{x} = \frac{62 + 50 + 47}{3} = \frac{159}{3} = 53.$$

Berdasarkan Bab III Tabel 3.9 maka kemampuan subjek sedang dalam menyelesaikan soal nomor 2 dengan nilai 53 dari ketiga indikator tersebut maka dapat disimpulkan bahwa kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan menggunakan integral adalah **kurang memuaskan**.

h. Kesimpulan deskripsi kemampuan Subjek Sedang (SS) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar nomor 2

Berdasarkan analisis data dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan indikator kemampuan pemahaman kajian objek matematika (KPOM) yang meliputi fakta, konsep, prinsip, dan operasi (*Skill*), dapat disimpulkan bahwa:

a) Fakta

Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam memahami apa yang diketahui dan yang ditanyakan pada soal tetapi cukup baik memahami simbol dan notasi pada rumus integral dengan menggunakan dua kurva yang merupakan kemampuan pemahaman fakta.

b) Konsep

Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep integral yang telah dipelajari, subjek sedang baik memahami dalam menyajikan konsep fungsi parabola dan fungsi garis lurus ke bentuk grafik pada soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva. Dan subjek sedang cukup baik memahami dalam mengembangkan syarat suatu grafik parabola.

c) Prinsip

Kemampuan subjek sedang cukup baik memahami dalam menggambar kurva parabola dan garis lurus dan menentukan syarat berupa letak daerah arsiran serta cukup baik memahami dalam menggunakan teorema dan sifat dalam soal luas daerah bidang datar.

d) Operasi (*Skill*)

Kemampuan subjek sedang sangat baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan tetapi kurang baik dalam menentukan hasil akhir.

Analisis data dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan indikator kemampuan sistematis prosedural yang meliputi 9

langkah, dapat disimpulkan bahwa subjek sedang dalam melakukan langkah-langkah dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral yang terpenuhi langkah-1 yaitu sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan pada soal dan langkah ke-4 yaitu baik dalam menentukan teknik menggambar kurva, tetapi yang tidak terpenuhi langkah ke-2 yaitu cukup baik dalam mengidentifikasi kurva dan syaratnya, langkah ke-3 yaitu cukup baik dalam merencanakan penyelesaian, langkah ke-5 yaitu kurang baik menggambar kurva dan letak daerah arsiran, langkah ke-6 yaitu kurang baik dalam menentukan batas-batas integral, langkah ke-7 yaitu kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian, dan langkah ke-8 kurang baik dalam menentukan hasil akhir.

Analisis data dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan dapat disimpulkan bahwa:

a) Memahami soal

Kemampuan subjek sedang sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan pada soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dan subjek sedang baik dalam mengidentifikasi kurva parabola dan kurva garis lurus tetapi mampu memahami batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ yang disyaratkan dalam soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva.

b) Merencanakan penyelesaian

Kemampuan subjek sedang cukup baik dalam menyebutkan dan menuliskan rencana yang akan dikerjakan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar tetapi tidak menuliskan rumus yang akan digunakan.

c) Melakukan rencana penyelesaian

Kemampuan subjek sedang kurang baik dalam menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dan mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan serta hasil akhir.

5. Kemampuan Subjek Rendah (SR) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar nomor 1

i. Analisis Data

Pada bagian ini, akan dilakukan analisis data yang bertujuan untuk mengetahui kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral pada tiap bagian indikator kemampuan pemahaman kajian objek matematika (KPOM) yang meliputi fakta, konsep, prinsip, dan operasi (*Skill*). Data yang dianalisis adalah data valid yang ditunjukkan pada Bab IV. 3.a Tabel 4.25, Tabel 4.26, Tabel 4.27, dan Tabel 4.28. Hasil analisis ini bermuara pada kesimpulan penelitian sebagai wujud dari jawaban pertanyaan penelitian. Analisis data untuk tiap bagian dijelaskan sebagai berikut:

a) Fakta

Berdasarkan data yang valid pada bagian 3.a Tabel 4.25, menunjukkan bahwa, kemampuan subjek rendah sangat baik memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal luas daerah bidang datar (*SR1-langkah-01, SR1-003, SR1-004*). Kemampuan subjek rendah baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal (*SR1-langkah-02, SR1-005, SR1-006, SR1-007*). Subjek rendah hanya menulis kata “*rumus*” saja tetapi tidak menuliskan rumus yang akan digunakan (*SR1-langkah-03, SR1-008*). Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan simbol dan notasi rumus integral bentuk pangkat misalnya

$$\int_a^b x^2 - 2x = \int_2^3 \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 = \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \Big|_2^3 \quad \text{dengan tidak menuliskan } dx$$

sebagai ketrengan integral dan kurang memahami bahwa ketika $x^2 - 2x$ sudah diintegral dengan menggunakan rumus integral bentuk pangkat maka subjek rendah menuliskan kembali simbol integral berarti tidak memahami arti simbol dan notasi inetgral. (*SR1-langkah-07, SR1-025, SR1-026, SR1-027, SR1-028, SR1-029*).

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa kemampuan subjek rendah baik memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan, mengidentifikasi kurva parabola tetapi kurang baik memahami fakta dengan menuliskan simbol dan notasi rumus integral.

b) Konsep

Berdasarkan data yang valid pada bagian 3.a Tabel 4.26, menunjukkan bahwa, kemampuan subjek rendah baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = x^2 - 2x$ menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat (*SR1-langkah-04, SR1-langkah-05, SR1-009, SR1-010, SR1-011, SR1-012, SR1-013*). Kemampuan subjek rendah baik memahami syarat grafik parabola $y = x^2 - 2x$ membuka ke atas (*SR1-langkah-04, SR1-014, SR1-015, SR1-016, SR1-017, SR1-018, SR1-019*). Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan ulang konsep integral yaitu $y = \int_a^b y_1 - y_2 dx = \int_a^b x^2 - 2x$, kemampuan subjek rendah kurang baik memahami rumus dalam menuliskan simbol dan notasi rumus $L = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ sedangkan simbol rumus ini digunakan untuk dua kurva sedangkan soal nomor 1 rumus yang digunakan seharusnya satu kurva yaitu $L = \int_a^b y dx$ jadi subjek rendah tidak dapat membedakan kapan digunakan rumus $L = \int_a^b y dx$ dan rumus $L = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ (*SR1-langkah-07, SR1-024, SR1-025, SR1-036*). Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menggunakan konsep rumus jumlah luas daerah arsiran yaitu $L = L_1 + L_2$ hanya mampu memahami dalam menghitung luas daerah satu arsiran (*SR1-langkah-05, SR1-langkah-08, SR1-020, SR1-048, SR1-49*).

Berdasarkan analisis data tersebut di atas maka disimpulkan bahwa subjek rendah terhadap indikator kemampuan pemahaman konsep yaitu kurang baik memahami konsep integral satu kurva dan dua kurva.

c) Prinsip

Berdasarkan data yang valid pada bagian 3.a Tabel 4.27, menunjukkan bahwa kemampuan subjek rendah cukup baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran (*SR1-langkah-05, SR1-010*).

Kemampuan subjek rendah cukup baik memahami dalam memahami dalam

menggunakan teorema dasar integral misalnya $L = \int_2^3 x^2 - 2x \, dx =$

$$\left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \right]_2^3 = \left(\left(\frac{1}{3}(3)^3 - \frac{2}{2}(3)^2 \right) - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{2}{2}(2)^2 \right) \right) \quad (SR1-langkah-$$

07, *SR1-langkah-08, SR1-034, SR1-035, SR1-036, SR1-037, SR1-038*).

Kemampuan subjek rendah cukup baik dalam menggunakan sifat integral

bentuk pangkat misalnya $L = \int_2^3 x^2 - 2x \, dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_2^3$ (*SSI-langkah-*

08, *SR1-030, SR1-031, SR1-032, SR1-033*)

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa subjek rendah terhadap indikator kemampuan pemahaman prinsip adalah cukup baik memahami dalam menuliskan teorema dasar integral.

d) Operasi (*Skill*)

Berdasarkan data yang valid pada bagian 3.a Tabel 4.28, menunjukkan bahwa kemampuan subjek rendah cukup baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pecahan misalnya

$$\frac{27}{3} - \frac{8}{3} - \frac{18}{2} + \frac{8}{2} = \frac{19}{3} - \frac{26}{2} = \frac{38 - 78}{6} = \frac{40}{6}$$
 (SR1-langkah-08 SR1-039, SR1-

040, SR1-041, SR1-042, SR1-043, SR1-044, SR1-045, SR1-046, SR1-047,

SR1-048). Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam

menentukan hasil akhir yaitu $\frac{40}{6}$ yang seharusnya benar luas daerah kedua

adalah $\frac{4}{3}$ satuan luas dan kurang baik memahami dalam mengubah pecahan

biasa ke pecahan campuran (SR1-langkah-08, SR1-049)

Berdasarkan analisis data tersebut di atas maka disimpulkan bahwa subjek rendah terhadap indikator kemampuan pemahaman skill adalah cukup baik memahami operasi perhitungan dan kurang baik pada hasil akhir.

Sesuai dengan analisis data terhadap kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM) di atas maka dapat dibuat rubrik analitik untuk mengetahui kinerja subjek rendah (SR) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan sebuah kurva pada Tabel 4.49 sebagai berikut:

Tabel 4.49 Rubrik analitik indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM).

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Fakta (bobot 1) • Mampu memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal. • Mampu memahami dalam mengidentifikasi kurva dan syarat-syarat pada soal. • Mampu memahami dalam mengenal simbol dan notasi pada rumus.	√		√	√
2.	Konsep (bobot 2) • Mampu memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep yang telah dipelajari.	√			

	• Mampu memahami dalam menyajikan konsep fungsi ke bentuk grafik pada soal. • Mampu memahami dalam mengembangkan syarat suatu konsep.			√	
3.	Prinsip (bobot 1) • Mampu memahami dalam menggambar kurva dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran. • Mampu memahami dalam menggunakan teorema dan sifat dalam soal.		√		
4.	Operasi (<i>Skill</i>) (bobot 2) • Mampu memahami dalam menggunakan operasi hitung dan operasi pecahan. • Mampu memahami dalam menentukan hasil akhir.	√	√		

Jumlah skor	32
Skor maksimum	60
Nilai	53

Penjelasan:

Skor yang diperoleh = tingkat x bobot

Skor untuk Fakta = $(4 \times 1) + (3 \times 1) + (1 \times 1) = 8$

Skor untuk konsep = $(1 \times 2) + (3 \times 2) + (3 \times 2) = 14$

Skor untuk prinsip = $(2 \times 1) + (2 \times 1) = 4$

Skor untuk skill = $(2 \times 2) + (1 \times 2) = 6$

Skor total = $8 + 14 + 4 + 6 = 32$

Skor maksimum = $12 + 24 + 8 + 16 = 60$

Nilai subjek tinggi jika dikonvensikan ke skala 0 – 100 adalah $32/60 \times 100 = 53,33334$ dibulatkan 53.

Berdasarkan Bab III Tabel 3.7 maka kinerja subjek rendah dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan nilai 53 pada indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika berada pada kriteria **cukup baik**.

Pada bagian berikut, akan dilakukan analisis data yang bertujuan untuk mengetahui kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan menggunakan integral pada tiap bagian indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) yang meliputi 9 langkah. Data yang dianalisis adalah data valid yang ditunjukkan pada bab IV. 3.a Tabel 4.29. Hasil analisis ini bermuara pada kesimpulan penelitian sebagai wujud dari jawaban pertanyaan penelitian. Analisis data untuk tiap langkah-langkah menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dijelaskan sebagai berikut:

Langkah ke-1 : Kemampuan subjek rendah sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan (*SR1-langkah-01, SR1-003, SR1-004*)

Langkah ke-2 : Kemampuan subjek rendah baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = x^2 - 2x$ dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal luas daerah bidang datar (*SR1-langkah-02, SR1-005, SR1-006, SR1-007*)

Langkah ke-3 : Kemampuan subjek rendah cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, subjek sedang dapat menuliskan kata “rumus” dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, (*SR1-langkah-03, SR1-008*)

Langkah ke-4 : Kemampuan subjek rendah baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = x^2 - 2x$, (SR1-langkah-04, SR1-011, SR1-012, SR1-013, SR1-014, SR1-015, SR1-016, SR1-017, SR1-018, SR1-019)

Langkah ke-5 : Kemampuan subjek rendah cukup baik dalam menggambar kurva tetapi kurang mampu menentukan letak daerah arsiran (SR1-langkah-05, SR1-010)

Langkah ke-6 : Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menentukan batas-batas integral pada sumbu x, dimana $x = 2$ dan $x = 3$ (SR1-langkah-06, SR1-023).

Langkah ke-7 : Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x)dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x)dx$ (SR1-langkah-07, SR1-024, SR1-025)

Langkah ke-8 : Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal, (SR1-langkah-08, SR1-025)

Langkah ke-9 : Kemampuan subjek rendah cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya, seperti yang ditunjukkan pada jawaban subjek (SR1-langkah-09, SR1-050, SR1-051).

Berdasarkan analisis data tersebut di atas maka disimpulkan bahwa subjek rendah pada indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) masih kurang pada langkah ke-3, langkah ke-5, langkah ke-6, langkah ke-7 dan langkah ke-8.

Sesuai dengan analisis data terhadap indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) di atas maka dapat dibuat rubrik analitik untuk mengetahui kinerja subjek rendah dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar pada Tabel 4.50 sebagai berikut:

Tabel 4.50 Rubrik analitik indikator Kemampuan sistematis prosedural (KSP)

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Mampu melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal, meliputi: • Mampu menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan.(bobot 1) • Mampu mengidentifikasi kurva dan syarat-syarat dalam soal. (bobot 1) • Mampu menyebutkan konsep, sifat- sifat, prinsip-prinsip yang terkait dengan soal. (bobot 1) • Mampu menentukan teknik menggambar grafik fungsi. (bobot 2) • Mampu menggambar kurva dan letak daerah arsiran. (bobot 2) • Mampu menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar. (bobot 1) • Mampu menuliskan rencana penyelesaian soal. (bobot 1) • Mampu mengerjakan proses penyelesaian dengan tepat dan operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal. (bobot 2) • Mampu memeriksa kembali jawabannya. (bobot 1)				

Jumlah skor	25
Skor maksimum	48
Nilai	52

Penjelasan:

Skor yang diperoleh = tingkat x bobot

$$\text{Langkah ke-1 : } (4 \times 1) = 4$$

$$\text{Langkah ke-6 : } (1 \times 1) = 1$$

$$\text{Langkah ke-2 : } (3 \times 1) = 3$$

$$\text{Langkah ke-7 : } (1 \times 1) = 1$$

$$\text{Langkah ke-3 : } (2 \times 1) = 2$$

$$\text{Langkah ke-8 : } (1 \times 2) = 2$$

$$\text{Langkah ke-4 : } (3 \times 2) = 6$$

$$\text{Langkah ke-9 : } (2 \times 1) = 2$$

$$\text{Langkah ke-5 : } (2 \times 2) = 4$$

$$\text{Skor total} = 4 + 3 + 2 + 6 + 4 + 1 + 1 + 2 + 2 = 25$$

$$\text{Skor maksimum} = 4 + 4 + 4 + 8 + 8 + 4 + 4 + 8 + 4 = 48$$

Nilai subjek sedang jika dikonvensikan ke skala 0 – 100 adalah $25/48 \times 100 = 52,08333$ di bulatkan 52

Berdasarkan Bab III Tabel 3.7 maka kinerja subjek sedang dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan nilai 52 pada indikator kemampuan sistematis prosedural berada pada kriteria **cukup baik**.

Pada bagian selanjutnya, akan dilakukan analisis data yang bertujuan untuk mengetahui kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral pada tiap tahapan indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP). Data yang di analisis adalah data valid yang ditunjukkan pada bab IV. 3.a Tabel 4.30. Hasil analisis ini bermuara pada kesimpulan penelitian sebagai wujud dari jawaban pertanyaan penelitian. Analisis data untuk tiap tahapan dijelaskan sebagai berikut:

a) Memahami soal

Berdasarkan data yang valid pada bagian 3.a Tabel 4.30, menunjukkan bahwa kemampuan subjek rendah sangat baik dalam menemukan dengan

tepat apa yang diketahui yaitu $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$ dan yang di tanyakan adalah luas daerah arsiran (*SR1-langkah-01, SR1-003, SR1-004*). Kemampuan subjek rendah baik dalam mengidentifikasi $y = x^2 - 2x$ sebagai kurva parabola dan batas-batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai yang disyaratkan pada soal luas daerah bidang datar (*SR1-langkah-02, SR1-005, SR1-006, SR1-007*)

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa subjek rendah terhadap indikator memahami soal apa yang diketahui dan ditanyakan dan subjek rendah baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola.

b) Merencanakan penyelesaian

Berdasarkan data yang valid pada bagian 3.a Tabel 4.30, menunjukkan bahwa kemampuan subjek rendah cukup baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan (*SR1-langkah-03, SR1-008*)

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa subjek rendah terhadap indikator merencanakan penyelesaian kurang mampu memahami rumus apa yang akan digunakan.

c) Melakukan rencana penyelesaian

Berdasarkan data yang valid pada bagian 3.a Tabel 4.30, menunjukkan bahwa kemampuan subjek rendah kurang baik

menggunakan strategi dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar yaitu menentukan teknik menggambar grafik dengan menentukan titik potong kurva di sumbu koordinat (*SR1-langkah-04, SR1-011, SR1-012, SR1-013, SR1-014, SR1-015, SR1-016, SR1-017, SR1-018, SR1-019*), menggambar kurva dan letak daerah arsiran karena subjek rendah hanya mengarsir satu daerah saja (*SR1-langkah-05, SR1-010*), menentukan batas-batas integral pada sumbu x berdasarkan gambar, dimana $x = 2$ dan $x = 3$ karena subjek rendah hanya melihat kurva yang diarsir satu daerah saja (*SR1-langkah-06, SR1-022, SR1-023*), menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = -\int_0^2 f(x) dx$ dan $L_2 = \int_2^3 f(x) dx$ karena hanya satu daerah saja yang diarsir (*SR1-langkah-07, SR1-024, SR1-025*). Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan bentuk pangkat dan bentuk pecahan karena terdapat perbedaan hasil perhitungan pada saat tes diagnostik dan wawancara (*SR1-langkah-08, SR1-039, SR1-040, SR1-041, SR1-042, SR1-043, SR1-044, SR1-045, SR1-046, SR1-047, SR1-048*)

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa subjek rendah terhadap indikator melakukan rencana penyelesaian adalah kurang baik dalam menggunakan cara strategi dan operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar.

d) Verifikasi

Berdasarkan data yang valid pada bagian 3.a Tabel 4.30, menunjukkan bahwa kemampuan subjek rendah cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya (*SR1-langkah-09, SR1-050, SR1-051*)

Sesuai dengan analisis data terhadap indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP) di atas maka dapat dibuat rubrik analitik untuk mengetahui kinerja subjek rendah dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar pada Tabel 4.51 sebagai berikut:

Tabel 4.51 Rubrik analitik indikator Kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP) .

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Memahami soal (bobot 1) • Mampu menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan. • Mampu mengidentifikasi jenis kurva dan disyaratkan dalam soal.			√	
2.	Merencanakan penyelesaian (bobot 1) • Mampu menuliskan atau menyebutkan konsep, sifat, dan prinsip yang terkait dengan soal.		√		
3.	Melakukan rencana penyelesaian (bobot 2) • Mampu menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal. • Mampu mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal.	√			
4.	Verifikasi (bobot 1) • Mampu memeriksa kembali jawabannya.		√		

Jumlah skor	15
Skor maksimum	32
Nilai	47

Penjelasan:

Skor yang diperoleh = tingkat x bobot

$$\text{Skor untuk memahami soal} = (4 \times 1) + (3 \times 1) = 7$$

$$\text{Skor untuk merencanakan penyelesaian} = (2 \times 1) = 2$$

$$\text{Skor untuk melakukan rencana penyelesaian} = (1 \times 2) + (1 \times 2) = 4$$

$$\text{Skor untuk Verifikasi} = (2 \times 1) = 2$$

$$\text{Skor total} = 7 + 2 + 4 + 2 = 15$$

$$\text{Skor maksimum} = 8 + 4 + 16 + 4 = 32$$

Nilai subjek tinggi jika dikonvensikan ke skala 0 – 100 adalah $15/32 \times 100 = 46,875$ di bulatkan menjadi 47.

Berdasarkan Bab III Tabel 3.7 maka kinerja subjek sedang dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan nilai 47 pada indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan berada pada kriteria **cukup baik**. Berdasarkan hasil rubrik analitik pada indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika dengan nilai 53, kemampuan sistematis prosedural dengan nilai 52, dan kemampuan keterampilan proses pemecahan dengan nilai 47 di kombinasikan dengan cara menghitung rata-rata dari ketiga indikator tersebut.

$$\bar{x} = \frac{53 + 52 + 47}{3} = \frac{152}{3} = 50,6667 \text{ di bulatkan menjadi } 51$$

Berdasarkan Bab III Tabel 3.9 maka kemampuan subjek rendah dalam menyelesaikan soal nomor 1 dengan nilai 51 dari ketiga indikator tersebut maka dapat disimpulkan bahwa kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan menggunakan integral adalah **kurang memuaskan**.

j. Kesimpulan deskripsi kemampuan Subjek Rendah (SR) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar nomor 1

Berdasarkan analisis data dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan indikator kemampuan pemahaman kajian objek matematika (KPOM) yang meliputi fakta, konsep, prinsip, dan operasi (*Skill*), dapat disimpulkan bahwa:

a) Fakta

Kemampuan subjek rendah sangat baik memahami apa yang diketahui dan yang ditanyakan pada soal tetapi kurang baik memahami simbol dan notasi pada rumus integral merupakan kemampuan pemahaman fakta.

b) Konsep

Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep integral yang telah dipelajari, tetapi baik memahami dalam menyajikan konsep fungsi parabola pada soal luas daerah bidang datar. Dan baik memahami dalam mengembangkan syarat suatu grafik parabola.

c) Prinsip

Kemampuan subjek rendah cukup baik memahami dalam menggambar kurva parabola dan syarat berupa letak daerah arsiran dan memahami dalam menggunakan teorema dan sifat dalam soal luas daerah bidang datar.

d) Operasi (*Skill*)

Kemampuan subjek rendah cukup baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan tetapi kurang baik dalam menentukan hasil akhir.

Analisis data dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan indikator kemampuan sistematis prosedural yang meliputi 9 langkah, dapat disimpulkan bahwa subjek rendah mampu melakukan langkah-langkah dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral dengan terpenuhi langkah ke-1 yaitu sangat baik dalam menemukan apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal, langkah ke-2 yaitu baik dalam mengidentifikasi kurva dan syaratnya, dan langkah ke-4 yaitu baik dalam menentukan teknik menggambar grafik fungsi tetapi tidak terpenuhi pada langkah ke-3 yaitu cukup baik dalam menyebutkan rencana penyelesaian, langkah ke-5 yaitu cukup baik dalam menggambar kurva dan letak daerah arsiran, langkah ke-6 yaitu kurang baik dalam menentukan batas-batas integral, langkah ke-7 yaitu kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian, langkah ke-8 yaitu kurang baik dalam mengerjakan operasi hitung dan hasil akhir, dan langkah ke-9 cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya.

Analisis data dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan dapat disimpulkan bahwa:

a) Memahami soal

Kemampuan subjek rendah sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan pada soal luas daerah bidang datar dan baik dalam mengidentifikasi kurva parabola dan batas-batas $x = 0$ dan $x = 2$ yang disyaratkan dalam soal luas daerah bidang datar.

b) Merencanakan penyelesaian

Kemampuan subjek rendah cukup baik dalam menyebutkan dan menuliskan rencana yang akan dikerjakan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan.

c) Melakukan rencana penyelesaian

Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar serta mengerjakan operasi perhitungan.

6. Kemampuan Subjek Rendah (SR) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar nomor 2

k. Analisis Data

Pada bagian ini, akan dilakukan analisis data yang bertujuan untuk mengetahui kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral pada tiap bagian indikator kemampuan pemahaman kajian objek matematika (KPOM) yang meliputi fakta, konsep, prinsip, dan operasi (*Skill*). Data yang dianalisis adalah data valid yang ditunjukkan pada Bab IV. 3.b Tabel 4.31, Tabel 4.32, Tabel

4.33, dan Tabel 4.34. Hasil analisis ini bermuara pada kesimpulan penelitian sebagai wujud dari jawaban pertanyaan penelitian. Analisis data untuk tiap bagian dijelaskan sebagai berikut:

a) Fakta

Berdasarkan data yang valid pada bagian 3.b Tabel 4.31, menunjukkan bahwa kemampuan subjek rendah sangat baik memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal luas daerah bidang datar yang dibatasi oleh dua kurva (*SR2-langkah-01, SR1-002, SR1-003*). Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$ karena mampu menyebutkan ciri kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan tidak menyebutkan ciri kurva garis lurus $y = 3x$ (*SR2-langkah-02, SR1-004, SR1-005, SR1-006*). Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan rumus yang akan digunakan (*SR2-langkah-03, SR1-007*). Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan simbol dan notasi rumus integral misalnya $\int_a^b y_1 - y_2 dx$ (*SR2-langkah-07 SR1-017, SR1-018, SR1-019, SR1-020*)

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa subjek rendah terhadap indikator pemahaman fakta yaitu sangat baik memahami dalam menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan, kurang baik dalam mengidentifikasi kurva garis lurus dan memahami dalam menuliskan simbol dan notasi rumus integral.

b) Konsep

Berdasarkan data yang valid pada bagian 3.b Tabel 4.32, menunjukkan bahwa kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menyajikan konsep ke bentuk grafik parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$ (SR2-langkah-04, SR2-langkah-05, SR1-009). Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami syarat grafik parabola $y = 4 - x^2$ membuka ke bawah (SR2-langkah-04, SR1-011, SR1-012, SR1-013). Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan ulang konsep integral yaitu $L = \int_a^b y_1 - y_2 dx$ yang tidak sesuai dengan gambar. (SR2-langkah-05, SR2-langkah-07, SR1-015, SR1-016, SR1-017). Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan konsep rumus jumlah luas daerah arsiran $L = L_1 + L_2$ dengan dibatasi oleh dua kurva yaitu $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$, $x = 0$ dan $x = 2$ (SR2-langkah-08, SR1-021).

Berdasarkan analisis data tersebut di atas maka disimpulkan bahwa subjek rendah terhadap indikator kemampuan pemahaman konsep yaitu kurang baik memahami konsep integral oleh dua kurva.

c) Prinsip

Berdasarkan data yang valid pada bagian 3.b Tabel 4.33, menunjukkan bahwa kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menggambar kurva baik kurva parabola maupun kurva garis lurus dan letak daerah arsiran antara dua kurva (SR2-langkah-05, SR1-009).

Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menuliskan teorema dasar integral yaitu

$$L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a) \text{ misalnya } L_2 = \int_0^2 -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x =$$

$$= \left(-\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{3}{2}(2)^2 + 4(2) \right) - \left(-\frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 + 4(0) \right) \quad (SR2\text{-langkah-08}, SR1\text{-029},$$

$$SR1\text{-030}, SR1\text{-031})$$

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa subjek rendah terhadap indikator kemampuan pemahaman prinsip yaitu kurang baik memahami dalam menuliskan teorema dasar integral.

d) Operasi (*Skill*)

Berdasarkan data yang valid pada bagian 3.b Tabel 4.34, menunjukkan bahwa kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan misalnya

$$-\frac{8}{3} - \frac{12}{2} + 8 = \frac{16-36}{6} + 8 \quad (SR2\text{-langkah-08}, SR1\text{-036}).$$

Kemampuan subjek rendah kurang baik memahami dalam menentukan hasil akhir yaitu mengubah pecahan biasa ke pecahan campuran misalnya $-\frac{214}{12}$ dan hasil akhir yang diperoleh subjek rendah adalah salah (*SR2-langkah-08, SR1-021*)

Berdasarkan analisis data tersebut di atas maka disimpulkan bahwa subjek rendah terhadap indikator kemampuan pemahaman operasi (*Skill*) adalah kurang baik memahami operasi perhitungan dan hasil akhir.

Sesuai dengan analisis data terhadap kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM) di atas maka dapat dibuat rubrik analitik untuk mengetahui kinerja subjek rendah dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan dua kurva pada Tabel 4.52 sebagai berikut:

Tabel 4.52 Rubrik analitik indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM).

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Fakta (bobot 1) • Mampu memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal. • Mampu memahami dalam mengidentifikasi kurva dan syarat-syarat pada soal. • Mampu memahami dalam mengenal simbol dan notasi pada rumus.	√			√
2.	Konsep (bobot 2) • Mampu memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep yang telah dipelajari. • Mampu memahami dalam menyajikan konsep fungsi ke bentuk grafik pada soal. • Mampu memahami dalam mengembangkan syarat suatu konsep.	√			
3.	Prinsip (bobot 1) • Mampu memahami dalam menggambar kurva dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran. • Mampu memahami dalam menggunakan teorema dan sifat dalam soal.	√			
4.	Operasi (<i>Skill</i>) (bobot 2) • Mampu memahami dalam menggunakan operasi hitung dan operasi pecahan. • Mampu memahami dalam menentukan hasil akhir.	√			

Jumlah skor	18
Skor maksimum	60
Nilai	30

Penjelasan:

Skor yang diperoleh = tingkat x bobot

$$\text{Skor untuk Fakta} = (4 \times 1) + (1 \times 1) + (1 \times 1) = 6$$

$$\text{Skor untuk konsep} = (1 \times 2) + (1 \times 2) + (1 \times 2) = 6$$

$$\text{Skor untuk prinsip} = (1 \times 1) + (1 \times 1) = 2$$

$$\text{Skor untuk skill} = (1 \times 2) + (1 \times 2) = 4$$

$$\text{Skor total} = 6 + 6 + 2 + 4 = 18$$

$$\text{Skor maksimum} = 12 + 24 + 8 + 16 = 60$$

$$\text{Nilai subjek tinggi jika dikonvensikan ke skala } 0 - 100 \text{ adalah } 18/60 \times 100 = 30$$

Berdasarkan Bab III tabel 3.7 maka kinerja subjek rendah dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan nilai 30 pada indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika berada pada kriteria **kurang baik**.

Pada bagian berikut, akan dilakukan analisis data yang bertujuan untuk mengetahui kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan menggunakan integral pada tiap bagian indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) yang meliputi 9 langkah. Data yang dianalisis adalah data valid yang ditunjukkan pada bab IV. 3.b Tabel 4.35. Hasil analisis ini bermuara pada kesimpulan penelitian sebagai wujud dari jawaban pertanyaan penelitian. Analisis data untuk tiap langkah-langkah menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dijelaskan sebagai berikut:

Langkah ke-1 : Kemampuan subjek rendah sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan, (*SR2-langkah-01, SR1-002, SR1-003*)

Langkah ke-2 : Kemampuan subjek rendah baik memahami dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$, (SR2-langkah-02, SR1-004, SR1-005, SR1-006)

Langkah ke-3 : Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menyebutkan rencana yang akan dikerjakan yaitu menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, subjek sedang dapat menuliskan kata “rumus” dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, (SR2-langkah-03, SR1-007)

Langkah ke-4 : Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$, (SR2-langkah-04, SR1-008, SR1-009)

Langkah ke-5 : Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menggambar dua kurva dan letak daerah arsiran, (SR2-langkah-05, SR1-009)

Langkah ke-6 : Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar yaitu luas daerah pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 1$ luas daerah kedua batas-batas $x = 1$ dan $x = 2$, (SR2-langkah-06, SR1-012)

Langkah ke-7 : Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 dx$ dan $L_2 = \int_1^2 y_2 - y_1 dx$ (SR1-langkah-07, SR1-017, SR1-018, SR1-019, SR1-020, SR1-021)

Langkah ke-8 : Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal (SR2-langkah-08, SR1-021)

Langkah ke-9 : Kemampuan subjek rendah cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya, (SR2-langkah-09, SR1-041, SR1-042)

Berdasarkan analisis data tersebut di atas maka disimpulkan bahwa subjek rendah pada indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) adalah kurang baik pada langkah ke-2, langkah ke-3, langkah ke-4, langkah ke-5, langkah ke-6, langkah ke-7, dan langkah ke-8.

Sesuai dengan analisis data terhadap indikator kemampuan sistematis prosedural (KSP) di atas maka dapat dibuat rubrik analitik untuk mengetahui kinerja subjek rendah dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar pada Tabel 4.53 sebagai berikut:

Tabel 4.53 Rubrik analitik indikator Kemampuan sistematis prosedural (KSP)

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Mampu melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal, meliputi: • Mampu menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan. • Mampu mengidentifikasi kurva dan syarat-syarat dalam soal. • Mampu menyebutkan konsep, sifat- sifat, prinsip-prinsip yang terkait dengan soal. • Mampu menentukan teknik menggambar grafik fungsi. • Mampu menggambar kurva dan letak daerah arsiran. • Mampu menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar.		√		√

	• Mampu menuliskan rencana penyelesaian soal.	√			
	• Mampu mengerjakan proses penyelesaian dengan tepat dan operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal.	√			
	• Mampu memeriksa kembali jawabannya.		√		

Jumlah skor 17

Skor maksimum 48

Nilai 35

Penjelasan:

Skor yang diperoleh = tingkat x bobot

Langkah ke-1 : $(4 \times 1) = 4$ Langkah ke-6 : $(1 \times 1) = 1$

Langkah ke-2 : $(2 \times 1) = 2$ Langkah ke-7 : $(1 \times 1) = 1$

Langkah ke-3 : $(1 \times 1) = 1$ Langkah ke-8 : $(1 \times 2) = 2$

Langkah ke-4 : $(1 \times 2) = 2$ Langkah ke-9 : $(2 \times 1) = 2$

Langkah ke-5 : $(1 \times 2) = 2$

Skor total = $4 + 2 + 1 + 2 + 2 + 1 + 1 + 2 + 2 = 17$

Skor maksimum = $4 + 4 + 4 + 8 + 8 + 4 + 4 + 8 + 4 = 48$

Nilai subjek sedang jika dikonvensikan ke skala 0 – 100 adalah $17/48 \times 100 = 35,416667$ di bulatkan 35

Berdasarkan Bab III Tabel 3.7 maka kinerja subjek rendah dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan nilai 35 pada indikator kemampuan sitematis prosedural berada pada kriteria **kurang baik**.

Pada bagian selanjutnya, akan dilakukan analisis data yang bertujuan

untuk mengetahui kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral pada tiap tahapan indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP). Data yang di analisis adalah data valid yang ditunjukkan pada bab IV. 3.b Tabel 4.36. Hasil analisis ini bermuara pada kesimpulan penelitian sebagai wujud dari jawaban pertanyaan penelitian. Analisis data untuk tiap tahapan dijelaskan sebagai berikut:

a) Memahami soal

Berdasarkan data yang valid pada bagian 3.b Tabel 4.36, menunjukkan bahwa kemampuan subjek rendah baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui yaitu $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$ dan yang ditanyakan luas daerah arsiran (*SR2-langkah-01, SR1-002, SR1-003*). Kemampuan subjek rendah cukup baik dalam mengidentifikasi kurva parabola $y = 4 - x^2$ dan garis lurus $y = 3x$ karena kurva garis lurus $y = 3x$ salah dalam menyebutkan cirinya (*SR2-langkah-02, SR1-004, SR1-005, SS1-006*)

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa subjek rendah terhadap indikator memahami soal yaitu baik memahami apa yang diketahui dan ditanyakan dan subjek rendah cukup baik dalam mengidentifikasi kurva parabola dan kurva garis lurus.

b) Merencanakan penyelesaian

Berdasarkan data yang valid pada bagian 3.b Tabel 4.36, menunjukkan bahwa kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menyebutkan

rencana yang akan dikerjakan dalam menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas integral, menyelesaikan soal dengan operasi hitung, dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan (*SR1-langkah-03, SR1-007*)

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa subjek rendah terhadap indikator merencanakan penyelesaian adalah kurang baik dalam menyebutkan rencana rumus apa yang akan digunakan.

c) Melakukan rencana penyelesaian

Berdasarkan data yang valid pada bagian 3.b Tabel 4.36, menunjukkan bahwa kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menggunakan strategi dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dalam menentukan teknik menggambar grafik $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$ karena kurva parabola $y = 4 - x^2$ salah dalam memfaktorkan dengan menulis $x(4 - x) = 0$ begitupun garis lurus $y = 3x$ salah dalam menuliskan $3x = 0$ hasilnya $x = -3$ (*SR2-langkah-04, SR1-008, SR1-009*), kurang baik dalam menggambar dua kurva dan letak daerah arsiran (*SR2-langkah-05, SR1-009*), kurang baik dalam menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar yang sebenarnya luas daerah pertama batas-batas $x = 0$ dan $x = 1$ luas daerah kedua batas-batas $x = 1$ dan $x = 2$ (*SR2-langkah-06, SR1-012*), kurang baik dalam menuliskan rencana penyelesaian soal yaitu $L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 dx$ dan $L_2 = \int_1^2 y_2 - y_1 dx$ (*SR2-langkah-07, SR1-017, SR1-018, SR1-019, SR1-020*,

SR1-021). Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal misalnya

salah pada $-\frac{8}{3}-\frac{12}{2}=\frac{24-36}{6}$ (SR2-langkah-08, SR1-021)

Berdasarkan analisis data tersebut diatas maka disimpulkan bahwa subjek rendah terhadap indikator melakukan rencana penyelesaian adalah kurang baik dalam menggunakan cara strategi dan operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva.

d) Verifikasi

Berdasarkan data yang valid pada bagian 3.b Tabel 4.36, menunjukkan bahwa kemampuan subjek rendah cukup baik dalam memeriksa kembali jawabannya (SR1-langkah-09, SR1-050, SR1-051)

Sesuai dengan analisis data terhadap indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP) di atas maka dapat dibuat rubrik analitik untuk mengetahui kinerja subjek rendah dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar pada Tabel 4.54 sebagai berikut:

Tabel 4.54 Rubrik analitik indikator Kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP) .

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Memahami soal (bobot 1) • Mampu menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan. • Mampu mengidentifikasi jenis kurva dan disyaratkan dalam soal.		√		
2.	Merencanakan penyelesaian (bobot 1) • Mampu menuliskan atau menyebutkan konsep, sifat, dan prinsip yang terkait dengan soal.	√			
3.	Melakukan rencana penyelesaian (bobot 2)				

	• Mampu menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal. • Mampu mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal.	√			
4.	Verifikasi (bobot 1) • Mampu memeriksa kembali jawabannya.		√		

Jumlah skor	12
Skor maksimum	32
Nilai	38

Penjelasan:

Skor yang diperoleh = tingkat x bobot

Skor untuk memahami soal = $(3 \times 1) + (2 \times 1) = 5$

Skor untuk merencanakan penyelesaian = $(1 \times 1) = 1$

Skor untuk melakukan rencana penyelesaian = $(1 \times 2) + (1 \times 2) = 4$

Skor untuk Verifikasi = $(2 \times 1) = 2$

Skor total = $5 + 1 + 4 + 2 = 12$

Skor maksimum = $8 + 4 + 16 + 4 = 32$

Nilai subjek tinggi jika dikonvensikan ke skala 0 – 100 adalah $12/32 \times 100 = 37,5$ di bulatkan menjadi 38

Berdasarkan Bab III Tabel 3.7 maka kinerja subjek sedang dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan nilai 38 pada indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan berada pada kriteria **kurang baik**. Berdasarkan hasil rubrik analitik pada indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika dengan nilai 30, kemampuan sistematis prosedural dengan nilai 35, dan kemampuan keterampilan proses pemecahan dengan nilai 38 di kombinasikan dengan

cara menghitung rata-rata dari ketiga indikator tersebut.

$$\bar{x} = \frac{30 + 35 + 38}{3} = \frac{103}{3} = 34,33333 \text{ di bulatkan menjadi } 34$$

Berdasarkan Bab III Tabel 3.9 maka kemampuan subjek rendah dalam menyelesaikan soal nomor 2 dengan nilai 36 dari ketiga indikator tersebut maka dapat disimpulkan bahwa kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dengan menggunakan integral adalah **tidak memuaskan**.

I. Kesimpulan deskripsi kemampuan Subjek Rendah (SR) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar nomor 2

Berdasarkan analisis data dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan indikator kemampuan pemahaman kajian objek matematika (KPOM) yang meliputi fakta, konsep, prinsip, dan operasi (*Skill*), dapat disimpulkan bahwa:

a) Fakta

Kemampuan subjek rendah sangat baik memahami apa yang diketahui dan yang ditanyakan pada soal tetapi kurang baik memahami simbol dan notasi pada rumus integral dengan dua kurva yang merupakan kemampuan pemahaman fakta.

b) Konsep

Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam memahami menyatakan ulang secara verbal konsep integral yang telah dipelajari, memahami dalam menyajikan konsep fungsi parabola pada soal

luas daerah bidang datar, dan kurang baik memahami dalam mengembangkan syarat suatu grafik parabola.

c) Prinsip

Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam memahami dalam menggambar kurva parabola dan kurva garis lurus beserta letak daerah arsiran, serta kurang baik memahami dalam menggunakan teorema dan sifat dalam soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva.

d) Operasi (*Skill*)

Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan dan hasil akhir tidak benar.

Analisis data dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan indikator kemampuan sistematis prosedural yang meliputi 9 langkah, dapat disimpulkan bahwa subjek rendah tidak mampu melakukan langkah-langkah dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva.

Analisis data dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan indikator kemampuan keterampilan proses pemecahan dapat disimpulkan bahwa:

a) Memahami soal

Kemampuan subjek rendah baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan pada soal luas daerah bidang datar dan cukup baik dalam mengidentifikasi kurva parabola dan kurva garis lurus.

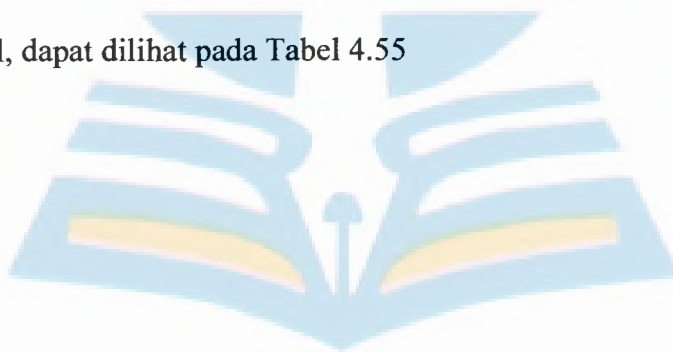
b) Merencanakan penyelesaian

Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menyebutkan dan menuliskan rencana yang akan dikerjakan dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dan tidak menuliskan rumus yang akan digunakan.

c) Melakukan rencana penyelesaian

Kemampuan subjek rendah kurang baik dalam menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar oleh dua kurva dan mengerjakan operasi perhitungan serta hasil akhir.

Berdasarkan analisis data dan pembahasan di atas, maka dapat di tarik kesimpulan bahwa deskripsi kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral, dapat dilihat pada Tabel 4.55



Tabel 4.55 Deskripsi kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral.

Peserta Didik	Nomor soal	Indikator	Penilaian kinerja	Kemampuan pada kombinasi indikator KPOM, KSP, dan KTPP
Kemampuan Tinggi	1	KPOM	Sangat baik	Sangat memuaskan
		KSP	Sangat baik	
		KTPP	Sangat baik	
	2	KPOM	Sangat baik	Sangat memuaskan
		KSP	Sangat baik	
		KTPP	Sangat baik	
Kemampuan Sedang	1	KPOM	Baik	Memuaskan
		KSP	Sangat baik	
		KTPP	Baik	
	2	KPOM	Baik	Kurang memuaskan
		KSP	Cukup baik	
		KTPP	Cukup baik	
Kemampuan Rendah	1	KPOM	Cukup baik	Kurang memuaskan
		KSP	Cukup baik	
		KTPP	Cukup baik	
	2	KPOM	Kurang baik	Tidak memuaskan
		KSP	Kurang baik	
		KTPP	Kurang baik	

BAB V

SIMPULAN DAN SARAN

A. Simpulan

Berdasarkan hasil analisis pada Bab IV, maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Peserta didik berkemampuan tinggi dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar

a. Kemampuan pemahaman objek kajian matematika

Peserta didik berkemampuan tinggi sangat baik memahami apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan pada soal luas daerah bidang datar yang dibatasi oleh satu kurva maupun dua kurva. Peserta didik berkemampuan tinggi sangat baik memahami simbol dan notasi pada rumus integral. Peserta didik berkemampuan tinggi baik memahami konsep integral dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar yang dibatasi oleh satu kurva maupun dua kurva. Peserta didik berkemampuan tinggi sangat baik memahami dalam menggambar kurva dan letak arsiran serta menggunakan teorema dasar integral pada soal luas daerah bidang datar yang dibatasi oleh satu kurva maupun dua kurva. Peserta didik berkemampuan tinggi sangat baik dalam menggunakan operasi perhitungan dan menentukan hasil akhir.

b. Kemampuan sistematis prosedural

Peserta didik berkemampuan tinggi sangat baik dalam melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal luas daerah

bidang datar yang dibatasi oleh satu kurva maupun dua kurva dengan menggunakan integral.

c. Kemampuan keterampilan proses pemecahan

Peserta didik berkemampuan tinggi sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan serta sangat baik mengidentifikasi jenis satu kurva maupun dua kurva dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral. Peserta didik berkemampuan tinggi sangat baik dalam menyebutkan konsep, sifat, dan prinsip yang terkait dengan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral. Peserta didik berkemampuan tinggi sangat baik dalam menggunakan strategi yang benar dan menggunakan operasi hitung dalam mengerjakan dengan tepat soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral.

Berdasarkan hasil rubrik holistik dapat disimpulkan bahwa peserta didik berkemampuan tinggi dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral berada pada kriteria **sangat memuaskan**.

2. Peserta didik berkemampuan sedang dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar

a. Kemampuan pemahaman objek kajian matematika

Peserta didik berkemampuan sedang sangat baik memahami apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan pada soal luas daerah bidang datar yang dibatasi oleh satu kurva maupun dua kurva. Cukup baik memahami dalam mengenal dan menuliskan simbol dan notasi pada rumus integral.

Peserta didik berkemampuan sedang baik memahami konsep integral

dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar yang batasi oleh satu kurva maupun dua kurva. Peserta didik berkemampuan sedang cukup baik memahami dalam menggambar kurva dan letak arsiran dua kurva. Peserta didik berkemampuan sedang cukup baik memahami dalam menggunakan teorema dasar integral tetapi mampu memahami dalam menggunakan teorema dasar integral dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar yang batasi oleh satu kurva maupun dua kurva. Peserta didik berkemampuan sedang baik memahami dalam menggunakan operasi perhitungan dan hasil akhir pada luas daerah bidang datar yang di batasi oleh sebuah kurva tetapi kurang baik dalam menentukan hasil akhir luas daerah bidang datar yang dibatasi oleh dua kurva.

b. Kemampuan sistematis prosedural

Peserta didik berkemampuan sedang baik dalam menemukan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan dan baik dalam menentukan teknik menggambar kurva tetapi kurang baik pada rencana rumus yang akan digunakan, menggambar dan letak arsiran dua kurva, batas-batas integral pada dua kurva, dan menuliskan rencana penyelesaian.

c. Kemampuan keterampilan proses pemecahan

Peserta didik berkemampuan sedang sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan tetapi kurang baik dalam mengidentifikasi jenis dua kurva dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral. Peserta didik berkemampuan sedang cukup baik dalam menyebutkan konsep, sifat, dan prinsip yang terkait dengan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral. Peserta didik berkemampuan sedang baik dalam

menggunakan strategi yang benar dan menggunakan operasi perhitungan luas daerah yang dibatasi oleh sebuah kurva tetapi kurang baik dalam menggunakan strategi yang benar dan menggunakan operasi perhitungan luas daerah yang dibatasi oleh dua kurva.

Berdasarkan hasil rubrik holistik dapat disimpulkan bahwa peserta didik berkemampuan sedang dalam menyelesaikan soal luas daerah yang dibatasi oleh sebuah kurva berada pada kriteria **memuaskan** dan soal luas daerah yang dibatasi oleh dua kurva berada pada kriteria **kurang memuaskan**.

3. Peserta didik berkemampuan rendah dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar

a. Kemampuan pemahaman objek kajian matematika

Peserta didik berkemampuan rendah sangat baik memahami apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan pada soal luas daerah bidang datar yang dibatasi oleh satu kurva maupun dua kurva tetapi kurang baik memahami dan menggunakan simbol dan notasi pada rumus integral. Peserta didik berkemampuan rendah kurang baik memahami konsep integral baik penulisan maupun penggunaannya. Peserta didik berkemampuan rendah cukup baik memahami dalam menggambar kurva dan letak arsiran luas daerah yang dibatasi oleh satu kurva dan kurang baik dalam menggambar kurva dan letak arsiran luas daerah yang dibatasi oleh dua kurva. pun luas daerah yang dibatasi oleh dua kurva. kurang baik memahami teorema dasar integral baik penulisan maupun penggunaannya. Peserta didik berkemampuan rendah cukup baik memahami dalam

menggunakan operasi perhitungan terutama pada operasi bentuk pecahan tetapi kurang baik dalam menentukan hasil akhir luas daerah bidang datar yang dibatasi oleh sebuah kurva dan di batasi oleh dua kurva.

b. Kemampuan sistematis prosedural

Peserta didik berkemampuan rendah melakukan langkah-langkah dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar baik yang dibatasi oleh satu kurva maupun yang batasi oleh dua kurva yang dapat dipenuhi yaitu sangat baik dalam menemukan apa yang diketahui dan ditanyakan pada soal dan baik dalam menentukan teknik menggambar kurva dan menggambar satu kurva tetapi kurang baik dalam menyebutkan rumus yang akan digunakan, teknik menggambar dua kurva, menggambar dan letak arsiran dua kurva, batas-batas integral, menuliskan rencana penyelesaian, dan operasi perhitungan.

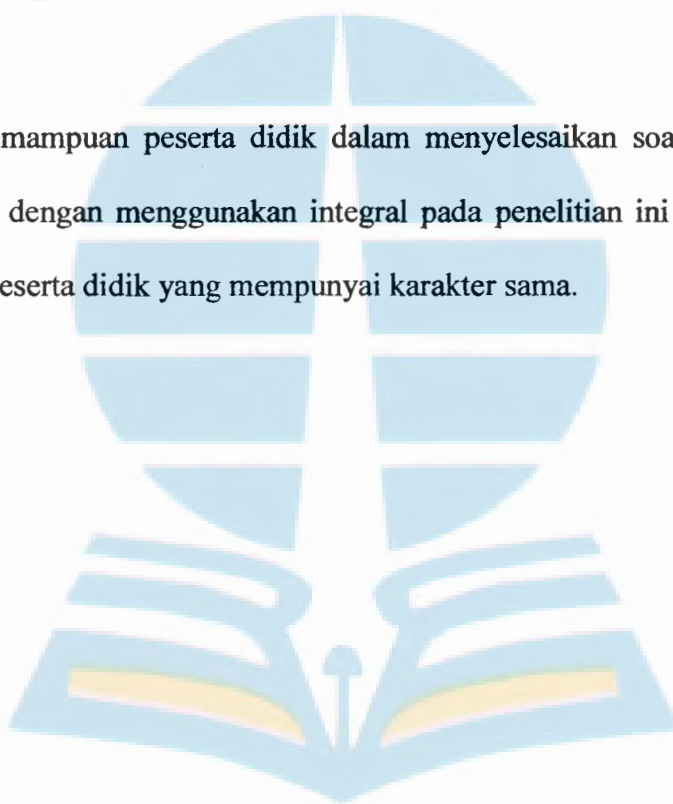
c. Kemampuan keterampilan proses pemecahan

Peserta didik berkemampuan rendah sangat baik dalam menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan tetapi kurang baik dalam mengidentifikasi jenis dua kurva dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral. Peserta didik berkemampuan rendah kurang baik dalam menyebutkan konsep, sifat, dan prinsip yang terkait dengan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral yang dibatasi sebuah kurva dan di batasi oleh dua kurva. Peserta didik berkemampuan rendah kurang baik dalam menggunakan strategi yang benar dan menggunakan operasi perhitungan

serta hasil akhir dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar yang dibatasi oleh satu kurva maupun yang dibatasi oleh dua kurva.

Berdasarkan hasil rubrik holistik dapat disimpulkan bahwa peserta didik berkemampuan rendah dalam menyelesaikan soal luas daerah yang dibatasi oleh sebuah kurva berada pada kriteria **kurang memuaskan** dan soal luas daerah yang dibatasi oleh dua kurva berada pada kriteria **tidak memuaskan**.

4. Deskripsi kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral pada penelitian ini akan berlaku pada setiap peserta didik yang mempunyai karakter sama.



B. Saran

Mengacu kepada deskripsi pembahasan hasil penelitian dan kesimpulan di atas maka berikut akan dikemukakan beberapa saran antara lain:

1. Bagi guru, terkhusus guru matematika diharapkan mampu memberikan model pembelajaran kepada peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral.
2. Guru mengarahkan peserta didik agar mudah dalam memahami fakta, konsep, prinsip, dan operasi (*Skill*) dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral.
3. Agar peserta didik mudah menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral, pertama kali guru memberikan pembelajaran dalam mengenal, mengidentifikasi, dan cara membuat grafik fungsi agar peserta didik mampu menggambar kurva, mampu menentukan letak daerah arsiran, dan mampu menentukan rencana penyelesaian.
4. Perlu dilakukan pembiasaan atau pembelajaran yang mengarahkan peserta didik untuk tidak cenderung menghafal soal tentang luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral. Hal ini dapat dilakukan dengan melatih peserta didik dalam melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dan keterampilan proses pemecahan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral.
5. Guru hendaknya melakukan wawancara setelah memberikan tes untuk mengetahui sejauh mana pembelajaran tentang luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral yang dilakukan telah berhasil.

6. Penelitian ini hanya terfokus pada upaya mendeskripsikan kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral, sehingga disarankan kepada para peneliti selanjutnya untuk melakukan penelitian lebih lanjut guna memperluas hasil-hasil penelitian ini.



DAFTAR PUSTAKA

- Abidin, Z. (2011). Pengertian Pemahaman. Diambil 14 Februari 2013, dari situs World Wide Web <http://www.masbied.com/2011/09/02/definisi-pemahaman-menurut-para-ahli/>.
- Agung Hudi, K. (2012) . Kajian teori tentang kemampuan, Diambil 25 Agustus 2013, dari situs World Wide Web <http://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=3&ved=0C DYQFjAC&url=http%3A%2F%2Fprints.uny.ac.id%2F8549%2F3%2FBAB%25202-06504241020.pdf&ei=4CBVUtGRLsOqrAeb3YDIAQ&usg=AFQjCNGl1xVEEyKZ s7ln D-ZcxmNxtESHg&bvm=bv.53760139,d.bmk>.
- Akib, I. (2001). “Analisis Kesulitan Mahasiswa dalam Memahami Konsep-Konsep dalam Struktur Aljabar”. *Jurnal Pendidikan Matematika dan Matematika*. Makassar: Jurusan Matematika FMIPA UNM. IV(1), 12-14
- Alimuddin. (2012). *Proses Berpikir Kreatif Mahasiswa Calon Guru Kreatif dalam Pemecahan Masalah Matematika Berdasarkan Gender*. Disertasi Tidak diterbitkan Surabaya: PPs. Universitas Negeri Surabaya
- Arikunto, S. (2010). *Dasar-Dasar Evaluasi Pendidikan*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Badriyah. (2011). Pengertian pemahaman siswa. Diambil 23 Februari 2013, dari situs World Wide Web <http://id.shvoong.com/social-sciences/education/2137417-pengertian-pemahaman-siswa/> .
- Badudu. (1996). *Kamus Umum Bahasa Indonesia*. Jakarta: Pustaka Sinar Harapan.
- Bahar. (2013). Investigasi karakteristik kesalahan siswa SMK dalam pemecahan soal cerita program linear ditinjau dari kemampuan awal. *Tesis*. Tidak diterbitkan. Makassar: PPs UNM.
- Depdiknas. (2006). *Kurikulum 2004 Standar Kompetensi Mata Pelajaran Matematika Sekolah Menengah Atas (SMA) dan Madrasah Aliyah (MA)*. Jakarta: Depdiknas.
- Diambil 23 Agustus 2013, dari situs World Wide Web http://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=9&ved=0CEoQFjAI&url=http%3A%2F%2Fstaff.uny.ac.id%2Fsites%2Fdefault%2Ffiles%2Fpendidikan%2FIkhlasil%2520Ardi%2520Nugroho%2C%2520M.Pd.%2FTAKSO NOMI%2520KOGNITIF_Pengembangan%2520Pendidikan%2520IPA.pdf&ei=C MNUUsz- HYWnrAe4i4HQDA&usg=AFQjCNGqwkXBuUmV_GVOoih161QxySBURw&bvm=bv.53760139,d.bmk

Departemen Pendidikan Vermont. (2007). *Vermont Elementary and Middle Level Mathematic Problem Solving Assessment Guide*. Diambil 25 Agustus 2013, dari situs World Wide Web http://education.vermont.gov/new/pdfdoc/pgmcurriculum/mathematics/resources/elementary_middle_guide.pdf

Effendi, A. L. (2012). Pembelajaran matematika dengan metode penemuan terbimbing untuk meningkatkan kemampuan representasi dan pemecahan masalah matematika siswa SMP. *Jurnal Penelitian Pendidikan*. UPI, V13(2), 2.

Gowin. (1986). *keterampilan proses*. Diambil 26 Agustus 2013, dari situs World Wide Web

http://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0C CYQFjAA&url=http%3A%2F%2Ffile.upi.edu%2FDirektori%2FDUAL-MODES%2FPENDIDIKAN_IPS_DI_SD%2FBBM_6.pdf&ei=J2hVUuzvGsHXrQfb_ICgBw&usg=AFQjCNEaxjiRfJc6wAKG2XbtKH4IW6tTXQ

Hasan, H. (1998). *Pendidikan Sosial*. Departemen Pendidikan dan Kebudayaan. Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi. Bandung. Diambil 26 Agustus 2013, dari situs World Wide Web

<http://id.shvoong.com/social-sciences/education/2137417-pengertian-pemahaman-siswa/>

http://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0C CYQFjAA&url=http%3A%2F%2Ffile.upi.edu%2FDirektori%2FDUAL-MODES%2FPENDIDIKAN_IPS_DI_SD%2FBBM_6.pdf&ei=J2hVUuzvGsHXrQfb_ICgBw&usg=AFQjCNEaxjiRfJc6wAKG2XbtKH4IW6tTXQ

<http://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&ved=0CC 8QFjAB&url=http%3A%2F%2Ffile.upi.edu%2FDirektori%2FFPMIPA%2FJUR. PEND. MATEMATIKA%2F195401211979031->

ENDANG_MULYANA%2FDISERTASI%2FBAB_II_Tahap_2.pdf&ei=201FUurHFstprQfw3YCABA&usg=AFQjCNFypleX8lxGvlj9gQWUKJYJINZErg&bvm=bv.53217764,d.bmk

http://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=3&ved=0C DYQFjAC&url=http%3A%2F%2Fprints.uny.ac.id%2F8549%2F3%2FBAB%25202-06504241020.pdf&ei=4CBVUtGRLsOqrAeb3YDIAQ&usg=AFQjCNGl1xVEEyKZ_s7InD-ZcxmNxtESHg&bvm=bv.53760139,d.bmk

Ian . (2010). Pengertian Kemampuan, Diambil 23 Agustus 2013, dari situs World Wide Web <http://ian43.wordpress.com/2010/12/23/pengertian-kemampuan/>

Kilpatrik. (2001). Kajian Teorits Pemahaman Matematika. Diambil 22 Agustus 2013, dari situs World Wide Web

<http://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&ved=0CC 8QFjAB&url=http%3A%2F%2Ffile.upi.edu%2FDirektori%2FFPMIPA%2FJUR. PEND. MATEMATIKA%2F195401211979031->

[ENDANG MULYANA%2FDISERTASI%2FBAB II Tahap 2.pdf&ei=201FUUrHF5TprQfw3YCABA&usg=AFQjCNFypIeX8lxGvIj9gQWUkJYJINZErg&bvm=bv.53217764,d.bmk](http://www3ycaba.com/ENDANG_MULYANA%2FDISERTASI%2FBAB%20II%20Tahap%202.pdf&ei=201FUUrHF5TprQfw3YCABA&usg=AFQjCNFypIeX8lxGvIj9gQWUkJYJINZErg&bvm=bv.53217764,d.bmk)

Malida. (2010). Menilai penyelesaian soal cerita dengan kriteria penilaian (rubrik). Diambil 23 Agustus 2013, dari situs World Wide Web <http://makmunhidayat.wordpress.com/2010/10/19/menilai-penyelesaian-soal-cerita-dengan-kriteria-penilaian-rubrik/>

NCTM. (1989). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston, VA : NCTM. Diambil 23 Agustus 2013, dari situs World Wide Web <http://roi-han-inspiration.blogspot.com/2012/03/indikator-kemampuan-kognitif.html>

Nugroho, A. I. (2011) . Taksonomi Kognitif. Diambil 23 Agustus 2013, dari situs World Wide Web http://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=9&ved=0CEoQFjAI&url=http%3A%2F%2Fstaff.uny.ac.id%2Fsites%2Fdefault%2Ffiles%2Fpendidikan%2FIkhlusul%2520Ardi%2520Nugroho%2C%2520M.Pd.%2FTAksomonomi%2520KOGNITIF_Pengembangan%2520Pendidikan%2520IPA.pdf&ei=CMNUUsz-HYWnrAe4i4HQDA&usg=AFQjCNGqwkXBuUmV_GVOoih161QxySBURw&bvm=bv.53760139,d.bmk

Polya, G. (1973). *How to Solve It*. Second Edition. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.

Purcell. (1999). *Kalkulus dan Geometri Analitis Jilid I Edisi Kelima*. Jakarta: Erlangga.

Purcell, E. J. & Varberg, D. (1987). *Kalkulus dan Geometri Analitis*. (Diterjemahkan oleh I Nyoman, Bana Kartasmita, dan Rawuh). Jilid 1. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Rahman, A. (2002). Pembentukan, Pemahaman, dan Pengajaran Konsep Matematika. *Jurnal Ilmiah Pendidikan MIPA*. Makassar: FMIPA UNM Makassar. IV(1), 75-77

Russefendi. (2006). *Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA*. Bandung: Tarsito.

Sa'dijah, C. (2009). Asesmen kinerja dalam pembelajaran matematika. *Jurnal Pendidikan Inovatif*, IV(2), 92-95

Santrock, J., W. (2007). *Psikologi Pendidikan*. Jakarta: Kencana.

Semiawan, C. (1992). *Pendekatan Keterampilan Proses: Bagaimana Mengaktifkan Siswa dalam Belajar*. Jakarta: Gramedia.

- Skemp, R. (1987). *The Psychology of Learning Mathematics*. Expanded American Edition. New Jersey: Lawrence Elbaum Associates. Publishers.
- Skemp, R. (2005). Relational Understanding and Instrumental Understanding. Diambil dari 17 April 2013 situs World Wide Web <http://www.blog.republicofmath.com/archives/654>.
- Soedjadi, R. (2000). *Kiat Pendidikan Matematika di Indonesia, Konstataasi Keadaan Masa Kini Menuju Harapan Masa Depan*. Jakarta: Direktorat Jenderal Pendidikan Tinggi Departemen Pendidikan Nasional.
- Solaikah, A. N. dan Suroto. (2013). Identifikasi kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal aritmetika sosial ditinjau dari perbedaan kemampuan matematika. *Jurnal Pendidikan Matematika STKIP PGRI Sidoarjo*, V(1), 98-99.
- Sudjana. (1996). *Metoda Statistika*. Bandung: Tarsito.
- Sugiyono. (2006). *Metode Penelitian Kuantitatif Kualitatif Dan R & D*. Bandung: Alfabeta.
- Suja'I. (2008). *Inovasi Pembelajaran Bahasa Arab*, Semarang: Walisongo Press.
- Syamri, L. O. (2010). Pengertian Konsep. Diambil 17 Februari 2013, dari situs World Wide Web <http://id.shvoong.com/writing-and-speaking/2035426-pengertian-konsep/>.
- Takdirmin. (2010). Analisis Pemahaman Mahasiswa Siswa SMP Terhadap Konsep dan Prinsip dalam Matematika. *Tesis*. Tidak diterbitkan. Makassar: PPs UNM.
- Tiro, A., Darwis, M. dan Djadir. (1994). Penelitian Studi Eksplorasi Penguasaan Konsep Pecahan di Sekolah Dasar. *Laporan Hasil*. Ujung Pandang: Lembaga Penelitian Institut Keguruan dan Ilmu Pengetahuan.
- Ukhtari, A. (2013). Lembar observasi kegiatan guru dalam metode pembelajaran suku kata. Diambil 23 Agustus 2013, dari situs World Wide Web <http://azwarkazimeikashi.blogspot.com/2013/01/contoh-rubrik-penilaian.html>
- Upu, H. (2004). *Problem posing dan Problem Solving dalam Pembelajaran Matematika*. Bandung: Pustaka Ramadan.
- Winkel, W. S. (2004). *Psikologi Pengajaran*. Yogyakarta: Media Abadi.
- Zainuddin. (2012). Teori-teori Belajar dan Implikasinya dalam Pembelajaran. Diambil 23 Agustus 2013, dari situs World Wide Web http://putripertiwikahar.blogspot.com/2012/11/teori-teori-belajar-dan-implikasinya_18.html



Lampiran A

KISI-KISI PENULISAN TES DIAGNOSTIK

Jenis Sekolah : SMA Negeri 3 Palopo
 Mata Pelajaran : Matematika
 Kelas : XII IPA F

Alokasi Waktu : 90 Menit
 Jumlah Soal : 2 Butir
 Pembuat : Alimuddin

NO. URT	KOMPETENSI DASAR	MATERI	INDIKATOR SOAL	INDIKATOR KEMAMPUAN YANG DIUKUR	BENTUK TES	NO. SOAL
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	1.3 Menggunakan integral untuk menghitung luas daerah di bawah kurva dan volume benda berputar.	Luas daerah bidang datar.	- Menghitung luas suatu daerah yang dibatasi oleh sebuah kurva dan sumbu x. - Menghitung luas daerah yang dibatasi oleh dua kurva.	- Kemampuan pemahaman objek kajian matematika. - Kemampuan sistematis prosedural. - Kemampuan keterampilan pemecahan proses	Uraian	1,2

TES DIAGNOSTIK (TD)

Mata Pelajaran : Matematika
Kelas/Semester : XII IPA F /Ganjil
Waktu : 90 Menit

Petunjuk:

1. Tulislah identitas Anda (Nama, NISN, Kelas, No. Urut Absen, Tanda Tangan) pada kolom yang disediakan!
2. Bacalah baik-baik setiap soal berikut, kemudian selesaikan dengan cara menuliskan apa yang diketahui, apa ditanyakan, dilanjutkan dengan langkah-langkah penyelesaiannya!
3. Kerjakan terlebih Dahulu soal yang Anda anggap mudah!
4. Usahakanlah untuk mengerjakan semua soal yang diberikan!

Larangan.

Dilarang melihat buku, mencontek, dan membantu teman.

1. Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2 - 2x$, sumbu x , garis $x = 0$ dan $x = 3$.

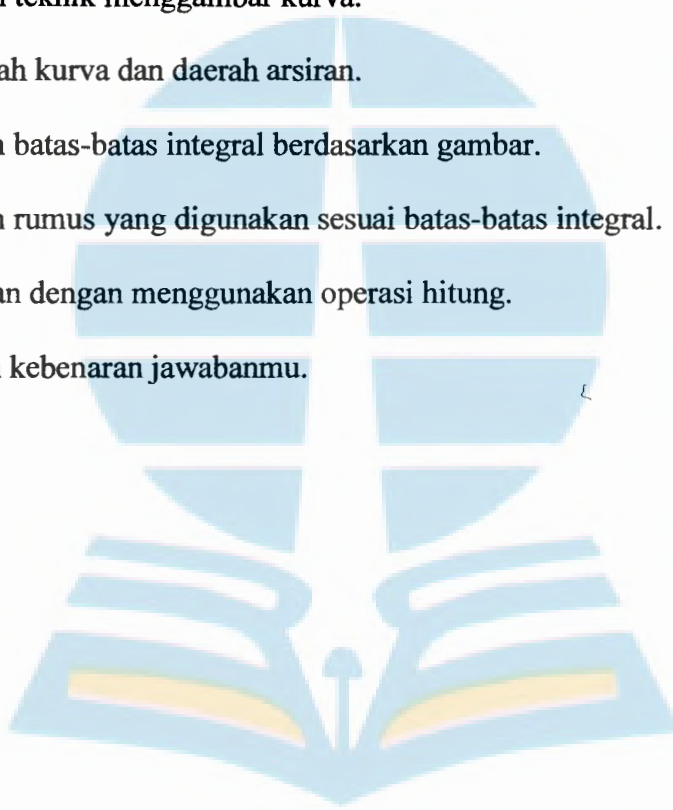
Selesaikanlah soal di atas dengan mengikuti langkah-langkah dibawah ini:

- a) Tuliskan yang **diketahui** dan yang ditanyakan.
- b) Identifikasikan apa yang diketahui.
- c) Tuliskan rencana penyelesaian yang Anda kerjakan.
- d) Tentukan teknik menggambar kurva.
- e) Gambarlah kurva dan daerah arsiran.
- f) Tentukan batas-batas integral berdasarkan gambar.
- g) Tentukan rumus yang digunakan sesuai batas-batas integral.
- h) Selesaikan dengan menggunakan operasi hitung.
- i) Buktikan kebenaran jawabanmu.

2. Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$, garis $x = 0$ dan $x = 2$.

Selesaikanlah soal di atas dengan mengikuti langkah-langkah dibawah ini:

- a) Tuliskan yang diketahui dan yang ditanyakan.
- b) Identifikasikan apa yang diketahui.
- c) Tuliskan rencana penyelesaian yang Anda kerjakan.
- d) Tentukan teknik menggambar kurva.
- e) Gambarlah kurva dan daerah arsiran.
- f) Tentukan batas-batas integral berdasarkan gambar.
- g) Tentukan rumus yang digunakan sesuai batas-batas integral.
- h) Selesaikan dengan menggunakan operasi hitung.
- i) Buktikan kebenaran jawabanmu.



ALTERNATIF PENILAIAN PENYELESAIAN SOAL
TES DIAGNOSTIK (TD)

Jawaban nomor 1

Langkah 1 : Menuliskan yang diketahui dan ditanyakan.

Diketahui $y = x^2 - 2x$ dan batasi oleh sumbu x , garis $x = 0$ dan $x = 3$.

Dan yang ditanyakan luas daerah arsiran.

Langkah 2 : Mengidentifikasi kurva dan disyaratkan pada soal.

$y = x^2 - 2x$ adalah kurva parabola dan batas sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ adalah yang disyaratkan.

Langkah 3 : Menyebutkan rencana yang akan diselesaikan.

Menentukan teknik menggambar kurva (cara membuat kurva), menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas berdasarkan gambar, menentukan rumus yang akan digunakan sesuai

batas-batas integral yaitu $L = \int_a^b y dx$ dan $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$,

menyelesaikan dengan operasi hitung.

Langkah 4 : Menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat.

Teknik (cara membuat) menggambar parabola yaitu :

(i) Titik potong sumbu x , $y = 0$

$$y = x^2 - 2x$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0 \quad [\text{difaktorkan}]$$

$$x = 0 \text{ atau } x = 2$$

Jadi titik potong sumbu x pada kurva adalah $(0, 0)$ dan $(2, 0)$

(ii) Titik potong sumbu y , $x = 0$

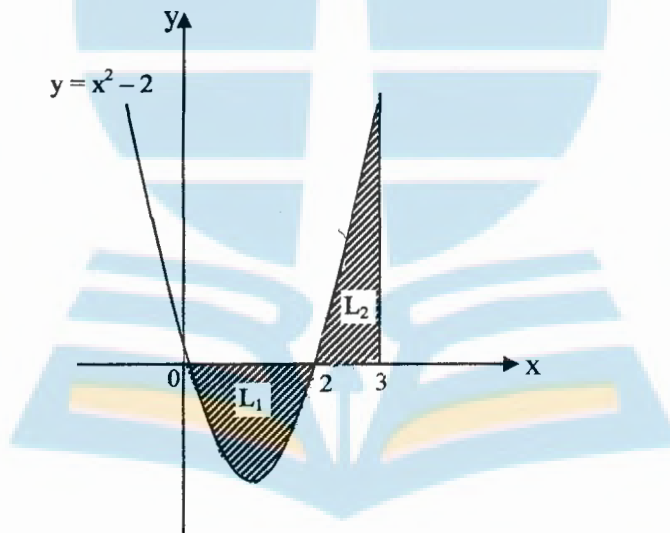
$$y = x^2 - 2x$$

$$y = (0)^2 - 2(0) = 0 - 0 = 0$$

Jadi titik potong sumbu y pada kurva adalah $(0, 0)$

(iii) Karena $a = 1 > 0$ maka kurva membuka keatas.

Langkah 5 : Menggambar kurva dan letak arsiran.



Langkah 6 : Menentukan batas-batas integral pada sumbu x .

Batas integral yang benar adalah luas daerah pertama dari $x = 0$ sampai $x = 2$ yang arsirannya berada di bawah sumbu- x dan luas daerah kedua dari $x = 2$ sampai $x = 3$ yang arsirannya berada di atas sumbu- x , (**bukan** batas integral dari $x = 0$ sampai $x = 3$).

Langkah 7 : Menuliskan rencana penyelesaian

Rumus yang digunakan adalah luas antara kurva dan sumbu- x .

Berdasarkan gambar pada langkah ke-5, maka $L_1 = -\int_0^2 f(x) dx$ dan

$$L_2 = \int_2^3 f(x) dx.$$

Langkah 8 : Proses Penyelesaian.

Melakukan rencana penyelesaian dan menggunakan teorema dasar

integral $L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ dan rumus integral bentuk

pangkat $\int ax^n dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$ kemudian menggunakan

kemampuan dasar pada operasi hitung bentuk pangkat dan pecahan.

$$\begin{aligned} L_1 &= -\int_0^2 f(x) dx = -\int_0^2 x^2 - 2x dx \\ &= -\left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \right) \Big|_0^2 = -\left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right) \Big|_0^2 \\ &= -\left(\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 - \left[\frac{1}{3}(0)^3 - (0)^2 \right] \right) \\ &= -\left(\frac{1}{3}(8) - 4 - \left[\frac{1}{3}(0) - 0 \right] \right) \\ &= -\left(\frac{8}{3} - 4 - [0] \right) = -\left(\frac{8}{3} - 4 \right) = -\left(\frac{8}{3} - \frac{12}{3} \right) = -\left(-\frac{4}{3} \right) = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$L_2 = \int_2^3 f(x) dx = \int_2^3 x^2 - 2x dx$$

$$\begin{aligned}
 &= \left. \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \right|_2^3 = \left. \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right|_2^3 \\
 &= \frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 - \left[\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 \right] \\
 &= \frac{1}{3}(27) - 9 - \left[\frac{1}{3}(8) - 4 \right] \\
 &= \frac{1}{3}(27) - 9 - \left[\frac{8}{3} - 4 \right] \\
 &= \frac{27}{3} - 9 - \frac{8}{3} + 4 = \frac{27}{3} - \frac{8}{3} + 4 - 9 = \frac{19}{3} - 5 = \frac{19}{3} - \frac{15}{3} = \frac{4}{3}
 \end{aligned}$$

$$\text{Luas total} = L_1 + L_2 = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

Jadi luas keseluruhan adalah $2\frac{2}{3}$ satuan luas.

Langkah 9 : Memeriksa kembali jawaban subjek.

Jawaban nomor 2

Langkah 1 : Menuliskan yang diketahui dan ditanyakan.

Diketahui $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$ serta dibatasi oleh garis $x = 0$ dan $x = 2$. Dan yang ditanyakan adalah luas daerah arsiran.

Langkah 2 : Mengidentifikasi kurva dan disyaratkan pada soal.

$y = 4 - x^2$ adalah kurva parabola $y = 3x$ adalah kurva garis lurus dan sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ adalah yang disyaratkan.

Langkah 3 : Menyebutkan rencana yang akan diselesaikan.

Menentukan teknik menggambar kurva (cara membuat kurva), menggambar kurva dan daerah arsiran, menentukan batas-batas berdasarkan gambar, menentukan rumus yang akan digunakan sesuai

batas-batas integral yaitu $L = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$ dan

$\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$, menyelesaikan dengan operasi hitung.

Langkah 4 : Menentukan titik pada kurva di sumbu koordinat.

Teknik (cara membuat) menggambar parabola $y = 4 - x^2$ yaitu :

(i) Tiitk potong sumbu x, $y = 0$

$$y = 4 - x^2$$

$$4 - x^2 = 0$$

$$(2 + x)(2 - x) = 0$$

$$x = -2 \text{ atau } x = 2$$

Jadi titik potong sumbu x adalah $(-2, 0)$ dan $(2, 0)$

(ii) Titik potong sumbu y, $x = 0$

$$y = 4 - x^2$$

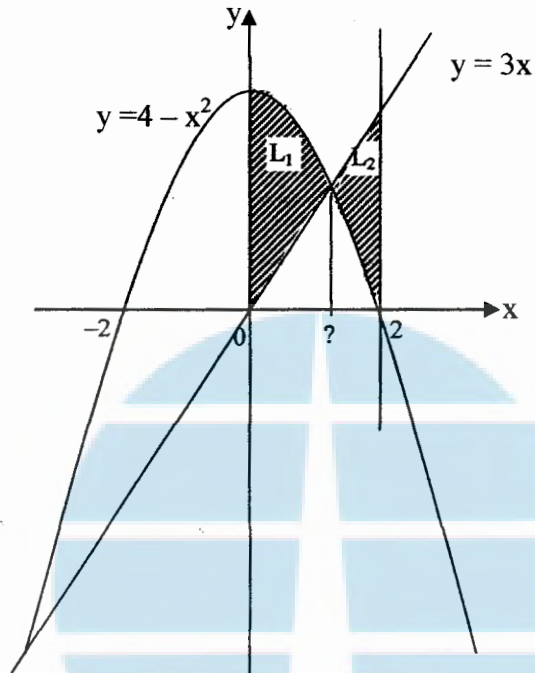
$$y = 4 - (0)^2 = 4 - 0 = 4$$

Jadi titik potong sumbu y adalah $(0, 4)$

(iii) Karena $a = -1 < 0$ maka kurva membuka ke bawah.

Teknik menggambar garis lurus $y = 3x$ yaitu garis tersebut melalui titik asal $O(0,0)$ dan gradien $m = 3$ (positif) berarti arah garis condong ke kanan sumbu-x.

Langkah 5 : Menggambar kurva dan letak arsiran.



Langkah 6 : Menentukan batas batas integral pada sumbu x.

Untuk menghitung absis (nilai x) titik potong parabola dan garis lurus

adalah : $y_1 = y_2$

$$3x = 4 - x^2$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x + 4)(x - 1) = 0$$

$$x = -4 \text{ atau } x = 1$$

absis (nilai x) titik potong parabola dan garis lurus yang dimaksud

$x = 1$. Sehingga batas integral yang benar adalah luas pertama dari

$x = 0$ sampai $x = 1$ dan luas kedua dari $x = 1$ sampai $x = 2$, (**bukan**

batas integral dari $x = 0$ sampai $x = 2$).

Langkah 7 : Menuliskan rencana penyelesaian.

Rumus yang digunakan adalah luas daerah antara dua kurva.

Berdasarkan gambar pada langkah ke-5, maka $L_1 = \int_0^1 y_2 - y_1 \, dx$

$[y_2 - y_1]$ maksudnya kurva atas yaitu parabola dikurang kurva bawah yaitu garis lurus] dan $L_2 = \int_1^2 y_1 - y_2 \, dx$ $[y_1 - y_2]$ maksudnya kurva atas yaitu garis dikurang kurva bawah yaitu parabola].

Langkah 8 : Proses Penyelesaian.

Melakukan rencana penyelesaian dan menggunakan teorema dasar

integral $L = \int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$ dan rumus integral bentuk

pangkat $\int ax^n \, dx = \frac{1}{n+1} x^{n+1} + C$ kemudian menggunakan

kemampuan dasar pada operasi hitung bentuk pangkat dan pecahan.

$$L_1 = \int_0^1 y_2 - y_1 \, dx = \int_0^1 4 - x^2 - 3x \, dx = \int_0^1 -x^2 - 3x + 4 \, dx$$

$$= -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \Big|_0^1$$

$$= -\frac{1}{3}(1)^3 - \frac{3}{2}(1)^2 + 4(1) - \left[-\frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 + 4(0) \right]$$

$$= -\frac{1}{3}(1) - \frac{3}{2}(1) + 4 - \left[-\frac{1}{3}(0) - \frac{3}{2}(0) + 0 \right]$$

$$= -\frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 4 - [0 - 0 + 0]$$

$$= -\frac{2}{6} - \frac{9}{6} + 4 = -\frac{11}{6} + 4 = -\frac{11}{6} + \frac{24}{6} = \frac{13}{6}$$

$$L_2 = \int_1^2 y_1 - y_2 \, dx = \int_1^2 3x - (4 - x^2) \, dx = \int_1^2 x^2 + 3x - 4 \, dx$$

$$= \left. \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 4x \right|_1^2$$

$$= \frac{1}{3}(2)^3 + \frac{3}{2}(2)^2 - 4(2) - \left[\frac{1}{3}(1)^3 + \frac{3}{2}(1)^2 - 4(1) \right]$$

$$= \frac{1}{3}(8) + \frac{3}{2}(4) - 8 - \left[\frac{1}{3}(1) + \frac{3}{2}(1) - 4 \right]$$

$$= \frac{8}{3} + \frac{12}{2} - 8 - \left[\frac{1}{3} + \frac{3}{2} - 4 \right]$$

$$= \frac{8}{3} + \frac{12}{2} - 8 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2} + 4$$

$$= \frac{8}{3} - \frac{1}{3} + \frac{12}{2} - \frac{3}{2} - 8 + 4$$

$$= \frac{7}{3} + \frac{9}{2} - 4 = \frac{14}{6} + \frac{27}{6} - 4 = \frac{41}{6} - 4 = \frac{41}{6} - \frac{24}{6} = \frac{17}{6}$$

$$\text{Luas total} = L_1 + L_2 = \frac{13}{6} + \frac{17}{6} = \frac{30}{6} = 5$$

Jadi luas keseluruhan adalah 5 satuan luas.

Langkah 9 : Memeriksa kembali jawaban subjek.

PEDOMAN WAWANCARA

Pedoman wawancara dalam penelitian ini bertujuan memandu peneliti untuk menelusuri kemampuan siswa dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral.

I. Permasalahan

Bagaimanakah deskripsi kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral?

II. Tujuan Wawancara

Untuk memperoleh data tentang kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral.

III. Metode

Wawancara yang dilakukan dalam penelitian ini yaitu penggabungan wawancara terstruktur dan wawancara tak terstruktur. Wawancara terstruktur menggunakan pedoman wawancara yang dibuat berdasarkan respon peserta didik terhadap tes diagnostik yang diberikan oleh peneliti, yang bertujuan untuk memperoleh data tentang kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral. Dengan demikian pertanyaan untuk setiap peserta didik tidak harus sama, tergantung respon siswa terhadap tes diagnostik dan pada saat wawancara. Sedangkan wawancara tidak terstruktur, pertanyaan tidak disusun terlebih dahulu tetapi disesuaikan dengan keadaan dan ciri dari responden.

IV. Langkah Pelaksanaan Wawancara

1. Perkenalan antara peneliti dengan subjek yang akan diwawancarai, serta membuat jadwal wawancara untuk setiap subjek penelitian.
2. Menyiapkan tugas yang akan dikerjakan subjek selama wawancara berlangsung. Tugas yang diberikan bertujuan untuk menelusuri dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral.
3. Subjek diwawancarai berkaitan dengan tugas yang diberikan.

V. Indikator Kemampuan Subjek Penelitian

Selama wawancara berlangsung, pewawancara mencermati bagaimana kemampuan siswa subjek dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral berdasarkan indikator penelitian untuk menginterpretasikan sebuah pertanyaan yang diajukan pewawancara.

Berikut indikator kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral dalam penelitian ini adalah:

Kemampuan	Indikator
Kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM)	Fakta • Mampu memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal. • Mampu memahami dalam mengidentifikasi kurva dan syarat-syarat pada soal. • Mampu memahami dalam mengenal simbol dan notasi pada rumus. Konsep • Mampu memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep yang telah dipelajari.

	• Mampu memahami dalam menyajikan konsep fungsi ke bentuk grafik pada soal. • Mampu memahami dalam mengembangkan syarat suatu konsep. Prinsip • Mampu memahami dalam menggambar kurva dan di syartkan berupa letak daerah arsiran. • Mampu memahami dalam menggunakan teorema dan sifat dalam soal. Skill • Mampu memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan. • Mampu memahami dalam menentukan hasil akhir.
Kemampuan sistematis prosedural (KSP)	Mampu melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal, meliputi: • Mampu menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan. • Mampu mengidentifikasi kurva dan syarat-syarat dalam soal. • Mampu menyebutkan konsep, sifat-sifat, prinsip-prinsip, dan gambar yang terkait dengan soal. • Mampu menentukan teknik menggambar grafik fungsi. • Mampu menggambar kurva dan letak daerah arsiran. • Mampu menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar. • Mampu menuliskan rencana penyelesaian soal. • Mampu mengerjakan proses penyelesaian dengan tepat dan operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal. • Mampu memeriksa kembali jawabannya.

Kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP)	Memahami soal • Mampu menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan. • Mampu mengidentifikasi jenis kurva dan disyaratkan dalam soal. Merencanakan penyelesaian • Mampu menuliskan atau menyebutkan konsep, sifat, dan prinsip, dan gambar yang terkait dengan soal. Melakukan rencana penyelesaian • Mampu menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal. • Mampu mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal. verifikasi • Mampu memeriksa kembali jawabannya.
---	---

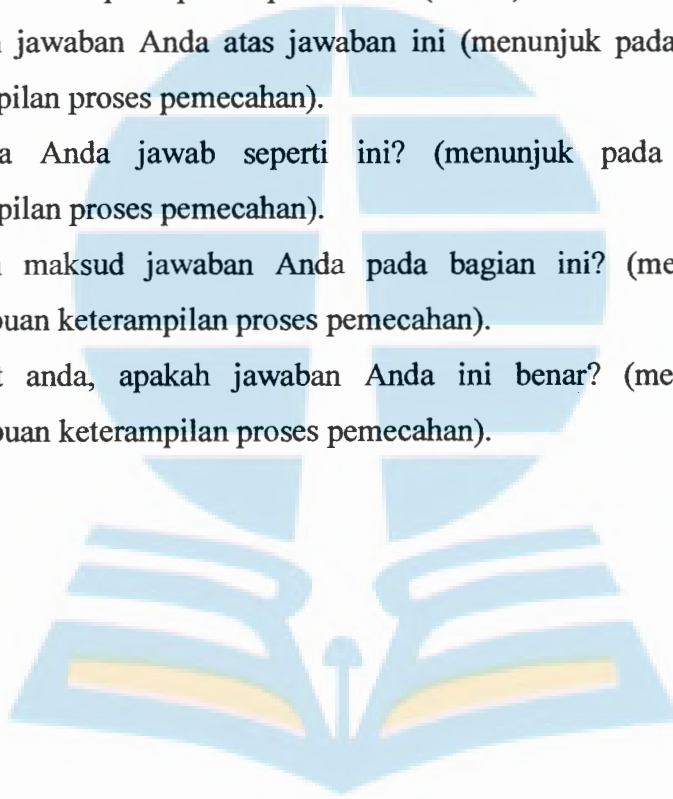
Berikut rangkaian pertanyaan/permintaan umum yang akan diajukan kepada responden,

- Kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM)
 1. Jelaskan jawaban Anda atas jawaban ini (menunjuk pada kemampuan pemahaman objek kajian matematika).
 2. Mengapa Anda jawab seperti ini? (menunjuk pada kemampuan pemahaman objek kajian matematika).
 3. Jelaskan maksud jawaban Anda pada bagian ini? (menunjuk pada kemampuan pemahaman objek kajian matematika).
 4. Menurut anda, apakah jawaban Anda ini benar? (menunjuk pada kemampuan pemahaman objek kajian matematika).
- Kemampuan sistematis prosedural (KSP)
 1. Jelaskan jawaban Anda atas jawaban ini (menunjuk pada kemampuan sistematis prosedural).

2. Mengapa Anda jawab seperti ini? (menunjuk pada kemampuan sistematis prosedural).
3. Jelaskan maksud jawaban Anda pada bagian ini? (menunjuk pada kemampuan sistematis prosedural).
4. Menurut anda, apakah jawaban Anda ini benar? (menunjuk pada kemampuan sistematis prosedural).

➤ Kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP)

1. Jelaskan jawaban Anda atas jawaban ini (menunjuk pada kemampuan keterampilan proses pemecahan).
2. Mengapa Anda jawab seperti ini? (menunjuk pada kemampuan keterampilan proses pemecahan).
3. Jelaskan maksud jawaban Anda pada bagian ini? (menunjuk pada kemampuan keterampilan proses pemecahan).
4. Menurut anda, apakah jawaban Anda ini benar? (menunjuk pada kemampuan keterampilan proses pemecahan).



RUBRIK ANALITIK DAN RUBRIK HOLISTIK

Rubrik Analitik dalam penelitian ini bertujuan untuk mengukur masing-masing indikator kinerja kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral.

Rubrik Holistik dalam penelitian ini bertujuan untuk mengukur kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral.

Berikut indikator kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral dalam penelitian ini adalah:

- 1. Rubrik analitik indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika (KPOM).

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Fakta (bobot 1) • Mampu memahami dalam menuliskan yang diketahui dan ditanyakan pada soal. • Mampu memahami dalam mengidentifikasi kurva dan syarat-syarat pada soal. • Mampu memahami dalam mengenal simbol dan notasi pada rumus.				
2.	Konsep (bobot 2) • Mampu memahami dalam menyatakan ulang secara verbal konsep yang telah dipelajari. • Mampu memahami dalam menyajikan konsep fungsi ke bentuk grafik pada soal. • Mampu memahami dalam mengembangkan syarat suatu konsep.				
3.	Prinsip (bobot 1) • Mampu memahami dalam menggambar kurva dan di syaratkan berupa letak daerah arsiran. • Mampu memahami dalam menggunakan teorema dan				

	sifat dalam soal.				
4.	Skill (bobot 2) • Mampu memahami dalam menggunakan operasi hitung bentuk pangkat dan bentuk pecahan. • Mampu memahami dalam menentukan hasil akhir.				

2. Rubrik analitik indikator Kemampuan sistematis prosedural (KSP).

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Mampu melakukan langkah-langkah penyelesaian yang tepat dalam menyelesaikan soal, meliputi: • Mampu menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan. (bobot 1) • Mampu mengidentifikasi kurva dan syarat-syarat dalam soal. (bobot 1) • Mampu menyebutkan konsep, sifat- sifat, prinsip-prinsip yang terkait dengan soal. (bobot 1) • Mampu menentukan teknik menggambar grafik fungsi. (bobot 2) • Mampu menggambar kurva dan letak daerah arsiran. (bobot 2) • Mampu menentukan batas-batas integral berdasarkan gambar. (bobot 1) • Mampu menuliskan rencana penyelesaian soal. (bobot 1) • Mampu mengerjakan proses penyelesaian dengan tepat dan operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal. (bobot 2) • Mampu memeriksa kembali jawabannya. (bobot 1)				

3. Rubrik analitik indikator Kemampuan keterampilan proses pemecahan (KTPP) .

No	Indikator	Skala			
		1	2	3	4
1.	Memahami soal • Mampu menemukan dengan tepat apa yang diketahui dan apa yang di tanyakan.				

	• Mampu mengidentifikasi jenis kurva dan disyaratkan dalam soal.				
2.	Merencanakan penyelesaian • Mampu menuliskan atau menyebutkan konsep, sifat, dan prinsip yang terkait dengan soal.				
3.	Melakukan rencana penyelesaian • Mampu menggunakan strategi atau cara yang benar dalam menyelesaikan soal. • Mampu mengerjakan dengan tepat operasi perhitungan dalam menyelesaikan soal.				
4.	Verifikasi • Mampu memeriksa kembali jawabannya.				

4. Kriteria penilaian kinerja kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral terhadap indikator KPOM, KSP, dan KTPP.

Skor	Kriteria
4	(81-100) Sangat baik
3	(61-80) Baik
2	(41-60) Cukup baik
1	(0-40) Kurang baik

5. Rubrik holistik dalam kombinasi indikator KPOM, KSP, dan KTPP.

Nilai	Keterangan	Kriteria
4	Sangat memuaskan	Menunjukkan kemampuan pemahaman objek kajian matematika secara tepat, kemampuan sistematis prosedural secara benar dan teliti, dan kemampuan keterampilan proses penyelesaian yang tepat dan masuk akal.
3	Memuaskan	Menunjukkan kemampuan pemahaman objek kajian matematika secara tepat, kemampuan sistematis prosedural secara benar dan kurang teliti, dan kemampuan keterampilan proses penyelesaian yang tepat dan kurang masuk akal.
2	Kurang memuaskan	Menunjukkan kemampuan pemahaman objek kajian matematika kurang tepat, kemampuan sistematis prosedural kurang tepat dan tidak teliti, dan kemampuan keterampilan proses penyelesaian yang kurang tepat dan alasan kurang tepat.

1	Tidak memuaskan	Menunjukkan ketidakpahaman terhadap objek kajian matematika, kemampuan sistematis prosedural tidak tepat dan tidak teliti, dan kemampuan keterampilan proses penyelesaian yang tidak tepat, alasan tidak tepat dan tidak masuk akal.
---	-----------------	--

6. Kriteria penilaian kemampuan peserta didik dalam menyelesaikan soal luas daerah bidang datar dengan menggunakan integral.

Skor	Kriteria
4	(81-100) Sangat memuaskan
3	(61-80) Memuaskan
2	(41-60) Kurang memuaskan
1	(0-40) Tidak memuaskan



LEMBAR VALIDASI TES DIAGNOSTIK

A. Petunjuk

Dalam menyusun tesis, peneliti mengembangkan tes diagnostik (TD). Karena itu, peneliti meminta kesediaan Bapak/Ibu untuk memberikan penilaian terhadap tes diagnostik yang dikembangkan. Penilaian dilakukan dengan memberi tanda cek (√) pada kolom yang sesuai dalam matriks uraian aspek yang dinilai dengan skala penilaian berikut.

- 1. adalah tidak valid
- 2. adalah kurang valid
- 3. adalah cukup valid
- 4. adalah valid
- 5. adalah sangat valid

Selain memberi penilaian, Bapak/Ibu diharapkan untuk memberi komentar langsung di dalam lembar validasi ini. Atas bantuannya saya ucapkan terima kasih.

B. Tabel Penilaian

Aspek yang Dinilai	Skala Penilaian					Ket.
	1	2	3	4	5	
1. Validasi isi						
• Kesesuaian soal dengan indikator isi-isi tes diagnostik.				✓		
• Kejelasan perumusan petunjuk pengerjaan soal.				✓		
• Kejelasan maksud soal.				✓		
• Soal mencakup semua aspek yang akan diukur.				✓		
• Kesesuaian waktu pengerjaan soal.				✓		
2. Bahasa						
• Kesesuaian bahasa yang digunakan pada soal dengan kaidah bahasa Indonesia.				✓		
• Kalimat soal tidak mengandung arti ganda.					✓	
• Rumusan kalimat soal komunikatif,				✓		

menggunakan bahasa yang sederhana bagi siswa, mudah dipahami, dan menggunakan bahasa yang dikenal siswa.						
--	--	--	--	--	--	--

C. Penilaian umum terhadap Tes Diagnostik

- a. Tes diagnostik dapat diterapkan tanpa revisi.
- b. Tes diagnostik dapat diterapkan dengan revisi kecil.**
- c. Tes diagnostik dapat diterapkan dengan revisi besar.
- d. Tes diagnostik siswa belum dapat diterapkan.

D. Saran-saran

Mohon Bapak/Ibu menuliskan butir-butir revisi berikut dan/atau menuliskan langsung pada naskah.

- Rumus ke bel indikator? yg menyilkan akan diungkap berdasarkan soal / yg instruksi yg diberikan
- langkah rubrik penilaian berdasarkan indikator yg telah ditetapkan.
- langkah instruksi? di soal agar indikator? yg diperhatikan akan terungkap

Makassar, 20 - 09 - 2013

Validator/Penilai

Dr. Awi Prasna, M.P.

Nama lengkap dengan gelar

LEMBAR VALIDASI TES DIAGNOSTIK

A. Petunjuk

Dalam menyusun tesis, peneliti mengembangkan tes diagnostik (TD). Karena itu, peneliti meminta kesediaan Bapak/Ibu untuk memberikan penilaian terhadap tes diagnostik yang dikembangkan. Penilaian dilakukan dengan memberi tanda cek (√) pada kolom yang sesuai dalam matriks uraian aspek yang dinilai dengan skala penilaian berikut.

- 1. adalah tidak valid
- 2. adalah kurang valid
- 3. adalah cukup valid
- 4. adalah valid
- 5. adalah sangat valid

Selain memberi penilaian, Bapak/Ibu diharapkan untuk memberi komentar langsung di dalam lembar validasi ini. Atas bantuannya saya ucapkan terima kasih.

B. Tabel Penilaian

Aspek yang Dinilai	Skala Penilaian					Ket.
	1	2	3	4	5	
1. Validasi isi						
• Kesesuaian soal dengan indikator isi-isi tes diagnostik.					✓	
• Kejelasan perumusan petunjuk pengerjaan soal.					✓	
• Kejelasan maksud soal.					✓	
• Soal mencakup semua aspek yang akan diukur.				✓		
• Kesesuaian waktu pengerjaan soal.				✓		
2. Bahasa						
• Kesesuaian bahasa yang digunakan pada soal dengan kaidah bahasa Indonesia.					✓	
• Kalimat soal tidak mengandung arti ganda.					✓	
• Rumusan kalimat soal komunikatif,				✓		

menggunakan bahasa yang sederhana bagi siswa, mudah dipahami, dan menggunakan bahasa yang dikenal siswa.							
--	--	--	--	--	--	--	--

C. Penilaian umum terhadap Tes Diagnostik

- a. Tes diagnostik dapat diterapkan tanpa revisi.
- b**) Tes diagnostik dapat diterapkan dengan revisi kecil.
- c. Tes diagnostik dapat diterapkan dengan revisi besar.
- d. Tes diagnostik siswa belum dapat diterapkan.

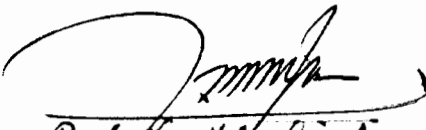
D. Saran-saran

Mohon Bapak/Ibu menuliskan butir-butir revisi berikut dan/atau menuliskan langsung pada naskah.

- Merumuskan indikator kemampuan pemahaman objek kajian matematika.
- Merumuskan indikator yg menunjukkan akan diungkap berdasarkan soal masalah langsung pemecahan masalah masalah polya.
- Melengkapi dengan Rubrik Aspek dan Rubrik Hasil.

Makassar, 16-10-2013

Validator/Penilai


Prof. Dr. Khairin Nasyid, M.Pd.
Nama lengkap dengan gelar

LEMBAR VALIDASI ISI DAN KONSTRUK PEDOMAN WAWANCARA

Petunjuk

Berdasarkan pendapat Bapak/Ibu beri tanda (√) sesuai kolom yang tersedia!

No	Indikator pedoman wawancara	sangat baik	baik	cukup baik	kurang baik	tidak baik
1.	Tujuan wawancara terlihat dengan jelas		✓			
2.	Item pertanyaan menggambarkan aspek yang akan diungkap		✓			
3.	Item pertanyaan menginvestigasi aspek yang diinginkan.		✓			
4.	Item pertanyaan tidak mendorong responden memberikan jawaban yang diinginkan		✓			
5.	Rumusan item pertanyaan tidak menimbulkan penafsiran ganda	✓				
6.	Rumusan item pertanyaan bersifat menggali		✓			
7.	Rumusan item pertanyaan tidak bersifat menuntun		✓			
8.	Rumusan item pertanyaan mengarahkan responden menjawab tanpa tekanan	✓				
9.	Item pertanyaan sesuai dengan jenis wawancara yang dilakukan		✓			
10.	Item pertanyaan menggunakan kata/kalimat sesuai tingkat pendidikan, kognitif, dan psikologi responden		✓			

Berdasarkan penilaian dari indikator yang ada, maka pedoman wawancara ini dinyatakan (pilih salah satu)

- ☐ Sangat layak digunakan
- ☒ Layak digunakan
- ☐ Cukup layak digunakan
- ☐ Kurang layak digunakan
- ☐ Tidak layak digunakan

Catatan validator:

- lewathi/pejelas indikator sdgsg bagian yg aku dlmnglip.
- penjelas kemungkin pemecahan yg dpt d-
kerjakan seobyek.

Makassar, 20-09-.....2013

Validator/Penilai



Dr. Awi Dassa, M.S.

Nama lengkap dengan gelar

LEMBAR VALIDASI ISI DAN KONSTRUK PEDOMAN WAWANCARA

Petunjuk

Berdasarkan pendapat Bapak/Ibu beri tanda (√) sesuai kolom yang tersedia!

No	Indikator pedoman wawancara	sangat baik	baik	cukup baik	kurang baik	tidak baik
1.	Tujuan wawancara terlihat dengan jelas		✓			
2.	Item pertanyaan menggambarkan aspek yang akan diungkap		✓			
3.	Item pertanyaan menginvestigasi aspek yang diinginkan.		✓			
4.	Item pertanyaan tidak mendorong responden memberikan jawaban yang diinginkan	✓				
5.	Rumusan item pertanyaan tidak menimbulkan penafsiran ganda	✓				
6.	Rumusan item pertanyaan bersifat menggali		✓			
7.	Rumusan item pertanyaan tidak bersifat menuntun	✓				
8.	Rumusan item pertanyaan mengarahkan responden menjawab tanpa tekanan	✓				
9.	Item pertanyaan sesuai dengan jenis wawancara yang dilakukan	✓				
10.	Item pertanyaan menggunakan kata/kalimat sesuai tingkat pendidikan, kognitif, dan psikologi responden		✓			

Berdasarkan penilaian dari indikator yang ada, maka pedoman wawancara ini dinyatakan (pilih salah satu)

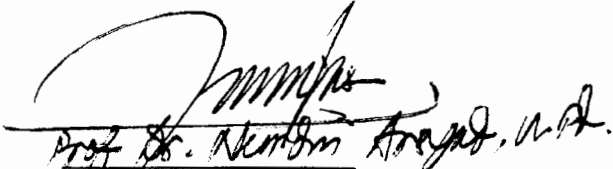
- Sangat layak digunakan
- Ⓞ Layak digunakan
- Cukup layak digunakan
- Kurang layak digunakan
- Tidak layak digunakan

Catatan validator:

- Lengkapi indikator setiap bagian yg akan di wawancara lengkap pemelahan Polya.
- Melengkapi Rubrik Analisa dan Rubrik Historik.

Makassar, 10 - 10 -2013

Validator/Penilai


Prof. Dr. Nurbani Arsyad, M.Pd.
Nama lengkap dengan gelar



Lampiran B

DAFTAR PESERTA DIDIK KELAS XII IPA F SEMESTER GANJIL
TAHUN PELAJARAN 2013/2014

NO URUT	NISN	NAMA	L/P
1		ABD. BANURUSMAN T	L
2		ADHY SUWANDI	L
3		ANDI RIFQI AZHAR	L
4		ANISA RAHMAWATI	P
5		ANNY CITA MUTHATIHARAH	P
6		ASNITA	P
7		CHANDRA SANGJAYA	L
8		GALIH DEWI	P
9		HEDY LEONI. ASBUDI	P
10		INDAH DIAN LARASATI	P
11		IRLIANA OCTAVIANI	P
12		KIKI NOFRI AMALIA. BASE	P
13		MARYAM MUNIR	P
14		MELINDA NASARUDDIN	P
15		MUH. AJIB BASUKI P	L
16		MUH. FARID AWALUDDIN	L
17		M. KHAIRIL AQSHA MASDY	L
18		MUHAJIR ADAM	L
19		MURSADIRUL	L
20		NILA TRIANA	P
21		NILAM SARI ADITA	P
22		NOVIA NURUL CHAERUNNISA	P
23		NURUL RAFIA MURSALIM	P
24		NURUL RAODHA. B	P
25		PUJI SATRIANI	P
26		RIFQAH FADHILAH.S	P
27		SRIBUANA RAKSA	P
28		SRY SUSILAWATI IRHAM	P
29		SYAMSIYAH	P
30		WITRA MAHA SUCIPTO	L

**DAFTAR SUBJEK PENELITIAN BERDASARKAN NILAI ULANGAN
HARIAN KD 1 DAN KD 2 MATERI INTEGRAL PADA KELAS XII IPA F**

Nama Guru : DRS. SASARUDDIN

Mata Pelajaran : MATEMATIKA

NO URUT	NAMA PESERTA DIDIK	L/P	NILAI	
			KD 1	KD 2
1	ABD. BANURUSMAN T	L	22	20
2	ADHY SUWANDI	L	65	64
3	ANDI RIFQI AZHAR	L	18	16
4	ANISA RAHMAWATI	P	80	81
5	ANNYCITA MUTHATIHARAH	P	88	87
6	ASNITA	P	85	82
7	CHANDRA SANGJAYA	L	63	61
8	GALIH DEWI	P	83	82
9	HEDY LEONI. ASBUDI	P	22	20
10	INDAH DIAN LARASATI	P	66	65
11	IRLIANA OCTAVIANI	P	22	25
12	KIKI NOFRI AMALIA. BASE	P	21	20
13	MARYAM MUNIR	P	66	66
14	MELINDA NASARUDDIN	P	51	53
15	MUH. AJIB BASUKI P	L	23	20
16	MUH. FARID AWALUDDIN	L	92	93
17	M. KHAIRIL AQSHA MASDY	L	66	67
18	MUHAJIR ADAM	L	52	53
19	MURSADIRUL	L	71	72
20	NILA TRIANA	P	16	15
21	NILAM SARI ADITA	P	52	53
22	NOVIA NURUL CHAERUNNISA	P	94	95
23	NURUL RAFIA MURSALIM	P	73	74
24	NURUL RAODHA. B	P	24	22
25	PUJI SATRIANI	P	64	63
26	RIFQAH FADHILAH.S	P	60	62
27	SRIBUANA RAKSA	P	35	33
28	SRY SUSILAWATI IRHAM	P	10	13
29	SYAMSIYAH	P	86	88
30	WITRA MAHA SUCIPTO	L	40	43

Palopo, 23 September 2013
Guru Mata Pelajaran



DRS. SASARUDDIN



**FORMAT PENENTUAN SUBJEK PENELITIAN BERDASARKAN
PENGAMATAN GURU MATEMATIKA**

Nama Guru : DRS. SASARUDDIN

Mata Pelajaran : MATEMATIKA

KELAS : XII IPA F

Tingkat Kemampuan	No. Urut	Nama Peserta Didik	L/P
Tinggi	2	MUH. FARID AWALUDDIN	L
	3	ANNYCITA MUTHATIHARAH	P
	4	SYAMSIYAH	P
	5	ASNITA	P
	6	GALIH DEWI	P
	7	ANISA RAHMAWATI	P
	8	NURUL RAFIA MURSALIM	P
	9	MURSADIRUL	L
Sedang	1	M. KHAIRIL AQSHA MASDY	L
	2	MARYAM MUNIR	P
	3	INDAH DIAN LARASATI	P
	4	ADHY SUWANDI	L
	5	PUJI SATRIANI	P
	6	CHANDRA SANGJAYA	L
	7	RIFQAH FADHILAH.S	P
	8	MUHAJIR ADAM	L
	9	NILAM SARI ADITA	P
	10	MELINDA NASARUDDIN	P
Rendah	1	WITRA MAHA SUCIPTO	L
	2	SRIBUANA RAKSA	P
	3	NURUL RAODHA. B	P
	4	MUH. AJIB BASUKI P	L
	5	ABD. BANURUSMAN T	L
	6	IRLIANA OCTAVIANI	P
	7	HEDY LEONI. ASBUDI	P
	8	KIKI NOFRI AMALIA. BASE	P
	9	ANDI RIFQI AZHAR	L
	10	NILA TRIANA	P
	11	SRY SUSILAWATI IRHAM	P

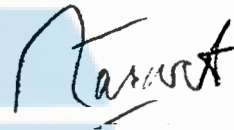
KETERANGAN:

■ = Subjek tinggi (ST)

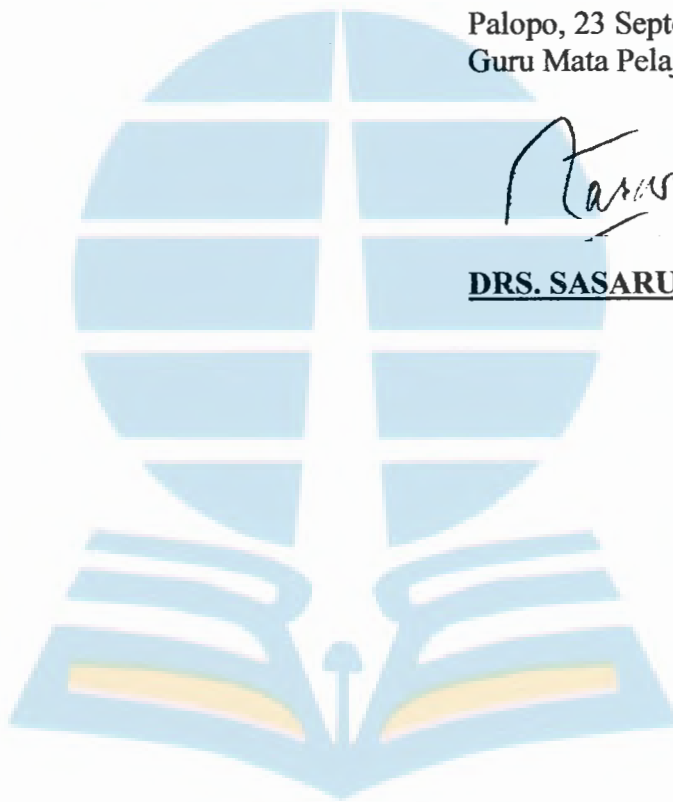
□ = Subjek sedang (SS)

■ = Subjek rendah (SR)

Palopo, 23 September 2013
Guru Mata Pelajaran



DRS. SASARUDDIN





Lampiran C

Lampiran Transkrip Hasil Wawancara Subjek Kemampuan tinggi (TD)
Nomor 1

Kode	P/J	Uraian
ST1-001	P	Assalamualaikum. Wr. Wb
ST1-001	J	Waalaikumsalam Wr. Wb
ST1-002	P	Baca soal pertama.
ST1-002	J	Subjek membaca (Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2 - 2x$, sumbu x , garis $x = 0$ dan $x = 3$).
ST1-003	P	Apa yang diketahui dari soal yang Anda baca tadi ?
ST1-003	J	Yang diketahui ialah kurva $y = x^2 - 2x$ dan syaratnya yaitu $x = 0$ dan $x = 3$, sumbu x
ST1-004	P	Apa yang ditanyakan ?
ST1-004	J	Yang ditanyakan ialah luas daerah yang diarsir.
ST1-005	P	Kurva jenis apa yang tadi Anda sebut ?
ST1-005	J	Yaitu kurva jenis parabola.
ST1-006	P	Kenapa dikatakan parabola, adakah cirinya ?
ST1-006	J	Ya.....variabel x berpangkat dua.
ST1-007	P	Terus ini sebagai apa tadi sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$.
ST1-007	J	Sebagai syarat.
ST1-008	P	Apa rencana yang Anda lakukan ?
ST1-008	J	Yaitu menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan, setelah itu menggambar kurva dan mengarsir daerah yang akan dicari luasnya, kemudian menentukan batas-batas integral dan rumus yang akan digunakan yaitu $L = \int_a^b f(x) dx$, dan $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ setelah itu diselesaikan dengan operasi hitung.
ST1-009	P	Baik....langkah apa yang pertama Anda lakukan ?
ST1-009	J	Yaitu menuliskan apa yang diketahui dan ditanyakan.
ST1-010	P	Silakan tulis.....silakan lanjutkan.

ST1-010 J (subjek menuliskan)

Dik : kurva $y = x^2 - 2x$	
titik potong sumbu x	titik potong sumbu y
$y = 0$	$x = 0$
$x^2 - 2x = 0$	$y = 0^2 - 2 \cdot 0$
$x(x - 2) = 0$	$y = 0$
$x_1 = 0$ dan $x_2 = 2$	$(0, 0)$

ST1-011 P Bisa dijelaskan apa yang Anda tulis ?

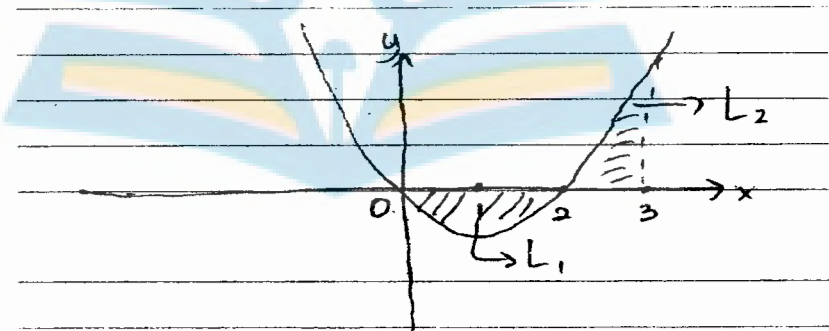
ST1-011 J Bisa Pak.....ee.....titik potong sumbu x dengan $y = 0$ yaitu difaktorkan terlebih dahulu, faktornya yaitu $x(x - 2) = 0$ menjadi $x_1 = 0$ dan $x_2 = 2$ dan titik potong sumbu y , dengan $x = 0$ yaitu $y = 0^2 - 2 \cdot 0 = 0$, $y = 0$ sehingga $(0, 0)$.

ST1-012 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

ST1-012 J e.....menggambar kurva dan mengarsir daerah yang akan dicari luasnya.

ST1-013 P Silakan gambar.

ST1-013 J (subjek menggambarkan)

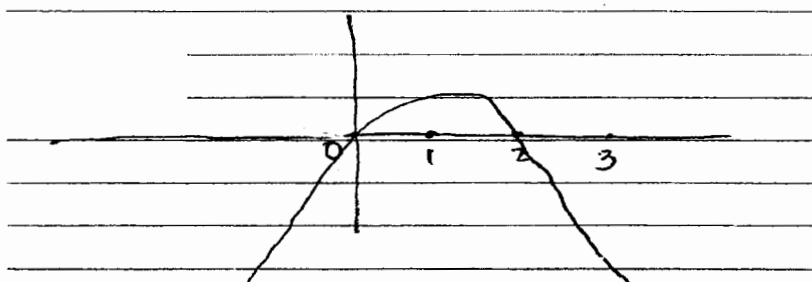


ST1-014 P Mengapa kurva membuka ke atas ?

ST1-014 J Membuka ke atas dikarenakan koefisien dari x^2 ialah 1. sedangkan....e.....jika $a > 0$ maka kurvanya membuka ke atas dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$.

ST1-015 P Bagaimana gambarnya kalau membuka ke bawah ?bisa digambar ?

ST1-015 J (subjek menggambar)

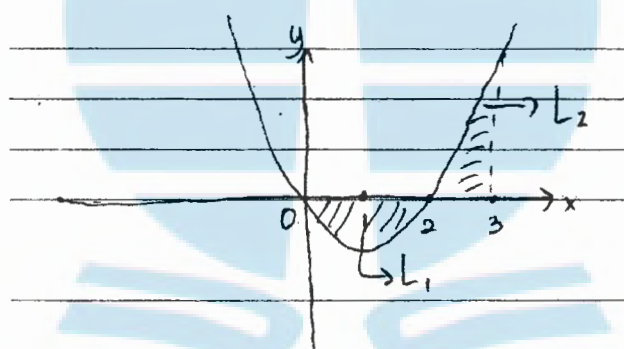


ST1-016 P Apa syaratnya membuka ke bawah ?

ST1-016 J Jika (subjek sedang menuliskan)

$$a < 0$$

ST1-017 P Selanjutnya, mengapa di sini



luasnya, arsirannya ada dua ?

ST1-017 J Karena.....syarat.....yang pertama yaitu $x = 0$ dan $x = 3$ sedangkan titik potong sumbu x diketahui $x_1 = 0$ dan $x_2 = 2$ sehingga luas pertama ditentukan batas bawahnya yaitu 0 dan batas atasnya 2 lalu karena syaratnya sampai 3, ee.....kurvanya dipanjangkan dan ditentukan luas kedua dengan batas bawah 2 dan batas atas 3.

ST1-018 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

ST1-018 J Setelah itu menentukan batas-batas integral yang dan rumus yang akan digunakan.

ST1-019 P Silakan tuliskan batasnya ?

ST1-019 J (subjek menuliskan)

$$L_1 = \text{batas integralnya } x = 0 \text{ dan } x = 2$$

$$L_2 = \text{batas integralnya } x = 2 \text{ dan } x = 3$$

ST1-020 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

ST1-020 J Menentukan rumus yang akan digunakan

ST1-021 P Silakan

ST1-021 J (subjek menuliskan rumusnya)

$$L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

ST1-022 P Bisa dijelaskan apa maksud simbol yang Anda tulis, simbol rumus yang Anda tulis ?

ST1-022 J Ya.....e..... $L = \text{integral a menuju b} \dots f(x) dx$ sama dengan $F(b) - F(a)$, disini berarti $\int_a^b f(x) dx$ ialah a....

ST1-023 P Sebagai apa ?

ST1-023 J Sebagai batas bawah.

ST1-024 P b ?

ST1-024 J Sedangkan b sebagai batas atas Pak....

ST1-025 P Kalau $f(x)$ -nya sebagai apa ?

ST1-025 J $f(x)$ yaitu kurva y, yang diketahui.

ST1-026 P Kalau dx ?

ST1-026 J dx ialah keterangan integral.

ST1-027 P Kalau ini F ?

ST1-027 J Yaitu hasil integral dari kurva.

ST1-028 P Kalau $F(b) - F(a)$?

ST1-028 J Yaitu batas atas b disubstitusikan ke hasil integral F dikurang batas bawah a disubstitusikan ke hasil integral F .

ST1-029 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

ST1-029 J Menentukan rumus berdasarkan batas-batas integral yaitu

$$L_1 = - \int_0^2 f(x) dx \text{ dan } L_2 = \int_2^3 f(x) dx$$

ST1-030 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

ST1-030 J e....setelah itu Pak....dimasukkan nilai-nilainya ke dalam rumus.

ST1-031 P Silakan....

ST1-031 J (subjek menuliskan)

$$\begin{aligned}
 L_1 &= - \int_0^2 (u^2 - 2u) \, du \\
 &= - \left(\frac{1}{3} u^3 - 2u^2 \right) \Big|_0^2 \\
 &= - \left(\left(\frac{1}{3} 2^3 - 2^2 \right) - \left(\frac{1}{3} 0^3 - 0^2 \right) \right) \\
 &= - \left(\left(\frac{8}{3} - 4 \right) - 0 \right) \\
 &= - \left(\frac{8}{3} - \frac{12}{3} \right) = - \left(-\frac{4}{3} \right) = \\
 &\quad \frac{4}{3} \text{ sa}
 \end{aligned}$$

$L_1 = - \int_a^b f(x) \, dx$ dimana nilai a sebagai batas bawah adalah 0 dan nilai b sebagai batas atas adalah 2 dan $f(x)$ sebagai kurva, dx sebagai keterangan integral. Sedangkan negatif karena daerah arsiran di bawah sumbu x Pak.....

ST1-032 P Dari mana Anda dapat ini x^2 menjadi $1/3x^3$?

Untuk lebih lengkap :

$$\begin{aligned}
 L_1 &= - \int_0^2 (u^2 - 2u) \, du \\
 &= - \left(\frac{1}{3} u^3 - 2u^2 \right) \Big|_0^2
 \end{aligned}$$

ST1-032 J e....rumusnya yaitu koefisien per pangkat ditambah satu, e....dikali variabel berpangkat, pangkatnya yaitu ditambah satu.

ST1-033 P Ada rumusnya?

ST1-033 J Ya...Pak....Ada.

ST1-034 P Bisa dituliskan rumusnya?

ST1-034 J (subjek menuliskan rumusnya)

$$\int ax^n dx = a \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

ST1-035 P Bisa dijelaskan maksud simbol yang Anda tulis rumus ini ?

ST1-035 J Ya....Pak....e.....a yaitu rumus integral bentuk pangkat $\int_a^b ax^n dx$ sama dengan simbol dari koefisien, per n yaitu simbol pangkat dari variabel lalu ditambah 1, kemudian x yaitu variabel dan berpangkat $n + 1$.

ST1-036 P Bisa diberikan contoh ?

ST1-036 J Contohnya yaitu.....(subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + C$$

Integral $x^2 dx$ menjadi $1/3x^3 + c$

ST1-037 P Selanjutnya, mengapa ini

$$= - \left(\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right) \Big|_0^2$$

$$= - \left(\left(\frac{1}{3}2^3 - 2^2 \right) - \left(\frac{1}{3}0^3 - 0^2 \right) \right)$$

2 disubstitusi dulu lalu menyusul 0 ?

ST1-037 J e....memasukkan nilai-nilai....

ST1-038 P Adakah rumusnya ?

ST1-038 J Ya Pak....

ST1-039 P Bisa dituliskan rumusnya ?

ST1-039 J Yaitu

$$L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Integral a menuju b $f(x) dx$ sama dengan F batas, e.....hasil integral batas atas dikurang hasil integral batas bawah.

ST1-040 P Oh iya baik.....dari mana ini

$$= - \left(\frac{8}{3} - 4 \right) - 0 ?$$

ST1-040 J
$$= - \left(\left(\frac{1}{3} 2^3 - 2^2 \right) - \left(\frac{1}{3} 0^3 - 0^2 \right) \right)$$

Dari..... $1/3$ dikali 2^3 dikurang 2^2 dikurang dalam kurung
 $1/3$ dikali 0^3 dikurang 0^2 Pak.....

ST1-041 P
$$\frac{8}{3}$$

 dari mana di dapat ?

ST1-041 J
$$\frac{1}{3} 2^3$$

 $1/3$ dikali 2^3 .

ST1-042 P
$$\frac{4}{3}$$
 ?

ST1-042 J
$$\frac{2^2}{3}$$

ST1-043 P Mengapa di sini 0 nol ?

ST1-043 J Karena apapun yang dikalikan dengan 0 hasilnya akan 0.

ST1-044 P Dari mana ini $\frac{8}{3} - \frac{12}{3} - \dots$?

ST1-044 J Dari

$$\left(\frac{8}{3} - 4 \right)$$

yang disamakan penyebutnya Pak.....

ST1-045 P Lanjut,... ini $-\frac{4}{3}$?

ST1-045 J Iya Pak..... dari $8 - 12$ menjadi $-4/3$

ST1-046 P Baik..... masih ada lagi luas kedua....

$$L_2 = \int_2^3 (x^2 - 2x) dx$$

$$= \left[\frac{1}{3} x^3 - x^2 \right]_2^3$$

Kenapa x^2 menjadi $1/3 x^3$?

Berasal dari operasi hitung untuk mencari L_2 :

$$\begin{aligned}
 L_2 &= \int_2^3 (x^2 - 2x) dx \\
 &= \left. \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right|_2^3 \\
 &= \left(\frac{1}{3}3^3 - 3^2 \right) - \left(\frac{1}{3}2^3 - 2^2 \right) \\
 &= \left(\frac{27}{3} - 9 \right) - \left(\frac{8}{3} - 4 \right) \\
 &= \frac{27}{3} - \frac{8}{3} - 9 + 4 \\
 &= \frac{19}{3} - 5 \\
 &= \frac{19 - 15}{3} = \frac{4}{3} \text{ sa}
 \end{aligned}$$

ST1-046 J Sama seperti e....rumus integral yang tadi Pak....

Yang dimaksud subjek adalah:

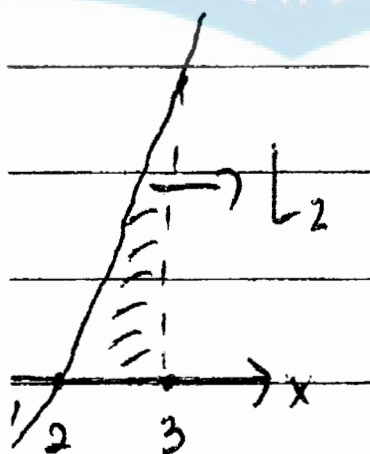
$$\frac{a x^{n+1}}{n+1}$$

ST1-047 P Terus, ini

$$\left. \frac{1}{3}x^3 - x^2 \right|_2^3$$

kenapa bisa 2 ke 3, apa maksudnya?

ST1-047 J 2 ke 3 adalah batas yang telah diarsir tadi



yaitu luas kedua. $L_2 = \int_a^b f(x) dx$ dimana nilai a sebagai batas bawah adalah 2 dan nilai b sebagai batas atas adalah 3 dan $f(x)$ sebagai kurva, dx sebagai keterangan integral. Pak.....

ST1-048 P Kenapa 3 disubstitusi dulu baru 2 ?

$$= \left. \frac{1}{3} x^3 - x^2 \right|_2^3$$

$$= \left(\frac{1}{3} 3^3 - 3^2 \right) - \left(\frac{1}{3} 2^3 - 2^2 \right)$$

ST1-048 J Karena rumus yang tadi....ee.....hasil integral batas atas dikurang hasil integral batas bawah Pak....

ST1-049 P Ada rumusnya tadi ini yang 3 dulu disubstitusi kemudian 2 ?

ST1-049 J Ada pak...yang tadi rumusnya (subjek menunjuk sambil mengungkapkannya)

$$L = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Integral a menuju b ... $f(x) dx$ sama dengan hasil integral batas atas dikurang hasil integral batas bawah.

ST1-050 P $\frac{27}{3}$ dari mana di dapat ?

ST1-050 J $\frac{1}{3} 3^3$ Dari $1/3$ dikali 3^3 Pak....

ST1-051 P 9 ?

ST1-051 J 3^2

ST1-052 P $\frac{8}{3}$?
Ini

ST1-052 J $\frac{1}{3} 2^3$
 $1/3$ dikali 2^3

ST1-053 P 4 ?

ST1-053 J 2^2 Pak....

ST1-054 P Selanjutnya, kenapa disini [~~+4~~] berubah jadi tambah ?

ST1-054 J Karena minus dikali minus menjadi plus

ST1-055 P Apa maksudnya ini [
$$\begin{array}{r} 27 \quad 8 \\ - \quad 3 \quad 3 \quad -9 + 4 \\ \hline \end{array}$$
] dikumpul ?

ST1-055 J Disini dikumpulkan yang memiliki yang sama sehingga dia dikurangkan terlebih dahulu, setelah itu dijumlah dengan menyamakan penyebut yang belum mempunyai penyebut yang sama.

ST1-056 P Jadi...dari mana ini
$$\frac{19}{3} ?$$

ST1-056 J Dari $27 - 8$

$$\begin{array}{r} 27 \quad 8 \\ - \quad 3 \quad 3 \\ \hline \end{array}$$

ST1-057 P Ini ~~-5~~ minus 5 ?

ST1-057 J -5 dari ~~-9 + 4~~

ST1-058 P
$$= \frac{19 - 15}{3}$$
 Selanjutnya, ini [$\frac{19 - 15}{3}$] dari mana didapat ?

ST1-058 J
$$\begin{array}{r} 19 \quad 5 \\ - \quad 3 \quad 5 \\ \hline \end{array}$$
 [$\frac{19 - 15}{3}$] belum mempunyai penyebut yang sama sehingga harus disamakan penyebutnya terlebih dahulu, dengan mengalikan...e....-5 tadi dikali 3 sehingga akan mempunyai penyebut 3.

ST1-059 P Jadi hasilnya ?

ST1-059 J Hasilnya [$\frac{4}{3}$] satuan luas Pak....

ST1-060 P Mengapa luasnya dijumlah

$$L_{total} = L_1 + L_2 ?$$

Berasal dari tulisan subjek pada saat di wawancara:

$$\begin{aligned}
 L_{\text{total}} &= L_1 + L_2 \\
 &= \frac{4}{3} + \frac{4}{3} \\
 &= \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3} \text{ satuan Luas}
 \end{aligned}$$

ST1-060 J Karena kita mencari luas total yang diarsir tadi sehingga luas pertama dijumlah dengan luas kedua.

ST1-061 P Jadi hasilnya ?

ST1-061 J Menjadi $\frac{8}{3}$

ST1-062 P $2\frac{2}{3}$ satuan Luas
Dari mana ini [] ?

ST1-062 J Karena kita menjadikan pecahan campuran

ST1-063 P Coba periksa kembali jawabannya ? apakah Anda sudah yakin benar ?

ST1-063 J Yakin Pak.....

Lampiran Transkrip Hasil Wawancara Subjek Kemampuan tinggi (TD)
Nomor 2

Kode	P/J	Uraian
ST1-001	P	Lanjut soal kedua.
ST1-001	J	Subjek membaca (Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$, garis $x = 0$ dan $x = 2$).
ST1-002	P	Apa yang diketahui dengan soal ini ?
ST1-002	J	Yang diketahui ialah kurva $y = 4 - x^2$ ialah kurva parabola sedangkan $y = 3x$ ialah kurva garis lurus dan syaratnya yaitu $x = 0$ dan $x = 2$.
ST1-003	P	Apa yang ditanyakan ?
ST1-003	J	Yang ditanyakan Pak....luas daerah.
ST1-004	P	Apa cirinya sampai Anda mengatakan parabola ?
ST1-004	J	Iya PakKurva parabola memiliki ciri variabel x berpangkat dua.
ST1-005	P	sementara $y = 3x$?
ST1-005	J	Sementara kurva garis lurus tidak mempunyai pangkat.....maaf pak.....kalau kurva garis lurus mempunyai variabel pangkat satu.
ST1-006	P	Selanjutnya, garis $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai apa tadi ?
ST1-006	J	Sebagai syarat Pak.....
ST1-007	P	Apa rencana yang Anda lakukan dalam menyelesaikan soal ini ?
ST1-007	J	Dalam menyelesaikan soal....ee.....kita akan menuliskan terlebih dahulu yang diketahui dan ditanyakan, terus yang disyaratkan, lalu menggambar kurva, dan mengarsir daerah, selanjutnya menentukan batas-batas integral, lalu menentukan rumus yang digunakan yaitu $L = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$, dan $\int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$, setelah itu menyelesaikan dengan

operasi hitung.

ST1-008 P Apa yang Anda lakukan pertama kali ?

ST1-008 J Menuliskan yang diketahui Pak.....

ST1-009 P Silakan.....

ST1-009 J (subjek menuliskan yang diketahui)

$$y = 4 - x^2 \text{ (kurva parabola)}$$

titik potong sumbu x ; $y = 0$

$$4 - x^2 = 0$$

$$(2 - x + 2)(x + 2) = 0$$

$$x_1 = 2 \text{ dan } x_2 = -2$$

titik potong sumbu y ; $x = 0$

$$y = 4 - x^2$$

$$y = 4 - 0^2$$

$$y = 4 = (0, 4)$$

ST1-010 P

Bisa dijelaskan.....mengapa disini

$nol(0)$ dan.....apa istilahnya ?

$$[4 - x^2 = 0]$$

ST1-010 J Memfaktorkan Pak....

ST1-011 P Oh ya.....silakan jelaskan.

ST1-011 J Disinie.....

Subjek menunjuk hasil tulisannya sambil mengungkapkan:

titik potong sumbu x ; $y = 0$

karena titik potong sumbu x maka y -nya $= 0$ yaitu $4 - x^2 = 0$, setelah itu difaktorkan untuk mencari x_1 dan x_2

ST1-012 P Selanjutnya, apa ini.....?

titik potong sumbu y ; $x = 0$

$$y = 4 - x^2$$

$$y = 4 - 0^2$$

$$y = 4 = (0, 4)$$

ST1-012 J Titik potong sumbu y dengan $x = 0$ Pak....jadi $y = 4 - x^2$, ee.... $y = 4 - 0^2$, ee..... y -nya $= 4$ Pak...jadi $(0, 4)$

ST1-013 P Oh iyaapa ini

$$y = 3x = \text{melalui titik } (0,0)$$

$$m = 3 \rightarrow \text{garis ke kanan}$$

yang kita tulis $y = 3x$?

ST1-013 J $y = 3x$ yaitu kurva linear Pak...kurva melalui titik $(0,0)$ dengan gradien m -nya yaitu 3.

ST1-014 P Kenapa melalui $(0,0)$ apa alasannya ?

ST1-014 J Karena $y = 3x$ atau kurva linear tidak memiliki konstanta.

ST1-015 P Terus, ini [garis ke kanan] apa maksudnya garis ke kanan ?

ST1-015 J Subjek menunjuk hasil tulisannya:

$$m = 3$$

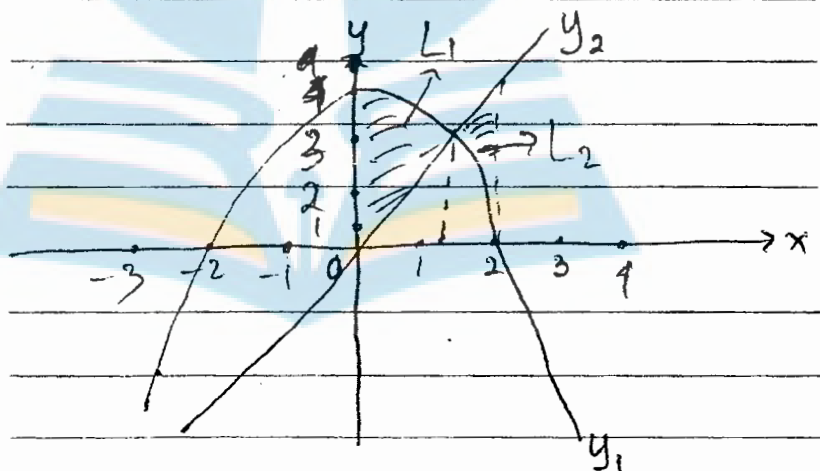
Garis ke kanan Pak...karena gradiennya = 3 yaitu positif

ST1-016 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

ST1-016 J Selanjutnya menggambar kurva dan mengarsir daerahnya

ST1-017 P Silakan digambar.....

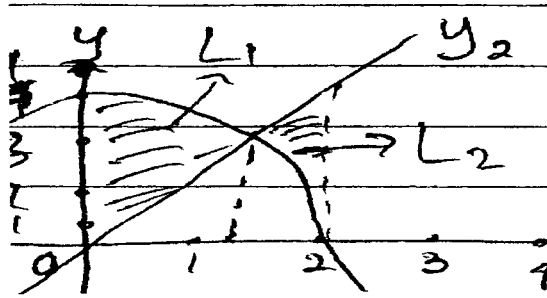
ST1-017 J (subjek menggambar)



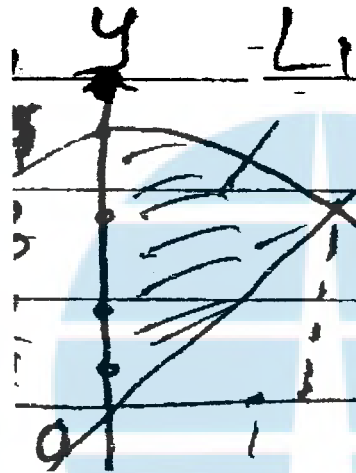
ST1-018 P Mengapa kurva parabolanya membuka ke bawah ?

ST1-018 J Iya pak...karena disini [$y = 4 - x^2$] koefisien x^2 yaitu -1 , sedangkan syaratnya tadi jika $a < 0$ kurvanya membuka ke bawah dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$

ST1-019 P Selanjutnya, mengapa arsiranya ada dua ?



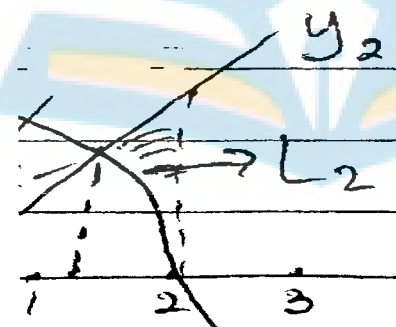
ST1-019 J Iya Pak....karena kurva ini



dibatasi oleh dua kurva yaitu kurva parabola dan kurva linear.

ST1-020 P Selanjutnya ?

ST1-020 J Selanjutnya.....ee.....



luas kedua dibatasi oleh kurva linear dan kurva parabola
Pak....

ST1-021 P Masih ada lagi batas-batasnya ?

ST1-021 J Batas luas pertama yaitu $x = 0$ sampai $x = 1$ sedangkan luas kedua yaitu $x = 1$ sampai $x = 2$.

ST1-022 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

ST1-022 J Menentukan batas-batas integral Pak....

ST1-023 P Silakan.....

ST1-023 J (subjek menuliskan)

$$\begin{array}{l} L_1 = x=0 \text{ dan } x=1 \\ L_2 = x=1 \text{ dan } x=2 \end{array} \} \text{ batas-batas integral}$$

ST1-024 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

ST1-024 J Setelah itu menentukan rumus yang akan digunakan.

ST1-025 P Silakan tulis rumusnya.....

ST1-025 J (subjek menuliskan rumusnya)

$$\begin{array}{l} L_1 = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx = \int_0^1 4 - x^2 - (3x) \, dx \\ L_2 = \int_a^b y_2 - y_1 \, dx = \int_1^2 3x - (4 - x^2) \, dx \end{array}$$

ST1-026 P Bisa dijelaskan maksud simbol rumus tersebut ?

ST1-026 J Iya Pak....luas pertama sama dengan integral $a = 0$ sebagai batas bawah menuju $b = 1$ sebagai batas atas..... $y_1 - y_2$ karena kurva parabola dikurang kurva garis, karenae..... kurva parabola berada di atas daerah arsiran sedangkan kurva linear berada dibawah daerah arsiran sedangkan dx sebagai keterangan integral. Luas kedua sama dengan integral $a = 1$ sebagai batas bawah menuju $b = 2$ sebagai batas atas..... $y_2 - y_1$ karena kurva linear berada di atas daerah arsiran sedangkan kuva parabola berada di bawah daerah arsiran sedangkan dx sebagai keterangan integral.

ST1-027 P

Selanjutnya, ini $\left[\int_0^1 4 - x^2 - (3x) \, dx \right]$?

ST1-027 J Batas integral 0 sampai 1

ST1-028 P Darimana Anda dapatkan 1 pada sumbu x ?

ST1-028 J Di sini ada perpotongan dua kurva.

ST1-029 P Bisa ditulis perpotongannya yang Anda maksud ?

ST1-029 J (subjek menuliskan)

$$\begin{aligned}
 y &= y \text{ (berpotongan)} \\
 4 - x^2 &= 3x \\
 4 - x^2 - 3x &= 0 \\
 -x^2 - 3x + 4 &= 0 \quad \times (-1) \\
 x^2 + 3x - 4 &= 0 \\
 (x - 1)(x + 4) &= 0 \\
 x_2 = 1 \quad \vee \quad x_1 &= -4
 \end{aligned}$$

ST1-030 P Bisa dijelaskan perpotongan tadi ?

ST1-030 J Iya pak.....rumusnya yaitu y linear sama dengan y parabola, lalu memasukkan nilai-nilai y yaitu $3x = 4 - x^2$ kemudian dikumpulkan pada satu ruas sehingga $x^2 + 3x - 4 = 0$, lalu difaktorkan yaitu $(x - 1)(x + 4) = 0$, kemudian x_1 -nya yaitu -4 dan x_2 -nya yaitu 1 .

ST1-031 P Yang mana digunakan 1 atau -4 ?

ST1-031 J Yang satu Pak.....

ST1-032 P Kenapa bisa 1 ?

ST1-032 J Karena syarat pada soal tadi yaitu $x = 0$ dan $x = 2$, sedangkan -4 tidak berada diantara keduanya Pak.....

ST1-033 P Selanjutnya.....dari mana Anda dapat ini

$$\begin{aligned}
 L_1 &= \int_0^1 4 - x^2 - (3x) \, dx \\
 &= 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \Big|_0^1
 \end{aligned}$$

4 menjadi $4x$, x^2 menjadi $\frac{1}{3}x^3$?

Diambil dari L_1 pada saat subjek menghitung:

$$\begin{aligned}
 L_1 &= \int_0^1 4 - x^2 - (3x) \, dx \\
 &= 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \Big|_0^1 \\
 &= \left(4 \cdot 1 - \frac{1}{3}1^3 - \frac{3}{2}1^2 \right) - \left(4 \cdot 0 - \frac{1}{3}0^3 - \frac{3}{2}0^2 \right) \\
 &= \left(4 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2} \right) - 0 \\
 &= \frac{24 - 2 - 9}{6} = \frac{13}{6} \text{ sa}
 \end{aligned}$$

ST1-033 J Ohyang ini Pak....dimasukkan ke rumus integral, karena sesuai dengan rumus integral yaitu koefisien per pangkat variabel ditambah 1 dikali variabel pangkat ee....ditambah 1.

ST1-034 P Bisa dituliskan rumusnya ? dan contohnya ?

ST1-034 J (subjek menuliskan rumusnya dan contohnya)

$$= \int a x^n dx = \frac{a}{n+1} x^{n+1} + C$$

$$\rightarrow \frac{\int x^2 dx}{\frac{1}{3} x^3 + C}$$

ST1-035 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

ST1-035 J Setelah itu menentukan batas-batas integralnya.

ST1-036 P Kenapa bisa 1 dulu disubstitusi di sini

$$= 4x - \frac{1}{3}x^2 - \frac{3}{2}x^2 \Big|_0^1$$

$$= \left(4 \cdot 1 - \frac{1}{3}1^2 - \frac{3}{2}1^2\right) - \left(4 \cdot 0 - \frac{1}{3}0^2 - \frac{3}{2}0^2\right)$$

baru 0, adakah rumusnya ?

ST1-036 J Iya pak....ada rumusnya yaitu integral batas atas dikurang integral batas bawah Pak....

ST1-037 P Bisa ditulis rumusnya ?

ST1-037 J Bisa Pak....(subjek menuliskan rumusnya)

$$L = \int_a^b f(x) dx$$

$$= F(b) - F(a)$$

ST1-038 P Apa maksudnya simbol-simbol yang Anda tulis ?

ST1-038 J Iya pak....integral a menuju b, a sebagai batas bawah dan b sebagai batas f(x) dx, f(x) ialah kurva yang diketahui Pak....kemudian F yaitu hasil integral dari kurva yang tadi diketahui. F(b) adalah batas atas b disubstitusikan ke F dan F(a) adalah batas bawah a disubstitusikan ke F.

ST1-039 P

Selanjutnya, darimana ini $\left[\frac{4 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2}}{6} - 0 \right] ?$

ST1-039 J

Dimasukkan nilai-nilai batasnya tadi Pak....

$$= \left(4 \cdot 1 - \frac{1}{3} 1^2 - \frac{3}{2} 1^2 \right) - \left(4 \cdot 0 - \frac{1}{3} 0^2 - \frac{3}{2} 0^2 \right)$$

sehingga 4 dikali 1 kurang 1/3 di kali 1² dikurang 3/2 dikali 1² dikurang 4 dikali 0 dikurang 1/3 dikali 0² dikurang 3/2 dikali 0² Pak.....sehingga hasilnya 4 - 1/3 - 3/2 - 0 Pak....

ST1-040 P

Jadi...hasil dari 4 ?

ST1-040 J

44 dikali 1 Pak....

ST1-041 P

1
3 ?

ST1-041 J

1
3 1² 1/3 dikali 1².

ST1-042 P

3
2 ?

ST1-042 J

3
2 1² 3/2 dikali 1²

ST1-043 P

Kenapa bisa nol disini 0 ?

ST1-043 J

Karena bilangan apapun yang dikalikan dengan 0 akan menghasilkan 0.

ST1-044 P

Dari di dapat ini $\left[\frac{24 - 2 - 9}{6} \right] ?$

ST1-044 J

Dari $\left(4 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2} \right)$ yang disamakan penyebutnya masing-masing Pak....

ST1-045 P

Baik.....hasilnya ?

ST1-045 J

13
6satuan luas

ST1-046 P

Selanjutnya luas kedua, dari mana ini

$$L_2 = \int_1^2 3x - (4 - x^2) dx$$

Diambil dari L_1 pada saat subjek menghitung:

$$\begin{aligned}
 L_2 &= \int_1^2 3x - (4 - x^2) dx \\
 &= \int_1^2 (3x - 4 + x^2) dx \\
 &= \left. \frac{3}{2}x^2 - 4x + \frac{1}{3}x^3 \right|_1^2 \\
 &= \left(\frac{3}{2} \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot 2^3 \right) - \left(\frac{3}{2} \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 1^3 \right) \\
 &= \left(\frac{12}{2} - 8 + \frac{8}{3} \right) - \left(\frac{3}{2} - 4 + \frac{1}{3} \right) \\
 &= \frac{12}{2} - \frac{3}{2} + \frac{8}{3} - \frac{1}{3} - 8 + 4 \\
 &= \frac{9}{2} + \frac{7}{3} - 4 \\
 &= \frac{27 + 14 - 24}{6} = \frac{17}{6}
 \end{aligned}$$

ST1-046 J Iya Pak.....disini luas kedua karena $y_2 - y_1$ yaitu kurva linear dikurang kurva parabola Pak.....sehingga kurva linear terlebih dahulu dikasi' masuk.

ST1-047 P Dari mana ini

$$\begin{aligned}
 &= \int_1^2 (3x - 4 + x^2) dx \\
 &= \left. \frac{3}{2}x^2 - 4x + \frac{1}{3}x^3 \right|_1^2
 \end{aligned}$$

3x menjadi $3/2 x^2$?

ST1-047 J ee.....sama dengan rumus intergal pada luas pertama tadi Pak....

ST1-048 P Selanjutnya, ini

$$\begin{aligned}
 &= \left. \frac{3}{2}x^2 - 4x + \frac{1}{3}x^3 \right|_1^2 \\
 &= \left(\frac{3}{2} \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot 2^3 \right) - \left(\frac{3}{2} \cdot 1^2 - 4 \cdot 1 + \frac{1}{3} \cdot 1^3 \right)
 \end{aligned}$$

2 dulu disubstitusi baru 1, kenapa ?

ST1-048 J Iya Pak.....karena rumusnya sama seperti rumus pertama tadi ?

ST1-049 P Yang mana rumusnya ?

ST1-049 J Yaitu luase.....integral a menuju b $f(x) dx = F$..e.....batas atas dikurang hasil integral batas bawah Pak....

$$\underline{L = \int_a^b f(x) dx}$$

$$\underline{= F(b) - F(a)}$$

ST1-050 P

Selanjutnya, dari mana Anda dapat ini $\left[\frac{12}{2} \right]$?

ST1-050 J

$\frac{3}{2} \cdot 2^2$ Dari $3/2$ dikali 2^2 Pak....

ST1-051 P

~~8~~?

ST1-051 J

~~4 \cdot 2~~ Dari 4 kali 2

ST1-052 P

Kalau ini $\frac{8}{3}$?

ST1-052 J

$\frac{1}{3} \cdot 2^3$ Dari $1/3$ dikali 2^3 Pak.....

ST1-053 P

Yang ini $\frac{3}{2}$?

ST1-053 J

$\frac{3}{2} \cdot 1^2$ Dari $3/2$ dikali 1^2 Pak....

ST1-054 P

~~4~~?

ST1-054 J

~~4 \cdot 1~~ 4 kali 1

ST1-055 P

$\frac{1}{3}$?

ST1-055 J

$\frac{1}{3} \cdot 1^3$ $1/3$ dikali 1^3

ST1-056 P

Selanjutnya, ini $\frac{12}{2} - \frac{3}{2} + \frac{8}{3} - \frac{1}{3} - 8 + 4$?

ST1-056 J

Ini hasil $\left(\frac{12}{2} - 8 + \frac{8}{3} \right) - \left(\frac{3}{2} - 4 + \frac{1}{3} \right)$

ST1-057 P

Kenapa disini berubah tanda, tadinya $[-4]$ minus 4

menjadi $[\overset{+}{-}4]$ positif 4, $[\overset{+}{-}\frac{1}{3}]$ positif $\frac{1}{3}$ menjadi $[\overset{-}{-}\frac{1}{3}]$ negatif $\frac{1}{3}$, coba beri alasan?

ST1-057 J Minus kali minus menjadi plus Pak....sedangkan minus kali plus tetap minus.

ST1-058 P
Selanjutnya, dari mana ini $[\frac{9}{2} + \frac{7}{3} - 4]$?

ST1-058 J
Dari
$$\begin{array}{r} \frac{12}{2} - \frac{3}{2} + \frac{8}{3} - \frac{1}{3} - 8 + 4 \end{array}$$
 Pak....

ST1-059 P
$$= \frac{27 + 14 - 24}{6}$$

Selanjutnya, ini $[\frac{27 + 14 - 24}{6}]$ dari di dapat?

ST1-059 J
Dari $[\frac{9}{2} + \frac{7}{3} - 4]$ yang disamakan penyebutnya Pak...

ST1-060 P Di dapat?

ST1-060 J
$$\frac{17}{6}$$

ST1-061 P
Apa maksudnya $[L_{\text{total}} = L_1 + L_2]$?

ST1-061 J Luas total yaitu penjumlahan dari luas pertama ditambah dengan luas kedua sehingga (sambil menjelaskan apa yang dia tulis)

$$\begin{aligned} L_{\text{total}} &= L_1 + L_2 \\ &= \frac{13}{6} + \frac{17}{6} \\ &= \frac{30}{6} = 5 \text{ satuan luas} \end{aligned}$$

ST1-062 P Coba, periksa ulang kembali jawabanta'?

ST1-062 J (subjek sementara memeriksa jawabannya).yakin Pak....

- ST1-063 P Sudah yakin.....*
- ST1-063 J Sudah.....*
- ST1-064 P Baik.....terimakasih banyak nak. Assalamualaikum. Wr. Wb*
- ST1-064 J Waalaikumsalam Wr. Wb*



Lampiran Transkrip Hasil Wawancara Subjek Kemampuan sedang (TD)
Nomor 1

Kode	P/J	Uraian
SS1-001	P	Assalamualaikum. Wr. Wb
SS1-001	J	Waalikumsalam Wr. Wb
SS1-002	P	Baca kembali soal nomor 1, nak ?
SS1-002	J	Subjek membaca (Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2 - 2x$, sumbu x , garis $x = 0$ dan $x = 3$).
SS1-003	P	Apa yang Anda ketahui dengan soal ini ?
SS1-003	J	eee'yang pertama yaitu yang saya ketahui yaitu dengan kurva dengan batas-batas kurvanya di sumbu x (berpikir) yaitu $x = 0$ dan $x = 3$
SS1-004	P	Masih ada lagi ?
SS1-004	J	Itu saja Pak...
SS1-005	P	Apa yang ditanyakan ?
SS1-005	J	Luasnya Pak....
SS1-006	P	Bisa di identifikasi kurva ini $y = x^2 - 2x$,? atau ini $y = x^2 - 2x$ termasuk jenis kurva ?
SS1-006	J	Ini $y = x^2 - 2x$ termasuk kurva parabol...
SS1-007	P	Boleh dijelaskan cirinya, kenapa dikatakan parabola ?
SS1-007	J	ee'..... dikatakan parabola karena dimulai dengan x^2 dan sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$ sebagai syarat Pak....
SS1-008	P	Ada lagi ?
SS1-008	J	Itu saja Pak
SS1-009	P	Rencana apa Anda lakukan untuk menyelesaikan soal ini ?
SS1-009	J	Rencananya itu Pak.... pertama-tama menentukan menggambar kurvanya Pak....tetapi memiliki caranya tersendiri, yang kedua yaitu menentukan rumusnya, yang ketiga, langkah selanjutnya kita selesaikan dengan operasi hitung.

SS1-010 P Apa yang Anda lakukan berdasarkan rencana yang Anda sebutkan tadi ?

SS1-010 J ee'....menentukan teknik menggambar kurvana

SS1-011 P Silakan.....

SS1-011 J (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2x \\ &= x(x-2) \\ x &= 0 \text{ dan } x = 2 \end{aligned}$$

Untuk mendapat nilai x baru, kita memfaktorkan kurva y tadi, ee... $y = x^2 - 2x$, berarti pemfaktoranannya yaitu $x(x-2)$ berarti....kan $x^2 - 2x = 0$ berarti $x = 0$ dan $x = 2$.

SS1-012 P Lanjut.....

SS1-012 J Setelah itu, kita menggambar kurvana Pak...ee..... karena nilai ax^2 positif Pak....berarti kurvana menghadap keatas.

SS1-013 P Bagaimana seandainya kalau negatif a -nya ?

SS1-013 J Berarti kurvana menghadap ke bawah.

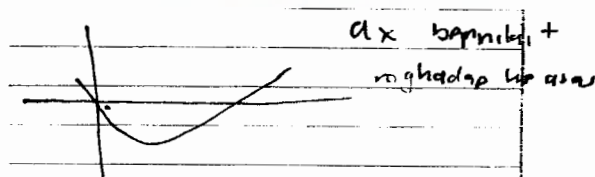
SS1-014 P Bisa digambarkan ?

SS1-014 J ee.....(berpikir).....

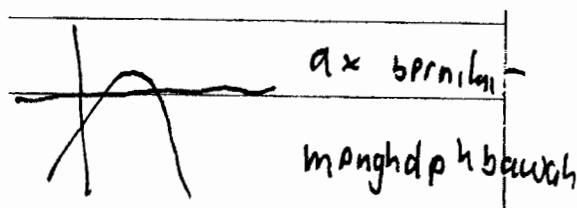
SS1-015 P Yang tadi Anda sebut.....apa tadi ?

SS1-015 J Menghadap ke atas. (subjek menggambar sambil mengungkapkan apa yang dia gambar)

Begini gambarnya menghadap ke atas Pak.....



Begini gambarnya menghadap ke bawah.....

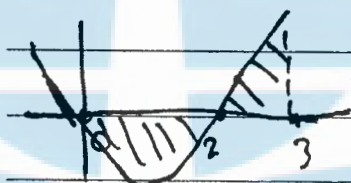


SS1-016 P Bisa dijelaskan tentang $x(x - 2)$?apa sebabnya Anda menulis $x(x - 2)$?

SS1-016 J Karenamaksudnya ini pemfaktoran $x^2 - 2x$, kalau kita mengalikan x kali x berarti hasilnya x^2 , x dikali -2 hasilnya $-2x$. Mendapatkan hasil sesuai dengan yang difaktorkan tadi...yaitu $x^2 - 2x$

SS1-017 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?

SS1-017 J Setelah itu saya mulai menggambar sumbu x y lalu menentukan titik di sumbu x sesuai dengan yang saya dapat tadi.ee.... titik pertama di....noltitik kedua di....2 dan titik ketiga di....ehtitik ketiga di 3.ee... setelah saya menggambar kurvanya, sesuai dengan yang saya dapat kurva parabola yaitu kurva menghadap ke atas (subjek menggambar sambil mengungkapkan apa yang dia gambar)



Baru saya arsirmi daerah yang ditentukan untuk dihitung...

SS1-018 P Mengapa Anda mengarsir ada yang di bawah sumbu x ada juga di atas sumbu x ?

SS1-018 J Karena ini perhitungannya Pak.... terhadap sumbu x

SS1-019 P Ada lagi penjelasan lain ?

SS1-019 J Itu saja Pak....

SS1-020 P Terus apalagi yang Anda lakukan ?

SS1-020 J Kan.....ini kurvanya sudah selesai, sekarang saya menentukan rumusnya.yaitu rumusnya yaitu menghitung luas (subjek menuliskan rumus sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$Luas = \int_a^b f(x) + \int_a^b F(x)$$

SSI-021 P Bisa dijelaskan apa maksud simbol yang Anda tulis ini, ada negatif, ada integral a ke b ?

SSI-021 J Saya mendapatkan untuk yang pertama negatif karena terletak dibagian y negatif, ee....sedangkan untuk positif terletak dibagian y positif. ee.....nilai b dan a yang pertama dilihat dari f-r-y-a Pak.....ee.....a itu 0 sedangkan b-nya 2. Untuk yang kedua nilai a-nya = 2 dan nilai b-nya = 3. $f(x)$ yaitu $x^2 - 2x$

SSI-022 P Apa lagi yang Anda lakukan ?

SSI-022 J Setelah mendapatkan rumusnya, saya mulai memasukkan angka-angka di dalam rumus ini
$$L_{ues} = -\int_a^b f(x) + \int_a^b F(x)$$
 lalu mengerjakannya.

SSI-023 P Silakan kerjakan....

SSI-023 J ee.... (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$L_{ues} = -\int_a^b f(x) + \int_a^b F(x)$$

$$= -\int_0^2 x^2 - 2x \, dx + \int_2^3 x^2 - 2x \, dx$$

berarti hasilnya ini ...

$$= -\left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_2^3$$

ee.....lalu saya mengerjakan dengan cara pekerjaan integral tentu.....ee.....yaitu 1/3 untuk x bagian pertama kita ganti dengan nilai b dikurang bagian kedua diganti dengan nilai a.

SSI-024 P Bisa disebutkan rumusnya dulu, yang tadi Anda sebut integral tentu ?

SSI-024 J Rumusnya Pak....

SSI-025 P Ya...rumusnya, yang tadi Anda katakan integral tentu ?

SSI-025 J ee.....saya pakai pemisalan saja dulu Pakee.....misalnya kita buat (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa

yang dia tuliskan)

$$\frac{[x-2]^b}{(b-2) - (a-2)}$$

berarti untuk pertama-tama kita ganti nilainya, nilai x-nya yaitu $(b-2) - (a-2)$

- SS1-026 P Bisa diberikan alasan mengapa seperti ini ?
- SS1-026 J (agak lama berpikir).....ee.....
- SS1-027 P Atau memang seperti itu rumusnya ?
- SS1-027 J Sepertinya rumusnya Pak.....tapi rumus aslinya saya lupa...
- SS1-028 P Dari mana ini x^2 menjadi $1/3 x^3$?

$$\begin{aligned} &= -\int_0^2 x^2 - 2x \, dx + \int_2^3 x^2 - 2x \, dx \\ &= -\left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_2^3 \end{aligned}$$

- SS1-028 J ee....sesuai dengan rumus cara pengintegralan.
- SS1-029 P Bisa ditulis rumusnya ?
- SS1-029 J ee....yaitu (subjek hanya menuliskan contoh sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\int x^2 = \frac{1}{2+1} x^{2+1} = \frac{1}{3} x^3$$

Nilai di depan x dibagi dengan pangkat x ditambah satu, ee...baru x-nya pangkatnya ditambah satu. Berarti ini x^2 , integralnya yaitu integralnya berarti kan.....di depan x samadengan satu, berarti satu, pangkatnya dua, dua ditambah satu, e'.....x berpangkat dua ditambah satu, ini hasilnya samadengan $1/3x^3$.

- SS1-030 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?
- SS1-030 J Saya mulai mengerjakannya Pak....
- SS1-031 P Ya....silakan....
- SS1-031 J (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{aligned}
 &= -\left(\left(\frac{1}{3}2^3 - 2^2\right) - \left(\frac{1}{3}0^3 - 0^2\right)\right) + \left(\left(\frac{1}{3}3^3 - 3^2\right) - \left(\frac{1}{3}2^3 - 2^2\right)\right) \\
 &= -\left(\frac{8}{3} - 4\right) + \left(\frac{27}{3} - 9\right) - \left(\frac{8}{3} - 4\right) \\
 &= -\frac{8}{3} + 4 + \frac{27}{3} - 9 - \frac{8}{3} + 4 \\
 &= \frac{4}{3} + \frac{9}{3} = \frac{13}{3} \text{ satuan } \ln y
 \end{aligned}$$

Sudahmi Pak.....

SSI-032 P Ya.....dari mana Anda dapatkan

$$= -\left(\left(\frac{1}{3}2^3 - 2^2\right) - \left(\frac{1}{3}0^3 - 0^2\right)\right)$$

bisa dijelaskan ini nak, apa maksudnya ?

SSI-032

J

$$= -\left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_0^2$$

e.....(berpikir sejenak).....karena pertama-tama kita menggantikan nilai x-nya dengan nilai b, nilai b yaitu 2, berarti $\frac{1}{3}$, kan nilai b-nya 2 berarti 2^3 dikurang 2^2 , e.... untuk yang kedua yaitu $\frac{1}{3}$ kan....nilai a-nya samadengan 0, berarti kita menggantikannya x-nya menjadi a yaitu $\frac{1}{3}(0)^3 - (0)^2$.

SSI-033

P

Terus yang ini ?

$$\left(\left(\frac{1}{3}3^3 - 3^2\right) - \left(\frac{1}{3}2^3 - 2^2\right)\right)$$

SSI-033

J

$$\left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_2^3$$

ee....untuk bagian daerah keduanya, e'.....kan...kita lihat berdasarkan ini b-nya yaitu 3, berarti $\frac{1}{3}(3)^3 - 3^2$, bagian keduanya yaitu nilai a-nya kan....bernilai 2 berarti x-nya kita ganti 2 yaitu $\frac{1}{3}$ kali $(2)^3 - 2^2$

SSI-034

P

Dari mana Anda temukan ini $\left[-\left(\frac{8}{3} - 4\right)\right]$?

- SSI-034 J $8/3 - 4$, saya mendapatkannya yaitu dari perhitungan 2^3 yaitu 8, 8 dikali $1/3$ menghasilkan $8/3$, sedangkan 2^2 hasilnya samadengan 4, sedangkan untuk $1/3(0)^3 - 0^2$, karena menghasilkan nilai 0, e.... 0^3 samadengan 0 dikali $1/3$ tetap 0, baru 0^2 samadengan 0 juga, $0 - 0$ sama dengan 0 berarti hasilnya 0, karena hasilnya nol, saya tidak menuliskannya di lembar jawaban ini.

$$= - \left[\left(\frac{1}{3} 2^3 - 2^2 \right) \right]$$

- SSI-035 P Terus ini $\left[\left(\frac{1}{3} 2^3 - 2^2 \right) \right]$ dari mana dapat ini $\left[+ \left(\frac{2^2}{3} - 9 \right) \right]$ $27/3 - 9$?

- SSI-035 J ee.....saya mendapatkannya yaitu.....karena 3^3 menghasilkan nilai 27, 27 dikali $1/3$ hasilnya $27/3$, ee.....sedangkan $- 3^2$, e..... 3^2 hasilnya samadengan 9. Berarti $27/3 - 9$ itulah hasilnya. Bagian keduanya $1/3$ dikali $2^3 - 2^2$, mendapatkan nilai $8/3 - 4$ karena 2^3 hasilnya 8 dikali $1/3$ menghasilkan $8/3$, sedangkan 2^2 nilainya sama dengan 4 berarti hasilnya $8/3 - 4$.

- SSI-036 P Terus, yang ini $\left[\frac{-8+12}{3} \right]$ apa sebabnya?

- SSI-036 J Pertama saya hitung, saya menyamakan penyebutnya, menjadi penyebut 3. Ee..... $8/3 - 4$. Untuk menyamakan penyebutnya berarti 4-nya harus dikali 3, berarti $\frac{8-12}{3}$.

Karena ini (033) dalam kurung sedangkan luarnya bernilai negatif, saya masukkan negatifnya dalam kurung, berarti menghasilkan $\frac{-8+12}{3}$.

- SSI-037 P Bisa ditulis hasilnya ini(036). Berapa hasilnya ini $\frac{-8+12}{3}$?

- SSI-037 J Hasilnya sama dengan $\frac{4}{3}$

- SS1-038 P $\frac{-8 + 12}{3}$
Terus yang ini $[\frac{-8 + 12}{3}]$, nak?
- SS1-038 J Ini dari hasilnya saya dapatkan dari daerah kedua yaitu
 $(\frac{8}{3} - 4)$ $8/3 - 4$.
- SS1-039 P Oh....seperti itu. Hasilnya jawaban ini $[\frac{4}{3}]$?
- SS1-039 J Berpikir.....
- SS1-040 P Oh.....sama juga?
- SS1-040 J Iya Pak.....
- SS1-041 P Oh.....iya.....
- SS1-041 J $\frac{8}{3}$ sakti luas, $\frac{4}{3}$
Berarti hasilnya $\frac{8}{3}$ satuan luas.
8/3 berasal dari:
 $\frac{4}{3} + \frac{4}{3} = \frac{8}{3}$ sakti luas, $\frac{4}{3}$
- SS1-042 P Bisa diperiksa kembali jawaban Anda?
- SS1-042 J Berpikir.....Insya Allah, saya sudah....yakin

Lampiran Transkrip Hasil Wawancara Subjek Kemampuan sedang (TD)
Nomor 2

<i>Kode</i>	<i>P/J</i>	<i>Uraian</i>
SS1-001	P	Kita pindah soal kedua.
SS1-001	J	Subjek membaca (Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$, garis $x = 0$ dan $x = 2$).
SS1-002	P	Apa yang Anda ketahui dengan soal ini ?
SS1-002	J	ee..... soal ini yaitu terdapat dua kurva dan adanya ee.....garis pembatasan $x = 0$ dan $x = 2$
SS1-003	P	Apa yang ditanyakan ?
SS1-003	J	Luasnya Pak.....
SS1-004	P	Kurva jenis apa namanya, dua kurva yang Anda sebutkan ?
SS1-004	J	Kurva $y = 4 - x^2$ berjenis parabola sedangkan $y = 3x$ disebut kurva garis dan $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai syarat.
SS1-005	P	Bisa dijelaskan perbedaan dua kurva ini ? untuk membedakan kurva yang pertama dan yang kedua ?
SS1-005	J	Saya bisa membedakannya dengan cara penggambarannya saja Pak. Kalau ciri-cirinya saya lupa Pak.....
SS1-006	P	Bisa digambar ?
SS1-006	J	Kalau kurva parabola kita mendapatkannya yaitu dengan cara pemfaktoran, sedangkan kalau kurva garis kita mendapatkannya dari cara pemisalan.
SS1-007	P	Apa rencana yang Anda lakukan pada soal ini ?
SS1-007	J	Hampir mirip dengan nomor 1, Pertama kita menggambar kurvanya, yang kedua menentukan rumus, yang ketiga menyelesaikannya dengan operasi hitung.
SS1-008	P	Langkah pertama apa yang Anda lakukan ?
SS1-008	J	Langkah pertama menggambar kurva, kita menggunakan kurva pertama (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{array}{l}
 y = 4 - x^2 \\
 = -x^2 + 4 \\
 (-x - 2)(x - 2) \\
 x = -2 \quad \text{dan} \quad x = +2
 \end{array}$$

ini sama hasil $-x^2 + 4$, pemfaktoranannya yaitu $(-x - 2)(x - 2)$. Berarti $x = -2$ dan $x = 2$

SS1-009 P Bisa dijelaskan pemfaktoran Anda ini mengapa Anda dapatkan $(-x - 2)(x - 2)$?

SS1-009 J Pemfaktoranannya untuk mendapatkan nilai $-x^2 + 4$, dilihat ini Pak..... $-x$ kali x hasilnya $-x^2$, $-x$ kali -2 hasilnya $2x$, -2 kali x mendapatkan hasil $-2x$ sedangkan -2 kali -2 hasilnya 4 , jadi kalau ditulis Pak....hasil akhirnya $-x^2 + 2x - 2x + 4$, positif $2x - 2x$ samadengan 0 Pak.....berarti tidak usah dituliskan.

$$-x^2 + 2x - 2x + 4$$

SS1-010 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SS1-010 J e....saya menuliskan lagi kurva garisnya Pak... (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{array}{r}
 y = 3x \\
 \hline
 y \mid 0 \mid 3 \mid 6 \\
 x \mid 0 \mid 1 \mid 2
 \end{array}$$

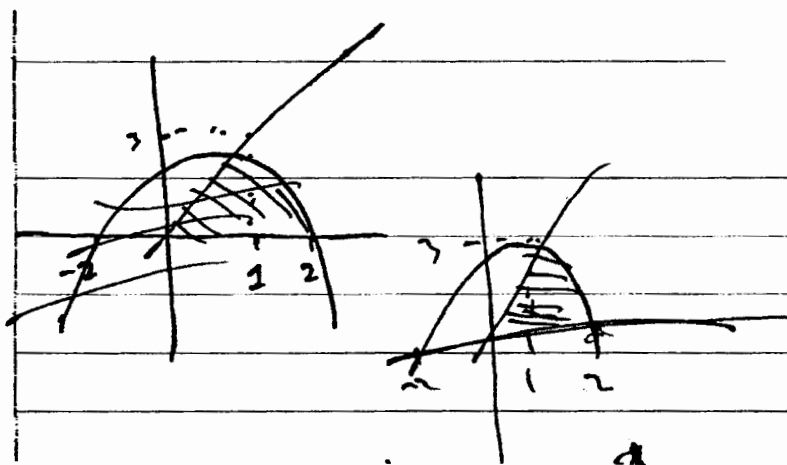
$y = 3x$, saya memisalkan *begini* (sambil membuat tabel) y x , x bernilai 0 maka y -nya juga 0 Pak....untuk $x = 1$, berarti y -nya samadengan 3 .

SS1-011 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SS1-011 J Saya mulai menggambar kurva tersebut.

SS1-012 P Ya.....silakan....

SS1-012 J (subjek menggambar)



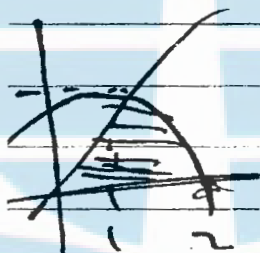
SS1-013 P Mengapa parabolanya membuka ke bawah ?

SS1-013 J Karena nilai..... x^2 -nya bernilai negatif.

SS1-014 P Kalau positif ?

SS1-014 J Menghadap ke atas Pak.....

SS1-015 P Mengapa Anda Arsir disini ?



SS1-015 J Lama berpikir.....saya mengarsir disini karena dibatasi oleh dua kurva dan menghadap ke sumbu x.

SS1-016 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SS1-016 J ee.....saya menentukan rumusnya dulu Pak....e.....rumus luasnya yaitu (subjek menuliskan rumusnya sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\text{Luas} = \int_0^2 f(x) - \int_0^2 g(x)$$

SS1-017 P Bisa dijelaskan simbol-simbol yang Anda tulis ini integral a ke b $f(x)$ dikurang integral a ke b $g(x)$?

SS1-017 J berpikir.....ee....untuk $f(x)$ -nya Pak.saya pakai untuk kurva yang pertama yaitu $4 - x^2$ sedangkan untuk yang $g(x)$ -nya Pak.....saya pakai untuk kurva kedua yaitu

3x.ee....ini b-nya Pak.....kan....nilai batasannya yaitu mulai dari 0 ke 2

$$= \int_0^2 4-x^2 - \int_0^2 3x$$

$$\frac{f(x) \ 4-x^2}{g(x) \ 3x}$$

SS1-018 P Terus ini simbol integral a ke b g(x) ? a ke b yang mana dimaksud ?

SS1-018 J Tetap juga sama yang pertama.....0 ke 2 juga.

$$\int_0^2 g(x)$$

SS1-019 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SS1-019 J Saya mulai memasukkan angka-angkanya Pak.... (subjek menuliskan rumusnya sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$= \int_0^2 4-x^2 - \int_0^2 3x$$

$$= \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^2 - \left[\frac{3}{2}x^2 \right]_0^2$$

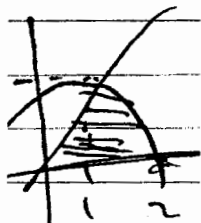
$$= \left(4 \cdot 2 - \frac{1}{3} \cdot 2^3 \right) - \left(4 \cdot 0 - \frac{1}{3} \cdot 0^3 \right) - \left(\frac{3}{2} \cdot 2^2 \right) - \left(\frac{3}{2} \cdot 0^2 \right)$$

$$= 8 - \frac{8}{3} - \frac{6}{1} - 0$$

$$= \frac{24 - 8 - 18}{3} = -\frac{2}{3} \text{ satuan luas}$$

SS1-020 P Bisa dijelaskan ini $\left[\int_0^2 4-x^2 - \int_0^2 3x \right]$ integral 0 ke 2, $4-x^2$ dikurang integral 0 ke 2, $3x$.

SS1-020 J Kan.....saya mengganti f(x) dengan kurva pertama yaitu $4-x^2$ lalu g(x) saya ganti dengan kurva kedua yaitu $3x$. Nilai yaitu batasannya...kan.....dilihat dari gambar tadi,



batasannya juga sama berarti nilai b -nya 2, nilai a -nya 0.

- SS1-021 P Selanjutnya, dari mana ini 4 berubah menjadi $4x$ dan x^2 berubah menjadi $1/3x^3$? bisa di jelaskan?

$$= \int_0^2 4 - x^2 - \int_0^2 x$$

$$= \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^2 - \left[\frac{1}{2}x^2 \right]_0^2$$

- SS1-021 J Bisa Pak.....4 menjadi $4x$ karena integral dari 4 sama dengan $4x$ sedangkan integral dari x^2 yaitu $1/3x^3$

- SS1-022 P Mungkin ada rumusnya?

- SS1-022 J (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\int 4 \cdot x^0 = \frac{4}{0+1} x^{0+1}$$

$$= \frac{4}{1} 4x$$

$$\int x^2 = \frac{1}{2+1} x^{2+1} = \frac{1}{3} x^3$$

$$\int 3x = \frac{3}{1+1} x^{1+1} = \frac{3}{2} x^2$$

Berarti kita bisa memisalkannya Pak.....e.....untuk nilai 4, anggaplah 4 dikali x^0 , x^0 sama dengan 1, karena hasilnya 1 berarti tidak usah saya tulis Pak.....ini (021) integral 4 berarti kita misalkan berarti 4 per kan.....pangkat 0, 0 ditambah 1. e..... x pangkat 0 tambah 1. Berarti hasilnya sama dengan $4/1$ karena $4/1$ berarti penyebutnya tidak usah ditulis Pak.....4..... x pangkat satu. Begitu Pak.....

- SS1-023 P $1/3 x^3$ tadi?

- SS1-023 J e.... $1/3 x^3$ e..... (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\int x^2 = \frac{1}{2+1} x^{2+1} = \frac{1}{3} x^3$$

integral dari x^2 berarti nilai depan x kan.... tidak ada, berarti saja dengan di depan itu 1, berarti 1, pangkat dari x yaitu 2, 2 ditambah 1 berarti 1 per 2 tambah 1 x pangkat 2 tambah 1, hasilnya sama dengan $1/3x^3$.

- SS1-024 P $3/2 x^2$ bisa di jelaskan ?

- SS1-024 J $3/2 x^2$ (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\int 3x = \frac{3}{1+1} x^{1+1} = \frac{3}{2} x^2$$

Didapat dari integral $3x$. e.....nilai di depan x yaitu 3 sedangkan x berpangkat 1, berarti 3 per..... pangkat x di tambah 1 berarti 1 ditambah 1, x-nya berpangkat 1 ditambah 1 berarti $3/2x^2$.

- SS1-025 P Selanjutnya, dari mana ki dapat

$$= \left(4.2 - \frac{1}{3} 2^3 \right) - \left(4.0 - \frac{1}{3} 0^3 \right)$$

$4.2 - 1/3 (2)^3 - (4.0 - 1/3 (0)^3)$? adakah rumusnya ?

- SS1-025 J ee.....Saya mengambil pemisalnya integral tentu saja Pak.....

- SS1-026 P Bisa ditulis ? pemisalan yang Anda maksud ?

- SS1-026 J Pemisalnya yaitu (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\left[4x - \frac{1}{3} x^3 \right]_a^b$$

$$\left(4b - \frac{1}{3} b^3 \right) - \left(4a - \frac{1}{3} a^3 \right)$$

Kurung sikusaya pakai langsung ini(025) Pak....e.....
 $4x - 1/3x^3$, batasan b ... a, a menuju b . e.....untuk
 pertamanya Pak... berarti kita $(4b - 1/3 b^3) - (4a -$

$1/3a^3$). seperti ini pemisalnya Pak....

SSI-027 P Selanjutnya apalagi yang Anda lakukan ?

SSI-027 J

$$= \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^2 - \left[\frac{3}{2}x^2 \right]_0^2$$

$$= \left(4 \cdot 2 - \frac{1}{3} \cdot 2^3 \right) - \left(4 \cdot 0 - \frac{1}{3} \cdot 0^3 \right) - \left(\frac{3}{2} \cdot 2^2 \right) - \left(\frac{3}{2} \cdot 0^2 \right)$$

$$= 8 - \frac{8}{3} - \frac{6}{1} = 6$$

Saya mulai mengerjakannya Pak... x-nya saya ganti dengan nilai b, nilainya itu 2 berarti 4 dikali 2 menghasilkan 8.ee...
 $- 1/3 x^3$, x-nya masih saya ganti nilai b, yaitu 2 berarti $1/3 2^3$, 2^3 hasilnya 8, 8 dikali $1/3$ menghasilkan $8/3$ berarti $8 - 8/3$. untuk yang kedua 4 dikali nilai a yaitu 0, 4 kali 0 hasilnya 0, dikurang $1/3$ dikali nilai a pangkat 3, berarti $1/3$ dikali 0^3 .ee....karena karena hasilnya 0 dikurang 0 berarti 0, saya ndak menuliskannya di jawaban, dikurang $3/2$...nilai b2 berarti $3/2$ dikali 2^2 yaitu ee.....3 dikali 4 per 2 berarti $12/2$ dikurang $3/2$ e....nilai a-nya kan....0 berarti 0^2 , 0^2 samadengan 0, 0 dikali 3 menghasilkan 0, $0/2$ hasilnya tetap 0 jadi saya juga tidak menuliskannya.berarti hasilnya yaitu 8 dikurang $8/3$ dikurang $12/2$, $12/2$ sama dengan 6.

SSI-028 P

Selanjutnya darimana dapat?

SSI-028 J

$$= 8 - \frac{8}{3} - \frac{6}{1} = 6$$

e..... saya menyamakan semua penyebutnya Pak.....e.....saya memakai penyebut 3. Untuk 8 agar mendapatkan menjadi penyebut 3 berarti hasilnya 24, berarti $24/3$ dikurang $8/3$.e.....untuk 6, saya mengalikan dengan 3 Pak....berarti $18/3$. Berarti kalau kita hitung $\frac{24 - 8 - 18}{3}$ ee....hasilnya yaitu $-2/3$ satuan luas.

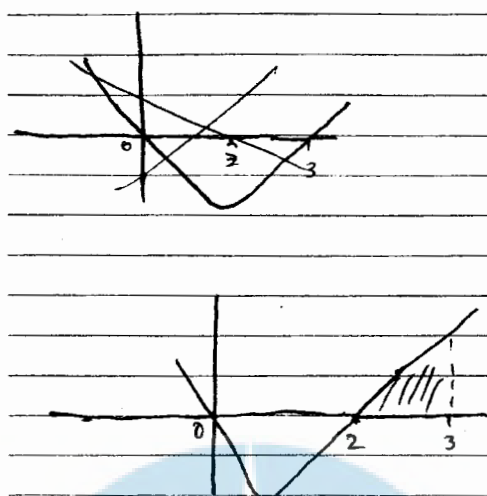
- SS1-029 P Kenapa hasilnya luas negatif, padahal seharusnya luas itu hasilnya positif?
- SS1-029 J Saya rasa ada kesalahan, kesalahan dalam menentukan rumus.
- SS1-030 P Kesalahan dalam menentukan rumus?
- SS1-030 J Iya Pak....
- SS1-031 P Bisa diperiksa kembali jawabannya?
- SS1-031 J Subjek sementara memeriksa jawabannya.
- SS1-032 P sudah yakin benar?
- SS1-032 J Lama berpikir.....yakin Pak.....
- SS1-033 P Terima kasih banyak, Nak. Assalamualaikum Wr.wb.
- SS1-033 J Waalaikumsalam Wr.Wb



**Lampiran Transkrip Hasil Wawancara Subjek Kemampuan rendah
(TD) Nomor 1**

Kode	P/J	Uraian
SR1-001	P	Assalamualaikum. Wr. Wb
SR1-001	J	Waalaikumsalam Wr. Wb
SR1-002	P	Baca soal nomor 1, nak ?
SR1-002	J	Subjek membaca (Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = x^2 - 2x$, sumbu x , garis $x = 0$ dan $x = 3$).
SR1-003	P	Apa yang diketahui pada soal yang Anda baca ?
SR1-003	J	Yaitu $y = x^2 - 2x$, sumbu x , garis $x = 0$ dan $x = 3$
SR1-004	P	Apa yang ditanyakan ?
SR1-004	J	Yaitu luas daerah.
SR1-005	P	Kurva jenis apa yang Anda sebutkan tadi ?
SR1-005	J	Yaitu kurva parabola
SR1-006	P	Terus, yang ini sumbu x , garis $x = 0$ dan $x = 3$, sebagai apa ?
SR1-006	J	Sebagai batas-batas daerah sebagai syarat.
SR1-007	P	Bagaimana Anda bisa mengenal bahwa $y = x^2 - 2x$ adalah parabola ?
SR1-007	J	Karena x -nya berpangkat dua, merupakan ciri-ciri dari parabola.
SR1-008	P	Apa rencana yang Anda lakukan, dalam menyelesaikan soal ini ?
SR1-008	J	Yaitu membuat gambarnya, menentukan rumus-rumusnya, mengarsir daerah kurva, dan menyelesaikannya dengan menggunakan operasi hitung.
SR1-009	P	Berdasarkan rencana yang Anda sebutkan tadi, apa yang pertama Anda lakukan ?
SR1-009	J	Yaitu menentukan teknik menggambar kurvanya.
SR1-010	P	Silakan....bagaimana teknik menggambar kurvanya.
SR1-010	J	(subjek menggambar sambil mengungkapkan apa yang dia

gambar)



SR1-011 P Dari mana Anda tentukan, pada sumbu x ini ada 0, ada titik 2, ada titik 3

SR1-011 J Karena 0 sudah merupakan batasnya dari $x^2 - 2x$, kemudian 2 yaitu ee....dari.... $x^2 - 2x$ karena merupakan bentuk faktor

SR1-012 P Silakan di faktor ?

SR1-012 J (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{aligned}
 & x^2 - 2x \\
 & (x-2)(x+1) \\
 & x(x-2) = 0 \\
 & x=0 \vee x-2=0 \\
 & \quad \quad \quad x=2
 \end{aligned}$$

SR1-013 P Apa dasarnya ini sampai Anda temukan $x(x-2) = 0$? adakah alasannya sampai ruas kanan sama dengan 0 ?

SR1-013 J Karena $x(x-2) = 0$, x -nya itu sama dengan y , $y = 0$, maka ditulis itu dikeluarkan x -nya, x diluar dalam kurung x dikurang 2 sama dengan 0. Untuk $x = 0$ maka y -nya $= (0)^2 - 2(0) = 0$ jadi titik $(0,0)$.

SR1-014 P Mengapa kurva Anda membuka ke atas ?

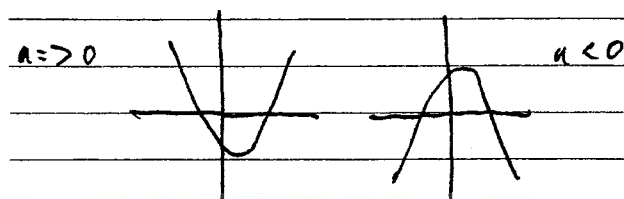
SR1-014 J Karena a -nya sama dengan 1, yaitu lebih besar daripada 0.

SR1-015 P Kalau a -nya lebih kecil dari 0 ?

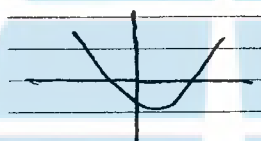
SR1-015 J Maka kurvanya akan membuka ke bawah.

SR1-016 P Bisa di gambar ? yang membuka ke atas, dan membuka ke bawah ?

SR1-016 J (subjek menggambar)



SR1-017 P Kalau gambar ini



membuka ke bawah atau ke atas ?

SR1-017 J Ke atas....

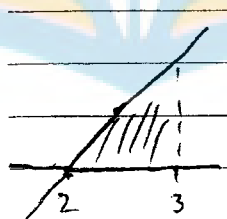
SR1-018 P Syaratnya, bagaimana tadi ?

SR1-018 J Apabila a -nya lebih besar daripada 0. [$a > 0$]

SR1-019 P Kalau yang ini syaratnya ?

SR1-019 J Apabila a -nya lebih kecil daripada 0. [$a < 0$]

SR1-020 P Mengapa Anda arsir di atas sumbu x , dari 2 ke 3 ini ?



SR1-020 J Karena batasnya sudah ditentukan, yaitu x -nya sama dengan 3. jadieee....titik 3 di garis lurus dari kurva parabola tersebut .

SR1-021 P Seperti itu ?

SR1-021 J Iya....

SR1-022 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

- SR1-022 J Yaitu menentukan batas-batas integral.
- SR1-023 P Mana batas-batas integral yang Anda maksud ?
- SR1-023 J Yaitu 2 sampai 3.
- SR1-024 P Selanjutnya, apalagi yang Anda lakukan ?
- SR1-024 J Yaitu tentukan rumus yang digunakan sesuai dengan batas-batas integral.
- SR1-025 P Silakan, tentukan rumusnya ?
- SR1-025 J (subjek menuliskan)

$$\begin{aligned}
 &= \int_2^3 x^2 - 2x \\
 &= \int_2^3 x^2 - 2x \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \right]_2^3 \\
 &= \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2 \right]_2^3 \\
 &= \frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 \right) \\
 &= \frac{27}{3} - 9 - \left(\frac{8}{3} - 4 \right) \\
 &= \frac{27}{3} - 9 - \frac{8}{3} + 4 \\
 &= \frac{27}{3} - \frac{8}{3} - 9 + 4 \\
 &= \frac{19}{3} - \frac{5}{1} \\
 &= \frac{19 - 5}{3} \\
 &= \frac{14}{3}
 \end{aligned}$$

- SR1-026 P Apa maksud simbol yang Anda tulis ini integral dari a ke b ?
- SR1-026 J Yaitu bawah sampai batas atas.
- SR1-027 P $x^2 - 2x$?
- SR1-027 J Yaitu nilai $y = x^2 - 2x$, yaitu dari kurva parabola.
- SR1-028 P 2 ini ?
- SR1-028 J Yaitu sebagai pengganti batas bawah ...a.
- SR1-029 P 3 ?

SR1-029 J 3 sebagai pengganti batas atas bagian b.

SR1-030 P Dari mana Anda temukan x^2 menjadi $1/3 x^3$, $2x$ menjadi $2/2x^2$? silakan....adakah rumusnya?

$$\begin{aligned} &= \int_2^3 x^2 - 2x \\ &= \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \right]_2^3 \end{aligned}$$

SR1-030 J Ya ada.....

SR1-031 P Silakan ditulis rumusnya?

SR1-031 J Yaitu (subjek menuliskan rumus)

$$\frac{1}{n+1} x^{n+1}$$

SR1-032 P Bisa diberikan penjelasan di mana dapat x^2 menjadi $1/3x^3$ berdasarkan rumus tadi?

SR1-032 J Yaitu rumusnya $\frac{1}{n+1}$, nilai n -nya yaitu 2, jadi 2 ditambah 1, x -nya yaitu 2 tambah 1, jadi menghasilkan $1/3 x^3$.

$$\frac{1}{2+1} x^{2+1} = \frac{1}{3} x^3$$

SR1-033 P Terus, $2x$ menjadi $\frac{2}{2}x^2$, darimana?

SR1-033 J $2x$jadi.....nilai 1-nya dengan dikalikan 2, yaitu 2 per....ee.....1 ditambah 1, jadi menghasilkan $\frac{2}{2}x^2$ dan $2/2$ disederhanakan jadi hasilnya yaitu x^2 .

$$\begin{aligned} &\frac{2}{1+1} x^{1+1} \\ &= \frac{2}{2} x^2 \\ &= x^2 \end{aligned}$$

SR1-034 P Mengapa di sini kita tulis, adakah memang rumusnya ini?

$$= \frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 \right)$$

SR1-034 J Ada....

SR1-035 P Bisa tuliskan rumusnya ? berikan alasan ?

SR1-035 J Lama berpikir(subjek menuliskan rumus)

$$= \int_a^b y_1 - y_2$$

SR1-036 P Bisa dijelaskan apa maksudnya itu rumus ? simbol ini ?

SR1-036 J Yaitu a...ee....integral b, yaitu batas a di bawah, batas b di atas, y_1 -nya yaitu y -nya yaitu $x^2 - 2x$.

SR1-037 P y_2 -nya ?

SR1-037 J ee..... $x^2 - 2x$

SR1-038 P Mengapa di sini kita tulis disubstitusi 3 dahulu, baru sesudah itu baru disubstitusi 2 berikutnya ?

$$= \frac{1}{3}x^3 - x^2 \Big|_2^3$$

$$= \frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 \right)$$

SR1-038 J Karena....ee.....didahulukan itu batas atasnya kemudian disubstitusikan batas bawah

SR1-039 P Dari mana Anda dapat ?

$$= \frac{27}{3} - 9 - \left(\frac{8}{3} - 4 \right)$$

SR1-039 J Yaitu dari..... $1/3$...ee....kali 3^3 dikurang 3^2 kurang dalam kurung $1/3$ dikali 2^3 ddikurang 2^2 .

$$= \frac{1}{3}(3)^3 - (3)^2 - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - (2)^2 \right)$$

SR1-040 P $\frac{27}{3}$ ini dari mana ?

SR1-040 J $\frac{1}{3}(3)^3$ $1/3$ dikali 3^3

SR1-041 P Kalau yang 9 ?

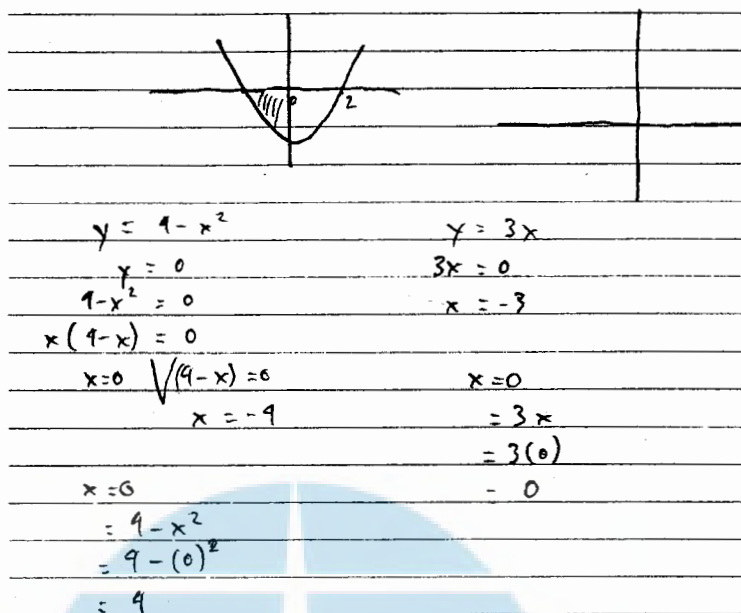
SR1-041 J 2^2 e..... 3^2 $[(3)^2]$

SR1-042 P Yang ini $\frac{8}{3}$?

- SR1-042 J $1/3$ dikali 2^3 $[\frac{1}{3}(-2)^3]$
- SR1-043 P -4 ?
- SR1-043 J 2^2 $[(2)^2]$
- SR1-044 P Selanjutnya, mengapa di sini (044) tandanya berubah negatif 4 $[-^4]$ menjadi positif 4 $[+^4]$.
- SR1-044 J Karena.....ee.....terbuka kurung, keluar dari kurungnya jadi menghasilkan plus $8/3$ menjadi minus $8/3$ dan minus 4 menjadi plus 4 .
- SR1-045 P Selanjutnya, dari manaki' temukan $\frac{19}{3}$?
- SR1-045 J Yaitu hasil dari perkalian campuran $27/3 - 8/3$
- SR1-046 P Dari mana ini -5 ?
- SR1-046 J Itu hasil dari $-9 + 4$
- SR1-047 P $\frac{19-15}{3}$
Selanjutnya, ini 3 ?
- SR1-047 J Yaitu $\frac{19}{3} - \frac{5}{1}$
ditambahkan satu pada...ee....penyebutnya $5/1$, dikalikan campuran, pecahan campuran jadi menghasilkan $\frac{19-15}{3}$.
- SR1-048 P Hasilnya ?
- SR1-048 J Sehingga menghasilkan $\frac{-4}{3}$
- SR1-049 P Jadi kesimpulannya luasnya $4/3$
- SR1-049 J Iya
- SR1-050 P Coba periksa ulang kembali jawabannya ?
- SR1-050 J Ya.....saya sudah yakin dengan jawaban saya
- SR1-051 P Sudah yakin ?
- SR1-051 J Yakin....

**Lampiran Transkrip Hasil Wawancara Subjek Kemampuan rendah
(TD) Nomor 2**

Kode	P/J	Uraian
SR1-001	P	Silakan dibaca soal kedua ?
SR1-001	J	Subjek membaca (Hitunglah luas daerah yang dibatasi oleh kurva $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$, garis $x = 0$ dan $x = 2$).
SR1-002	P	Apa yang Anda ketahui dengan soal ini ?
SR1-002	J	Yaitu $y_1 = 4 - x^2$ dan $y_2 = 3x$ dan batas-batasnya yaitu $x = 0$ dan $x = 2$.
SR1-003	P	Apa yang ditanyakan pada soal ini ?
SR1-003	J	Yaitu luas daerah.....
SR1-004	P	Kurva jenis apa yang Anda sebutkan tadi ?
SR1-004	J	Yaitu kurva jenis parabola dan kurva garis lurus
SR1-005	P	Bisa disebutkan cirinya parabola yang Anda sebutkan ?
SR1-005	J	Yaitu...ee...a-nya berpangkat dua.dan kurva garis lurus yaitu ...ee....koefisiennya tidak berpangkat.
SR1-006	P	Selanjutnya, ini garis $x = 0$ dan $x = 2$ sebagai apa ?
SR1-006	J	Sebagai batas-batas integral.
SR1-007	P	Apa rencana yang Anda lakukan dalam menyelesaikan soal ini ?
SR1-007	J	Yaitu membuat kurvanya, yang kedua yaitu menentukan rumus-rumusnya dan mengarsir daerahnya dan terakhir yaitu menggunakan operasi hitung.
SR1-008	P	Selanjutnya, berdasarkan rencana yang Anda sebutkan, apa yang pertama kali Anda lakukan ?
SR1-008	J	Yaitu membuat kurva terlebih dahulu.
SR1-009	P	Silakan buat kurvanya....
SR1-009	J	(subjek menggambarkan sambil mengungkapkan apa yang dia gambar)



SR1-010 P Sudah ?

SR1-010 J Sudah...

SR1-011 P Baik. Apa lagi yang Andasebentar.....mengapa Anda arsir di sini ?



SR1-011 J ee....karena sudah menentukan itu batasnya.

SR1-012 P Mana batasnya, nak ?

SR1-012 J Yaitu 0 dan 2

SR1-013 P Mengapa kurvanya membuka ke atas ?

SR1-013 J Karena koefisien a-nya ...ee....sama dengan.....(berpikir) 1, karena kurvanya 1 yaitu...ee.....karena lebih besar dari pada 0.

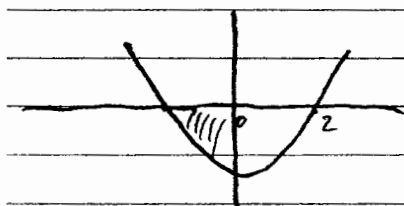
SR1-014 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SR1-014 J Yaitu..ee...dalam mengarsir yaitu menentukan batas-batas integralnya berdasarkan gambar.

SR1-015 P Silakan. mana batas-batas integralnya berdasarkan gambar ? bisa ditunjukkan ?

SR1-015 J (subjek menuliskan dan menunjukkan sambil

mengungkapkan apa yang dia gambar)



0.....2

SR1-016 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SR1-016 J Yaitu memasukkan rumus sesuai dengan batas yang diintegralkan

SR1-017 P Bisa dituliskan rumusnya ?

SR1-017 J Yaitu.... (subjek menuliskan rumus sambil mengungkapkan apa yang dituliskan)

$$\int_a^b y_1 - y_2$$

Batas a sampai batas b, $y_1 - y_2$

SR1-018 P Selanjutnya, apa maksud simbol yang Anda tulis ini, integral a ke b, $y_1 - y_2$?

SR1-018 J Yaitu, batas dari a dan batas bawah a yaitu dan b batas atas.

SR1-019 P y_1 ?

SR1-019 J y_1 -nya yaitu $4 - x^2$.

SR1-020 P y_2 -nya ?

SR1-020 J $3x$

SR1-021 P Baik....selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan ?

SR1-021 J (subjek menuliskan sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\begin{aligned}
 &= \int_a^b 4 - x^2 - 3x \\
 &= \int_0^2 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \\
 &= \int_0^2 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \\
 &= \left. -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \right|_0^2 \\
 &= -\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{3}{2}(2)^2 + 4(2) - \left(-\frac{1}{3}x(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 + 4(0) \right) \\
 &= -\frac{8}{3} - \frac{12}{2} + 8 - (0) \\
 &= \frac{24}{6} - \frac{36}{6} + 8 \\
 &= \frac{12}{6} + 8 \\
 &= 2 + 8 = 10
 \end{aligned}$$

WM1-022 P Dari mana Anda temukan ini 4 menjadi $4x$, x^2 menjadi $1/3x^3$, $3x$ menjadi $3/2x^2$?

$$\begin{aligned}
 &= \int_a^b 4 - x^2 - 3x \\
 &= \int_0^2 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2
 \end{aligned}$$

SR1-022 J Yaitu, dengan mengintegalkan nilai-nilainya sehingga menghasilkan 4 menjadi $4x$, x^2 menjadi $1/3x^3$, $3x$ menjadi $3/2x^2$.

SR1-023 P Adakah rumusnya?

SR1-023 J Ada.....

SR1-024 P Bisa dituliskan rumusnya?

SR1-024 J Yaitu..... (subjek menuliskan rumus sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\frac{1}{n+1} x^{n+1}$$

SR1-025 P Selanjutnya, apa lagi yang Anda lakukan?

- SR1-025 J Setelah itu...ee.....
- SR1-026 P Yang tadi 4 menjadi $4x$ dengan menggunakan rumus integral ?
- SR1-026 J Kan.....ee.....diintegalkan menjadi $4x$ dan x^2 ?
- SR1-027 P x^2 bisa dijelaskan dengan menggunakan rumus ?
- SR1-027 J (subjek menuliskan rumus sambil mengungkapkan apa yang dia tuliskan)

$$\frac{1}{2+1} x^{2+1} = \frac{3}{1+1} x^{1+1}$$

$$\frac{1}{3} x^3 = \frac{3}{2} x^2$$

1 per...ee..... x^2 yaitu nilai 2 tambah 1, x 2 tambah 1.

- SR1-028 P Selanjutnya ?
- SR1-028 J Yaitu jadi menghasilkan $1/3x^3$ dan $3x$ yaitu 3 per 1 tambah 1, x 1 tambah 1 jadi menghasilkan $3/2x^2$
- SR1-029 P Selanjutnya.....dari dapat ini adakah rumusnya 2 dulu disubstitusi, ke hasil integral, baru 0 ?

$$= -\frac{1}{3} x^3 - \frac{3}{2} x^2 + 4x \Big|_0^2$$

$$= -\frac{1}{3} (2)^3 - \frac{3}{2} (2)^2 + 4(2) - \left(-\frac{1}{3} (0)^3 - \frac{3}{2} (0)^2 + 4(0) \right)$$

- SR1-029 J ee.....yaitu....ee.....yang didahulukan yaitu....ee.....batas atas kemudian batas bawahnya .
- SR1-030 P Adakah rumusnya ? ada ?
- SR1-030 J Berpikir.....menurut saya itu....ee....langsung saja disubstitusi ke dalam, digantikan dengan nilai x, yaitu batas atasnya terlebih dahulu kemudian batas bawah.
- SR1-031 P ee..... Mengapa 2 dulu disubstitusi baru disubstitusi 0 ?
- SR1-031 J Karena 2 lebih utama karena merupakan batas atasnya lalu kemudian.....ee.....disubstitusi batas kedua, batas bawah.

- SR1-032 P Dari mana Anda temukan $\frac{-8}{3}$?
- SR1-032 J Yaitu $\frac{-1}{3}(2)^3$
 $-1/3$ dikali 2^3 menghasilkan $-8/3$
- SR1-033 P Lalu $\frac{12}{2}$, dari Anda temukan ?
- SR1-033 J Yaitu $\frac{-3}{2}(2)^2$ $3/2$ dikali 2^2 menghasilkan $12/2$.
- SR1-034 P Kalau 8 ?
- SR1-034 J Yaitu $[4(2)]$ 4 dikali 2
- SR1-035 P Kenapa di sini $[\{0\}]$ bisa 0 ?
- SR1-035 J Karena yang disubstitusikan itu 0 , maka sudah tentu semua jawabannya 0 , karena semua dikalikan dengan 0 .
- SR1-036 P Baik.....dari mana Anda temukan ini ?

$$\frac{24 - 36 + 8}{6}$$
- SR1-036 J Yaitu dengan perkalian campuran antara $\frac{-8}{3}$ dan $\frac{12}{2}$
- SR1-037 P Terus, yang $\frac{12}{6}$?
- SR1-037 J Yaitu $\frac{24 - 36}{6}$
- SR1-038 P Kalau 8 -nya ?
- SR1-038 J Yaitu hasil dari atas tadi dikasi turun saja.
- SR1-039 P Kalau 2 ?
- SR1-039 J Yaitu.....eee.....disederhanakan antara $12/6$
- SR1-040 P 10 ?
- SR1-040 J Ditambahkan 8 maka hasilnya 10 .
- SR1-041 P Coba periksa ulang kembali jawabanta' ?
- SR1-041 J Menurut saya jawaban saya sudah.....betul

- SR1-042 P Sudah yakin benar ?*
SR1-042 J Ya....saya sudah yakin.
SR1-043 P Assalamualaikum. Wr. Wb
SR1-043 J Waalaikumsalam Wr. Wb





Lampiran D

LEMBAR JAWABAN TD

Nama : Novia Nurul Chaerunnisa
 NISN :
 Kelas : XII IPA F
 No. Urut Absen : 22
 Tanda Tangan : *Novia*

1. a) Dik : kurva $y = x^2 - 2x$
 syarat $x = 0$ dan $x = 3$

Dit : $L_{\text{total}} = \dots ?$

- b) $y = x^2 - 2x$ (kurva parabola) ; $x = 0$ dan $x = 3$ yang disyaratkan

- c) Gambarkan kurva dan daerah arsiran

Tentukan batas-batas integral dan rumus yang digunakan

$$L = \int_a^b f(x) dx \text{ dan } \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

A Selesaikan dengan operasi hitung

- d) $y = x^2 - 2x$ titik potong sumbu x ; $y = 0$ titik potong sumbu y ; $x = 0$

$$x(x-2) = 0$$

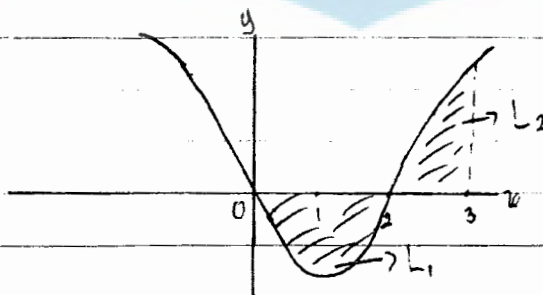
$$y = 0^2 - 2 \cdot 0$$

$$x_1 = 0 \text{ dan } x_2 = 2 \text{ (0, 2)}$$

$$y = 0 \text{ (0, 0)}$$

- e) $a = 1 > 0$ (membuka ke atas)

dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$



- f) L_1 = batas integralnya $x = 0$ dan $x = 2$

L_2 = batas integralnya $x = 2$ dan $x = 3$

g) $L_1 = - \int_0^2 f(x) dx$

$L_2 = \int_2^3 f(x) dx$

$$\begin{aligned}
 h) L_1 &= - \int_a^b f(u) \, du \\
 &= - \int_0^2 (u^2 - 2u) \, du \\
 &= - \left(\frac{1}{3} u^3 - u^2 \right) \Big|_0^2 \longrightarrow L = \int_a^b f(u) \, du = F(b) - F(a) \\
 &= - \left(\left(\frac{1}{3} 2^3 - 2^2 \right) - \left(\frac{1}{3} 0^3 - 0^2 \right) \right) \\
 &= - \left(\left(\frac{8}{3} - 4 \right) - 0 \right) \\
 &= - \left(\frac{8-12}{3} \right) \\
 &= - \left(-\frac{4}{3} \right) \\
 &= \frac{4}{3} \text{ sa}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_2 &= \int_a^b f(u) \, du \\
 &= \int_2^3 (u^2 - 2u) \, du \\
 &= \left(\frac{1}{3} u^3 - u^2 \right) \Big|_2^3 \\
 &= \left(\frac{1}{3} 3^3 - 3^2 \right) - \left(\frac{1}{3} 2^3 - 2^2 \right) \\
 &= \left(\frac{27}{3} - 9 \right) - \left(\frac{8}{3} - 4 \right) \\
 &= \frac{27}{3} - 9 - \frac{8}{3} + 4 \\
 &= \frac{19}{3} - 5 \\
 &= \frac{19-15}{3} \\
 &= \frac{4}{3} \text{ sa}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 L_{\text{total}} &= L_1 + L_2 \\
 &= \frac{4}{3} + \frac{4}{3} \\
 &= \frac{8}{3} \\
 &= 2 \frac{2}{3} \text{ satuan luas}
 \end{aligned}$$

Saya sudah yakin dengan jawaban saya, Pak.

2. a) Dik : kurva $y = 4 - x^2$

$$y = 3x$$

Syarat $x = 0$ dan $x = 2$

Dit : $L_{\text{total}} = \dots ?$

b) $y_1 = 4 - x^2$ (kurva parabola)

$y_2 = 3x$ (kurva linier)

$x = 0$ dan $x = 2$ yang disyaratkan

c) Gambarkan kurva dan daerah arsiran

Tentukan batas-batas integral

Tentukan rumus yang digunakan

$$L = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx \quad \text{dan} \quad \int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$$

Selesaikan dengan operasi hitung

d) $y = 4 - x^2$ (kurva parabola)

titik potong sumbu x ; $y = 0$

$$4 - x^2 = 0$$

$$(-x + 2)(x + 2) = 0$$

$$x_1 = -2 \vee x_2 = 2 \quad (-2, 2)$$

$a = -1 < 0$ (membuka ke bawah)

dari bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$

$y = 3x \rightarrow$ garis ini melalui titik $(0, 0)$

dari bentuk umum $y = mx + c$

$m = 3 \rightarrow$ garis ke kanan

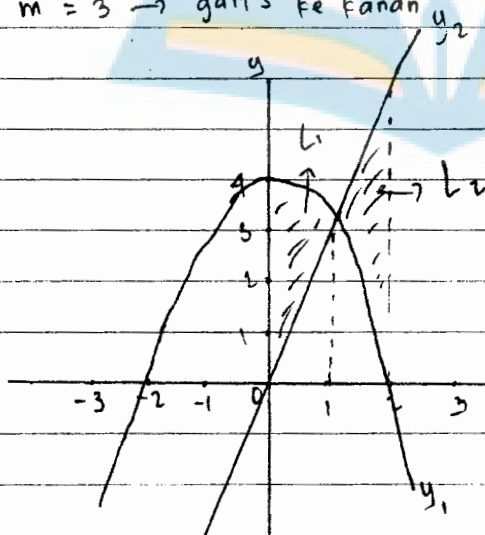
titik potong sumbu y ; $x = 0$

$$y = 4 - 0^2$$

$$= 4$$

$$(0, 4)$$

e.



$y = y$ (berpotongan)

$$3x = 4 - x^2$$

$$3x - 4 + x^2 = 0$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x - 1)(x + 4) = 0$$

$$x = 1 \vee x = -4$$

f) L_1 = batas integralnya $x=0$ dan $x=1$

L_2 = batas integralnya $x=1$ dan $x=2$

$$g) L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 \, dx$$

$$= \int_0^1 4 - x^2 - (3x) \, dx$$

$$L_2 = \int_1^2 y_2 - y_1 \, dx$$

$$= \int_1^2 3x - (4 - x^2) \, dx$$

$$h) L_1 = \int_0^1 y_1 - y_2 \, dx$$

$$= \int_0^1 4 - x^2 - (3x) \, dx$$

$$= 4x - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 \Big|_0^1 \rightarrow L = \int_a^b f(x) \, dx = F(b) - F(a)$$

$$= \left(4 \cdot 1 - \frac{1}{3}1^3 - \frac{3}{2}1^2\right) - \left(4 \cdot 0 - \frac{1}{3}0^3 - \frac{3}{2}0^2\right)$$

$$= \left(4 - \frac{1}{3} - \frac{3}{2}\right) - 0$$

$$= \frac{24 - 2 - 9}{6} = \frac{13}{6} \text{ sq}$$

$$L_2 = \int_1^2 y_2 - y_1 \, dx$$

$$= \int_1^2 3x - (4 - x^2) \, dx$$

$$= \int_1^2 (3x - 4 + x^2) \, dx$$

$$= \frac{3}{2}x^2 - 4x + \frac{1}{3}x^3 \Big|_1^2$$

$$= \left(\frac{3}{2}2^2 - 4 \cdot 2 + \frac{1}{3}2^3\right) - \left(\frac{3}{2}1^2 - 4 \cdot 1 + \frac{1}{3}1^3\right)$$

$$= \left(\frac{12}{2} - 8 + \frac{8}{3}\right) - \left(\frac{3}{2} - 4 + \frac{1}{3}\right)$$

$$= \frac{12}{2} - \frac{3}{2} - 8 + \frac{8}{3} - \frac{1}{3} + 4 - 1$$

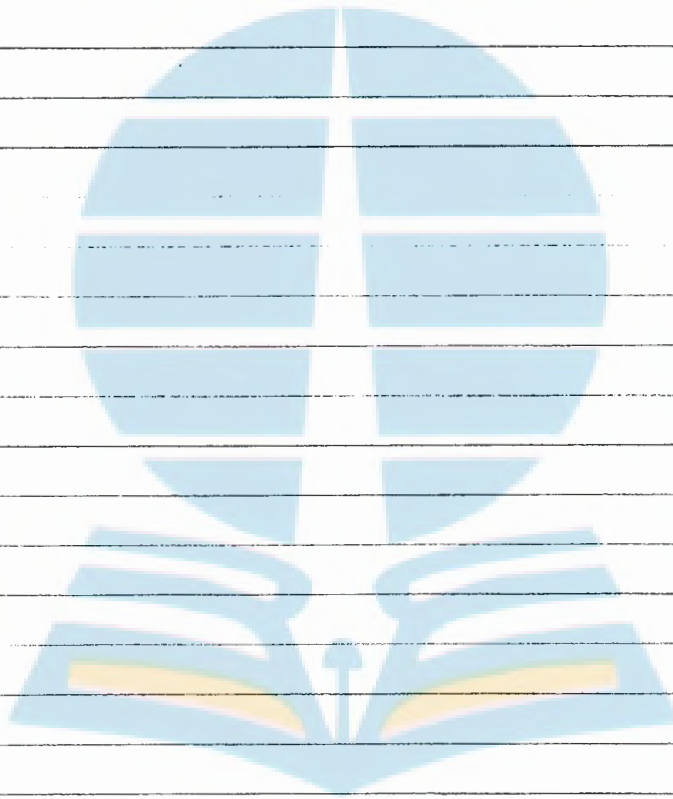
$$= \frac{9}{2} + \frac{7}{3} - 4$$

$$= \frac{27 + 14 - 24}{6}$$

$$= \frac{17}{6} \text{ sq}$$

$$\begin{aligned}L_{\text{total}} &= L_1 + L_2 \\&= \frac{13}{6} + \frac{17}{6} \\&= \frac{30}{6} \\&= 5 \text{ satuan luas}\end{aligned}$$

Saya sudah yakin dengan jawaban saya, pak.



LEMBAR JAWABAN TD

Nama : M. Khairil Aqsha Masdy
 NISN :
 Kelas : XII IPA F
 No. Urut Absen : 17
 Tanda Tangan : *Khairil*

1. $y = x^2 - 2x$ dibatasi oleh $x=0$ dan $x=3$

a. Yang diketahui yaitu garis batas dan $f(x)$, yang ditanyakan adalah luas daerah yang dibatasi oleh kurva

b. $p(x) = x^2 - 2x$ adalah kurva parabola, sumbu x , $x=0$ dan $x=3$ (sebagai persyaratan)

c. Rencana Penyelesaian :

1. Menentukan arah kurva
2. Menentukan batas-batas integral.
3. Menggambar kurva
4. Memasukkan data dari kurva ke dalam rumus
5. Menyelesaikan dengan operasi hitung.

d. Teknik menggambar kurva :

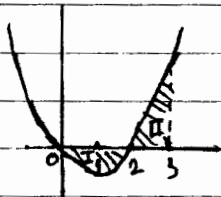
1. Menentukan letak batas kurva
2. Menentukan arah kurva dilihat dari persamaan fungsi
3. Gambarlah kurva sesuai dengan titik dan arah.

e. $x^2 - 2x = 0$

$x(x-2) = 0$

$x=0$ dan $x=2$

kurva menghadap ke atas



3. f. • batas integral pada daerah I : $b=2$, $a=0$

• batas integral pada daerah II : $b=3$, $a=2$

g. luas daerah yang diarsir = $-\int_0^2 x^2 - 2x \, dx + \int_2^3 x^2 - 2x \, dx$

$$\begin{aligned} h. &= -\left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_0^2 + \left[\frac{1}{3}x^3 - x^2\right]_2^3 \\ &= -\left(\frac{1}{3}(2)^3 - 2^2\right) - \left(\frac{1}{3}(0)^3 - 0^2\right) + \\ &\quad \left(\frac{1}{3}(3)^3 - 3^2\right) - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - 2^2\right) \\ &= -\left(\frac{8}{3} - 4\right) + \left(\frac{27}{3} - 9\right) - \left(\frac{8}{3} - 4\right) \\ &= -\frac{8}{3} + 4 + \frac{27}{3} - 9 - \frac{8}{3} + 4 \\ &= -\frac{16}{3} + \frac{29}{3} = \frac{13}{3} \end{aligned}$$

i. Saya yakin dengan jawaban di atas

2. $y = 4 - x^2$ dan $y = 3x$ garis $x=0$ dan $x=2$

a. Yang diketahui garis batas dan $f(x)$ dan $g(x)$ yang ditanyakan ~~ditanyakan~~ Luas daerah yang dibatasi 2 kurva

b. ~~$f(x) = 4 - x^2$, $g(x) = 3x$~~

b. $f(x) = 4 - x^2 \Rightarrow$ kurva parabola

$g(x) = 3x \Rightarrow$ kurva garis atau linier

$x=0$ dan $x=2$ (persyaratan ~~batas~~)

c. Rencana penyelesaian

1. Menentukan batas-batas integral

2. Penentuan arah kurva

3. Menggambar kurva

4. Memasukkan data dari kurva ke dalam rumus

5. Selesaikan dengan operasi hitung.

d. Teknik menggambar kurva

1. Tentukan batas-batas kurva

2. Menentukan arah kurva

3. Gambarlah kurvanya

e. Gambar kurva

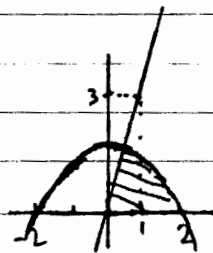
untuk $f(x)$

$$y = -x^2 + 4$$

$$x = -2 \text{ dan } x = 2$$

untuk $g(x)$

y	0	3	6
x	0	1	2



f. batas integral $b=2$, $a=0$

g. Luas daerah yang terarsir $= \int_a^b f(x) - \int_a^b g(x)$

$$\begin{aligned}
 h. \quad L &= \left(\int_0^2 4-x^2 \right) - \left(\int_0^2 3x \right) \\
 &= \left[4x - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^2 - \left[\frac{3}{2}x^2 \right]_0^2 \\
 &= \left((4(2) - \frac{1}{3}(2)^3) - (4(0) - \frac{1}{3}(0)^3) \right) \\
 &\quad - \left((\frac{3}{2}(2)^2) - (\frac{3}{2}(0)^2) \right) \\
 &= 8 - \frac{8}{3} - (1^2/2) \\
 &= \frac{24-8}{3} - 6 \\
 &= \frac{29}{3} - \frac{8}{3} - \frac{18}{3} \\
 &= -\frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

i. Saya yakin dengan jawaban di atas

LEMBAR JAWABAN TD

Nama : Witra Mahu Sucipto
 NISN : 24.....
 Kelas : XII IPA F
 No. Urut Absen : 30
 Tanda Tangan : 

1. a. Dik: $y = x^2 - 2x$

batas : $x = 0$, $x = 3$

Dit: $L = \dots ?$

b. kurva $y = x^2 - 2x$

syarat sumbu x , $x = 0$ dan $x = 3$

c. - menentukan rumus

- membuat kurva

- mengosio

- menentukan batas-batas

- menyelesaikannya dengan operasi hitung

d. kurva parabola

Sumbu x , $y = 0$

$y = x^2 - 2x$

$x^2 - 2x = 0$

$x(x - 2) = 0$

$x = 0$ $\vee$ $x - 2 = 0$

$x = 2$

$a = 1 > 0$

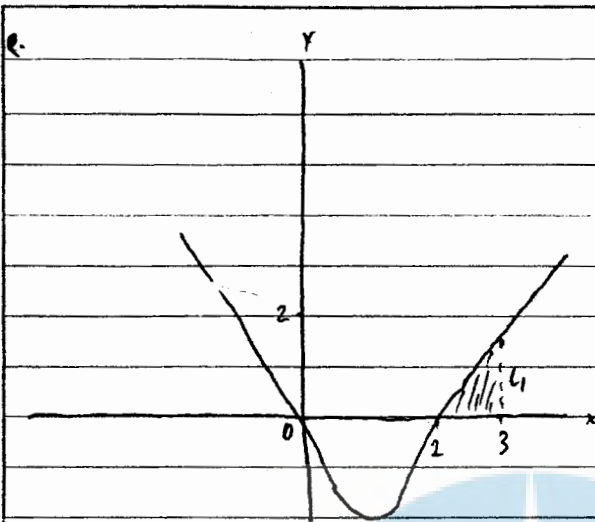
$(2, 0)$

Sumbu y , $x = 0$

$y = x^2 - 2x$

$= (0)^2 - 2(0)$

$= 0$



f. batas-batas integral

$$x=0, \text{ dan } x=3$$

$$g. y = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$$

$$= \int_a^b x^2 - 2x$$

$$= \int_2^3 \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2$$

$$h. = \int_2^3 \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2$$

$$= \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{2}x^2 \Big|_2^3$$

$$= \frac{1}{3}(3)^3 - \frac{2}{2}(3)^2 - \left(\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{2}{2}(2)^2 \right)$$

$$= \frac{27}{3} - \frac{18}{2} - \left(\frac{8}{3} - \frac{8}{2} \right)$$

$$= \frac{27}{3} - \frac{18}{2} - \frac{8}{3} + \frac{8}{2}$$

$$= \frac{27}{3} - \frac{8}{3} - \frac{18}{2} + \frac{8}{2}$$

$$= \frac{19}{3} - \frac{26}{2}$$

$$= \frac{38 - 78}{6}$$

$$= \frac{40}{6}$$

i. Saya yakin dgn jawaban saya

2. Dik = $y_1 = 9 - x^2$

$$y_2 = 3x$$

Dit = $L = \dots?$

b. kurva $y_1 = 9 - x^2$

$$y_2 = 3x$$

batas = $x = 0$, dan $x = 2$

c. - menentukan rumus

- membuat kurva

- mengarsir

- menentukan batas

- menyelesaikan dengan operasi hitung

d- kurva parabola

sambun $x, y = 0$

$$y = 9 - x^2$$

$$\text{atau } 9 - x^2 = 0$$

$$9 - x^2 = 0$$

$$9 - (x)x =$$

$$x = 0 = 9 - x$$

$$= x = -9$$

$$(0, -9)$$

Sumbu $y, x=0$

$$y = 4 - x^2$$

$$= 4 - (0)^2$$

$$= 4$$

$$(0, 4)$$

* kurva garis lurus

Sumbu ~~y~~ $x=0$

$$y = 3x$$

$$3x = 0$$

$$x = -3$$

$$(-3)$$

Sumbu $y, x=0$

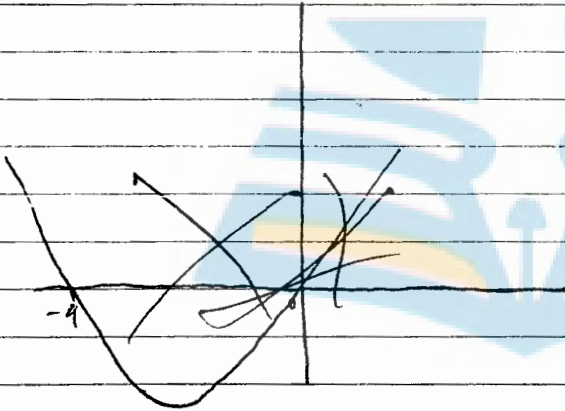
$$y = 3x$$

$$= 3(0)$$

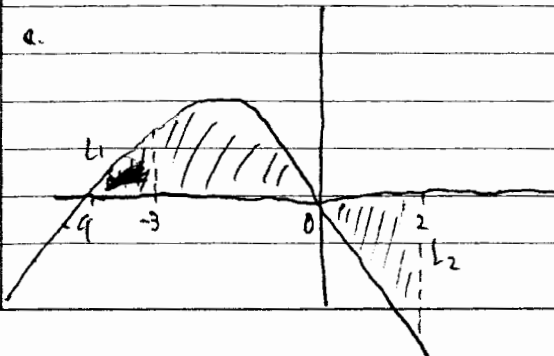
$$= 0$$

$$(0)$$

a.



a.



F. batas-batas integral

$$x=0 \text{ dan } x=2$$

$$x=-3 \text{ dan } x=-4$$

$$g. Y = \int_a^b y_1 - y_2 \, dx$$

$$= \int_a^b 4 - x^2 - (3x)$$

$$= \int_a^b 4 - x^2 - 3x$$

$$= \int_a^b -x^2 - 3x + 4 = -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x$$

$$h. L_1 = \int_0^{-3} -x^2 - 3x + 4$$

$$= \int_0^{-3} -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x$$

$$= -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \Big|_0^{-3}$$

$$= -\frac{1}{3}(-3)^3 - \frac{3}{2}(-3)^2 + 4(-3) - \left(-\frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 + 4(0) \right)$$

$$= \frac{27}{3} - \frac{27}{2} - 12 - (0)$$

$$= \frac{54 - 81}{6} - 12$$

$$= \frac{27}{6} - 12 = \frac{-27}{6} - \frac{12}{1} = \frac{-27 - 72}{6} = \frac{-99}{6}$$

$$L_2 = \int_0^2 -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x$$

$$= -\frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 4x \Big|_0^2$$

$$= -\frac{1}{3}(2)^3 - \frac{3}{2}(2)^2 + 4(2) - \left(-\frac{1}{3}(0)^3 - \frac{3}{2}(0)^2 + 4(0) \right)$$

$$= -\frac{8}{3} - \frac{12}{2} + 8 - (0)$$

$$\begin{aligned} &= -\frac{8}{3} - \frac{12}{2} + 8 \\ &= \frac{16 - 36}{6} + 8 \\ &= \frac{-20}{6} + \frac{8}{1} \\ &= \frac{-20 + 48}{6} \\ &= \frac{28}{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_{\text{tot}} &= L_1 + L_2 \\ &= -\frac{45}{2} + \frac{28}{6} \\ &= \frac{-270 + 56}{12} \\ &= -\frac{214}{12} \\ &= -17 \end{aligned}$$

LEMBAR JAWABAN TD

Nama : Muh. Ajib Basuki P.
 NISN :
 Kelas : XII IPA F
 No. Urut Absen : 15
 Tanda Tangan : 

2. a. Diketahui : kurva $y = 4 - u^2$
 $y = 3u$

sumbu u , $u = 0$ dan $u = 2$

Ditanya : Luas daerah (L) = ...?

b. Yang diketahui

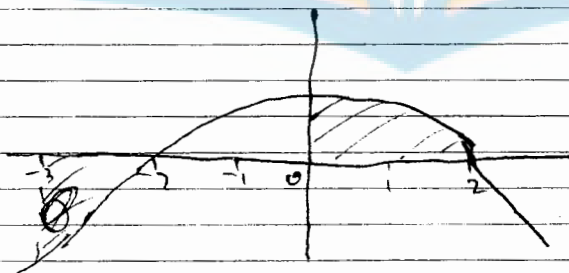
- terdapat 2 fungsi yakni $y = 4 - u^2$ (parabola)
 $y = 3u$ (garis lurus)
- Batas garis u dari 0 ke 2

c. Mengidentifikasi soal

- Menggambar kurva
- Menentukan batas-batas integral
- Menentukan rumus
- Menghitung

d. Teknik yang digunakan adalah teknik parabola dan garis lurus

e.



$$f. L = \int_0^2$$

$$g. L = \int_0^2 y_1 - y_2$$

h.

$$h. \int_0^2 y_1 - y_2$$

$$\int_0^2 4 - u^2 - (3u)$$

$$\int_0^2 4 - u^2 + 3u$$

$$4u - \frac{1}{3}u^3 + \frac{3}{2}u^2 \Big|_0^2$$

$$4(2) - \frac{1}{3}(2)^3 + \frac{3}{2}(2)^2 - \left(4(0) - \frac{1}{3}(0)^3 + \frac{3}{2}(0)^2 \right)$$

$$8 - \frac{8}{3} + \frac{12}{2} - (0)$$

$$8 - \frac{8}{3} + 6$$

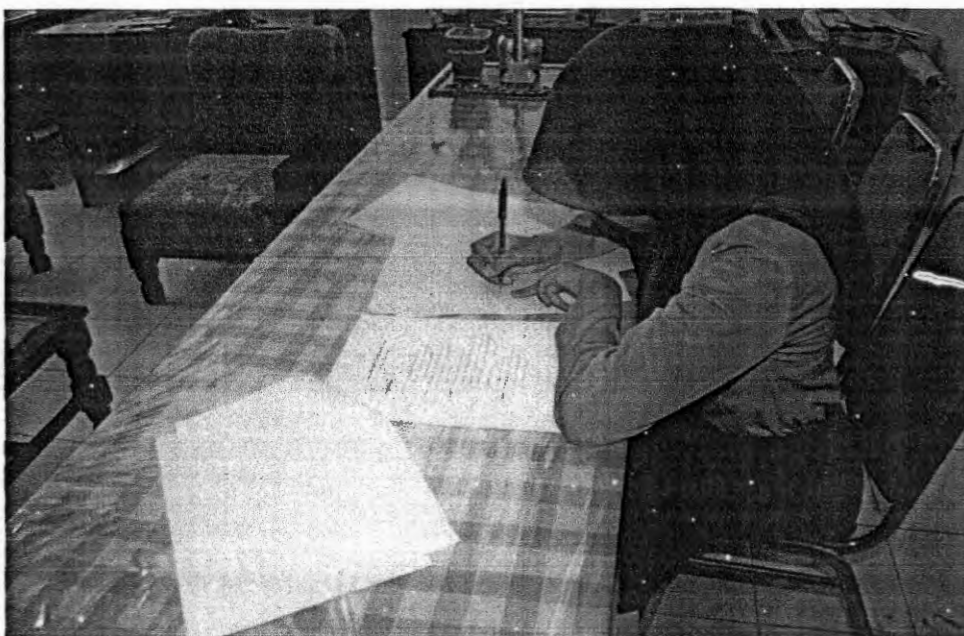
$$- \frac{5}{3} + 6$$

$$= \frac{13}{3}$$

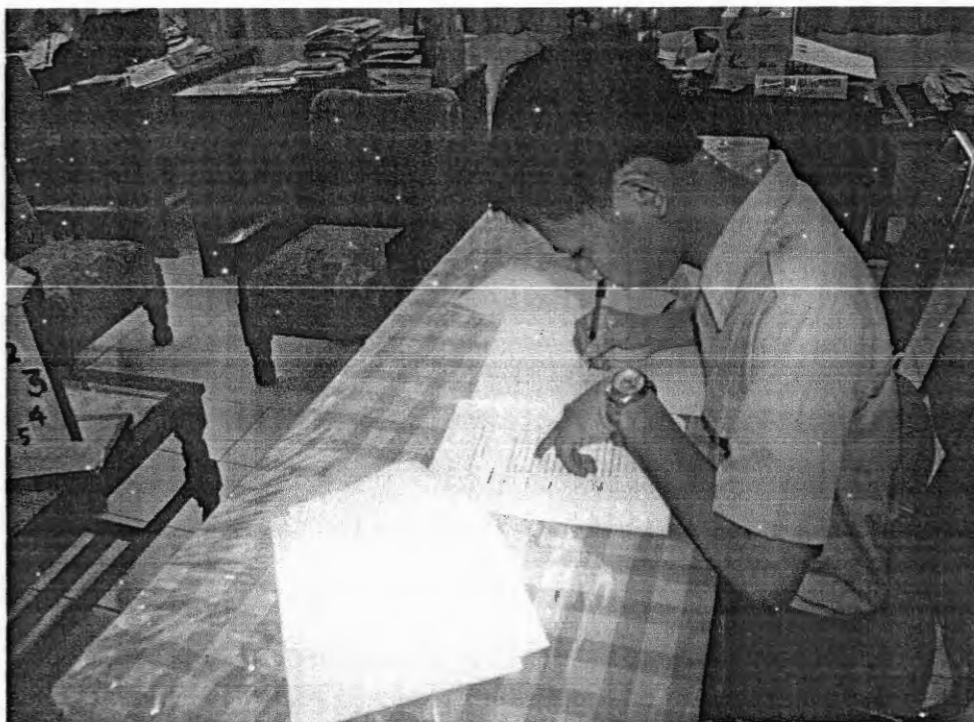
$$= 5$$

i). Saya yakin dengan jawaban saya

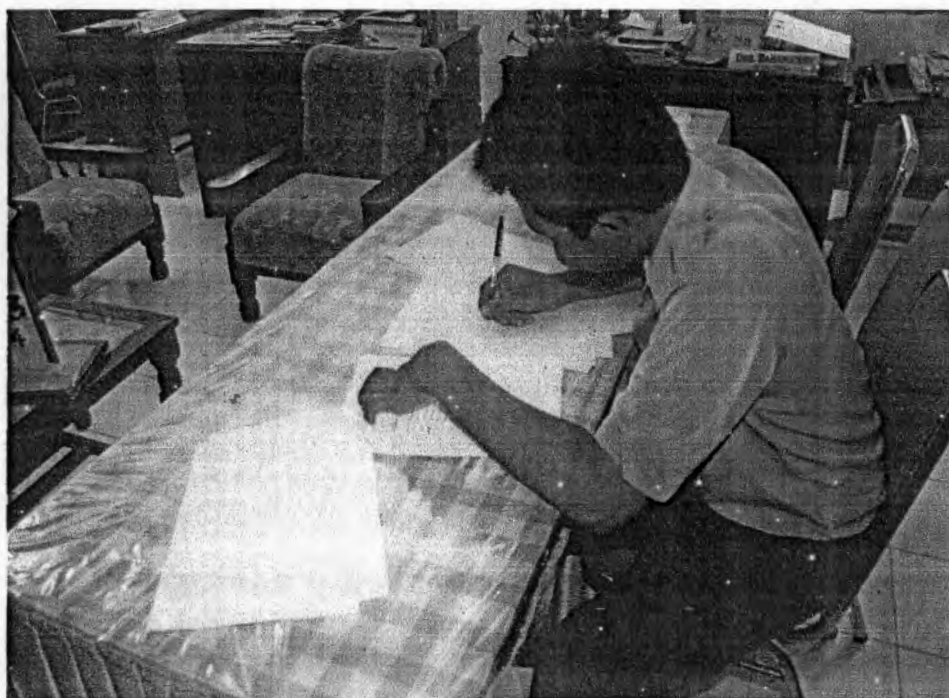
Dokumentasi



(foto salah satu subjek Penelitian)



(foto salah satu subjek Penelitian)



(foto salah satu subjek Penelitian)



**PEMERINTAH KOTA PALOPO
DINAS PENDIDIKAN
SMA NEGERI 3 PALOPO**

Alamat : Jl. Andi Djemma No. 52 Telp. (0471) 21306 Kota Palopo
Website : <http://www.sman3-palopo.sch.id> E-mail : smamet.palopo@yahoo.com

SURAT KETERANGAN PENELITIAN
NO:

Yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Drs. SIRAJUDDIN
NIP : 19591112 198503 1 023
Pangkat/Gol : Pembina / IVa
Jabatan : Kepala Sekolah
Unit Kerja : SMA Negeri 3 Palopo

Dengan ini menerangkan bahwa:

Nama : Alimuddin
Tempat/Tanggal Lahir : Palopo, 13 Agustus 1977
NIM : 016046578
Jenis Kelamin : Laki-laki
Program Studi : Pendidikan Matematika
Fakultas : MIPA
Perguruan Tinggi : Universitas Terbuka

Adalah benar telah melaksanakan penelitian pada SMA Negeri 3 Palopo mulai tanggal 23 September sampai dengan 23 Oktober 2013 dengan Judul Penelitian:

**“ANALISIS KEMAMPUAN PESERTA DIDIK DALAM MENYELESAIKAN
SOAL LUAS DAERAH BIDANG DATAR DENGAN MENGGUNAKAN
INTEGRAL PADA KELAS XII IPA SMA NEGERI 3 PALOPO”**

Demikian surat keterangan ini diberikan untuk digunakan sebagaimana mestinya.

Palopo, 5 November 2013

Kepala Sekolah

Drs. SIRAJUDDIN
NIP. 19591112 198503 1 023



RIWAYAT HIDUP

Alimuddin, S. Pd lahir di Palopo, Sulawesi Selatan pada tanggal 13 Agustus 1977 sebagai anak ketiga dari tiga bersaudara dari pasangan Ibu Syamsiah dan Bapak Landa.

Menamatkan pendidikan dasar di SDN 79 Tapping Kota Palopo pada tahun 1990, SMP Muhammadiyah Palopo tahun 1993 dan menyelesaikan SMA jurusan Ilmu Fisik pada SMA Negeri 1 Palopo tahun 1996. Tahun 2001 menyelesaikan pendidikan S-1 di STKIP Cokroaminoto Palopo Jurusan Keguruan dan Ilmu Pendidikan Program Studi Pendidikan Matematika. Penulis menjadi guru PNS tahun 2005 sampai 2007 di SMAS MKGR Palopo. Pada tahun 2007 sampai sekarang menjadi guru tetap SMA Negeri 3 Palopo. Penulis menikah pada Agustus 2007 dengan Rohana Suria Ta'nang. Alhamdulillah telah dikaruniai anak dua orang, yang pertama Ahmad Alfath lahir tahun 2008, yang kedua Aqsa Fathimah lahir tahun 2010.

Alamat Rumah : Jl. DR. Ratulangi Perumahan Lihukang permai Salobulo Kota Palopo.

Alamat email : alimuddinalif@yahoo.co.id

