

**TUGAS AKHIR PROGRAM MAGISTER (TAPM)**

**ANALISIS KEMAMPUAN PENALARAN DAN  
KOMUNIKASI SISWA *GIFTED* DALAM MENYELESAIKAN  
MASALAH GEOMETRI**



**UNIVERSITAS TERBUKA**

**TAPM Diajukan sebagai salah satu syarat untuk memperoleh  
Gelar Magister Pendidikan Matematika**

**Disusun Oleh :**

**RIZKIYATUSNAINI**

**NIM. 500007378**

**PROGRAM PASCASARJANA  
UNIVERSITAS TERBUKA  
JAKARTA  
2016**

**ABSTRACT****ANALYSIS OF REASONING AND COMMUNICATION ABILITIES  
OF *GIFTED* STUDENTS IN SOLVING GEOMETRY PROBLEM**

Rizkiyatusnaini  
[qiqietec@gmail.com](mailto:qiqietec@gmail.com)

Magister Program  
Universitas Terbuka

Reasoning and communication abilities of gifted learner and gifted underachievement student are diverse. The purpose of this study is to describe their reasoning and communication abilities in solving geometry problems. This study used a qualitative descriptive approach to the type of exploratory. The subjects were two students of gifted learner and two students of gifted underachievement in acceleration class of SMA Unggulan Hafsyawati Genggong Zainul Hasan Probolinggo. The instrument of this study is the researcher herself using sheets of valid math problems and interview. To analyze the reasoning and communication abilities of gifted students, researcher applied four measurements of Polya Problem Solving and combined it with indicators organized by Permendikbud No. 59 in 2014 and the implementation of the Van Hiele theory in learning geometry. Based on these results, it appears that in solving geometry problems, gifted learner students have been able to master all the indicators of reasoning abilities, those are capable of understanding the problem, organizing data, select the relevant information in identifying problems, selecting approaches and strategies to solve problems, using or developing strategies problem solving, interpreting the results obtained answers to solve problems, analyzing and evaluating strategies that have been implemented and the results obtained. Gifted learner students have also been able to master all the indicators of communication abilities, those are able to understand and present the mathematical ideas orally, in writing and drawing, able to make an educated guess mathematically, able to provide a reason or evidence of a statement truth, and able to check the validity or truth of an argument in mathematics. The result also shows that gifted underachievement students have not fully mastered the indicator of the ability of reasoning and the communication.

**Keywords:** Gifted Students, Reasoning and Communication, Van Hiele Theory, Geometry Problems, Polya Troubleshooting Steps.

## ABSTRAK

### ANALISIS KEMAMPUAN PENALARAN DAN KOMUNIKASI SISWA *GIFTED* DALAM MENYELESAIKAN MASALAH GEOMETRI

Rizkiyatusnaini  
[qiqietec@gmail.com](mailto:qiqietec@gmail.com)

Program Pasca Sarjana  
Universitas Terbuka

Kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted learner* dan *gifted underachievement* adalah beragam. Tujuan penelitian ini adalah untuk mendeskripsikan kemampuan penalaran dan komunikasi mereka dalam menyelesaikan masalah geometri. Penelitian ini menggunakan pendekatan deskriptif kualitatif dengan jenis eksploratif. Subjek penelitian adalah dua siswa *gifted learner* dan dua siswa *gifted underachievement* di kelas akselerasi SMA Unggulan Hafsyawati Zainul Hasan Genggong Probolinggo. Instrumen penelitian ini adalah peneliti sendiri dengan menggunakan lembar masalah matematika dan pedoman wawancara yang valid. Untuk menganalisis kemampuan penalaran dan komunikasi mereka dalam menyelesaikan masalah geometri, peneliti mengaplikasikan empat langkah pokok penyelesaian masalah Polya dan menggabungkannya dengan indikator penalaran dan komunikasi yang disusun berdasarkan Permendikbud RI No. 59 tahun 2014 dan implementasi Teori Van Hiele dalam pembelajaran geometri. Berdasarkan hasil penelitian tersebut tampak bahwa dalam menyelesaikan masalah geometri, siswa *gifted learner* telah mampu menguasai seluruh indikator penalaran yaitu mampu memahami masalah, mengorganisasi data, memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah, memilih pendekatan dan strategi yang tepat untuk memecahkan masalah, menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah, menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh untuk memecahkan masalah, serta menganalisis dan mengevaluasi strategi yang telah diterapkan dan hasil yang diperoleh. Siswa *gifted learner* juga telah mampu menguasai seluruh indikator komunikasi, yaitu mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara lisan, tertulis, dan gambar, mampu membuat dugaan matematis, mampu memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan, dan mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argumen dalam matematika. Hasil penelitian juga menunjukkan bahwa dalam menyelesaikan masalah geometri, siswa *gifted underachievement* belum sepenuhnya menguasai indikator kemampuan penalaran dan komunikasi tersebut.

**Kata kunci :** Siswa *Gifted*, Penalaran dan Komunikasi, Teori Van Hiele, Masalah Geometri. Langkah Penyelesaian Masalah Polya.

**UNIVERSITAS TERBUKA  
PROGRAM PASCASARJANA  
MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA**

**PERNYATAAN**

TAPM yang berjudul “Analisis Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa *Gifted* dalam Menyelesaikan Masalah Geometri” adalah hasil karya saya sendiri, dan seluruh sumber yang dikutip maupun dirujuk telah saya nyatakan dengan benar.

Apabila di kemudian hari ternyata ditemukan adanya penjiplakan (plagiat), maka saya bersedia menerima sanksi akademik.

Probolinggo, 12 November 2016

Yang Menyatakan

METERAI  
TEMPEL  
6AD19AEEF076510114

6000  
ENAM RIBU RUPIAH


**Rizkiyatusnaini**  
NIM. 500007378

## PERSETUJUAN TAPM

Judul TAPM : Analisis Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa  
*Gifted* dalam Menyelesaikan Masalah Geometri  
 Penyusun TAPM : Rizkiyatusnaini  
 NIM : 500007378  
 Program Studi : Pendidikan Matematika  
 Hari / Tanggal : Sabtu, 24 Desember 2016

Menyetujui :

Pembimbing II



**Dr. Ir. Suroyo, M. Sc**  
 NIP. 19560414 198609 1 001

Pembimbing I



**Dr. Susanto, M.Pd.**  
 NIP. 19630616 198802 1 001

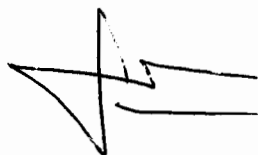
Penguji Ahli



**Prof. Drs. Gatot Muhsetyo, M.Sc**  
 NIP. 19500507 197403 1 002

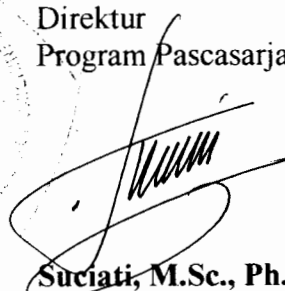
Mengetahui,

Ketua Bidang Ilmu Pendidikan dan Keguruan  
 Program Pascasarjana



**Dr. Sandra SukmaningAji, M.Ed., M.Pd.**  
 NIP. 19590105 198503 2 001

Direktur  
 Program Pascasarjana



**Suciati, M.Sc., Ph.D.**  
 NIP. 19520213 198503 2 001

**UNIVERSITAS TERBUKA  
PROGRAM PASCASARJANA  
MAGISTER PENDIDIKAN MATEMATIKA**

**PENGESAHAN**

Nama / NIM : Rizkiyatusnaini  
 NIM : 500007378  
 Program Studi : Pendidikan Matematika  
 Judul TAPM : Analisis Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa  
*Gifted* dalam Menyelesaikan Masalah Geometri

Telah dipertahankan di hadapan Panitia Penguji Tugas Akhir Program Magister (TAPM) Pendidikan Matematika Program Pascasarjana Universitas Terbuka pada:

Hari/ Tanggal : Sabtu/ 24 Desember 2016  
 Waktu : pukul 13.00 – 14.30

Dan telah dinyatakan LULUS

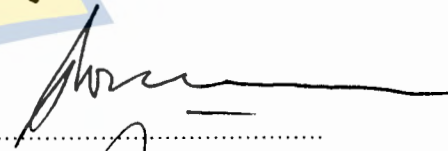
**PANITIA PENGUJI TAPM**

Tanda tangan

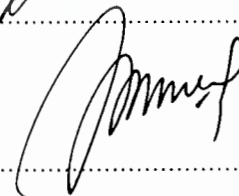
Ketua Komisi Penguji  
 Nama : Dr. Suparti, M.Pd



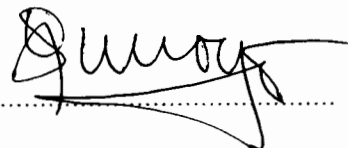
Penguji Ahli  
 Nama : Prof. Drs. Gatot Muhsetyo, M.Sc.



Pembimbing I  
 Nama : Dr. Susanto, M.Pd



Pembimbing II  
 Nama : Dr. Ir. Suroyo, M.Sc.



## KATA PENGANTAR

Lautan puja hanya milik Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufik, dan hidayahNya sehingga peneliti dapat menyelesaikan Tugas Akhir Program Magister (TAPM) berjudul “ANALISIS KEMAMPUAN PENALARAN DAN KOMUNIKASI SISWA *GIFTED* DALAM MENYELESAIKAN MASALAH GEOMETRI”. TAPM ini merupakan salah satu persyaratan untuk menyelesaikan Program Magister Pendidikan Matematika di Fakultas Keguruan Ilmu Pengetahuan Universitas Terbuka (UT UPBJJ) Jember.

Selama penyusunan TAPM ini, peneliti banyak dibantu berbagai pihak baik secara langsung maupun tidak langsung. Oleh karena itu, peneliti dengan kerendahan hati mengucapkan terima kasih kepada pihak-pihak berikut.

- (1) Bapak Dr. Susanto, M.Pd., selaku pembimbing I yang dengan kesabarannya telah bersedia memberi pengarahan, bimbingan, motivasi, kritik, dan saran sehingga peneliti dapat menyelesaikan TAPM ini dengan baik
- (2) Bapak Dr. Ir. Suroyo, M.Sc., selaku pembimbing II yang telah memberikan bimbingan, motivasi, dan pengarahan demi selesainya TAPM ini.
- (3) Bapak Prof. Drs. Dafik, M. Sc, PhD dan Bapak Dr. H. Hobri, M.Pd, selaku validator yang telah memberi izin, motivasi, dan bimbingan kepada peneliti untuk menyelesaikan TAPM ini dengan baik.
- (4) Para dosen yang telah memberi bekal ilmu dan pengetahuan yang sangat berharga kepada peneliti sehingga dapat menyelesaikan TAPM ini dengan sebaik-baiknya.

- (5) Kepala SMA Unggulan Haf-sa ZAHA Genggong yang telah memberi izin dan senantiasa membantu peneliti dalam proses pengambilan data untuk menyelesaikan TAPM ini.
- (6) Ayahanda Nadimul Huda, Ibunda Romin, dan Ibu Suhana tercinta yang telah memberikan doa, nasihat, motivasi, bimbingan, dan dukungan material maupun spiritual sehingga peneliti termotivasi untuk menyelesaikan TAPM ini dengan baik.
- (7) Suami tercinta Sudarsono, Ananda tersayang Raihan Hilmi Mujtaba, Kak Ida, Adek Firul, Adek Ina, Te Yuni, serta seluruh keluarga dan kerabat yang telah memberikan sumber inspirasi, pengisi semangat, dan dukungan kepada peneliti untuk menyelesaikan TAPM ini.
- (8) Pak Arif, Pak Budiono, Bu Sudji, Bu Tentrem, Pak Mustofa, Pak Sugeng dan teman-teman yang senantiasa memberikan dorongan dan semangat hingga terselesaikannya TAPM ini.

Peneliti berdo'a semoga apa yang telah diberikan mereka semua mendapatkan pahala yang berlipat ganda dari Allah SWT. Peneliti menyadari bahwa TAPM ini jauh dari sempurna. Oleh karena itu, peneliti menerima segala kritik dan saran yang konstruktif. Semoga TAPM sederhana ini bermanfaat. Amin.

Probolinggo, 24 Desember 2016

Peneliti



## RIWAYAT HIDUP

Nama : Rizkiyatusnaini  
NIM : 500007378  
Program Studi : Pendidikan Matematika  
Tempat / Tanggal Lahir : Sidoarjo / 21 Agustus 1987

Riwayat Pendidikan :

1. Lulus SD di SDN KOTAANYAR 1 pada tahun 1999
2. Lulus SMP di SMPN 1 Kotaanyar pada tahun 2002
3. Lulus SMA di SMAN 1 Probolinggo pada tahun 2005
4. Lulus S1 di Jurusan Pendidikan Matematika, Universitas Negeri Malang pada tahun 2010

Riwayat Pekerjaan :

1. Tahun 2009 s/d 2015 sebagai Guru Matematika di SMA Unggulan Haf-Sa
2. Tahun 2015 s/d 2016 sebagai Guru Matematika di SMP Taruna Islam Al-Kautsar
3. Tahun 2016 s/d sekarang sebagai Guru Matematika di SMAN 1 Kraksaan

Probolinggo, 24 Desember 2016

**Rizkiyatusnaini**  
NIM. 500007378

## DAFTAR ISI

	Halaman
<b>ABSTRACT</b> .....	i
<b>ABSTRAK</b> .....	ii
<b>LEMBAR PERSETUJUAN</b> .....	iii
<b>LEMBAR PENGESAHAN</b> .....	iv
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	v
<b>RIWAYAT HIDUP</b> .....	vii
<b>DAFTAR ISI</b> .....	viii
<b>DAFTAR TABEL DAN GAMBAR</b> .....	xii
<b>DAFTAR LAMPIRAN</b> .....	xiii
<b>BAB I PENDAHULUAN</b>	
A. Latar Belakang .....	1
B. Pertanyaan Penelitian .....	5
C. Tujuan Penelitian .....	5
D. Batasan Penelitian .....	5
E. Manfaat Penelitian .....	6
<b>BAB II KAJIAN PUSTAKA</b>	
A. Pengertian Siswa Gifted .....	7
B. Penalaran dan Komunikasi dalam Matematika .....	10
1. Penalaran dalam Matematika .....	10
2. Komunikasi dalam Matematika .....	12
C. Karakteristik Penalaran dan Komunikasi berdasarkan Teori Van Hiele ..	14
1. Teori Van Hiele .....	14
a. Tingkat Berpikir Teori Van Hiele dalam Geometri .....	14
b. Implementasi Teori Van Hiele dalam Pembelajaran Geometri .....	15
2. Karakteristik Penalaran dan Komunikasi yang Disusun Berdasarkan Implementasi Teori Van Hiele .....	17
D. Masalah Geometri dan Penyelesaiannya .....	18
1. Masalah Geometri .....	18
2. Langkah-Langkah Penyelesaian Masalah Geometri .....	20
a. Memahami Masalah .....	22
b. Menyusun Rencana .....	22
c. Melaksanakan Rencana .....	23
d. Memeriksa Kembali .....	23
E. Hubungan Kemampuan Penalaran dan Komunikasi dengan Penyelesaian Masalah .....	25

### BAB III METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian.....	26
B. Subjek Penelitian.....	26
C. Instrumen Penelitian.....	28
1. Peneliti sebagai Instrumen Penelitian.....	28
2. Instrumen Lembar Masalah.....	28
3. Instrumen Pedoman Wawancara.....	31
4. Hasil Validasi Instrumen.....	33
D. Prosedur Pengumpulan Data.....	33
E. Teknik Analisis Data.....	35
1. Penafsiran Data.....	36
2. Penarikan Kesimpulan.....	37
3. Kredibilitas Data.....	37
F. Prosedur Penelitian.....	39
1. Tahap Persiapan.....	39
2. Pengambilan Data.....	39
3. Menganalisis Data.....	39

### BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa <i>Gifted Learner</i> dalam Menyelesaikan Masalah Geometri.....	41
1. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL1 dalam Menyelesaikan Masalah Geometri.....	42
a. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL1 dalam Memahami Masalah Geometri.....	42
b. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL1 dalam Menyusun Rencana Penyelesaian Masalah Geometri.....	47
c. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL1 dalam Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah Geometri.....	53
d. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL1 dalam Memeriksa Kembali Hasil Penyelesaian Masalah Geometri.....	62
2. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL2 dalam Menyelesaikan Masalah Geometri.....	67
a. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL2 dalam Memahami Masalah Geometri.....	67
b. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL2 dalam Menyusun Rencana Penyelesaian Masalah Geometri.....	71
c. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL2 dalam Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah Geometri.....	77
d. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL2 dalam Memeriksa Kembali Hasil Penyelesaian Masalah Geometri.....	85

B. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa <i>Gifted Underachievement</i> dalam Menyelesaikan Masalah Geometri .....	90
1. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU1 dalam Menyelesaikan Masalah Geometri .....	91
a. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU1 dalam Memahami Masalah Geometri .....	91
b. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU1 dalam Menyusun Rencana Penyelesaian Masalah Geometri .....	95
c. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU1 dalam Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah Geometri .....	101
d. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU1 dalam Memeriksa Kembali Hasil Penyelesaian Masalah Geometri .....	109
2. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU2 dalam Menyelesaikan Masalah Geometri .....	113
a. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU2 dalam Memahami Masalah Geometri .....	113
b. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU2 dalam Menyusun Rencana Penyelesaian Masalah Geometri .....	117
c. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU2 dalam Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah Geometri .....	123
d. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU2 dalam Memeriksa Kembali Hasil Penyelesaian Masalah Geometri .....	130
C. Pembahasan Hasil Penelitian tentang Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa <i>Gifted Learner</i> dalam Menyelesaikan Masalah Geometri .....	135
1. Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa <i>Gifted Learner</i> dalam Memahami Masalah .....	135
2. Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa <i>Gifted Learner</i> dalam Menyusun Rencana Penyelesaian .....	137
3. Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa <i>Gifted Learner</i> dalam Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah .....	139
4. Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa <i>Gifted Learner</i> dalam Memeriksa Kembali Hasil Penyelesaian Masalah .....	146
D. Pembahasan Hasil Penelitian tentang Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa <i>Gifted Underachievement</i> dalam Menyelesaikan Masalah Geometri .....	148
1. Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa <i>Gifted Underachievement</i> dalam Memahami Masalah .....	148
2. Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa <i>Gifted Underachievement</i> dalam Menyusun Rencana Penyelesaian .....	150
3. Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa <i>Gifted Underachievement</i> dalam Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah .....	154

4. Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa <i>Gifted Underachievement</i> dalam Memeriksa Kembali Hasil Penyelesaian Masalah.....	159
E. Temuan Lain dalam Penelitian.....	162
1. Temuan Penelitian dari Siswa <i>Gifted Learner</i> dalam Menyelesaikan Masalah.....	164
2. Temuan Penelitian dari Siswa <i>Gifted Underachievement</i> dalam Menyelesaikan Masalah .....	165
F. Tindak Lanjut Penelitian .....	166
<b>BAB V PENUTUP</b>	
A. Kesimpulan.....	167
B. Saran.....	169
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	170
<b>LAMPIRAN</b> .....	173

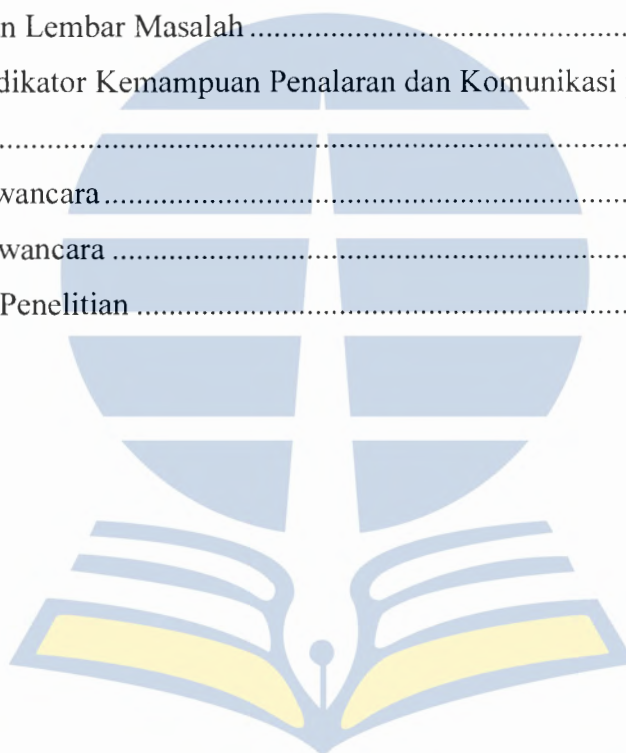


## DAFTAR TABEL DAN GAMBAR

		Halaman
Tabel	2.1	Karakteristik Penalaran dan Komunikasi yang Disusun Berdasarkan Implementasi Teori Van Hiele ..... 18
Tabel	2.2	Kerangka Kerja dalam Menyelesaikan Masalah Menurut Polya..... 24
Tabel	2.3	Hubungan Kemampuan Penalaran dan Komunikasi dengan Penyelesaian Masalah ..... 25
Gambar	3.2	Penentuan Subjek Penelitian ..... 27
Tabel	3.1	Penyusunan Satuan Kemampuan Penalaran dan Komunikasi ..... 37
Gambar	3.2	Penyusunan Instrumen Lembar Masalah (Soal) ..... 31
Gambar	3.3	Prosedur Penyusunan Pedoman Wawancara..... 32
Gambar	3.4	Prosedur Analisis Data ..... 40
Gambar	4.1	Kubus ABCD.EFGH dan sudut $\alpha$ ..... 137
Gambar	4.2	Kubus ABCD.EFGH..... 140
Gambar	4.3	Sudut $\alpha$ ..... 140
Gambar	4.4	Segitiga HDR ..... 140
Gambar	4.5	Segitiga POQ pada Kubus ABCD.EFGH ..... 141
Gambar	4.6	Sudut $\alpha$ dalam segitiga DRC ..... 143
Gambar	4.7	Perbandingan Trigonometri pada Diagram Cartecius ..... 143
Gambar	4.8	Kubus ABCD.EFGH dan sudut $\alpha$ ..... 151
Gambar	4.9	Kubus ABCD.EFGH..... 154
Gambar	4.10	Sudut $\alpha$ ..... 154
Gambar	4.11	Segitiga DRR' pada Kubus ABCD.EFGH..... 155
Gambar	4.12	Segitiga POQ pada Kubus ABCD.EFGH ..... 155
Gambar	4.13	Perbandingan Trigonometri pada Diagram Cartecius ..... 160
Tabel	5.1	Kemampuan Penalaran Siswa <i>Gifted</i> dalam Menyelesaikan Masalah Geometri ..... 162
Tabel	5.2	Kemampuan Komunikasi Siswa <i>Gifted</i> dalam Menyelesaikan Masalah Geometri ..... 163
Gambar	1	Siswa GL1 Menyelesaikan Masalah Geometri ..... 195
Gambar	2	Siswa GL2 Menyelesaikan Masalah Geometri ..... 195
Gambar	3	Siswa GU1 Menyelesaikan Masalah Geometri..... 195
Gambar	4	Siswa GU2 Menyelesaikan Masalah Geometri..... 195
Gambar	5	Wawancara dengan Siswa GL1 ..... 196
Gambar	6	Wawancara dengan Siswa GL2..... 196
Gambar	7	Wawancara dengan Siswa GU1 ..... 196
Gambar	8	Wawancara dengan Siswa GU2 ..... 196

## DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran	Halaman
Surat Keterangan Telah Melaksanakan Penelitian.....	173
Lembar Validasi terhadap Lembar Masalah (Validator 1) .....	174
Lembar Validasi Pedoman Wawancara (Validator 1) .....	176
Lembar Validasi terhadap Lembar Masalah (Validator 2) .....	177
Lembar Validasi Pedoman Wawancara (Validator 2) .....	179
Lembar Masalah.....	180
Kunci Jawaban Lembar Masalah .....	183
Pemetakan Indikator Kemampuan Penalaran dan Komunikasi pada Lembar	
Masalah .....	188
Pedoman Wawancara.....	190
Transkrip Wawancara .....	191
Dokumentasi Penelitian .....	195



# BAB I

## PENDAHULUAN

### A. Latar belakang

Pendidikan di Indonesia mengalami perkembangan yang cukup pesat. Perkembangan itu dapat dilihat dari banyaknya lembaga dan program pendidikan yang dicanangkan oleh Pemerintah. Pengembangan lembaga tersebut diwujudkan dalam bentuk sekolah satu atap sampai sekolah berbasis internasional. Adapun pengembangan program yang dicanangkan antara lain *International Class Program (ICP)* dan Akselerasi.

Program akselerasi merupakan program pelayanan pendidikan siswa yang memiliki potensi Cerdas Istimewa (CI) atau Berbakat Istimewa (BI). Menurut Sutratinah Tirtonegoro, percepatan (*acceleration*) adalah cara penanganan anak supernormal dengan memperbolehkan naik kelas secara meloncat atau menyelesaikan program reguler dan dalam jangka waktu yang lebih singkat. Dalam program akselerasi, penyelesaian pendidikan dapat ditempuh dengan jangka waktu yang lebih singkat dibandingkan dengan program seperti biasanya. Artinya peserta didik kelompok ini dapat menyelesaikan pendidikan di SD/MI dalam jangka waktu lima tahun dan di SMP/MTs atau SMA/MA dalam waktu dua tahun.

Di Kabupaten Probolinggo, terdapat suatu sekolah yang telah melaksanakan program akselerasi sejak tahun pelajaran 2012/2013. Sekolah yang dipercaya Pemerintah Daerah untuk melaksanakan program tersebut adalah SMA Unggulan Hafsyawati di bawah naungan Yayasan Hafsyawati Zainul Hasan Genggong. Rekrutmen siswa akselerasi dilakukan dengan cara melaksanakan tes



psikologi dan memilih siswa yang memiliki  $IQ \geq 130$ , memiliki *task commitment* baik, dan memiliki kreativitas tinggi. Hal ini berlandaskan pada Peraturan Pemerintah Republik Indonesia Nomor 17 Tahun 2010 Tentang Pengelolaan dan Penyelenggaraan Pendidikan ayat 3.

Pada tahun pelajaran 2014/2015, SMA Unggulan Hafsyawati dapat merekrut 26 siswa akselerasi dengan IQ berkisar 130 – 155. Sesuai dengan klasifikasi IQ oleh *Wechsler Intelligence Scales*, siswa-siswa ini siswa cerdas istimewa (*gifted*). Dari 26 siswa akselerasi tersebut dijumpai beberapa siswa yang berpotensi tinggi dan mampu mengaktualkan performansi diri yang tinggi pula (*gifted learner*), tetapi ada juga siswa yang berpotensi tinggi tetapi tidak mampu mengaktualkan seluruh potensinya (*gifted underachievement*). Hal ini terlihat dari hasil akademik mereka. Beberapa siswa sudah mencapai kriteria ketuntasan minimum (KKM), tetapi ada juga siswa yang belum. Ketidaktercapaian KKM tersebut terdapat pada beberapa mata pelajaran, termasuk mata pelajaran matematika. (Tim Pengembang Kurikulum)

Pada satuan pendidikan Sekolah Menengah Atas (SMA)/Madrasah Aliyah (MA), mata pelajaran matematika terdiri dari 6 aspek, yaitu aspek logika, aljabar, geometri, trigonometri, kalkulus, serta statistika dan peluang. (Permendikbud No. 59, 2014)

Seperti yang telah diuraikan sebelumnya bahwa terdapat siswa akselerasi yang termasuk *gifted underachievement*, yang mengalami ketidaktercapaian KKM dalam matematika. Ketidaktercapaian ini terutama pada aspek geometri, yaitu pada materi dimensi tiga. Hal ini dikarenakan adanya masalah yang dihadapi siswa ketika menyelesaikan masalah geometri tersebut. Oleh karena itu,

dibutuhkan adanya strategi/ model penyelesaian masalah untuk membantu mereka. Menurut Polya (1957) strategi/model penyelesaian masalah dalam matematika terdiri atas empat langkah pokok, yaitu (1) memahami masalah; (2) menyusun rencana; (3) melaksanakan rencana; dan (4) memeriksa kembali.

Di dalam Permendikbud RI Nomor 59 tahun 2014 tentang kurikulum 2013 SMA/ MA, pada bagian standar isi, materi dimensi tiga terdapat pada KD 3.13 yaitu mendeskripsikan konsep jarak dan sudut antar titik, garis dan bidang melalui demonstrasi menggunakan alat peraga atau media lainnya dan KD 4.13 yaitu menggunakan berbagai prinsip bangun datar dan ruang serta dalam menyelesaikan masalah nyata berkaitan dengan jarak dan sudut antara titik, garis dan bidang.

Selain itu, dalam Permendikbud RI Nomor 59 tahun 2014 ini juga menyebutkan bahwa tujuan pembelajaran matematika adalah menggunakan penalaran pada sifat, melakukan manipulasi matematika baik dalam penyederhanaan, maupun menganalisa komponen yang ada dalam pemecahan masalah dan mengomunikasikan gagasan, penalaran serta mampu menyusun bukti matematika dengan menggunakan kalimat lengkap, simbol, tabel, diagram, atau media lain untuk memperjelas keadaan atau masalah.

Tujuan pembelajaran tersebut selaras dengan standar proses matematika yang dinyatakan oleh National Council of Teachers of Mathematics yaitu belajar untuk bernalar dan membuktikan (*mathematical reasoning and proof*), dan belajar untuk berkomunikasi (*mathematical communication*). (NCTM. 2000).

Penalaran merupakan salah satu standar proses dalam pembelajaran matematika Suriasumantri (dalam Prastiti, 1997: 25) mengemukakan bahwa

penalaran merupakan kegiatan berpikir untuk menarik kesimpulan yang berupa pengetahuan. Di samping itu, Gie (dalam Prastiti, 1997: 25) menyatakan bahwa penalaran adalah proses pemikiran manusia yang berusaha tiba pada pernyataan baru dan merupakan kelanjutan runtut dari pernyataan lain yang diketahui.

Rapar (dalam Nisa, 2007:17) mengungkapkan bahwa perkembangan penalaran cenderung serupa dengan perkembangan komunikasi. Menurutnya komunikasi terkait erat dengan proses bernalar. Daya nalar atau penalaran berfungsi untuk membentuk argumen, sedangkan komunikasi adalah salah satu bentuk nalar manusia yang disampaikan secara lisan atau tulisan.

Untuk menganalisis kemampuan bernalar dan komunikasi siswa *gifted* baik *gifted learner* maupun *gifted underachievement* dalam menyelesaikan masalah geometri dapat didasarkan pada indikator yang terkandung dalam Permendikbud RI Nomor 59 tahun 2014 dan implementasi teori Van Hiele dalam pembelajaran geometri. Dalam teori Van Hiele dikemukakan bahwa untuk meningkatkan kemampuan berpikir, dilakukan pembelajaran yang melibatkan lima fase (langkah), yaitu informasi (*information*), orientasi langsung (*directed orientation*), penjelasan (*explicitation*), orientasi bebas (*free orientation*), dan integrasi (*integration*). (Walle, 1990)

Berlatar belakang dari masalah yang telah dipaparkan sebelumnya, yaitu terdapat adanya perbedaan kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted* dalam menyelesaikan masalah matematika khususnya pada aspek geometri (materi dimensi tiga), maka diperlukan suatu analisis tentang kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted* dalam menyelesaikan masalah geometri.

## **B. Pertanyaan Penelitian**

Berdasarkan latar belakang di atas, maka ditetapkan pertanyaan penelitian ini adalah bagaimanakah kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted* dalam menyelesaikan masalah geometri? Sedangkan secara lebih rinci, pertanyaan penelitian ini sebagai berikut.

- (1) Bagaimanakah kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted learner*, dalam menyelesaikan masalah geometri?
- (2) Bagaimanakah kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted underachievement*, dalam menyelesaikan masalah geometri?

## **C. Tujuan Penelitian**

Sesuai dengan pertanyaan penelitian di atas, maka tujuan penelitian ini adalah mendeskripsikan kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted* dalam menyelesaikan masalah geometri. Sedangkan secara lebih rinci, tujuan penelitian ini sebagai berikut.

1. Mendeskripsikan kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted learner*, dalam menyelesaikan masalah geometri.
2. Mendeskripsikan kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted underachievement*, dalam menyelesaikan masalah geometri.

## **D. Batasan Penelitian**

- (1) Penelitian dilaksanakan di SMA Unggulan Hafsyawati Zainul Hasan Genggong Pajajaran Probolinggo.
- (2) Subjek penelitian adalah siswa Akselerasi kelas X tahun pelajaran 2014/2015.

- (3) Aspek yang diteliti adalah kemampuan penalaran dan komunikasi dalam menyelesaikan masalah geometri.
- (4) Indikator kemampuan penalaran dan komunikasi yang dikembangkan didasarkan pada indikator yang terkandung dalam Permendikbud RI Nomor 59 tahun 2014 dan implementasi teori Van Hiele dalam pembelajaran geometri.
- (5) Masalah geometri yang diangkat merupakan masalah sudut pada dimensi tiga.
- (6) Penyelesaian masalah geometri yang dirancang berdasarkan Langkah Polya.

#### **E. Manfaat Penelitian**

Manfaat penelitian ini antara lain sebagai berikut.

- (1) Secara teoretis memberikan kontribusi teori tentang penalaran dan komunikasi siswa *gifted* dalam menyelesaikan masalah geometri.
- (2) Hasil penelitian tentang penalaran dan komunikasi siswa *gifted* dapat dijadikan bahan pertimbangan untuk menyusun pembelajaran (misalnya dalam membuat RPP, merancang alat peraga, menyusun langkah-langkah pembelajaran, dan menyusun alat evaluasi) yang dapat memaksimalkan hasil belajar dari siswa *gifted*.
- (3) Hasil penelitian tentang penalaran dan komunikasi siswa *gifted* dapat juga dijadikan sebagai bahan pertimbangan dalam membuat perlakuan terhadap siswa *gifted* di sekolah-sekolah yang menyelenggarakan program akselerasi.
- (4) Hasil penelitian dapat digunakan sebagai sarana informasi dan dapat dijadikan sebagai acuan penelitian selanjutnya.

## BAB II

### KAJIAN PUSTAKA

#### A. Pengertian Siswa *Gifted*

Menurut definisi Joseph Renzulli (1978), anak *gifted* terbentuk oleh satu interaksi di antara tiga sifat dasar manusia yang menyatu. Sifat dasar itu adalah tingkat kemampuan umum di atas rata-rata, komitmen tinggi terhadap tugas dan tanggung jawabnya, dan kreativitas tinggi. Anak *gifted* adalah anak yang memiliki kecakapan dalam mengembangkan ketiga sifat tersebut dan mampu mengaplikasikan dalam tindakan yang bernilai. Anak-anak yang mampu mewujudkan ketiga sifat itu di masyarakat, hendaknya memperoleh program pendidikan dan pelayanan yang berbeda dengan program reguler.

Sesuai pengklasifikasian nilai IQ menurut *Wechsler Intelligence Scales*, anak *gifted* termasuk dalam *very superior* dengan nilai IQ  $\geq 130$ . Nilai IQ ini diperoleh dari tes kemampuan kognitif yang telah diikuti anak sebelumnya. (*IQ Classification Wikipedia*)

Pengertian lain menyebutkan bahwa anak *gifted* adalah anak yang mempunyai potensi unggul di atas potensi yang dimiliki oleh anak-anak normal. Keunggulan yang mereka miliki lebih bersifat bawaan dari pada manipulasi lingkungan sesudah anak dilahirkan. (Rahayu, 2013)

Anak-anak *gifted* bukanlah anak dengan populasi seragam. mereka mempunyai banyak variasi, baik variasi pola tumbuh kembangnya, variasi personalitasnya, maupun variasi keberbakatannya. Semakin tinggi perkembangan inteligensianya, maka akan terjadi deskrepansi (perbedaan) di berbagai domain perkembangan. Deskrepansi ini bukan saja akan menyangkut perkembangan

dalam individu, tetapi juga akan menyangkut perkembangan antar individu. Kondisi inilah yang sering membawa berbagai kesulitan pada anak-anak *gifted* dan sering salah terinterpretasi. (Silverman dalam Yuniar 2012).

Anak *gifted* termasuk dalam kategori jenis anak berkebutuhan permanen dalam kesulitan belajar. Anak berbakat atau anak yang memiliki kemampuan dan kecerdasan luar biasa adalah anak yang memiliki potensi kecerdasan (intelegenesi), kreativitas, dan tanggung jawab terhadap tugas (*task commitment*) diatas anak-anak seusianya (anak normal), sehingga untuk mewujudkan potensinya menjadi prestasi nyata, memerlukan pelayanan pendidikan khusus. (Rahayu, 2013)

Faktor yang menyebabkan seorang anak menjadi *gifted* adalah faktor hereditas dan faktor lingkungan. Hereditas adalah faktor yang diwariskan dari orang tua, meliputi kecerdasan, kreatif produktif, kemampuan memimpin, kemampuan seni dan psikomotor. Dalam diri seseorang telah ditentukan adanya faktor bawaan yang ada setiap orang, dan bakat bawaan tersebut juga berbeda setiap orangnya. Namun U. Branfenbrenner dan Scarr Salaptek (dalam Sutrisna, 2012) menyatakan secara tegas bahwa sekarang tidak ada keraguan mengenai faktor genetika mempunyai andil yang besar terhadap kemampuan mental seseorang. Sedangkan lingkungan mempunyai peran yang sangat besar dalam mempengaruhi keberbakatan seorang anak. Walaupun seorang anak mempunyai bakat yang tinggi terhadap suatu bidang, perlu adanya dukungan dan perhatian dari lingkungannya seperti masyarakat, keluarga, tempat dia menjalani kehidupan dan mengembangkan keberbakatan itu dapat membantunya dalam mencapai ataupun memaksimalkan bakatnya tersebut (Sutrisna, 2012)

Menurut Tim Pengembang Kurikulum Defferensiasi, terdapat empat tipe anak *gifted* , yaitu :

- a. *Gifted Learner*, adalah anak cerdas istimewa yang mempunyai potensi tinggi dan mampu mengaktualkan atau menunjukkan performansi yang tinggi pula. Pada saat ini disediakan program layanan khusus oleh pemerintah untuk kelompok ini, yaitu dengan program akselerasi.
- b. *Gifted Underachievement*, adalah anak yang mempunyai potensi tinggi, namun dia tidak mampu untuk mengaktualkan seluruh potensinya, sehingga prestasi akademiknya berada di bawah potensi sesungguhnya. Kelompok ini ditandai dengan skor IQ yang tinggi, namun prestasi akademik rendah, jadi dengan kata lain ada diskrepansi yang tinggi antara skor IQ dengan nilai rapor. Hal ini kemungkinan ada penyebab-penyebab nonkognitif sehingga ia mengalami hambatan dalam berprestasi.
- c. *Gifted with learning disability*, adalah anak yang mempunyai inteligensi tinggi, namun dia memiliki kesulitan belajar, seperti contohnya disertai dengan gangguan disleksia, atau mempunyai gangguan komunikasi (*Communication disorder*), autism, atau disertai dengan gangguan ADHD. Kelompok anak berbakat ini adalah paling sulit diidentifikasi, karena mereka biasanya lebih dipandang sebagai peserta didik yang bermasalah, sehingga pihak sekolah maupun orangtua lebih berupaya menghilangkan kekurangannya dan kurang memperhatikan kelebihan yang dimilikinya.
- d. *A synchronic/dysincronic gifted*, adalah kelompok anak yang mempunyai inteligensi sangat tinggi, namun aspek yang lain tertinggal, misalnya anak usia 5 tahun memiliki kemampuan berpikir/inteligensi (usia mental) seperti



anak usia 7 tahun, namun tahap perkembangan emosi sosialnya seperti anak usia 5 tahun. Tentu ini tidak seimbang, dan menimbulkan ketidak harmonisan dia dalam melakukan penyesuaian diri dengan lingkungan.

Di Indonesia, seringkali ada kerancuan istilah *gifted* dan *talented* yang keduanya diterjemahkan dengan kata bakat. Sebenarnya terdapat perbedaan antara *gifted* dan *talented*. *Gifted* digunakan untuk menjelaskan orang yang berinteligensi tinggi (berbakat intelektual), sementara *talented* untuk menunjukkan orang yang memiliki aktivitas *performance superior* atau *specific talents*. Batasan anak *talented* ini tidak mengacu pada batasan inteligensi di atas 130, hanya saja dia mempunyai salah satu atau beberapa bidang prestasi yang menonjol yang melebihi rata-rata. Itupun tidak selalu dalam prestasi akademis. (Hasibuan, 2013)

Dalam penelitian ini, yang dimaksud anak *gifted* adalah anak yang memiliki potensi kecerdasan atau bakat intelektual istimewa dengan skor  $IQ \geq 130$  baik yang mampu mengaktualkan potensinya secara maksimal ataupun yang kurang mampu mengaktualkan potensinya secara keseluruhan.

## **B. Penalaran dan Komunikasi dalam Matematika**

### **I. Penalaran dalam Matematika**

Menurut Gie (dalam Prastiti, 1997:25), penalaran adalah proses pemikiran manusia yang berusaha tiba pada pernyataan baru yang merupakan kelanjutan runtut dari pernyataan lain yang diketahui. Pernyataan yang baru itu sering disebut premis, sedangkan pernyataan baru yang ditemukan disebut kesimpulan.

Suriasumantri (dalam Prastiti, 1997:25) mengemukakan bahwa penalaran merupakan kegiatan berpikir untuk menarik kesimpulan yang berupa pengetahuan. Kegiatan berpikir dalam penalaran tidak termasuk perasaan, dan

tidak semua kegiatan berpikir menyandarkan diri pada penalaran, misalnya berintuisi. Penalaran merupakan kegiatan berpikir yang mempunyai karakteristik tertentu untuk menemukan kebenaran. Karakteristik tertentu yang dimaksud adalah pola berpikir logis. Pola berpikir yang logis berarti menggunakan suatu logika tertentu, sebab penalaran mempunyai logika tersendiri atau kebenaran tersendiri. Sedangkan bersifat analitis adalah merupakan konsekuensi dari pola berpikir logis.

Menurut Encyclopedia Britanica (Vol VIII:449) penalaran adalah suatu proses mental dan nama dari suatu cabang filsafat yang bersandar pada proses berpikir. Sementara itu Boncheski (dalam Nisa, 2007:1) menyatakan penalaran adalah cara berpikir yang berusaha memahami atau menurunkan obyek yang belum diketahui (*non-given*). Obyek yang dimaksud adalah suatu pernyataan yang nilai kebenarannya telah disepakati.

Di bidang psikologi perkembangan, penalaran merupakan bagian dari ketrampilan kognitif. Piaget (Suherman, dkk, 2003:37) mengemukakan bahwa tahap perkembangan kognitif berkembang secara kronologis dan bersifat transisi. Perkembangan tersebut adalah sebagai berikut.

- a. Tahap penalaran sensori-motori (dari kelahiran sampai usia 2 tahun)
- b. Tahap penalaran operasional (dari usia 2 hingga 7 tahun)
- c. Tahap penalaran konkret (dari usia 7 hingga 11 tahun)
- d. Tahap penalaran formal (dari usia 11 sampai seterusnya)

Jika memperhatikan tahap perkembangan di atas, maka tahap perkembangan kognitif untuk peserta didik menengah atas adalah tahap penalaran formal.

Adapun indikator kemampuan penalaran sesuai dengan Permendikbud RI Nomor 59 tahun 2014 sebagai berikut.

- a. Mampu memahami masalah
- b. Mampu mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah
- c. Mampu memilih pendekatan dan strategi yang tepat untuk memecahkan masalah
- d. Menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah
- e. Menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh untuk memecahkan masalah
- f. Menyelesaikan masalah (menganalisis dan mengevaluasi strategi yang telah diterapkan dan hasil yang diperoleh)

Dalam penelitian ini, kemampuan penalaran adalah kemampuan siswa untuk mengorganisasi data, memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah, memilih pendekatan dan strategi yang tepat untuk memecahkan masalah, menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah, menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh untuk memecahkan masalah, serta menyelesaikan masalah tersebut.

## **2. Komunikasi dalam Matematika**

Rapar (dalam Nisa, 2007:17) mengungkapkan bahwa perkembangan penalaran cenderung serupa dengan perkembangan komunikasi. Menurutnya komunikasi terkait erat dengan proses bernalar. Daya nalar atau penalaran

berfungsi untuk membentuk argumen, sedangkan komunikasi adalah salah satu bentuk nalar manusia yang disampaikan secara lisan atau tulisan.

Dalam Permendikbud RI Nomor 59 tahun 2014, kemampuan komunikasi juga merupakan tujuan pembelajaran dan standar proses dalam matematika. Kemampuan komunikasi terkait dengan kemampuan dan perkembangan kognitif atau faktor intelektual. Kemampuan komunikasi juga dipengaruhi oleh lingkungan. Hal ini dikarenakan pada dasarnya berkomunikasi juga merupakan proses belajar dari lingkungan. Dengan demikian, jika peserta didik telah dapat berkomunikasi dengan baik dan aktif secara lisan atau tertulis maka peserta didik akan mampu memahami uraian atau apa yang disampaikan orang lain.

Adapun indikator kemampuan komunikasi yang diharapkan dapat dimiliki peserta didik adalah sebagai berikut.

- a. Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara lisan, tertulis atau gambar
- b. Mampu membuat dugaan matematis (konjecture)
- c. Mampu memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan
- d. Mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argumen

Dalam penelitian ini, kemampuan komunikasi adalah kemampuan siswa dalam menyajikan ide atau gagasan matematis baik dalam lisan maupun tulisan, mampu membuat dugaan dalam bentuk suatu pernyataan dan memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran pernyataan tersebut. mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argument yang mereka tuliskan.

## C. Karakteristik Penalaran dan Komunikasi Berdasarkan Teori Van Hiele

### 1. Teori Van Hiele

#### a. Tingkat Berpikir Teori Van Hiele dalam Geometri

Teori Van Hiele merupakan suatu teori mengenai proses perkembangan kognitif siswa dalam mempelajari geometri. Teori ini pertama kali dikemukakan oleh dua tokoh pendidikan matematika dari Belanda, yaitu Pierre Van Hiele dan Dian Van Hiele-Geldof, pada tahun 1959. Mereka berpendapat bahwa dalam mempelajari geometri, para siswa mengalami perkembangan kemampuan berpikir melalui tingkat-tingkat tertentu. Menurut Van Hiele, tahapan berpikir atau tingkat kognitif yang dilalui siswa dalam pembelajaran geometri sebagai berikut. (Walle, 1990:269)

##### a) *Level 0. Tingkat Visualisasi*

Tingkat ini disebut juga tingkat pengenalan. Pada tingkat ini, siswa memandang sesuatu bangun geometri sebagai suatu keseluruhan (*holistic*). Pada tingkat ini siswa belum memperhatikan komponen-komponen dari masing-masing bangun. Dengan demikian, meskipun siswa sudah mengenal nama suatu bangun, siswa belum mengamati ciri-ciri dari bangun itu.

##### b) *Level 1. Tingkat Analisis*

Tingkat ini dikenal sebagai tingkat deskriptif. Pada tingkat ini, siswa sudah mengenal bangun-bangun geometri berdasarkan ciri-ciri dari masing-masing bangun. Dengan kata lain, siswa sudah terbiasa menganalisis bagian-bagian yang ada pada suatu bangun dan mengamati sifat-sifat yang dimiliki oleh unsur-unsur tersebut.

*e) Level 2. Tingkat Deduksi Informal*

Tingkat ini disebut juga tingkat pengurutan atau tingkat relasional. Pada tingkat ini, siswa sudah dapat memahami hubungan antara ciri yang satu dengan ciri yang lain pada suatu bangun.

*d) Level 3. Tingkat Deduksi*

Pada tingkat ini siswa sudah memahami peranan definisi-definisi, aksioma-aksioma, dan teorema-teorema dalam geometri. Siswa sudah dapat menyusun bukti-bukti secara formal dan memahami proses berpikir yang bersifat deduktif-aksiomatis, serta mampu menggunakan proses berpikir tersebut.

*e) Level 4. Tingkat Rigor*

Tingkat ini disebut juga tingkat metamatematis. Pada tingkat ini, siswa mampu melakukan penalaran secara formal tentang sistem-sistem matematika (termasuk sistem-sistem geometri), tanpa membutuhkan model-model yang konkret sebagai acuan. Pada tingkat ini, siswa dapat memahami perbedaan dan persamaan antara sistem aksiomatik.

**b. Implementasi Teori Van Hiele dalam Pembelajaran Geometri**

Untuk meningkatkan suatu tahap berpikir ke tahap yang lebih tinggi, Van Hiele mengajukan pembelajaran yang melibatkan 5 fase (langkah), yaitu:

*a) Fase 1 : Informasi (information)*

Pada awal fase ini, guru dan siswa melakukan tanya jawab tentang obyek-obyek yang dipelajari pada tahap berpikir yang bersangkutan. Guru mengajukan pertanyaan kepada siswa sambil melakukan observasi. Tujuan kegiatan ini adalah untuk mempelajari pengetahuan awal yang dimiliki siswa mengenai topik yang

dibahas dan mempelajari petunjuk yang muncul untuk menentukan aktivitas selanjutnya yang akan diambil.

*b) Fase 2 : Orientasi langsung (directed orientation)*

Siswa menggali topik yang dipelajari melalui alat-alat yang disiapkan guru. Aktivitas ini bertujuan untuk membangun struktur dalam tahap berpikir yang bersangkutan. Jadi, alat ataupun bahan dirancang sebagai tugas pendek yang dapat mendatangkan respon khusus.

*c) Fase 3 : Penjelasan (explicitation)*

Berdasarkan pengalaman sebelumnya, siswa menyatakan pandangan yang muncul mengenai struktur yang diobservasi. Guru memberi bantuan seminimal mungkin dan mengarahkan siswa agar menggunakan bahasa yang tepat dan akurat. Hal tersebut berlangsung sampai sistem hubungan pada tahap berpikir ini mulai tampak nyata.

*d) Fase 4 : Orientasi bebas (free orientation)*

Siswa menghadapi tugas-tugas yang lebih kompleks berupa tugas yang memerlukan banyak langkah, tugas-tugas yang dilengkapi dengan banyak cara, dan tugas-tugas *open ended*. Mereka memperoleh pengalaman dalam menemukan cara mereka sendiri, maupun dalam menyelesaikan tugas-tugas.

*e) Fase 5 : Integrasi (Integration)*

Siswa meninjau kembali dan meringkas apa yang telah dipelajari. Guru dapat membantu dalam membuat sintesis ini dengan melengkapi survai secara global terhadap apa-apa yang telah dipelajari siswa. Kesimpulan ini tidak menunjukkan sesuatu yang baru.

## **2. Karakteristik Penalaran dan Komunikasi yang Disusun Berdasarkan Implementasi Teori Van Hiele**

Perkembangan penalaran cenderung serupa dengan perkembangan komunikasi, karena komunikasi terkait erat dengan proses nalar (Rapar dalam Nisa, 2007: 17). Penalaran berfungsi untuk membentuk argumen, sedangkan komunikasi adalah salah satu bentuk nalar manusia yang disampaikan secara lisan atau tulisan. Oleh karena itu kemampuan penggunaan komunikasi sangat menentukan tingkat penalaran. Hal ini dikarenakan kemampuan komunikasi terkait dengan kemampuan dan perkembangan kognitif atau faktor intelek yang termasuk penalaran (Rapar dalam Nisa, 2007:17).

Hubungan penalaran dan komunikasi juga dapat dipahami dari pendapat Finegan dan Bisner (dalam Nisa, 2007: 18). Finegan dan Bisner menyatakan bahwa komunikasi atau bahasa mempengaruhi pikiran manusia dan juga sebaliknya. Hubungan pikiran dengan komunikasi adalah hubungan dua arah yang saling mempengaruhi, bukan hubungan sebab akibat.

Dari dua pendapat di atas peneliti simpulkan bahwa dalam suatu proses bernalar, komunikasi atau bahasa difungsikan sebagai tanda berpikir maupun sebagai alat komunikasi yang jelas sebagai perwujudan berpikir logis. Oleh karena itu, tindak dan hasil penalaran dapat diwujudkan dan diidentifikasi dari penggunaan komunikasi atau bahasa. Karena itulah, penggunaan komunikasi sangat diperhatikan dalam menyampaikan penalaran.

Sesuai dengan masing-masing indikator pada penalaran dan komunikasi yang telah diuraikan sebelumnya, maka indikator penalaran dan komunikasi yang



peneliti susun dalam penelitian ini juga berdasarkan implementasi Teori Van Hiele pada tabel 2.1 berikut.

**Tabel 2.1**  
**Karakteristik Penalaran dan Komunikasi yang Disusun Berdasarkan Implementasi Teori Van Hiele**

<b>Fase Van Hiele</b>	<b>Indikator Penalaran</b>	<b>Indikator Komunikasi</b>
<b>Informasi</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mampu memahami masalah</li> <li>• Mampu mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara lisan dan tulisan</li> </ul>
<b>Orientasi Langsung</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mampu mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah</li> <li>• Mampu memilih pendekatan dan strategi yang tepat untuk memecahkan masalah</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mampu membuat dugaan matematis dan memberikan alasan terhadap kebenaran suatu pernyataan</li> <li>• Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara lisan dan tulisan</li> </ul>
<b>Penjelasan</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah</li> <li>• Menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh untuk memecahkan masalah</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara lisan, tertulis dan gambar</li> <li>• Mampu memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan</li> <li>• Mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argumen</li> </ul>
<b>Orientasi bebas</b> <b>Integrasi</b>	Menyelesaikan masalah ( menganalisis dan mengevaluasi strategi yang telah diterapkan dan hasil yang diperoleh )	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar</li> <li>• Mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argumen</li> </ul>

## **D. Masalah Geometri dan Penyelesaiannya**

### **1. Masalah Geometri**

Kamus Besar Bahasa Indonesia edisi 3 (2005:719) mengartikan bahwa masalah adalah sesuatu yang harus diselesaikan (dipecahkan). Seseorang dikatakan menghadapi masalah apabila ingin mencapai suatu tujuan tetapi tidak segera dapat mencapai atau tidak tersedia langkah-langkah yang jelas untuk mencapai tujuan itu. Tujuan yang ingin dicapai dapat berupa penyesuaian diri terhadap situasi baru atau penyelesaian masalah.

Dalam mempelajari matematika, khususnya geometri sering kali ditemukan pertanyaan atau soal-soal yang sulit untuk diselesaikan. Hal ini bisa diartikan bahwa pertanyaan atau soal-soal tersebut merupakan suatu masalah. Masalah dalam matematika terjadi jika seseorang tidak mempunyai aturan/hukum tertentu yang segera dapat dipergunakan untuk menemukan jawaban atas pertanyaan tersebut. Pertanyaan itu dapat juga terselip dalam suatu situasi sedemikian sehingga situasi itu sendiri perlu mendapat penyelesaian.

Butts (dalam Susanto, 2012) menyatakan, masalah dalam matematika dikelompokkan menjadi 5 bagian, yaitu (1) *recognition exercises*, (2) *algorithmic exercises*, (3) *application problem*, (4) *open-search problem*, dan (5) *problem situation*. Masalah yang dikategorikan pada *recognition exercises* adalah masalah-masalah yang berkaitan dengan ingatan, misalnya fakta, konsep, definisi, dan teorema. Masalah yang dikategorikan sebagai *algorithmic exercises* adalah masalah-masalah yang berkaitan dengan penggunaan langkah demi langkah suatu prosedur atau cara tertentu. Masalah yang dikategorikan sebagai *application problem* adalah masalah-masalah yang termasuk di dalamnya penggunaan atau penerapan algoritma. Masalah yang dikategorikan sebagai *open-search problem* adalah masalah-masalah pembuktian, menemukan sehingga sesuai dengan persyaratan tertentu. Masalah yang dikategorikan sebagai *problem situation* adalah masalah-masalah yang penyajiannya berkaitan dengan situasi nyata atau kehidupan sehari-hari.

Dalam penelitian ini masalah yang dipilih adalah masalah yang dikategorikan sebagai *application problem*, yakni masalah-masalah yang termasuk di dalamnya penggunaan atau penerapan algoritma.

Penyelesaian diartikan sebagai proses, cara, perbuatan untuk memecahkan masalah (KBBI, 2005:1020). Ini berarti bahwa penyelesaian masalah adalah proses atau cara yang dilakukan seseorang dalam memanfaatkan pengetahuannya untuk memecahkan pertanyaan atau soal-soal yang belum diketahui prosedur penyelesaiannya.

Penyelesaian masalah matematika (geometri) merupakan suatu proses mental yang kompleks yang memerlukan visualisasi, imajinasi, manipulasi, analisis, abstraksi dan penyatuan ide (Johnson & Rising dalam Susanto, 2012) , sehingga tidak terlepas dari pengetahuan seseorang akan substansi masalah tersebut. Misalnya bagaimana pemahamannya terhadap inti masalah tersebut, prosedur/langkah apa yang digunakan dan aturan/rumus mana yang tepat digunakan dalam penyelesaian masalah tersebut.

Dari uraian sebelumnya, peneliti mengartikan bahwa masalah geometri dalam penelitian adalah suatu pertanyaan atau soal-soal matematika khususnya pada materi geometri yang memerlukan penyelesaian tetapi belum tersedia prosedur atau cara untuk mengatasi kondisi tersebut. Sedangkan penyelesaian masalah geometri adalah prosedur atau cara yang dipilih dan dilakukan seseorang untuk menentukan penyelesaian dari suatu masalah geometri.

## **2. Langkah-langkah Penyelesaian Masalah Geometri**

Menurut Polya (1957), masalah adalah suatu soal yang harus dipecahkan oleh seseorang (termasuk siswa), tetapi cara/langkah untuk menyelesaikannya tidak segera ditemukan oleh orang (siswa) itu. Berarti dalam suatu masalah terkandung unsur-unsur yang diketahui dan unsur-unsur yang ditanyakan. Orang yang menghadapi soal itu harus berusaha menemukan cara untuk memecahkan

soal tersebut untuk memperoleh jawaban. Dari pengertian ini, suatu soal merupakan masalah atau bukan masalah bagi seseorang, merupakan hal yang bersifat relatif. Artinya suatu soal itu mungkin menjadi masalah bagi seseorang tetapi bagi orang lain itu mungkin bukan masalah.

Selanjutnya Polya (1957) mengemukakan bahwa terdapat dua macam masalah dalam matematika, yaitu:

- (1) Masalah untuk menemukan, dapat berupa masalah teoretis atau praktis, abstrak atau konkrit, termasuk teka-teki. Bagian utama masalah ini adalah: apakah yang dicari; bagaimana data yang diketahui; dan bagaimana syaratnya. Ketiga bagian utama tersebut merupakan landasan untuk dapat menyelesaikan masalah.
- (2) Masalah untuk membuktikan bahwa suatu pernyataan itu benar atau salah, atau tidak keduanya. Bagian utama masalah jenis ini adalah hipotesis dan konklusi dari pernyataan yang harus dibuktikan kebenarannya. Kedua bagian utama ini perlu dikaji untuk dapat menyelesaikan masalah.

Masalah untuk menemukan merupakan jenis masalah yang perlu diberikan kepada siswa untuk melatih pemikiran mereka tentang proses bagaimana suatu konsep atau prinsip ditemukan. Selanjutnya Polya mengatakan bahwa masalah untuk menemukan lebih penting dalam matematika elementer, sedangkan masalah untuk membuktikan lebih penting dalam matematika lanjut.

Polya mendefinisikan penyelesaian masalah sebagai usaha mencari jalan keluar dari suatu kesulitan, mencapai suatu tujuan yang tidak dengan segera dapat dicapai. Lebih lanjut Polya menjelaskan bahwa penyelesaian masalah merupakan

suatu proses psikologis yang melibatkan tidak hanya sekedar aplikasi dalil-dalil atau teorema-teorema yang dipelajari.

Menurut Polya (1957) strategi/model penyelesaian masalah dalam matematika terdiri atas empat langkah pokok, yaitu (1) memahami masalah; (2) menyusun rencana; (3) melaksanakan rencana; dan (4) memeriksa kembali. Keempat langkah pokok yang dikemukakan Polya tersebut dijelaskan secara ringkas sebagai berikut.

#### **a. Memahami Masalah**

Memahami masalah merupakan langkah yang sangat penting dalam menyelesaikan masalah. Tanpa memahami masalah dengan baik, sudah tentu seseorang tidak akan dapat menyelesaikan masalah yang dihadapinya. Langkah ini dimulai dengan pengenalan apa yang tidak diketahui atau yang ingin didapatkan. Selanjutnya pemahaman apa yang diketahui serta data apa yang tersedia, kemudian melihat apakah data serta syarat yang tersedia mencukupi untuk menentukan apa yang ingin didapatkan.

#### **b. Menyusun Rencana**

Pada langkah ini diperlukan kemampuan untuk melihat hubungan antara data serta kondisi apa yang ada/tersedia dengan data dan apa yang tidak diketahui/dicari. Jika hubungan tersebut tidak ditemukan, dapat dicari dengan alat bantu yang lain. Selanjutnya disusun sebuah rencana penyelesaian masalah, dengan memperhatikan hal-hal sebagai berikut: apakah siswa pernah menjumpai masalah itu sebelumnya; apakah siswa dapat menggunakan teorema untuk menyelesaikan masalah tersebut. Untuk masalah yang agak luas dapat

diselesaikan bagian demi bagian dari masalah tersebut. Selanjutnya siswa dapat menyusun rencana dengan membuat sistematis langkah-langkah penyelesaian.

### **c. Melaksanakan Rencana**

Rencana penyelesaian yang telah dibuat sebelumnya, kemudian dilaksanakan secara cermat pada setiap langkah. Dalam pelaksanaan rencana atau menyelesaikan model matematika yang telah dibuat pada langkah sebelumnya, siswa diharapkan memperhatikan prinsip-prinsip (aturan-aturan) pengerjaan yang ada untuk mendapatkan hasil penyelesaian model yang benar. Untuk itu pengecekan pada setiap langkah penyelesaian harus selalu dilakukan untuk memastikan kebenaran jawaban model tersebut.

### **d. Memeriksa Kembali**

Pada langkah ini diusahakan untuk memeriksa kembali dan memastikan bahwa penyelesaian tersebut sesuai dengan yang diinginkan dalam masalah. Jika hasil yang diperoleh tidak sesuai dengan yang diminta, maka perlu pemeriksaan kembali atas setiap langkah yang telah dilakukan untuk mendapatkan hasil sesuai dengan masalah yang diberikan, menafsirkan hasil sesuai dengan masalahnya, dan melihat kemungkinan lain yang dapat dilakukan untuk menyelesaikan masalah tersebut. Dari hasil pemeriksaan tersebut diketahui dimana langkah yang tidak sesuai. Dengan demikian langkah yang tidak tepat dapat diperbaiki kembali.

Adapun strategi penyelesaian masalah meliputi (1) cara coba-coba; (2) menggunakan alat peraga, model, atau sketsa; (3) mencari pola; (4) membuat peragaan; dan (5) menggunakan daftar, tabel, atau bagan.

Berdasarkan empat prinsip/langkah menyelesaikan masalah dari Polya yang meliputi: memahami masalah (*understanding the problem*), menyusun

rencana (*devising a plan*), melaksanakan rencana (*carrying out the plan*), dan melihat kembali (*looking back*), selanjutnya dapat dibuat kerangka kerja dalam menyelesaikan masalah menurut Polya sebagaimana pada Tabel 2.2 berikut ini.

**Tabel 2.2**  
**Kerangka Kerja dalam Menyelesaikan Masalah Menurut Polya**

Langkah Polya	Pernyataan/Pertanyaan yang Bersesuaian dengan Langkah Polya
<b>Memahami Masalah</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Apa yang tidak diketahui?</li> <li>2. Apa saja yang diketahui?</li> <li>3. Apa syaratnya?</li> <li>4. Apakah mungkin memenuhi syaratnya?</li> <li>5. Apakah syaratnya cukup untuk menentukan apa yang tidak diketahui? Atau apakah tidak cukup? Atau berlebihan? Atau kontradiksi?</li> </ol>
<b>Menyusun Rencana</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>6. Apakah kamu sudah mengetahui sebelumnya?</li> <li>7. Atau apakah kamu telah mengetahui masalah sama dengan bentuk yang sedikit berbeda?</li> <li>8. Apakah kamu mengetahui masalah yang berkaitan?</li> <li>9. Apakah kamu tahu teorema yang dapat digunakan?</li> <li>10. Perhatikan yang tidak diketahui! Dan coba pikirkan masalah yang dikenal dengan apa yang tidak diketahui, sama atau serupa</li> <li>11. Kaitannya dengan masalah dan penyelesaian masalah sebelumnya. Dapatkah kamu gunakan itu? Dapatkah kamu memakai metodenya? Haruskah kamu melibatkan elemen bantu agar pemakaiannya mungkin?</li> <li>12. Dapatkah kamu menyatakan kembali masalah tadi?</li> <li>13. Dapatkah kamu menyatakan kembali dengan cara berbeda?</li> <li>14. Jika tidak dapat memecahkan masalah utama, dapatkah kamu menyelesaikan masalah yang berkaitan?</li> <li>15. Dapatkah kamu membayangkan masalah terkait yang lebih mudah dipecahkan? Masalah yang lebih umum? Masalah yang khusus? Masalah serupa?</li> <li>16. Dapatkah kamu pecahkan suatu bagian dari masalah?</li> <li>17. Dapatkah kamu menurunkan sesuatu yang berguna dari data?</li> <li>18. Dapatkah kamu pikirkan data lain yang sesuai untuk menentukan yang tidak diketahui?</li> <li>19. Dapatkah kamu mengubah yang tidak diketahui atau data, atau keduanya jika perlu, sehingga yang tidak ketahu baru atau data baru lebih dekat satu sama lain?</li> <li>20. Sudahkan kamu menggunakan semua data?</li> <li>21. Apakah kamu menggunakan syarat keseluruhannya?</li> </ol>
<b>Melaksanakan Rencana</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>22. Dapatkah kamu melihat secara jernih bahwa langkah tersebut adalah benar?</li> <li>23. Dapatkah kamu menunjukkan bahwa langkah itu benar?</li> </ol>
<b>Melihat Kembali</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>24. Dapatkah kamu mengecek hasilnya?</li> <li>25. Dapatkah kamu mengecek alasannya?</li> <li>26. Dapatkah kamu memperoleh solusi itu dengan cara berbeda?</li> </ol>

## E. Hubungan Kemampuan Penalaran dan Komunikasi dengan Penyelesaian Masalah

Dari paparan sebelumnya, tampak adanya suatu hubungan antara kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted* dalam menyelesaikan masalah geometri dengan menggunakan empat langkah pokok Polya dan implementasi teori Van Hiele dalam pembelajaran geometri.

Penjelasan tentang hubungan tersebut digambarkan pada tabel 2.3 berikut.

Tabel 2.3  
Hubungan Kemampuan Penalaran dan Komunikasi dengan Penyelesaian Masalah

LANGKAH POLYA	Fase Van Hiele	INDIKATOR PENALARAN	INDIKATOR KOMUNIKASI
Memahami Masalah	• Informasi	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mampu memahami masalah</li> <li>• Mampu mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan lisan</li> </ul>
Menyusun Rencana	• Orientasi Langsung	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mampu mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah</li> <li>• Mampu memilih pendekatan dan strategi yang tepat untuk memecahkan masalah</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mampu membuat dugaan matematis dan memberikan alasan terhadap kebenaran suatu pernyataan</li> <li>• Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan lisan</li> </ul>
Melaksanakan Rencana	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Penjelasan</li> <li>• Orientasi Bebas</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah</li> <li>• Menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh untuk memecahkan masalah</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar</li> <li>• Mampu memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan</li> <li>• Mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argumen</li> </ul>
Memeriksa Kembali	• Integrasi	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menyelesaikan masalah (menganalisis dan mengevaluasi strategi yang telah diterapkan dan hasil yang diperoleh)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar</li> <li>• Mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argument</li> </ul>



## BAB III

### METODE PENELITIAN

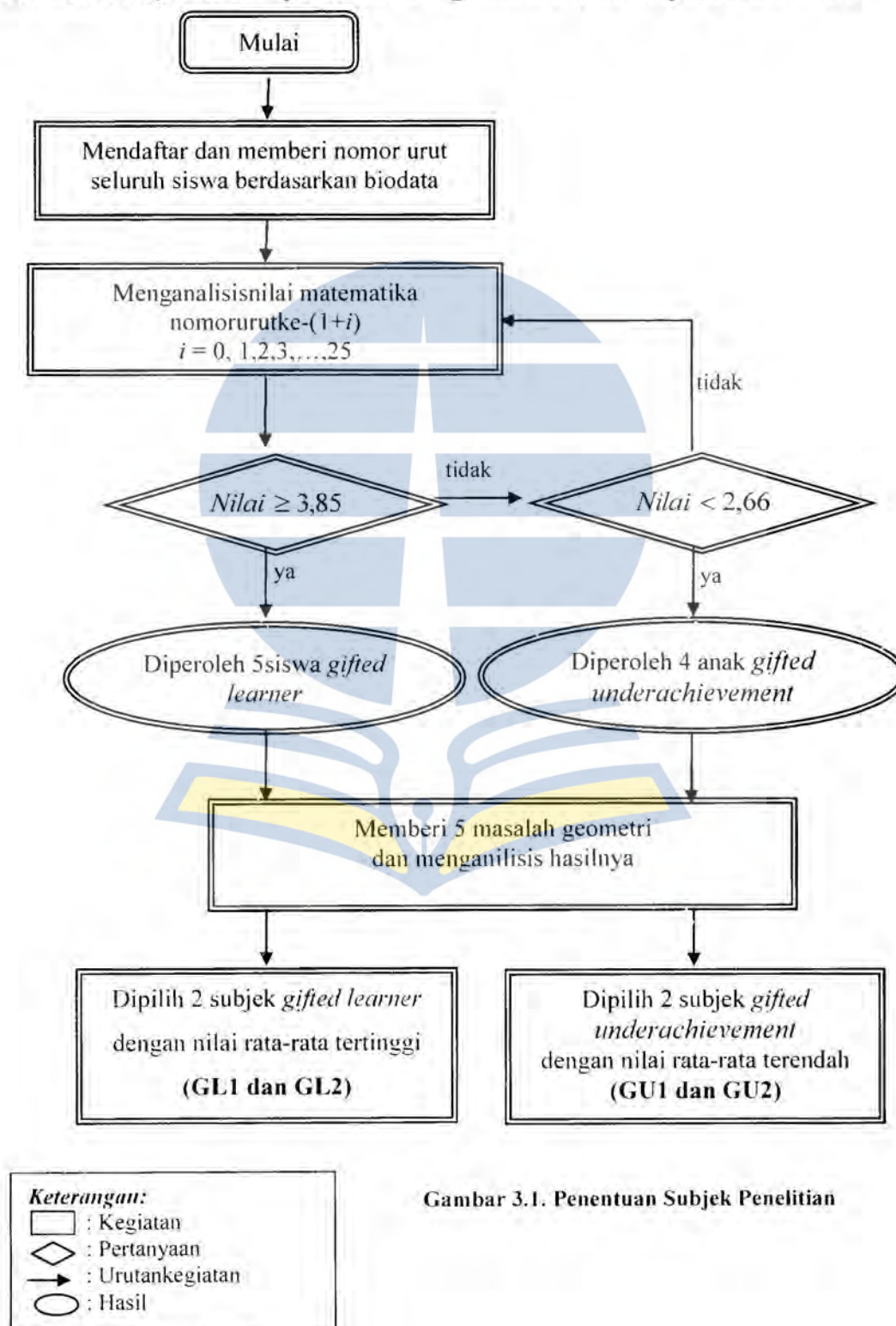
#### A. Jenis Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan deskriptif kualitatif dengan jenis penelitian eksploratif. Pada penelitian ini akan menganalisis kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted* dalam menyelesaikan masalah geometri. Kemampuan penalaran dan komunikasi siswa didasarkan pada indikator yang terkandung dalam Permendikbud RI Nomor 59 tahun dan implementasi teori Van Hiele dalam pembelajaran geometri. Sedangkan untuk langkah-langkah penyelesaian masalah, peneliti memilih empat langkah pokok menurut Polya.

#### B. Subjek Penelitian

Penelitian ini akan dilaksanakan di SMA Unggulan Hafsyawati Zainul Hasan Genggong, Kabupaten Probolinggo pada semester genap tahun pelajaran 2014/2015. Subjek penelitian ditetapkan empat orang, masing-masing adalah dua siswa *gifted learner* dan dua siswa *gifted underachievement*. Empat subjek tersebut dipilih dari siswa kelas X Akselerasi yang berjumlah 26 anak, dengan mempertimbangkan nilai IQ dan hasil akademik. Dalam penelitian ini, ingin dideskripsikan kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted* dalam menyelesaikan masalah geometri. Setelah melalui prosedur pemilihan, diperoleh lima siswa yang nilai akademiknya selalu lebih dari 3,85 dan empat siswa yang selalu kurang dari 2,66 (KKM Matematika). Diantara sembilan siswa tersebut, lima siswa *gifted learner* dan empat siswa *gifted underachievement*. Selanjutnya peneliti memberi lima masalah geometri dan dari analisis hasil kelima masalah tersebut, akhirnya peneliti memilih dua siswa *gifted learner* yang nilainya dua

tertinggi dan dua siswa *gifted underachievement* yang nilainya dua terendah. Siswa *gifted learner* menjadi subjek penelitian 1 dan 2 (GL1 dan GL2), sedangkan 2 siswa *gifted underachievement* menjadi subjek penelitian 3 dan 4 (GU1 dan GU2). Prosedur pemilihan sebagaimana tercantum pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1. Penentuan Subjek Penelitian

## C. Instrumen Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted* dalam menyelesaikan masalah geometri. Instrumen penelitian ini adalah peneliti sendiri dan untuk mengeksplorasi kemampuan penalaran dan komunikasi siswa digunakan lembar masalah geometri dan pedoman wawancara.

### 1. Peneliti sebagai Instrumen Penelitian

Instrumen utama penelitian adalah peneliti sendiri. Sebagai instrumen utama, peneliti berperan sebagai perencana pengumpul data, analisator, penafsir data, dan pelapor penelitian. Dalam hal ini, peneliti perlu memperhatikan beberapa hal, yaitu: responsif, dapat menyesuaikan diri, menekankan kejujuran, mendasarkan diri atas perluasan pengetahuan, memproses data secepatnya, memanfaatkan kesempatan untuk mengklarifikasi dan mengikhtisarkan, memanfaatkan kesempatan untuk mencari respon yang tidak lazim dan idiosinkratik (Moleong, 2007).

Sebagai instrumen, peneliti tidak melakukan intervensi ketika subjek menyelesaikan masalah yang diberikan. Peneliti memberikan keleluasaan pada subjek dalam menyelesaikan masalah dan hanya memberikan pertanyaan-pertanyaan sesuai pedoman wawancara.

### 2. Instrumen Lembar Masalah

Instrumen lembar masalah yang digunakan dalam penelitian ini merupakan instrumen bantu yang berisi masalah matematika sekolah, yaitu materi jarak pada bangun ruang (dimensi tiga).

Lembar masalah yang akan digunakan terlebih dahulu dilakukan validasi oleh ahli, yang terdiri atas ahli pendidikan matematika (dua orang). Validasi diarahkan pada kesesuaian soal dengan tujuan penelitian, konstruksi soal, dan kesesuaian bahasa yang digunakan.

Penilaian terhadap konstruksi soal dengan kriteria: (1) kalimat tidak menimbulkan penafsiran ganda, (2) batasan yang diberikan cukup untuk menyelesaikan masalah, (3) rumusan masalah menggunakan kalimat tanya atau perintah, dan (4) batasan masalah yang diberikan jelas dan berfungsi.

Sedangkan penilaian terhadap bahasa yang digunakan dengan kriteria: (1) menggunakan bahasa sesuai dengan kaidah yang baik dan benar, (2) rumusan masalah menggunakan kata-kata yang telah dikenal siswa, (3) rumusan masalah komunikatif, (4) rumusan masalah menggunakan kalimat matematika yang benar, dan (5) rumusan masalah tidak menimbulkan penafsiran ganda.

Setelah validator mengisi lembar validasi, skor hasil validasi dari masing-masing validator ditotal kemudian diolah menjadi persentase skor rata-rata hasil validasi.

$$SR = \frac{S_T}{S_M} \times 100\%$$

Keterangan:

$SR$  = Persentase skor rata-rata hasil validasi

$S_T$  = Skor total hasil validasi dari masing-masing validator

$S_M$  = Skor maksimal yang dapat diperoleh dari hasil validasi

Kesimpulan analisis data disesuaikan dengan kriteria skor rata-rata hasil validasi sebagai berikut.

$75 \% \leq SR \leq 100 \%$	= valid tanpa revisi
$50 \% \leq SR < 75 \%$	= belum valid dengan sedikit revisi
$25 \% \leq SR < 50 \%$	= belum valid dengan banyak revisi
$SR < 25 \%$	= tidak valid

Instrumen lembar masalah yang digunakan dalam penelitian ini adalah soal yang merupakan masalah matematika berupa *application problem* sebagai berikut.

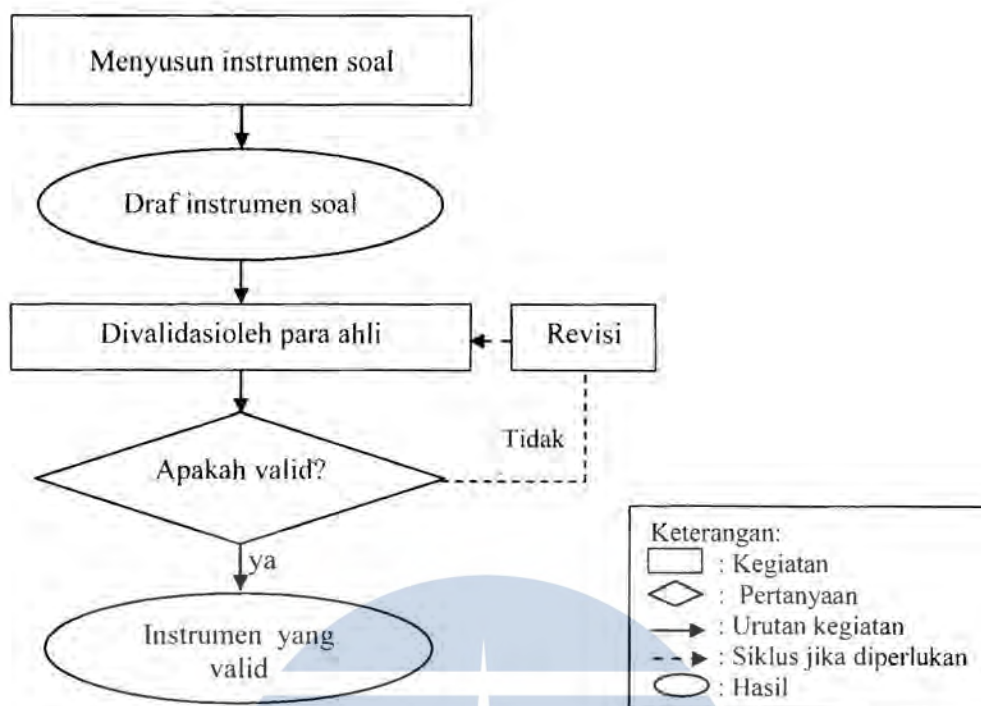
#### **Lembar Masalah 1 (M1)**

Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk  $a$  cm. Titik P, Q, dan R berturut-turut terletak pada pertengahan  $\overline{AD}$ , bidang EFGH, dan sisi  $\overline{HG}$ . Jika  $\alpha$  adalah sudut yang dibentuk oleh  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$ , maka ukuran sudut  $\alpha$  adalah... ( $\sin 53^\circ = 0.8$  dan  $\sin 37^\circ = 0.6$ )

#### **Lembar masalah 2 (M2)**

Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk  $a$  cm. Titik P titik tengah  $\overline{FG}$  dan Q titik tengah  $\overline{EH}$ . Jika  $\alpha$  adalah sudut yang dibentuk antara bidang ABGH dan bidang ABPQ, maka nilai  $\tan \alpha$  adalah...

Adapun untuk memperoleh instrumen yang valid, diperoleh dengan mengikuti proses sebagai mana terlihat pada Gambar 3.2



Gambar 3.2 Penyusunan Instrumen Lembar Masalah (Soal)

Untuk menganalisis kemampuan penalaran dan komunikasi, siswa diminta untuk mengatakan apa yang sedang dipikirkan dalam menyelesaikan masalah matematika, baik diperoleh dengan metode *Think Aload* maupun wawancara mendalam (*dept interview*). Wawancara mendalam dilakukan dengan tujuan untuk lebih mendalami apa yang sedang dipikirkan siswa.

### 3. Instrumen Pedoman Wawancara

Wawancara yang digunakan adalah wawancara tak terstruktur, yaitu untuk menemukan informasi yang tidak baku dan untuk lebih mendalami suatu masalah yang menekankan pada penyimpangan, penafsiran yang tidak lazim, penafsiran kembali, atau pendekatan baru. Pada wawancara tak terstruktur, pertanyaan tidak disusun terlebih dahulu, tetapi disesuaikan dengan keadaan dan ciri yang unik dari subjek penelitian. Oleh karena itu dalam wawancara, yang penting diciptakan suasana yang akrab dan santai (Supradly, 1979 dalam Susanto).

Wawancara dilakukan dengan mengajukan pertanyaan-pertanyaan yang lebih bebas dan leluasa sehingga memungkinkan wawancara berlangsung luwes dan tidak menjenuhkan. Meskipun demikian, peneliti tetap menggunakan pedoman wawancara .

Pedoman wawancara disusun untuk membimbing peneliti dalam mengungkap dan mengamati kemampuan penalaran dan komunikasi siswa ketika menyelesaikan masalah. Pedoman wawancara ini berupa pertanyaan-pertanyaan yang disusun berdasarkan langkah-langkah pemecahan masalah yang ditawarkan oleh Polya.

Pedoman wawancara hanya digunakan agar peneliti tetap terfokus pada permasalahan yang ingin diungkap. Dalam pelaksanaannya, peneliti dapat mengembangkan sesuai dengan kondisi yang sedang dialami saat itu, tetapi masih tetap mengacu pada pedoman wawancara.

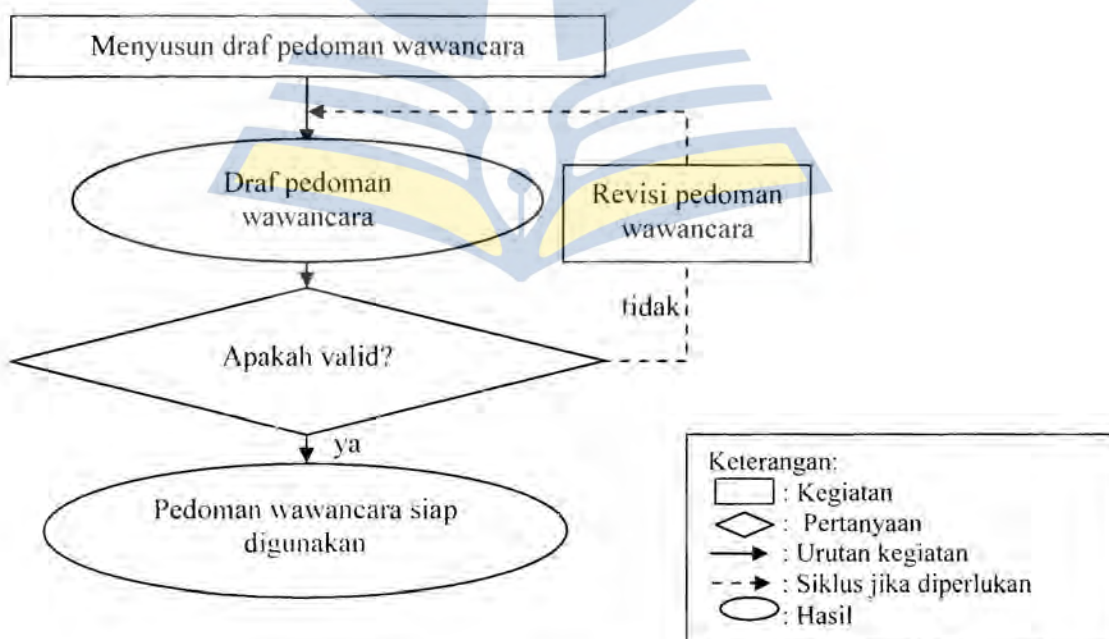


Diagram 3.3 Prosedur penyusunan pedoman wawancara

#### 4. Hasil Validasi Instrumen

Proses validasi instrumen lembar masalah dan draf pedoman wawancara dilakukan oleh dua orang validator ahli. Validator ahli tersebut adalah Prof. Drs. Dafik, M. Sc, PhD (validator 1) dan Dr. H. Hobri, S. Pd, M. Pd (validator 2).

Skor hasil validasi akhir untuk lembar masalah yang diperoleh dari validator 1 adalah 80,56 % dan sesuai kriteria skor rata-rata maka lembar masalah dinyatakan valid tanpa revisi. Begitu pula skor hasil validasi dari validator 2 juga dinyatakan valid tanpa revisi dengan skor 86,11%. Jadi kesimpulan kedua validator tersebut adalah bahwa instrumen lembar masalah yang telah disusun oleh peneliti sudah dapat digunakan.

Untuk proses validasi draf pedoman wawancara, peneliti harus melakukan perbaikan susunan draf hingga tiga kali. Baik validator 1 dan validator 2 menyarankan agar draf wawancara yang disusun lebih diperinci tentang indikator-indikator yang ada dan sesuai langkah polya dalam menyelesaikan masalah. Setelah perbaikan dilakukan, pada akhirnya kedua validator menyimpulkan bahwa draf pedoman wawancara valid dan sudah dapat digunakan untuk penelitian ini.

#### D. Prosedur Pengumpulan Data

Pengumpulan data dilakukan dengan memberikan masalah kepada subjek untuk diselesaikan. Untuk menganalisis kemampuan penalaran dan komunikasi dalam proses penyelesaian masalah geometri, peneliti meminta subjek mengungkapkan apa yang sedang dilakukan dan dipikirkan dengan mengucapkannya atau menuliskannya. Metode ini disebut sebagai *think aloud method*.



Berikut ini hal-hal yang dilakukan dengan berpedoman pada protokol *think aloud* (Sudarman, 2010) yaitu:

- (1) **Siapkan pekerjaan:** (a) baca sampai habis lembar masalah (soal) yang akan diujikan untuk memastikan bahwa langkah-langkah sudah dalam suatu susunan yang logis, dan bebas dari kesalahan ejaan dan tata bahasa, dan (b) pastikan semua peralatan yang dibutuhkan sudah lengkap.
- (2) **Siapkan subjek:** (a) uraikan sasaran lembar masalah (soal), tetapi bukan langkah-langkah yang diperlukan untuk menyelesaikan soal, (b) jelaskan prosedur *Think aloud* kepada subjek penelitian dengan singkat, (c) lakukan praktek *think aloud* kepada subjek penelitian untuk membiasakan terhadap prosedur itu, dan (d) beritahukan kepada subjek penelitian bahwa: (i) mereka dapat menghentikan pengerjaan setiap waktu jika mereka mulai gelisah, (ii) mereka mungkin mempertanyakan setiap butir di dalam proses, tetapi peneliti tidak boleh menjawab, (iii) peneliti tidak memberitahu kapan mereka menyelesaikan soal, mereka harus menentukan hasil kerja mereka sendiri.
- (3) **Mulai bekerja:** (a) verifikasi bahwa subjek tidak mempunyai sisa pertanyaan tentang lembar masalah (soal) atau proses, (b) minta subjek untuk memulai tugas itu, (c) jika perlu, bisikkan kalimat yang menyenangkan kepada subjek penelitian, (d) ambii catatan: rekam segala yang relevan saat subjek berbicara atau mengerjakan.
- (4) **Wawancarai subjek:** (a) ketika subjek sudah menyelesaikan tugas, berterima kasihlah kepada subjek yang telah ikut ambil bagian, (b) tanya materi kepada subjek jika mereka mempunyai umpan balik tambahan, sekaligus verifikasi

jawaban jika diperlukan, (c) pastikan tidak terdapat keraguan peneliti terhadap jawaban yang diberikan oleh subjek.

- (5) **Persiapan menghadapi subjek berikutnya:** (a) pasang lagi semua peralatan, material, atau komponen lain untuk tugas kepada mereka dari awal, (b) kurangi pemborosan waktu di dalam pengambilan data dengan mengoreksi kesalahan di dalam dokumen terdahulu dalam mengenali seseorang sebelum *think aloud* dimulai.

Jika dalam proses pengambilan data subjek penelitian tidak dapat sepenuhnya mengucap apa yang sedang dipikirkan, maka selain dari hasil pengerjaan lembar masalah (soal), peneliti juga berusaha untuk membaca pola penalaran dan komunikasi subjek dari tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan.

#### **E. Teknik Analisis Data**

Teknik analisis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah analisis data kualitatif, mengikuti konsep Miles dan Huberman yang mengemukakan bahwa aktivitas dalam analisis data kualitatif dilakukan secara interaktif sampai tuntas datanya dan berlangsung terus menerus pada setiap tahap penelitian sampai jenuh. Aktivitas dalam analisis data, yaitu *data reduction*, *data display*, dan *conclusion drawing/ verification*. (Miles, Huberman, 1992)

Kegiatan yang dilakukan setelah pengumpulan data adalah membuat transkrip seluruh hasil wawancara. Hasil transkrip tersebut direduksi, hal-hal yang tidak berkaitan dengan tujuan penelitian dibuang dari transkrip. Data hasil reduksi diuji kredibilitasnya dan dianalisis untuk selanjutnya ditarik kesimpulan.

Dalam mentranskrip dilakukan juga pemberian kode. Kode yang digunakan memuat kode subjek, masalah, nomor wawancara dan peneliti atau subjek. Misalnya kode GL1M12 S berarti jawaban ke 2 subjek GL1 ketika wawancara atau menjawab lembar masalah dalam menyelesaikan masalah M1. Contoh lain, kode GU1M2 23 P berarti pertanyaan peneliti ke 23 kepada subjek GL2 ketika wawancara dalam menyelesaikan masalah M2.

### **1. Penafsiran Data**

Penafsiran data bertujuan untuk salah satu dari tiga, yaitu: deskripsi semata, deskripsi analitik, atau teori substantif. Untuk tujuan deskripsi semata digunakan teori dan rancangan organisasional yang sudah ada dalam suatu disiplin. Sedangkan pada deskripsi analitik rancangan operasional dikembangkan dari kategori-kategori yang ditemukan dan hubungan-hubungan yang disarankan atau yang muncul dari data. Sementara untuk tujuan teori substantif diperlukan untuk memperoleh teori baru. Dalam hal ini peneliti menempatkan metafora atau rancangan yang telah ada dalam analisis. Penafsiran data dalam penelitian ini ditujukan untuk menunjukkan teori substantif yang berkaitan dengan kemampuan penalaran dan komunikasi.

Berkaitan dengan proses analisis dan penafsiran data, perlu dilakukan penyusunan satuan. Satuan merupakan alat untuk menghaluskan pencatatan data. Lincoln dan Guba menamakan satuan sebagai satuan informasi yang berfungsi untuk menentukan atau mendefinisikan kategori (Moleong, 2006). Satuan juga merupakan bagian terkecil yang mengandung makna yang bulat dan dapat berdiri sendiri terlepas dari bagian yang lain.

Dalam penelitian ini penyusunan satuan didasarkan pada permasalahan yang dikaji, yaitu kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted* dalam menyelesaikan masalah geometri. Satuan-satuan tersebut disajikan pada tabel 3.1 sebagai berikut.

**Tabel 3.1. Penyusunan Satuan Kemampuan Penalaran dan Komunikasi**

Satuan (Istilah)	Pengertian (Definisi)	Kode
Penalaran	Berpikir logis dan analitis untuk memperoleh suatu pengetahuan atau kebenaran pernyataan baru.	Pen
Komunikasi	Salah satu bentuk nalar manusia yang disampaikan secara lisan atau tulisan.	Kom
Memahami masalah	Langkah ini dimulai dengan pengenalan apa yang tidak diketahui atau yang ingin didapatkan.	Msl
Menyusun rencana	kemampuan untuk melihat hubungan antara data serta kondisi apa yang ada/tersedia dengan data dan apa yang tidak diketahui/dicari.	Ren
Melaksanakan rencana	Melaksanakan prinsip-prinsip (aturan-aturan) pengerjaan yang ada untuk mendapatkan hasil penyelesaian model yang benar.	Lak
Melihat kembali	memastikan apakah penyelesaian tersebut sesuai dengan yang diinginkan dalam masalah atau tidak.	Kem

## 2. Penarikan Kesimpulan

Penarikan kesimpulan berdasarkan hasil analisis data yang telah dikumpulkan, baik yang diperoleh menggunakan wawancara, lembar masalah, dan catatan lapangan. Penarikan kesimpulan didasarkan pada satuan penalaran dan komunikasi pada setiap langkah penyelesaian masalah yaitu: memahami masalah, menyusun rencana penyelesaian, melaksanakan rencana penyelesaian, dan memeriksa kembali.

## 3. Kredibilitas Data

Uji kredibilitas data atau kepercayaan terhadap data hasil penelitian kualitatif dapat dilakukan dengan perpanjangan pengamatan, peningkatan ketekunan, triangulasi, diskusi dengan teman, analisis kasus negatif dan member

(Sugiyono, 2005, 2008). Lebih lanjut Sugiyono (2005, 2008) mengemukakan bahwa triangulasi dalam pengujian kredibilitas ini diartikan sebagai pengecekan data dari berbagai sumber, berbagai cara, dan berbagai waktu.

Pada penelitian ini uji kredibilitas data atau kepercayaan terhadap data hasil penelitian dilakukan dengan triangulasi, yaitu triangulasi sumber data/teknik. Data wawancara dicek kesesuaiannya data tulisan tangan dan catatan lapangan. Triangulasi dilanjutkan dengan menguji keajekan data yaitu mencari kesesuaian data yang bersumber dari masalah M1 dan data yang bersumber masalah M2.

Salah satu uji kredibilitas data atau kepercayaan terhadap data hasil penelitian adalah kecukupan referensi (Moleong, 2007), yang oleh (Sugiyono, (2005; 2008) disebut dengan penggunaan bahan referensi. Menurut Sugiyono (2005; 2008) yang dimaksud dengan bahan referensi adalah adanya pendukung untuk membuktikan data yang telah ditemukan oleh peneliti. Misalnya hasil wawancara perlu didukung dengan adanya rekaman wawancara dan data tentang interaksi manusia, atau gambaran suatu keadaan perlu didukung oleh foto atau video. Hal tersebut didukung oleh Moleong (2007) bahwa bahan-bahan yang tercatat atau terekam dapat digunakan sebagai patokan untuk menguji sewaktu analisis dan penafsiran data.

Secara umum uji kredibilitas dilakukan juga dengan kecukupan referensi atau penggunaan bahan referensi. Karena seluruh aktivitas pengumpulan data direkam dengan handycam. Sehingga data yang diperoleh dapat dijamin kredibel.

## **F. Prosedur Penelitian**

Penelitian ini akan dilaksanakan dengan tahapan kegiatan: persiapan, pengambilan data, analisis data.

### **1. Tahap persiapan**

Kegiatan-kegiatan yang dilakukan pada tahap persiapan antara lain: menyempurnakan proposal, menyiapkan instrumen penelitian, menyiapkan alat-alat untuk pengambilan data, dan menyiapkan siswa yang akan dijadikan subjek penelitian.

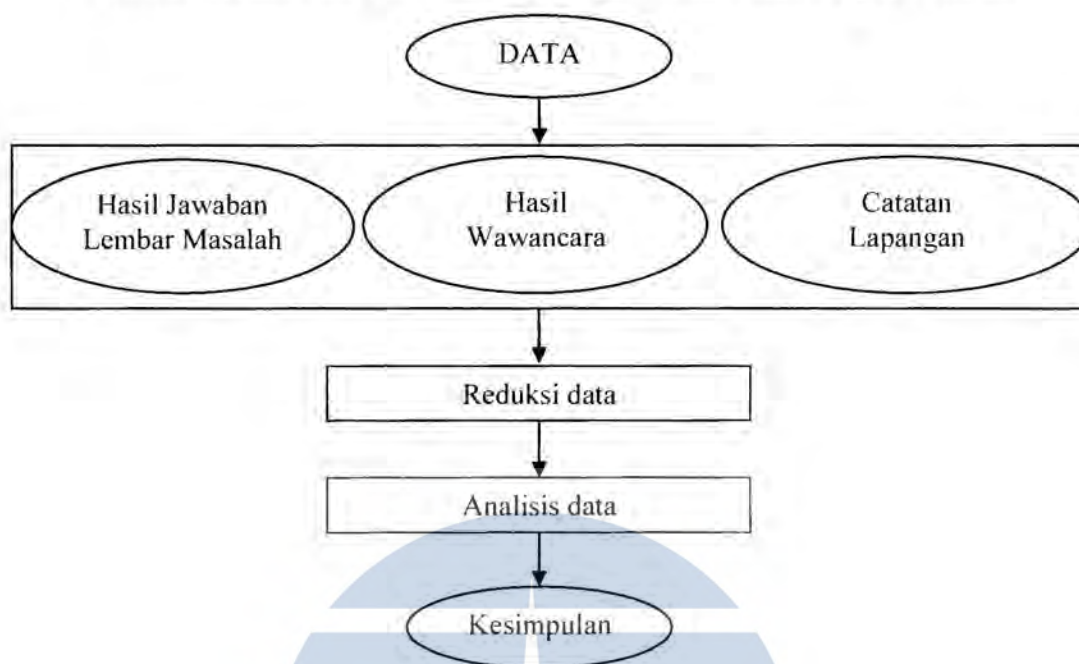
### **2. Pengambilan Data**

Pengambilan data dilakukan oleh peneliti dengan terlebih dahulu mengadakan kesepakatan waktu pengambilan data untuk masing-masing siswa. Pada saat pengambilan data, peneliti menggunakan alat perekam, yaitu handycam. Handycam digunakan untuk melihat perilaku siswa sekaligus suaranya. Selain itu peneliti juga membuat catatan-catatan kejadian unik dan mewawancarainya. Dari hasil rekaman baik pada waktu siswa mengerjakan soal maupun pada saat wawancara, selanjutnya dibuat transkrip.

### **3. Menganalisis data**

Setelah seluruh data diperoleh yang berupa hasil transkrip, hasil wawancara, dan catatan lapangan, maka peneliti menganalisis data dengan melakukan reduksi data dan pengkodean. Dalam menganalisis data diarahkan untuk mendeskripsikan kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted* dalam setiap tahap pemecahan masalah berdasarkan Polya.

Prosedur analisis data penelitian dapat digambarkan dalam diagram berikut



**Gambar 3.4. Prosedur analisis data**

## BAB IV

### HASIL DAN PEMBAHASAN

Dalam bab ini akan disajikan analisis data dan pembahasan hasil penelitian serta temuan lain dalam penelitian kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted* dalam menyelesaikan masalah geometri. Data dalam penelitian ini diperoleh dengan menggunakan dua lembar masalah geometri dan wawancara. Jawaban siswa berupa penyelesaian masalah dan hasil wawancara merupakan data untuk menganalisis kemampuan penalaran dan komunikasi siswa dalam menyelesaikan masalah geometri.

Dalam penelitian ini akan dikaji dan dideskripsikan secara kualitatif tentang kemampuan penalaran dan komunikasi dua siswa *gifted learner* yaitu subjek 1 (GL1) dan subjek 2 (GL2) serta dua siswa *gifted underachievement* yaitu subjek 3 (GU1) dan subjek 4 (GU2). Keempat subjek penelitian adalah siswa kelas X akselerasi SMA Unggulan Hafsyawati Zainul Hasan Genggong Probolinggo pada semester genap tahun pelajaran 2014/2015.

#### **A. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa *Gifted Learner* dalam Menyelesaikan Masalah Geometri**

Analisis data ini akan dilakukan terhadap data kedua siswa *gifted learner* yang terpilih sebagai subjek penelitian, yaitu data subjek GL1 dan GL2 dalam menyelesaikan masalah geometri. Langkah penyelesaian masalah geometri merupakan langkah Polya, yaitu: memahami masalah, merencanakan, melaksanakan rencana, dan memeriksa kembali. Selain itu, pengembangan lembar masalah geometri yang disajikan juga berdasarkan implementasi Teori Van Hiele



dalam pembelajaran matematika, yaitu: informasi (*information*), orientasi langsung (*direct orientation*), penjelasan (*explicitation*), orientasi bebas (*free orientation*), dan integrasi (*integration*).

Pada penelitian ini setiap subjek diberikan dua lembar masalah geometri yaitu masalah M1 dan M2. Hanya data yang bersumber dari masalah M1 yang akan dianalisis pada pembahasan penelitian ini, oleh karena itu masalah M1 diuji kredibilitasnya dengan triangulasi teknik/metode dan mengecek keajekannya dengan data yang bersumber dari M2.

## 1. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL1 dalam Menyelesaikan Masalah Geometri

### a. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL1 dalam Memahami Masalah Geometri

#### 1) Masalah M1

Tuliskan tangan GL1 dalam memahami masalah M1 sebagai berikut.

GLIMI

1 S

a. Sebutkanlah unsur – unsur yang diketahui!

Jawab:

rusuk kubus =  $a$  cm

titik P, Q, dan R berturut-turut berada di pertengahan  $\overline{AD}$ ,  $\overline{EF}$  dan  $\overline{HG}$

sudut  $\alpha$  terbentuk oleh  $\overline{PQR}$

$\sin 73^\circ = 0,8$

$\sin 37^\circ = 0,6$

GLIMI

2 S

b. Sebutkanlah unsur – unsur yang ditanyakan!

Jawab:

ukuran sudut  $\alpha$  yang terbentuk dari  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{PR}$

GLIMI

3 S

c. Apakah unsur yang diketahui sudah cukup untuk menyelesaikan masalah? Jelaskan!

Jawab:

cukup, karena sudut terbentuk antara garis  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{PR}$

Transkrip wawancara ketika GL1 memahami masalah M1 sebagai berikut:

- GLIMI 4 P Bagaimana Anda tahu kalau unsur-unsur ini diketahui?
- GLIMI 5 S Dari sini Bu (dengan menunjuk soal pada M1)
- GLIMI 6 S Dari soal sudah dijelaskan bahwa di kubus  $ABCD.EFGH$  yang berusuk  $a$  cm terdapat titik lain yaitu  $P$  yang terletak dipertengahan  $\overline{AD}$ , titik  $Q$  dipertengahan bidang  $EFGH$ , dan titik  $R$  dipertengahan  $\overline{HG}$ .
- GLIMI 7 S Lalu disitu juga diberi informasi bahwa  $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$
- GLIMI 8 P Bagaimana Anda tahu kalau ini ditanyakan?...
- GLIMI 9 S Di M1 dijelaskan bahwa kita disuruh menemukan ukuran sudut yang dibentuk oleh  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  yang disebut sudut  $\alpha$ .
- GLIMI 10 P Mengapa Anda bisa berfikir bahwa unsur yang diketahui sudah cukup untuk menjawab unsur yang ditanyakan?..
- GLIMI 11 S Sebelumnya saya memang ragu Bu. Tetapi akhirnya yakin bahwa unsur yang diketahui merupakan syarat cukup dari unsur yang ditanyakan.
- GLIMI 12 S Dari unsur yang diketahui tersebut, saya bisa menentukan  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  sehingga saya bisa menentukan sudutnya. Selanjutnya dengan panjang rusuk yang diketahui pula, saya bisa menentukan ukurannya.
- GLIMI 13 P Jadi?...
- GLIMI 14 S Jadi, saya bisa menyelesaikan masalah tersebut dengan unsur-unsur yang telah diketahui.
- GLIMI 15 P Mengapa alasan tersebut tidak ditulis?
- GLIMI 16 S Hehehe..iya Bu, malas panjang-panjang (sambil tersenyum dan berusaha meyakinkan Peneliti)

Catatan Lapangan GL1 dalam memahami masalah M1 sebagai berikut.

- Sebelum GL1 menuliskan jawaban pada poin (a) dan (b), dia membaca soal satu kali sekaligus dan membacanya kembali sedikit demi sedikit sambil menuliskan jawabannya.
- Ketika menjawab poin (c) GL1 terlihat agak sedikit ragu. Hal ini terlihat ketika dia menuliskan jawaban dengan perlahan-lahan dan sesekali berhenti sambil berfikir, tetapi akhirnya melanjutkan tulisannya.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GL1 dapat menuliskan secara lengkap dan tepat data yang termuat pada masalah M1. GL1 dapat menuliskan unsur-unsur yang diketahui antara lain: *rusuk kubus  $a$  cm, titik  $P$ ,  $Q$ , dan  $R$  berturut-turut berada di pertengahan  $\overline{AD}$ , bidang  $EFGH$ , dan sisi  $\overline{HG}$ , sudut  $\alpha$  terbentuk oleh  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$ ,  $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$  (GL1M1 1 S, GL1M1 6 S dan GL1M1 7 S). GL1 juga sudah dapat menuliskan unsur-unsur yang ditanyakan yaitu *ukuran sudut  $\alpha$  yang terbentuk dari  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$*  (GL1M1 2 S dan GL1M1 9 S). Selain itu, GL1 sudah dapat menuliskan dan mengungkapkan alasan bahwa unsur-unsur yang diketahui telah bisa menjadi syarat cukup untuk unsur yang ditanyakan. GL1 mengungkapkan bahwa *dari unsur yang diketahui yaitu kedudukan  $P$  dan  $Q$ , dapat ditentukan  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  sehingga dapat pula ditentukan sudutnya. Selanjutnya untuk menentukan ukuran sudut  $\alpha$  dapat dicari dengan bermodalkan panjang rusuk kubus yang diketahui pula* (GL1M1 3 S, GL1M1 11 S, GL1M1 12 S, dan GL1M1 14 S). Data tentang pemahaman GL1 terhadap masalah M1 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pemahaman GL1 dalam memahami masalah dinyatakan kredibel.*

Berdasarkan wawancara, tulisan tangan dan catatan lapangan di atas dapat disimpulkan bahwa GL1 memahami masalah dengan lancar. GL1 dapat menuliskan yang diketahui, yang ditanyakan, dan hubungan keduanya dengan lengkap dan benar.

## 2) Masalah M2

Tuliskan tangan GL1 dalam memahami masalah M2 sebagai berikut.

GL1M2 a. Sebutkanlah unsur – unsur yang diketahui!

1 S

Jawab:

Titik P berada di tengah garis FS

Titik Q berada di tengah garis EH

Sudut  $\alpha$  terbentuk oleh bidang ABGH dan ABPQ

GL1M2 b. Sebutkanlah unsur – unsur yang ditanyakan!

2 S

Jawab:

Nilai  $\tan \alpha$

GL1M2 c. Apakah unsur yang diketahui sudah cukup untuk menyelesaikan masalah? Jelaskan!

3 S

Jawab:

Cukup karena dari diketahui bisa dicari

~~nilai~~  $\tan \alpha$  dari nilai BP, BQ dan FS

Transkrip wawancara ketika GL1 memahami masalah M2 sebagai berikut:

GL1M2 4 P Bagaimana Anda tahu kalau unsur - unsur ini diketahui?

GL1M2 5 S Dari soal Bu. Dijelaskan bahwa pada kubus ABCD.EFGH terdapat dua titik P dan Q yang berturut-turut terletak di tengah garis  $\overline{FG}$  dan  $\overline{EH}$ , serta sudut  $\alpha$  yaitu sudut yang dibentuk oleh bidang ABGH dan APBQ.

GL1M2 6 P Bagaimana Anda tahu kalau ini ditanyakan?...

GL1M2 7 S Iya Bu, yang ditanyakan adalah nilai  $\tan \alpha$  nya. Jelas dituliskan di lembar M2.

GL1M2 8 P Mengapa Anda bisa berfikir bahwa unsur yang diketahui sudah cukup untuk menjawab unsur yang ditanyakan?..

GL1M2 9 S Seperti yang sudah saya tulis Bu, karena dari yang diketahui saya dapat menentukan panjang garis yang akan saya gunakan untuk menentukan nilai  $\tan \alpha$ .

Catatan Lapangan GL1 dalam memahami masalah M2 sebagai berikut.

- Seperti yang GL 1 lakukan ketika menyelesaikan masalah M1, sebelum menuliskan jawaban pada poin (a) dan (b), dia membaca soal satu kali sekaligus dan membacanya kembali sedikit demi sedikit sambil menuliskan jawabannya.

- Begitu pula ketika menjawab poin (c), GL1 tidak langsung menuliskan jawabannya. Dia menuliskan jawaban dengan perlahan-lahan dan sesekali berhenti sambil berfikir, tetapi akhirnya melanjutkan tulisannya.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara,, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GL1 dapat menuliskan secara lengkap dan tepat data yang termuat pada masalah M2. GL1 dapat menuliskan unsur-unsur yang diketahui antara lain: *titik P berada di tengah garis  $\overline{FG}$ , titik Q berada di tengah garis  $\overline{EH}$ , dan sudut  $\alpha$  terbentuk oleh bidang  $ABGH$  dan  $ABPQ$*  (GL1M2 1 S dan GL1M2 5 S). GL1 juga sudah dapat menuliskan unsur-unsur yang ditanyakan yaitu *nilai  $\tan \alpha$  yang dibentuk oleh bidang  $ABGH$  dan  $ABPQ$*  (GL1M2 2 S dan GL1M2 7 S). Selain itu, GL1 sudah dapat menuliskan dan mengungkapkan alasan bahwa unsur-unsur yang diketahui sudah bisa menjadi syarat cukup untuk unsur yang ditanyakan. Alasan GL1 adalah *karena dari beberapa unsur yang diketahui, dapat ditentukan  $\overline{BP}$ ,  $\overline{BG}$ , dan  $\overline{PG}$  beserta panjangnya, sehingga pada akhirnya dapat ditentukan nilai  $\tan \alpha$*  yang terlihat pada GL1M2 3 S dan GL1M 9 S. Data tentang pemahaman GL1 terhadap masalah M2 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pemahaman GL1 dalam memahami masalah dinyatakan kredibel.

Berdasarkan wawancara, tulisan tangan dan catatan lapangan di atas dapat disimpulkan bahwa GL1 memahami masalah dengan lancar. GL1 dapat menuliskan yang diketahui, yang ditanyakan, dan hubungan keduanya dengan lengkap dan benar.

### 3) Kesimpulan Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL1 dalam Memahami Masalah

Dengan triangulasi teknik telah ditemukan bahwa data pemahaman GL1 terhadap masalah M1 adalah kredibel. Selain itu telah ditemukan pula keajekan data pemahaman GL1 terhadap masalah M1 dan M2. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa data pemahaman GL1 terhadap masalah dinyatakan kredibel.

### b. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL1 dalam Menyusun Rencana Penyelesaian Masalah Geometri

#### 1) Masalah M1

Tuliskan tangan GL1 dalam menyusun rencana penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

GLIMI d. Bagaimana cara menentukan sudut  $\alpha$ ? Jelaskan!

17 S  
 Jawab:  
 Karena garis  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  tidak saling menentuh tetapi saling bersilangan, maka harus digeser salah satu garis sedemikian rupa agar dapat terbentuk sudut  $\alpha$ . Menggeser garis  $\overline{PQ}$  menjadi garis  $\overline{DR}$  akan terbentuk sudut yang ditanyakan.

GLIMI e. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$ ?

18 S  
 Jawab:  
 Menggunakan Teorema Pythagoras

GLIMI f. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan panjang  $\overline{RC}$ ?

19 S  
 Jawab:  
 Menggunakan Teorema Pythagoras

GLIMI g. Bagaimana Anda menentukan panjang  $\overline{TR}$ ?

20 S  
 Jawab:  
 Menggunakan unsur yang diketahui karena  $\overline{DC}$  adalah salah satu rusuk kubus tersebut

GLIMI h. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan  $\cos \alpha$ ?

21 S  
 Jawab:  
 Menggunakan aturan cosinus

GLIMI 22 S i. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan ukuran sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$  ?

Jawab:

Menggunakan  $\arccos$  ( $\cos^{-1}$ )

Transkrip wawancara ketika GL1 menyusun rencana penyelesaian masalah

M1 sebagai berikut:

- GLIMI 23 P Mengapa Anda membutuhkan gambar untuk menentukan sudut  $\alpha$  ?...
- GLIMI 24 S Untuk mempermudah kita membayangkan letak garisnya Bu. Kalo cuma di angan-angan sulit.
- GLIMI 25 S Ini juga kan masalah bangun ruang Bu, masalah geometri. Jadi saya butuh model untuk bisa menentukan kedudukan garis-garisnya. Apalagi garis yang membentuk sudut  $\alpha$  adalah garis yang bersilangan.
- GLIMI 26 P Bagaimana Anda menentukan sudut  $\alpha$  jika sudut tersebut dibentuk oleh 2 garis yang bersilangan?...
- GLIMI 27 S Dengan menggeser salah satu garis Bu, jadi terbentuk sudut yang ditanyakan.
- GLIMI 28 P Lalu mengapa Anda memilih Teorema Pythagoras untuk menentukan panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$ ,  $\overline{RC}$ , dan  $\overline{DC}$  ?...
- GLIMI 29 S Lah..ini Bu. Segitiganya khan siku-siku. (menunjuk pada gambar)
- GLIMI 30 P mengapa Anda memilih aturan cosinus untuk menentukan  $\cos \alpha$  ?
- GLIMI 31 S Karena segitiga yang akan saya gunakan untuk mencari nilai sudut  $\alpha$  diketahui 3 panjang sisinya
- GLIMI 32 P Lalu, setelah ketemu nilai  $\cos \alpha$ , bagaimana Anda bisa menentukan ukuran sudut  $\alpha$  nya?..
- GLIMI 33 S Dengan menggunakan  $\arccos \alpha$  atau  $\cos^{-1} \alpha$
- GLIMI 34 P Apa maksudnya?..tolong jelaskan.
- GLIMI 35 S  $\arccos \alpha$  atau  $\cos^{-1} \alpha$  itu invers dari  $\cos \alpha$ . Biasanya saya menggunakan kalkulator untuk menentukan invers jika sudutnya tidak istimewa atau tidak diketahui. Tetapi karena di sini diketahui, maka saya menggunakan persamaan trigonometri sederhana Bu.
- GLIMI 36 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...
- GLIMI 37 S Setelah menentukan nilai  $\cos^{-1} \alpha$ , saya menggunakan relasi sudut karena ternyata tidak ada di unsur yang diketahui.

Catatan Lapangan GL1 dalam menyusun rencana penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

- Sebelum GL1 menuliskan jawaban poin (d) sampai poin (i), terlebih dahulu dia menggambar kubus ABCD.EFGH, titik P, dan titik R pada lembar coretan lain.
- Dalam menjawab poin per poin, kembali GL1 melihat gambar berulang-ulang dan membolak-balikkan lembar coretannya dan sesekali mengernyitkan dahi lalu tersenyum. Kemudian baru menuliskan jawaban pada lembar masalah M1.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GL1 dapat menuliskan secara lengkap dan tepat data yang termuat pada masalah M1 dalam menyusun rencana penyelesaian masalah. GL1 dapat menuliskan langkah-langkah menentukan ukuran sudut  $\alpha$ . Langkah-langkah tersebut antara lain: *menentukan sudut  $\alpha$  dengan menggeser salah satu garis karena garis  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  tidak saling menyentuh tetapi saling bersilangan (GL1M1 17 S dan GL1M1 27 S), menentukan panjang garis  $\overline{DR}$  dan  $\overline{RC}$  dengan menggunakan teorema pythagoras karena garis  $\overline{DR}$  dan  $\overline{RC}$  merupakan salah satu sisi segitiga siku-siku (GL1M1 18 S, GL1M1 19 S, dan GL1M1 29 S), menentukan  $\cos \alpha$  dengan menggunakan aturan cosinus karena unsur yang diketahui adalah ketiga panjang sisi segitiga yang dipilih (GL1M1 21 S dan GL1M1 31 S), dan menentukan ukuran sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$  dengan menggunakan  $\cos^{-1} \alpha$  dan menggunakan relasi sudut (GL1M1 22 S, GL1M1 35 S dan GL1M1 37 S). Data tentang penyusunan rencana GL1 terhadap penyelesaian masalah M1 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang penyusunan rencana GL1 terhadap penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.*



## 2) Masalah M2

Tuliskan tangan GL1 dalam menyusun rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

GL1M2 d. Bagaimana cara menentukan sudut  $\alpha$ ? Jelaskan!

10 S

Jawab:

Membuat garis tengah dari kedua bidang dan di tarik ke samping sehingga bisa memudahkan pola berpikir

GL1M2 e. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan panjang  $\overline{BP}$ ?

11 S

Jawab:

Teorema Pythagoras

GL1M2 f. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan panjang  $\overline{BG}$ ?

12 S

Jawab:

Teorema diagonal sisi kubus

GL1M2 g. Bagaimana Anda menentukan panjang  $\overline{PG}$ ?

13 S

Jawab:

Teorema dari diagonal sisi kubus

GL1M2 h. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan  $\cos \alpha$ ?

14 S

Jawab:

Menggunakan rumus Cosinus

GL1M2 i. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan besar sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$ ?

15 S

Jawab:

Menggunakan persamaan Cosinus dan arc cos

Transkrip wawancara ketika GL1 menyusun rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut:

GL1M2 16 P Mengapa Anda membutuhkan gambar untuk menentukan sudut  $\alpha$ ?...

GL1M2 17 S Untuk menentukan sudutnya Bu. Dengan gambar akan lebih mudah dari pada dibayangkan saja. Soalnya tiga dimensi Bu.

GL1M2 18 P Bagaimana Anda menentukan sudut  $\alpha$  jika sudut tersebut dibentuk oleh 2 bidang?...

GL1M2 19 S Saya gambar bidangnya dulu Bu. Setelah itu saya buat garis tengah di kedua bidang tersebut. Lalu saya tarik ke samping. Akhirnya saya peroleh sudut  $\alpha$  nya ini Bu (menunjuk pada gambar)

GL1M2 20 P Lalu mengapa Anda memilih Teorema Pythagoras untuk menentukan panjang  $\overline{BP}$ ?...

GL1M2 21 S Ini kan segitiga siku-siku. (menunjuk pada gambar segitiga BFP)

- GL1M2 22 P Untuk menentukan panjang  $\overline{BG}$  Anda menggunakan rumus diagonal sisi. Apa yang dimaksud dengan rumus diagonal sisi tersebut?...Bisa Anda jelaskan?...
- GL1M2 23 S Itu Bu, jika panjang rusuknya  $a$  cm maka panjang diagonal sisi kubusnya  $a\sqrt{2}$  cm. Sebenarnya rumus itu juga berasal dari teorema Pythagoras. Jika panjang rusuk kubus  $a$  cm, itu berarti segitiga BCG adalah segitiga siku-siku di C dan diagonal sisi  $\overline{BG}$  adalah hypotenusa
- GL1M2 24 P Apakah benar panjang  $\overline{PG}$  adalah setengah sisi kubus?...
- GL1M2 25 S Maaf Bu. Ini bukan sisi. Maksud saya adalah rusuk kubus. Panjang  $\overline{PG}$  adalah setengah dari panjang  $\overline{FG}$  karena titik P adalah titik tengah  $\overline{FG}$  dan itu diketahui.
- GL1M2 26 P Mengapa Anda memilih aturan cosinus untuk menentukan  $\cos \alpha$  ?
- GL1M2 27 S Karena segitiga yang akan saya gunakan untuk mencari nilai sudut  $\alpha$  diketahui 3 panjang sisinya
- GL1M2 28 P Lalu, setelah ketemu nilai  $\cos \alpha$ , bagaimana Anda bisa menentukan ukuran sudut  $\alpha$  nya?..
- GL1M2 29 S Dengan menggunakan persamaan cosinus dan  $\arccos \alpha$  seperti pada penyelesaian masalah sebelumnya itu Bu.
- GL1M2 30 P Apa maksudnya?...tolong jelaskan.
- GL1M2 31 S Kalau menurut saya, saya bisa menggunakan  $\arccos \alpha$  untuk menentukan nilai sudut  $\alpha$ . Akan tetapi, karena di sini yang ditanyakan adalah  $\tan \alpha$  maka saya menggunakan persamaan cosinus, yaitu  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ , sehingga  $\tan \alpha = \frac{y}{r}$  dengan  $x^2 + y^2 = r^2$ .
- GL1M2 32 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...
- GL1M2 33 S Tidak Bu.

Catatan Lapangan GL1 dalam menyusun rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

- GL1 menggambar kubus ABCD.EFGH, kemudian menggambar kedudukan titik P dan Q. Setelah itu, terlihat dia menghubungkan titik-titik itu sedemikian hingga tergambar pula bidang ABGH dan ABPQ di kertas coretan lain.
- Dengan modal gambar tersebut, GL1 menjawab poin (d) sampai poin (i). Setiap akan menuliskan jawaban. GL 1 melihat gambar berulang - ulang dan membolak-balikkan lembar coretannya.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GL1 dapat menuliskan secara lengkap dan tepat data yang termuat pada masalah M2 dalam menyusun rencana penyelesaian masalah. GL1 dapat menuliskan langkah-langkah menemulai nilai  $\tan \alpha$ . Langkah-langkah tersebut antara lain: *menentukan sudut  $\alpha$  yang dibentuk bidang ABGH dan ABPQ dengan membuat garis tengah di kedua bidang tersebut lalu menariknya ke samping sehingga diperoleh sudut  $\angle PBG$  (GL1M2 10 S dan GL1M2 19 S), menentukan panjang garis  $\overline{BP}$  dan  $\overline{BG}$  dengan menggunakan teorema Pythagoras karena garis  $\overline{BP}$  dan  $\overline{BG}$  merupakan salah satu sisi segitiga siku-siku (GL1M2 11 S, GL1M2 12 S, GL1M2 21 S dan GL1M2 23 S), menentukan  $\cos \alpha$  dengan menggunakan aturan cosinus karena unsur yang diketahui adalah ketiga panjang sisi segitiga yang dipilih (GL1M2 14 S dan GL1M2 27 S), dan menentukan ukuran sudut  $\alpha$  dari nilai  $\tan \alpha$  dengan menggunakan persamaan cosinus, yaitu  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ , sehingga  $\tan \alpha = \frac{y}{r}$  dengan  $x^2 + y^2 = r^2$  (GL1M2 31 S). Data tentang penyusunan rencana GL1 terhadap penyelesaian masalah M2 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang penyusunan rencana GL1 terhadap penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.*

Berdasarkan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan di atas dapat disimpulkan bahwa GL1 dapat menyusun rencana penyelesaian masalah dengan lancar. GL1 dapat menuliskan semua langkah-langkah untuk menentukan nilai  $\tan \alpha$  dan mengungkapkan alasan secara lisan dengan lengkap dan benar.

### 3) Kesimpulan Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL1 dalam Menyusun Rencana Penyelesaian Masalah

Dengan triangulasi teknik telah ditemukan bahwa data penyusunan rencana penyelesaian GL1 terhadap masalah M1 adalah kredibel. Selain itu telah ditemukan pula keajekan data penyusunan rencana penyelesaian GL1 terhadap masalah M1 dan M2. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa data penyusunan rencana penyelesaian GL1 terhadap masalah dinyatakan kredibel.

### c. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL1 dalam Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah Geometri

#### 1) Masalah M1

Tulisan tangan GL1 dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

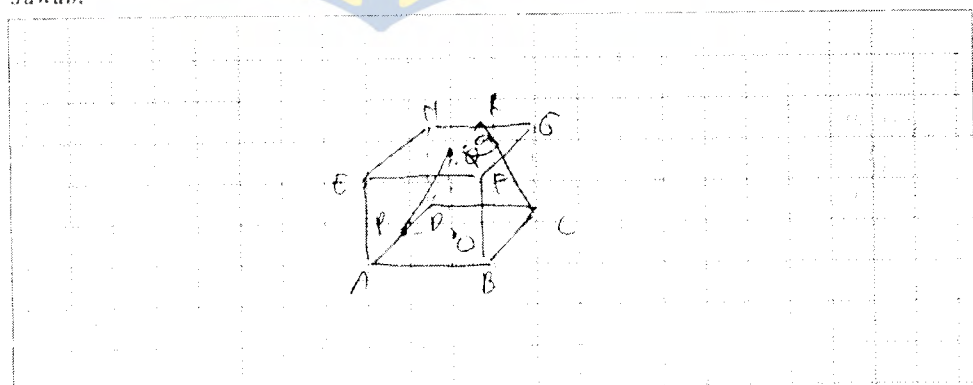
GL1M1

38 S

Gambarlah:

- kubus ABCDEFGH!
- kedudukan titik P, Q, dan R!
- kedudukan garis PQ dan RC!
- Jika  $\alpha$  adalah sudut yang dibentuk oleh PQ dan RC, tentukan dan gambarlah sudut  $\alpha$ !

Jawab:



GLIMI  
39

k. Hitunglah panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$  dan beri alasan setiap langkahnya!

Jawab:

$PQ$  = garis miring dari segitiga  $PQO$

Maka  $\rightarrow PQ = \sqrt{PO^2 + OQ^2} \rightarrow PO^2 \rightarrow$  setengah panjang rusuk  $AB$ .

$\rightarrow OQ \rightarrow$  sama dengan panjang rusuk  $BF, GC, HD$ .

$$\begin{aligned} \rightarrow PQ &= \sqrt{(\frac{1}{2}a)^2 + a^2} \rightarrow \text{panjang rusuknya adalah } a \\ &= \sqrt{\frac{1}{4}a^2 + a^2} \\ &= \sqrt{\frac{5}{4}a^2} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{5}a \end{aligned}$$

Sehingga  $\overline{DR}$  adalah sisi miring dari segitiga  ~~$DR$~~  <sup>DHR</sup> sehingga sama panjang dengan  $PQ$ .

$$DR = \frac{1}{2}\sqrt{5}a$$

GLIMI  
40 S

l. Hitunglah panjang  $\overline{RC}$  dan beri alasan setiap langkahnya!

Jawab:

$\overline{RC}$  = sisi miring dari segitiga  $RCR$  yang sama panjangnya dengan  $\overline{DR}$  yaitu  ~~$\frac{1}{2}\sqrt{5}a$~~   $\frac{1}{2}\sqrt{5}a$ .

GLIMI  
41 S

m. Tentukan panjang  $\overline{DC}$  dan beri alasan!

Jawab:

$\overline{DC}$  = adalah salah satu rusuk kubus tersebut

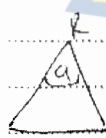
Sehingga  $\overline{DC}$  = panjang rusuk

$$\overline{DC} = a$$

GLIMI  
42 S

n. Hitunglah nilai  $\cos \alpha$  dan beri alasan setiap langkahnya!

Jawab:



Menggunakan aturan Cosinus:

$$r^2 = c^2 + d^2 - 2cd \cdot \cos A \rightarrow \text{ karena } DC = a$$

$$DR = RC = \frac{1}{2}\sqrt{5}a$$

$$a^2 = (\frac{1}{2}\sqrt{5}a)^2 + (\frac{1}{2}\sqrt{5}a)^2 - 2(\frac{1}{2}\sqrt{5}a)(\frac{1}{2}\sqrt{5}a) \cdot \cos A$$

$$a^2 = \frac{1}{4} \cdot 5a^2 + \frac{1}{4} \cdot 5a^2 - 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot 5a^2 \cdot \cos A \rightarrow \text{dikurangkan } a^2 \text{ hilang}$$

$$1 = \frac{5}{4} + \frac{5}{4} - \frac{5}{2} \cos A \quad (\text{Pindah ruas}) \quad \text{karena dibagi dengan "a" semua}$$

$$1 - \frac{10}{4} = - \frac{5}{2} \cos A \quad (\text{min (-)nya hilang})$$

$$-\frac{3}{2} = -\frac{5}{2} \cos A \quad \text{karena sama3 ada (-)}$$

$$\frac{3}{2} \cdot \frac{2}{5} = \cos A$$

$$\cos A = \frac{3}{5}$$

=

- GLIMI 43 S o. Tentukanlah sudut  $\alpha$  yang memenuhi nilai  $\cos \alpha$  tersebut jikadiketahui  
( $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$ ). Jelaskanlah relasi sudutnya!

Jawab:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= 3/5 \\ \cos \alpha &= 0,6 \\ \alpha &= 53^\circ \rightarrow \text{karena } \sin 53^\circ = 0,8 & \sin 37^\circ = 0,6 \\ & \cos 53^\circ = 0,6 & \cos 37^\circ = 0,8 \\ & \text{Berbalik.} \end{aligned}$$

Transkrip wawancara ketika GL1 melaksanakan rencana penyelesaian masalah M1 sebagai berikut:

- GLIMI 44 P Bagaimana Anda menggambar kubus ABCD.EFGH, kedudukan titik P, Q, dan R kedudukan garis  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  ?...
- GLIMI 45 S Seperti ini Bu. (dengan menunjukkan hasil gambarnya dan menjelaskan kedudukan masing-masing titik).
- GLIMI 46 P Bagaimana Anda menggambar sudut  $\alpha$  ?...
- GLIMI 47 S Seperti yang sudah jelaskan sebelumnya Bu. Ini hasilnya (sambil menunjuk gambar).
- GLIMI 48 S Saya gambar garis  $\overline{PQ}$  dulu, kemudian seolah-olah saya geser untuk mendapatkan garis yang sejajar yang berimpit dengan garis  $\overline{RC}$ , yaitu garis  $\overline{DR}$ . Jadi dari sini terlihat bahwa ini Bu sudut  $\alpha$  nya. (kembali menunjuk gambar)
- GLIMI 49 P Bagaimana Anda menghitung panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$  dengan Teorema Pythagoras?...
- GLIMI 50 S Begini Bu. Di sini saya menambahkan titik O yaitu titik perpotongan antara garis  $\overline{AC}$  dan  $\overline{BD}$  sehingga terbentuk segitiga  $\overline{POQ}$  yang merupakan segitiga siku-siku di O.
- GLIMI 51 S Kemudian saya hitung seperti ini Bu. (menunjuk hasil pekerjaannya pada poin (k) dan menjelaskan langkah-langkah pengerjaannya disertai dengan alasan yang belum tertulis), sehingga saya temukan panjang  $\overline{PQ} = \frac{1}{2}\sqrt{5}$  cm.
- GLIMI 52 P Bagaimana Anda menghitung panjang  $\overline{RC}$  dengan Teorema Pythagoras?...
- GLIMI 53 S  $\overline{RC}$  adalah sisi hypotemusa segitiga  $\overline{RGC}$ . Sedangkan segitiga  $\overline{RGC}$  kongruen dengan segitiga  $\overline{POQ}$ , sehingga dengan perhitungan yang sama saya langsung dapatkan bahwa panjang  $\overline{RC}$  sama dengan panjang  $\overline{PQ}$  yaitu  $\overline{RC} = \frac{1}{2}\sqrt{5}$  cm

- GL1M1 54 P Bagaimana Anda dapat mengatakan bahwa segitiga RGC kongruen dengan segitiga POQ?...
- GL1M1 55 S Menggunakan sisi-sudut-sisi Bu.  $\overline{GC} \cong \overline{OQ}$ ,  $\angle RGC \cong \angle POQ$ , dan  $\overline{RG} \cong \overline{PO}$ , sehingga  $\overline{RC} \cong \overline{PQ}$
- GL1M1 56 P Untuk menentukan nilai  $\cos \alpha$ , Anda memilih Aturan Cosinus. Bagaimanakah rumus Aturan Cosinus tersebut?...
- GL1M1 57 S Karena saya memilih segitiga DRC dan sudut  $\alpha$  adalah  $\angle DRC$  dan  $\overline{DR} = c$ ,  $\overline{RC} = d$ ,  $\overline{CD} = r$ , maka rumus Aturan Cosinus nya adalah  $r^2 = c^2 + d^2 - 2cd \cos \alpha$
- GL1M1 58 P Bagaimana Anda menghitung nya?...
- GL1M1 59 S Sesuai yang sudah saya tuliskan Bu. Saya memasukkan masing-masing nilai yang diketahui ke dalam rumus kemudian saya operasikan sedemikian hingga saya temukan nilai  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ .
- GL1M1 60 P Bagaimana menentukan sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$  yang sudah ditemukan?...
- GL1M1 61 S Dari unsur yang diketahui yaitu  $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$  saya bisa menentukan nilai sudut  $\alpha$  dengan terlebih dahulu menggunakan relasi sudut. Relasinya berbalik Bu.
- GL1M1 62 P Berbalik bagaimana?..
- GL1M1 63 S  $\sin 53^\circ = 0,8$        $\sin 37^\circ = 0,6$   
 $\cos 37^\circ = 0,8$        $\cos 53^\circ = 0,6$   
 Artinya  $\cos(90 - \alpha)^\circ = \sin \alpha^\circ$   
 Setelah itu saya dapatkan bahwa sudut  $\alpha = 53^\circ$  karena  $\cos 53^\circ = 0,6$
- GL1M1 64 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...
- GL1M1 65 S Tidak ada Bu.

Catatan Lapangan GL1 dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah

M1 sebagai berikut.

- Dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah, GL1 terlihat tidak menemui kesulitan karena dia melaksanakan langkah-langkah sesuai yang telah dia rencanakan sebelumnya. Akan tetapi pada poin (l) GL1 ternyata merubah strategi. GL1 tidak menggunakan konsep Pythagoras tetapi cukup menggunakan konsep kekongruenan dua segitiga.

- GL1 tampak memeriksa kembali hasil pekerjaannya setelah dia menyelesaikan poin (j) sampai (o). Dan pada akhirnya, terlihat GL1 menghela nafas lega dan tersenyum sambil membalikkan lembar masalah M1 pada halaman berikutnya.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GL1 dapat menuliskan secara lengkap dan tepat data yang termuat pada masalah M1 dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah. GL1 dapat mengerjakan setiap langkah yang sebelumnya telah ditentukan pada langkah penyusunan rencana dalam menentukan ukuran sudut  $\alpha$ . Dari pelaksanaan rencana tersebut, GL1 dapat menentukan antara lain:  $panjang \overline{PQ} = \overline{DR} = \frac{1}{2}a\sqrt{5}cm$  (GL1M1 39 S dan GL1M1 51 S),  $panjang \overline{RC} = \frac{1}{2}a\sqrt{5}cm$  (GL1M1 40 S dan GL1M1 53 S),  $panjang \overline{DC} = a cm$  (GL1M1 41 S),  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$  (GL1M1 42 S, GL1M157 S, dan GL1M159 S), dan  $\alpha = 53^\circ$  (GL1M1 43 S dan GL1M1 63 S).. Data tentang pelaksanaan rencana penyelesaian GL1 terhadap masalah M1 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pelaksanaan rencana GL1 dalam penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.

Berdasarkan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan di atas dapat disimpulkan bahwa GL1 dapat melaksanakan rencana penyelesaian masalah dengan lancar. GL1 dapat menentukan  $panjang \overline{PQ} = \overline{DR} = \frac{1}{2}a\sqrt{5} cm$ ,  $panjang \overline{RC} = \frac{1}{2}a\sqrt{5}cm$ ,  $panjang \overline{DC} = a cm$ ,  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ , dan  $\alpha = 53^\circ$  dan mengungkapkan alasan secara tertulis dan lisan dengan lengkap dan benar.



## 2) Masalah M2

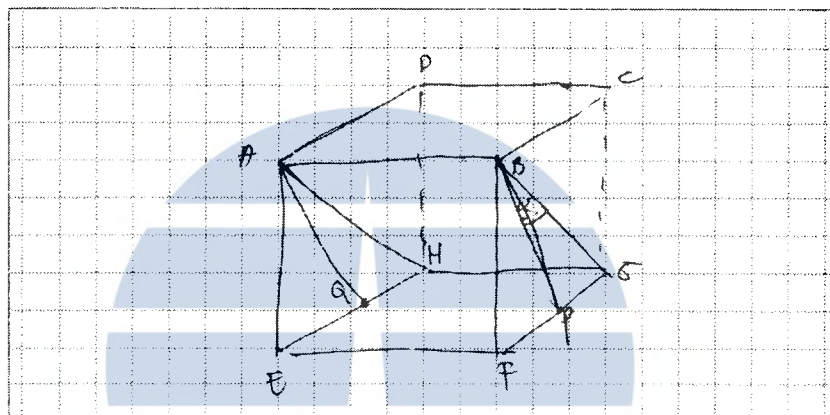
Tulisan tangan GL1 dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

GL1M2  
34 S

j. Gambarlah:

- kubus ABCD.EFGH!
- kedudukan titik P dan Q!
- Jika  $\alpha$  adalah sudut yang dibentuk oleh ABGH dan ABPQ, tentukan dan gambarlah sudut  $\alpha$ !

Jawab:



GL1M2  
34 S

k. Hitunglah panjang  $\overline{BP}$  dan beri alasan setiap langkahnya!

Jawab:

konstruksi BP menggunakan dari  $\Delta$  BPP maka

$$BF = a \text{ (rusuk)}$$

$$FP = \frac{1}{2}a \text{ (1/2 rusuk)}$$

$$\begin{aligned} BP &= \sqrt{BF^2 + FP^2} \\ &= \sqrt{a^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{5}{4}a^2} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{2}a \end{aligned}$$

GL1M2  
35 S

l. Hitunglah panjang  $\overline{BG}$  dan beri alasan setiap langkahnya!

Jawab:

$\overline{BG}$  adalah diagonal sisi kubus, jadi  $\overline{BG} = a\sqrt{2}$ .

GL1M2  
36 S

m. Tentukan panjang  $\overline{PG}$  dan beri alasan!

Jawab:

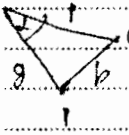
$\overline{PG}$  adalah  $\frac{1}{2}$  dari panjang rusuk kubus  $\Rightarrow$  jadi  $\overline{PG} = \frac{1}{2}a$ .

GLIM2 n. Hitunglah nilai  $\cos \alpha$  dan beri alasan setiap langkahnya!

37 S

Jawab:

B



$$b^2 = p^2 + q^2 - 2pq \cdot \cos \theta \quad \text{← karena diketahui } \theta \text{ ssw dan sebuah sudut.}$$

$$(\frac{1}{2}a)^2 = (a\sqrt{2})^2 + (\frac{\sqrt{2}}{2}a)^2 - 2 \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}a \cdot \cos A$$

$$\frac{1}{4}a^2 = 2a^2 + \frac{1}{4}a^2 - \sqrt{2}a^2 \cos A$$

$$\frac{1}{4} = \frac{13}{4} - \sqrt{2} \cos A$$

$$\frac{13}{4} - \frac{1}{4} = \sqrt{2} \cos A$$

$$\frac{12}{4} = \sqrt{2} \cos A$$

$$3 = \sqrt{2} \cos A$$

$$\cos A = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

$$\cos A = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

GLIM2 o. Jika  $\cos \alpha = \frac{y}{r}$ , tentukanlah nilai  $y$  dengan menggunakan persamaan  $x^2 + y^2 = r^2$ !

38 S

Jawab:

$$\cos \alpha = \frac{3\sqrt{2}}{2} \rightarrow r \rightarrow x^2 + y^2 = r^2$$

$$(3\sqrt{2})^2 + y^2 = 10^2$$

$$9 \cdot 2 + y^2 = 100$$

$$y^2 = 100 - 18$$

$$y^2 = 82$$

$$y = \sqrt{82}$$

GLIM2 p. Tentukan nilai  $\tan \alpha = \frac{y}{x}$ !

39 S

Jawab:

$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$

$$= \frac{\sqrt{82}}{3\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{3}$$

Transkrip wawancara ketika GL1 melaksanakan rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut:

GLIM2 40 P Bagaimana Anda menggambar kubus ABCD.EFGH, kedudukan titik P, Q, bidang ABGH dan ABPQ?...

GLIM2 41 S Seperti ini Bu. (dengan menunjukkan hasil gambarannya dan menjelaskan kedudukan masing-masing titik dan bidang).

- GLIM2 42 P Bagaimana Anda menggambar sudut  $\alpha$  ?...
- GLIM2 43 S Setelah saya gambar, ternyata untuk menentukan sudut  $\alpha$  tidak perlu membuat garis tengah bidang, karena ternyata sudut  $\alpha$  yang dibentuk oleh kedua bidang  $ABGH$  dan  $ABPQ$  adalah sudut yang diapit oleh salah satu kedua sisi bidang tersebut, yaitu  $\overline{BP}$  dan  $\overline{BG}$ . Seperti ini Bu. (Sambil menunjuk gambar sudut  $\alpha$ )
- GLIM2 44 P Bagaimana Anda menghitung panjang  $\overline{BP}$  dengan Teorema Pythagoras?...
- GLIM2 45 S Saya pandang segitiga  $BFP$ , segitiga siku-siku di  $F$  sehingga berlaku  $\overline{BP} = \sqrt{(\overline{BF})^2 + (\overline{FP})^2}$ .
- GLIM2 46 S Kemudian saya hitung seperti ini Bu. (menunjuk hasil pekerjaannya pada poin (k) dan menjelaskan langkah-langkah pengerjaannya disertai dengan alasan yang belum tertulis), sehingga saya temukan panjang  $\overline{BP} = \frac{1}{2}a\sqrt{5}$  cm.
- GLIM2 47 P Bagaimana Anda menghitung panjang  $\overline{BG}$  ?...
- GLIM2 48 S Seperti yang sudah saya jelaskan sebelumnya Bu. Untuk mencari panjang  $\overline{BG}$ , saya cukup menggunakan rumus diagonal sisi. Dan karena panjang rusuk kubus ini  $a$  cm, maka panjang  $\overline{BG} = a\sqrt{2}$  cm
- GLIM2 49 P Bagaimana dengan panjang  $\overline{PG}$  ?...
- GLIM2 50 S Karena  $\overline{PG}$  setengah rusuk maka panjang  $\overline{PG} = \frac{1}{2}a$  cm.
- GLIM2 51 P Untuk menentukan nilai  $\cos \alpha$ , Anda memilih Aturan Cosinus. Bagaimanakah rumus Aturan Cosinus tersebut?...
- GLIM2 52 S Karena saya memilih segitiga  $BPG$  dan sudut  $\alpha$  adalah  $\angle GBP$  dan  $\overline{PG} = b$ ,  $\overline{BG} = p$ ,  $\overline{BP} = g$ , maka rumus Aturan Cosinus nya adalah  $b^2 = p^2 + g^2 - 2pg \cos \alpha$
- GLIM2 53 P Bagaimana Anda menghitung nya?...
- GLIM2 54 S Sesuai yang sudah saya tuliskan Bu. Saya memasukkan masing-masing nilai yang diketahui ke dalam rumus kemudian saya operasikan sedemikian hingga saya temukan nilai  $\cos \alpha = \frac{3}{10}\sqrt{10}$ .
- GLIM2 55 P Setelah diketahui nilai  $\cos \alpha$  bagaimana Anda menentukan nilai  $\tan \alpha$  ?...
- GLIM2 56 S Saya cari dulu nilai  $y$  nya Bu. yaitu  $y = \sqrt{10}$  dan setelah itu saya temukan nilai  $\tan \alpha = \frac{y}{r} = \frac{1}{3}$
- GLIM2 57 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...
- GLIM2 58 S Tidak ada Bu.

Catatan Lapangan GL1 dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah

M2 sebagai berikut.

- Sama halnya ketika GL1 melaksanakan rencana penyelesaian masalah M1, dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah M2 ini GL1 juga terlihat tidak menemui kesulitan karena dia melaksanakan langkah-langkah sesuai yang telah dia rencanakan sebelumnya.
- Setelah GL1 menyelesaikan poin (j) sampai (p), dia tampak memeriksa kembali hasil pekerjaannya.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GL1 dapat menuliskan secara lengkap dan tepat data yang termuat pada masalah M2 dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah. GL1 dapat mengerjakan setiap langkah yang sebelumnya telah ditentukan pada langkah penyusunan rencana dalam menentukan nilai  $\tan \alpha$ . Dari pelaksanaan rencana tersebut, GL1 dapat menentukan antara lain:  $\text{panjang } \overline{BP} = \frac{1}{2}a\sqrt{5} \text{ cm}$  (GL1M2 34 S, GL1M2 45 S dan GL1M2 46 S),  $\text{panjang } \overline{BG} = a\sqrt{2} \text{ cm}$  (GL1M2 35 S dan GL1M2 48 S),  $\text{panjang } \overline{PG} = \frac{1}{2}a \text{ cm}$  (GL1M2 36 S),  $\cos \alpha = \frac{3}{10}\sqrt{10}$  (GL1M2 37 S, GL1M2 52 S, dan GL1M2 54 S), dan  $\tan \alpha = \frac{1}{3}$  (GL1M2 38 S, GL1M2 39 S, dan GL1M2 56 S).

Data tentang pelaksanaan rencana penyelesaian GL1 terhadap masalah M2 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pelaksanaan rencana GL1 dalam penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.

### 3) Kesimpulan Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL1 dalam Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah

Dengan triangulasi teknik telah ditemukan bahwa data pelaksanaan rencana penyelesaian GL1 terhadap masalah M1 adalah kredibel. Selain itu telah ditemukan pula keajekan data pelaksanaan rencana penyelesaian GL1 terhadap masalah M1 dan M2. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa data pelaksanaan rencana penyelesaian GL1 terhadap masalah dinyatakan kredibel.

#### d. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL1 dalam Memeriksa Kembali Hasil Penyelesaian Masalah Geometri

##### 1) Masalah M1

Tulisan tangan GL1 dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

GL1M1 p. Tentukanlah nilai  $\cos \alpha$ !

66 S  
Jawab:  
 $\cos \alpha = 3/5$

GL1M1 q. Jika  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ , tentukanlah nilai  $y$  dengan menggunakan persamaan  $x^2 + y^2 = r^2$ !

67 S  
Jawab:  
 $\cos \alpha = 3/5 \left( \frac{x}{r} \right)$

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{r^2 - x^2} \\ &= \sqrt{5^2 - 3^2} \\ &= \sqrt{25 - 9} \\ &= \sqrt{16} \end{aligned}$$

$$y = 4$$

GL1M1 r. Tentukan nilai  $\sin \alpha = \frac{y}{r}$  dan periksalah apakah sesuai dengan nilai *perbandingan trigonometri yang diketahui*!

Jawab:

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{y}{r} \rightarrow \checkmark \text{ (seharus)} \\ &= \frac{4}{5} \checkmark \end{aligned}$$

Transkrip wawancara ketika GL1 memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M1 sebagai berikut:

- GLIMI 69 P Dari manakah Anda memperoleh nilai  $\cos \alpha$  tersebut?
- GLIMI 70 S Sebenarnya saya memperolehnya dengan relasi sudut seperti langkah sebelumnya Bu. Dari unsur yang diketahui bahwa  $\alpha = 53^\circ$  dan  $\sin \alpha = 0,8$  sehingga  $\cos \alpha = 0,6$
- GLIMI 71 P Dari nilai  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$  tersebut, kemudian Anda dapat menentukan nilai  $y$  nya, dapatkah Anda jelaskan?
- GLIMI 72 S Mudah saja Bu, di soal telah tertulis jelas bahwa saya dapat menggunakan rumus  $x^2 + y^2 = r^2$ , jadi saya tinggal mensubstitusi nilai yang diketahui sehingga saya peroleh nilai  $y = 4$
- GLIMI 73 S Sebenarnya rumus tersebut diperoleh dari segitiga siku-siku yang terletak di diagram Cartecius. Seperti ini. (sambil menggambar).
- GLIMI 74 P Bagaimana dengan nilai  $\sin \alpha$  nya?...
- GLIMI 75 S Nilai  $\sin \alpha = \frac{y}{r}$ , jadi tinggal disubstitusi Bu. Saya peroleh  $\sin \alpha = \frac{4}{5} = 0,8$
- GLIMI 76 P Jadi apakah kesimpulan Anda?...
- GLIMI 77 S Kesimpulannya...sesuai. Maksudnya nilai  $\sin \alpha = \frac{4}{5} = 0,8$  sesuai dengan unsur yang diketahui di soal. Jadi jawaban saya benar.
- GLIMI 78 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?
- GLIMI 79 S Tidak Bu.

Catatan Lapangan GL1 dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

- Dalam langkah terakhir Polya ini, GL1 dengan mudah menyelesaikan poin (p), (q), dan (r).
- GL1 sempat menjelaskan pada peneliti bahwa jawaban poin (p) sengaja ditulis singkat karena akan dia jelaskan ketika wawancara nanti alasannya.
- Selesai mengerjakan poin (r), GL1 tampak tersenyum lebar dan tanpa sengaja terucap kata “yes” dan menghela nafas lega.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GL1 dapat menuliskan dan menjelaskan secara lengkap dan tepat data yang termuat pada masalah M1 dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah. GL1 dapat menyimpulkan bahwa hasil dari penyelesaian masalah yang telah ditemukan dalam langkah sebelumnya adalah benar. GL1 dapat menentukan antara lain:  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$  (GL1M1 66 S dan GL1M1 70 S),  $y = 4$  (GL1M1 67 S dan GL1M1 72 S), dan  $\sin \alpha = \frac{4}{5} = 0,8$  (GL1M1 68 S dan GL1M1 75 S). Selain itu, GL1 juga dapat menyimpulkan bahwa hasil pekerjaan pada langkah sebelumnya telah benar (GL1M1 77 S).

Data tentang pemeriksaan kembali hasil penyelesaian GL1 terhadap masalah M1 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pemeriksaan kembali hasil GL1 dalam penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.

## 2) Masalah M2

Tulisan tangan GL1 dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

GL1M2 q. Pandang segitiga FBG dan tentukanlah nilai  $\tan \angle FBG!$

59 S

Jawab:

Untuk  $\triangle FBG$  tersebut adalah  $A$  sama kepi maka sudut  $B$  adalah  $30^\circ$ . Karena sudut  $P$  adalah  $30^\circ$ .

$$\tan \angle B = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

GL1M2 r. Pandang segitiga FBP dan tentukanlah nilai  $\tan \angle FBP!$

60 S

Jawab:

$$\tan \angle FBP = \frac{1}{2}$$

- GL1M2 61 S s. Tunjukkan bahwa  $\tan \alpha = \tan(\angle FBG - \angle FBP)$  dengan rumus

$$\tan(\angle FBG - \angle FBP) = \frac{\tan \angle FBG - \tan \angle FBP}{1 + (\tan \angle FBG)(\tan \angle FBP)}$$

Jawab:

$$\tan(\angle FBG - \angle FBP) = \frac{\tan \angle FBG - \tan \angle FBP}{1 + (\tan \angle FBG)(\tan \angle FBP)}$$

$$\tan(90 - \angle FBP) = \frac{1 - 1/2}{1 + 1 \cdot 1/2}$$

$$\tan(90 - \angle FBP) = \frac{1/2}{3/2}$$

$$\tan(90 - \angle FBP) = 1/2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

Transkrip wawancara ketika GL1 memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M2 sebagai berikut:

- GL1M2 62 P Bagaimana Anda menentukan nilai  $\tan \angle FBG$  tersebut?
- GL1M2 63 S Karena segitiga FBG adalah segitiga sama kaki dan siku-siku di F maka  $\angle FBG = 45^\circ$  sehingga  $\tan \angle FBG = 1$
- GL1M2 64 P Bagaimana Anda menentukan nilai  $\tan \angle FBP$  ?
- GL1M2 65 S Karena segitiga FBP siku-siku di F dan panjang  $\overline{BF} = a$  cm dan  $\overline{FP} = \frac{1}{2}a$  cm sehingga  $\tan \angle FBP = \frac{1}{2}$  ?...
- GL1M2 66 P Pada bagian akhir, Anda disuruh menunjukkan bahwa  $\tan \alpha = \tan(\angle FBG - \angle FBP) = \frac{1}{3}$ . Apakah Anda menemukannya?...
- GL1M2 67 S Iya Bu. Saya mensubstitusi nilai  $\tan \angle FBG$  dan  $\tan \angle FBP$  pada  $\tan(\angle FBG - \angle FBP) = \frac{\tan \angle FBG - \tan \angle FBP}{1 + (\tan \angle FBG)(\tan \angle FBP)}$ , sedemikian hingga saya temukan  $\tan(\angle FBG - \angle FBP) = \frac{1}{3}$ .
- GL1M2 68 P Jadi apakah kesimpulan Anda?...
- GL1M2 69 S Kesimpulannya...cocok B bahwa  $\tan(\angle FBG - \angle FBP) = \tan \alpha = \frac{1}{3}$  ..
- GL1M2 70 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?
- GL1M2 71 S Tidak Bu.



Catatan Lapangan GL1 dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

- Dalam langkah terakhir Polya ini, GL1 tampak melihat lagi gambar yang telah dibuatnya di kertas coretan lain ketika dia mengerjakan poin (q) dan (r).
- Ketika mengerjakan poin (s), tampak GL1 tidak menemui kesulitan. Dengan lancar dan percaya diri dia menuliskan setiap langkah pengerjaan dan akhirnya mendapatkan jawaban yang benar.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GL1 dapat menuliskan dan menjelaskan secara lengkap dan tepat data yang termuat pada masalah M2 dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah. GL1 dapat menyimpulkan bahwa hasil dari penyelesaian masalah yang telah ditemukan dalam langkah sebelumnya adalah benar. GL1 dapat menentukan antara lain:  $\tan \angle FBG = 1$  (GL1M2 59 S dan GL1M2 63 S),  $\tan \angle FBP = \frac{1}{2}$  (GL1M2 60 S dan GL1M2 60 S) dan  $\tan \alpha = \tan(\angle FBG - \angle FBP) = \frac{1}{3}$  (GL1M2 61 S dan GL1M2 67 S). Selain itu, GL1 juga dapat menyimpulkan bahwa hasil pekerjaan pada langkah sebelumnya telah benar (GL1M2 69 S).

Data tentang pemeriksaan kembali hasil penyelesaian GL1 terhadap masalah M2 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pemeriksaan kembali hasil GL1 dalam penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.

### 3) Kesimpulan Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL1 dalam Memeriksa Kembali Hasil Penyelesaian Masalah Geometri

Dengan triangulasi teknik telah ditemukan bahwa data pemeriksaan kembali hasil penyelesaian GL1 terhadap masalah M1 adalah kredibel. Selain itu telah ditemukan pula keajekan data pemeriksaan kembali hasil penyelesaian GL1 terhadap masalah M1 dan M2. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa data pemeriksaan kembali hasil penyelesaian GL1 terhadap masalah dinyatakan kredibel.

## 2. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL2 dalam Menyelesaikan Masalah Geometri

### a. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL2 dalam Memahami Masalah Geometri

#### 1) Masalah M1

Tuliskan tangan GL2 dalam memahami masalah M1 sebagai berikut.

GL2M1

a. Sebutkanlah unsur-unsur yang diketahui!

1 S

Jawab:

$\angle C = 90^\circ$   
 $AC = 3$  cm  
 $BC = 4$  cm  
 $AB = 5$  cm  
 $\sin 3^\circ = 0,05$   
 $\sin 27^\circ = 0,45$

GL2M1

b. Sebutkanlah unsur-unsur yang ditanyakan!

2 S

Jawab:

$\sin 3^\circ = 0,05$   
 $\sin 27^\circ = 0,45$

GL2M1

c. Apakah unsur yang diketahui sudah cukup untuk menyelesaikan masalah? Jelaskan!

3 S

Jawab:

Ya, karena unsur yang sudah diketahui dapat menentukan unsur-unsur lain yang dibutuhkan dan belum diketahui!

Transkrip wawancara ketika GL2 memahami masalah M1 sebagai berikut:

- GL2M1 4 P Bagaimana Anda tahu kalau unsur-unsur ini diketahui?
- GL2M1 5 S Saya mengetahuinya dari soal Bu. Di soal tersebut sudah tertulis dengan jelas unsur-unsur apa saja yang diketahui.
- GL2M1 6 S Unsur-unsur tersebut adalah kubus  $ABCD.EFGH$  yang berusuk  $a$  cm, titik  $P$  yang terletak dipertengahan  $\overline{AD}$ , titik  $Q$  dipertengahan bidang  $EFGH$ , dan titik  $R$  dipertengahan  $\overline{HG}$ .
- GL2M1 7 S Selain itu, pada akhir soal juga tertulis  $\sin 53^\circ = 0,8$ ,  $\sin 37^\circ = 0,6$
- GL2M1 8 P Bagaimana Anda tahu kalau ini ditanyakan?...
- GL2M1 9 S Saya juga mengetahuinya dari soal tersebut Bu. Yang ditanyakan adalah ukuran sudut  $\alpha$  yang dibentuk oleh  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$ .
- GL2M1 10 P Apakah menurut Anda, unsur-unsur yang diketahui sudah cukup untuk menyelesaikan masalah tersebut?..
- GL2M1 11 S Iya Bu. Sudah cukup.
- GL2M1 12 S Menurut saya, unsur-unsur yang diketahui seperti kedudukan titik –titik, panjang rusuk, dan nilai trigonometri merupakan modal untuk kita menjawab pertanyaan soal tersebut.
- GL2M1 13 P Bisa Anda jelaskan?...
- GL2M1 14 S Begini Bu. Untuk mencari sudut kita butuh garis, dan untuk mencari garis kita bisa menghubungkan titik-titik yang ada, misal  $\overline{PQ}$  terbentuk dengan menghubungkan titik  $P$  dan  $Q$  dst. Sedangkan untuk mencari ukuran panjangnya, kita bisa menghitungnya melalui panjang rusuk kubus tersebut dan untuk mencari ukuran sudut  $\alpha$  kita menggunakan nilai trigonometri yang telah diketahui
- GL2M1 15 P Mengapa alasan tersebut tidak ditulis?
- GL2M1 16 S Iya Bu, maaf.

Catatan Lapangan GL2 dalam memahami masalah M1 sebagai berikut.

- Untuk menentukan jawaban poin (a) dan (b), GL2 tampak begitu pelan-pelan dan hati-hati dalam membaca soal. GL2 tampak menuliskan jawaban setelah membaca soal lebih dari dua kali.
- Ketika menjawab poin (c) GL2 terlihat agak ragu. Hal ini terlihat ketika dia tidak segera menuliskan jawaban. Sebelum akhirnya menuliskan jawaban, GL2 tampak berfikir dan memainkan pensilnya dan memandangi soal agak lama.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GL2 dapat menuliskan secara lengkap dan tepat data yang termuat pada masalah M1. GL2 dapat menuliskan unsur-unsur yang diketahui antara lain: rusuk kubus  $a$  cm, titik  $P$ ,  $Q$ , dan  $R$  berturut-turut berada di pertengahan  $\overline{AD}$ , bidang  $EFGH$ , dan sisi  $\overline{HG}$ , sudut  $\alpha$  terbentuk oleh  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$ ,  $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$  (GL2M1 1 S, GL2M1 6 S dan GL2M1 7 S). GL2 juga sudah dapat menuliskan unsur-unsur yang ditanyakan yaitu ukuran sudut  $\alpha$  yang terbentuk dari  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  (GL2M1 2 S dan GL2M1 9 S). Selain itu, GL2 sudah dapat menuliskan dan mengungkapkan alasan bahwa unsur-unsur yang diketahui merupakan syarat cukup untuk unsur yang ditanyakan. Alasan GL2 adalah karena unsur-unsur yang diketahui seperti kedudukan titik-titik, panjang rusuk, dan nilai trigonometri merupakan modal untuk menjawab pertanyaan soal tersebut (GL2M1 3 S, GL2M1 11 S, GL2M1 12 S, GL2M1 14 S). Data tentang pemahaman GL2 terhadap masalah M1 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pemahaman GL2 dalam memahami masalah dinyatakan kredibel.

## 2) Masalah M2

Tulisan tangan GL2 dalam memahami masalah M2 sebagai berikut.

GL2M2 a. Sebutkanlah unsur – unsur yang diketahui!

1 S

Jawab:

1. rusuk kubus  
2. rusuk kubus  
3. rusuk kubus

GL2M2 b. Sebutkanlah unsur – unsur yang ditanyakan!

2 S

Jawab:

1. rusuk kubus  
2. rusuk kubus

GL2M2 c. Apakah unsur yang diketahui sudah cukup untuk menyelesaikan masalah? Jelaskan!

3 S

Jawab:

Ya, karena unsur yang sudah diketahui dalam soal sudah cukup untuk menyelesaikan masalah.

Transkrip wawancara ketika GL2 memahami masalah M2 sebagai berikut:

- GL2M2 4 P Bagaimana Anda tahu kalau unsur - unsur ini diketahui?
- GL2M2 5 S Dari soal Bu. Terdapat kubus ABCD.EFGH dengan rusuk  $a$  cm. Terdapat pula dua titik  $P$  dan  $Q$  yang berturut-turut terletak di tengah garis  $\overline{FG}$  dan  $\overline{EH}$
- GL2M2 6 P Bagaimana Anda tahu kalau ini ditanyakan?...
- GL2M2 7 S Dari soal terlihat bahwa sudut  $\alpha$  yaitu sudut yang dibentuk oleh bidang ABGH dan APBQ yang ditanyakan.
- GL2M2 8 P Mengapa Anda bisa berfikir bahwa unsur yang diketahui sudah cukup untuk menjawab unsur yang ditanyakan?..
- GL2M2 9 S Sudah Bu. Karena menurut saya dari unsur-unsur yang diketahui tersebut, kita sudah bisa menentukan nilai-nilai  $\overline{BP}$ ,  $\overline{BG}$ , dan  $\overline{PG}$  serta menemukan nilai  $\tan \alpha$  Bu.

Dalam catatan lapangan GL2 dalam memahami masalah M2 tampak bahwa GL2 tidak menemukan kesulitan untuk poin (a), (b), dan (c). Dia terlihat begitu yakin dalam menuliskan jawaban ketiga poin tersebut pada lembar M2.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GL2 dapat menuliskan secara lengkap dan tepat data yang termuat pada masalah M2. GL2 dapat menuliskan unsur-unsur yang diketahui antara lain: titik  $P$  berada di tengah garis  $\overline{FG}$ , titik  $Q$  berada di tengah garis  $\overline{EH}$ , dan panjang rusuk kubus ABCD.EFGH adalah  $a$  cm (GL2M2 1 S dan GL2M2 5 S). GL2 juga sudah dapat menuliskan unsur-unsur yang ditanyakan yaitu nilai  $\tan \alpha$  yang dibentuk oleh bidang ABGH dan APBQ (GL2M2 2 S dan GL2M2 7 S). Selain itu, GL2 sudah dapat menuliskan dan mengungkapkan alasan bahwa unsur-unsur yang diketahui merupakan syarat cukup untuk unsur yang ditanyakan. Menurut GL2 melalui unsur yang diketahui, bisa menentukan nilai-nilai  $\overline{BP}$ ,  $\overline{BG}$ , dan  $\overline{PG}$  serta

menemukan nilai  $\tan \alpha$  (GL2M2 3 S dan GL2M 9 S). Data tentang pemahaman GL2 terhadap masalah M2 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pemahaman GL2 dalam memahami masalah dinyatakan kredibel.

### 3) Kesimpulan Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL2 dalam Memahami Masalah

Dengan triangulasi teknik telah ditemukan bahwa data pemahaman GL2 terhadap masalah M1 adalah kredibel. Selain itu telah ditemukan pula keajekan data pemahaman GL2 terhadap masalah M1 dan M2. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa data pemahaman GL2 terhadap masalah dinyatakan kredibel.

### b. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL2 dalam Menyusun Rencana Penyelesaian Masalah Geometri

#### 1) Masalah M1

Tulisan tangan GL2 dalam menyusun rencana penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

GL2M1 d. Bagaimana cara menentukan sudut  $\alpha$ ? Jelaskan!

17 S

Jawab:

menggunakan rumus  $\sin$  atau  $\cos$  atau  $\tan$  atau  
berdasarkan definisi.

GL2M1 e. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan panjang  $PQ$  atau  $DR$ ?

18 S

Jawab:

menggunakan rumus  $\sin$  atau  $\cos$  atau  $\tan$ .

GL2M1 f. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan panjang  $RC$ ?

19 S

Jawab:

menggunakan rumus  $\sin$  atau  $\cos$  atau  $\tan$ .

GL2M1 g. Bagaimana Anda menentukan panjang  $DC$ ?

20 S

Jawab:

$DC$  merupakan rusuk kebalikan, yang di simbolkan dg " $\alpha$ "

GL2M1 h. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan  $\cos \alpha$ ?

21 S

Jawab:

gunakan aturan cosinus

GL2M1 i. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan ukuran sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$ ?

22 S

Jawab:

menggunakan perbandingan trigonometri

Transkrip wawancara ketika GL2 menyusun rencana penyelesaian masalah

M1 sebagai berikut:

GL2M1 23 P Mengapa Anda membutuhkan gambar untuk menentukan sudut  $\alpha$  ?...

GL2M1 24 S Untuk mempermudah kita membayangkan letak garisnya Bu.

GL2M1 25 S Masalah geometri akan lebih mudah bila kita melihatnya dalam gambar. Dari gambar ini saya bisa menentukan kedudukan titik, garis, dan sudut  $\alpha$  nya. Ternyata bersilangan ya Bu.

GL2M1 26 P Bagaimana Anda menentukan sudut  $\alpha$  jika sudut tersebut dibentuk oleh 2 garis yang bersilangan?...

GL2M1 27 S Dengan menemukan garis yang sejajar dengan salah satu garis sedemikian hingga nanti berpotongan dengan garis lainnya.

GL2M1 28 P Lalu mengapa Anda memilih Teorema Pythagoras untuk menentukan panjang  $PQ$  atau  $DR$ ,  $RC$ , dan  $DC$  ?...

GL2M1 29 S Karena segitiganya siku-siku Bu. (menunjuk pada gambar)

GL2M1 30 P Mengapa Anda memilih aturan cosinus untuk menentukan  $\cos \alpha$  ?

GL2M1 31 S Karena segitinya diketahui ketiga panjang sisinya Bu.

GL2M1 32 P Lalu, setelah ketemu nilai  $\cos \alpha$ , bagaimana Anda bisa menentukan ukuran sudut  $\alpha$  nya?..

GL2M1 33 S Dengan menggunakan perbandingan trigonometri Bu.

GL2M1 34 P Bisa Anda jelaskan?...

GL2M1 35 S Dari nilai  $\cos \alpha$  bisa ditentukan dengan perbandingan trigonometri dan relasi sudutnya Bu. Di awal tadi diketahui nilai trigonometri dua sudut. Jadi saya fikir pasti nilai  $\alpha$  dapat dicari dari unsur tersebut.

GL2M1 36 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...

GL2M1 37 S Tidak Bu.

Catatan Lapangan GL2 dalam menyusun rencana penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

- Sebelum GL2 menuliskan jawaban poin (d) sampai poin (i), terlebih dahulu dia menggambar kubus ABCD.EFGH, titik P, dan titik R pada lembar coretan lain.
- Dalam menjawab poin per poin, kembali GL2 melihat gambar berulang-ulang dan baru menuliskan jawaban pada lembar masalah M1.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GL2 dapat menuliskan secara lengkap dan tepat data yang termuat pada masalah M1 dalam menyusun rencana penyelesaian masalah. GL2 dapat menuliskan langkah-langkah menentukan ukuran sudut  $\alpha$ . Langkah-langkah tersebut antara lain: *menentukan sudut  $\alpha$  dengan menentukan garis yang sejajar dengan  $\overline{PQ}$  dan sekaligus berpotongan dengan  $\overline{RC}$  (GL2M1 17 S dan GL2M1 27 S), menentukan panjang garis  $\overline{DR}$  dan  $\overline{RC}$  dengan menggunakan teorema pythagoras karena garis  $\overline{DR}$  dan  $\overline{RC}$  merupakan salah satu sisi segitiga siku-siku (GL2M1 18 S, GL2M1 19 S, dan GL2M1 29 S), menentukan  $\cos \alpha$  dengan menggunakan aturan cosinus karena unsur yang diketahui adalah ketiga panjang sisi segitiga yang dipilih (GL2M1 21 S dan GL2M1 31 S), dan menentukan ukuran sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$  dengan menggunakan perbandingan trigonometri dan relasi sudut (GL2M1 22 S, GL2M1 35 S dan GL2M1 37 S).* Data tentang penyusunan rencana GL2 terhadap penyelesaian masalah M1 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang penyusunan rencana GL2 terhadap penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.



## 2) Masalah M2

Tuliskan tangan GL2 dalam menyusun rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

GL2M2 d. Bagaimana cara menentukan sudut  $\alpha$ ? Jelaskan!

10 S

Jawab:

meremukkan kedua yang method diatas

dan merelapkan sudut & lintara antara

GL2M2 e. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan panjang  $\overline{BP}$ ?

11 S

Jawab:

teorema pythagoras

GL2M2 f. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan panjang  $\overline{BG}$ ?

12 S

Jawab:

rumus untuk tinggi & lebar

GL2M2 g. Bagaimana Anda menentukan panjang  $\overline{PG}$ ?

13 S

Jawab:

membagi dua & dikali

Karena BG merupakan

1/2 dari PG

GL2M2 h. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan  $\cos \alpha$ ?

14 S

Jawab:

Alnah cosinus

GL2M2 i. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan besar sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$ ?

15 S

Jawab:

perbandingan

Transkrip wawancara ketika GL2 menyusun rencana penyelesaian masalah

M2 sebagai berikut:

GL2M2 16 P Mengapa Anda membutuhkan gambar untuk menentukan sudut  $\alpha$ ?...

GL2M2 17 S Karena ini adalah masalah geometri Bu. Jadi lebih mudah jika kita menggunakan gambar.

GL2M2 18 P Bagaimana Anda menentukan sudut  $\alpha$  jika sudut tersebut dibentuk oleh 2 bidang?...

GL2M2 19 S Dari bidang yang ditentukan ternyata sudah tampak pada garis tepi dua bidang tersebut telah membentuk sudut sudut  $\alpha$  nya ini Bu (menunjuk pada gambar)

GL2M2 20 P Lalu mengapa Anda memilih Teorema Pythagoras untuk menentukan panjang  $\overline{BP}$ ?...

- GL2M2 21 S Karena ini segitiga siku-siku Bu. (menunjuk pada gambar segitiga BFP)
- GL2M2 22 P Untuk menentukan panjang  $\overline{BG}$  Anda menggunakan rumus umum diagonal bidang. Apa yang dimaksud dengan rumus diagonal bidang tersebut?...Bisa Anda jelaskan?...
- GL2M2 23 S Jika diketahui panjang rusuknya  $a$  cm maka panjang diagonal bidangnya  $a\sqrt{2}$  cm. Sebenarnya rumus itu juga berasal dari teorema Pythagoras. Jika panjang rusuk kubus  $a$  cm, itu berarti segitiga BCG adalah segitiga siku-siku di C dan diagonal sisi  $\overline{BG}$  adalah hipotenusa
- GL2M2 24 P Mengapa Anda membagi dua panjang rusuk untuk mencari panjang  $\overline{PG}$ ?....
- GL2M2 25 S Karena titik P adalah titik tengah  $\overline{FG}$  sehingga panjang  $\overline{PG}$  adalah setengah dari panjang  $\overline{FG}$ .
- GL2M2 26 P Mengapa Anda memilih aturan cosinus untuk menentukan  $\cos \alpha$  ?
- GL2M2 27 S Karena segitiga yang akan saya gunakan untuk mencari nilai sudut  $\alpha$  diketahui 3 panjang sisinya.
- GL2M2 28 P Lalu, setelah ketemu nilai  $\cos \alpha$ , bagaimana Anda bisa menentukan ukuran sudut  $\alpha$  nya?..
- GL2M2 29 S Dengan menggunakan perbandingan rignometri Bu.
- GL2M2 30 P Bisa Anda jelaskan?
- GL2M2 31 S Pada masalah ini, unsur yang ditanyakan adalah  $\tan \alpha$  sehingga saya perbandingan trigonometri, yaitu  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ ,  $\tan \alpha = \frac{y}{r}$  dengan  $x^2 + y^2 = r^2$ .
- GL2M2 32 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...
- GL2M2 33 S Tidak Bu.

Catatan Lapangan GL2 dalam menyusun rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

- GL2 menggambar kubus ABCD.EFGH, kemudian menggambar kedudukan titik P dan Q. Setelah itu menghubungkan titik-titik sedemikian hingga tergambar bidang ABGH dan ABPQ di kertas coretan lain.
- Dengan modal gambar tersebut, GL2 menjawab poin (d) sampai poin (i). Setiap akan menuliskan jawaban. GL 1 melihat gambar berulang - ulang dan membolak-balikkan lembar coretannya.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GL2 dapat menuliskan secara lengkap dan tepat data yang termuat pada masalah M2 dalam menyusun rencana penyelesaian masalah. GL2 dapat menuliskan langkah-langkah menemulai nilai  $\tan \alpha$ . Langkah-langkah tersebut antara lain: *menentukan sudut  $\alpha$  yang dibentuk bidang ABGH dan ABPQ dengan menggambar kedua bidang yang ditentukan dan ternyata dari gambar tampak pada garis tepi dua bidang tersebut telah membentuk sudut  $\alpha$  yaitu  $\angle PBG$  (GL2M2 10 S dan GL2M2 19 S), menentukan panjang garis  $\overline{BP}$  dan  $\overline{BG}$  dengan menggunakan teorema pythagoras karena garis  $\overline{BP}$  dan  $\overline{BG}$  merupakan salah satu sisi segitiga siku-siku (GL2M2 11 S, GL2M2 12 S, GL2M2 21 S dan GL2M2 23 S), menentukan  $\cos \alpha$  dengan menggunakan aturan cosinus karena unsur yang diketahui adalah ketiga panjang sisi segitiga yang dipilih (GL2M2 14 S dan GL2M2 27 S), dan menentukan nilai  $\tan \alpha$  dengan menggunakan persamaan trigonometri, yaitu  $\sin \alpha = \frac{y}{r}$   $\cos \alpha = \frac{x}{r}$  dan  $\tan \alpha = \frac{y}{x}$  dengan  $x^2 + y^2 = r^2$  (GL2M2 31 S).*

Data tentang penyusunan rencana GL2 terhadap penyelesaian masalah M2 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang penyusunan rencana GL2 terhadap penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.

### **3) Kesimpulan Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL2 dalam Menyusun Rencana Penyelesaian Masalah**

Dengan triangulasi teknik telah ditemukan bahwa data penyusunan rencana penyelesaian GL2 terhadap masalah M1 adalah kredibel. Selain itu telah

ditemukan pula keajekan data penyusunan rencana penyelesaian GL2 terhadap masalah M1 dan M2. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa data penyusunan rencana penyelesaian GL2 terhadap masalah dinyatakan kredibel.

### c. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL2 dalam Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah Geometri

#### 1) Masalah M1

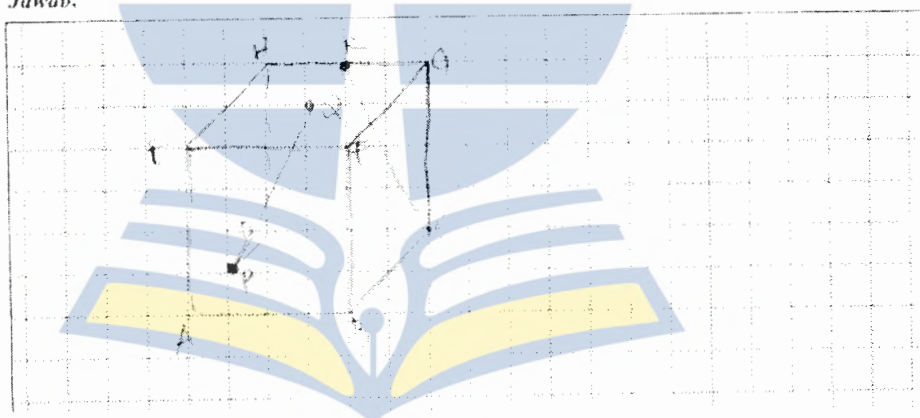
Tuliskan tangan GL2 dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

GL2M1 j. Gambarlah:

38 S

- kubus ABCD.EFGH!
- kedudukan titik P, Q, dan R!
- kedudukan garis  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$
- Jika  $\alpha$  adalah sudut yang dibentuk oleh  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$ , tentukan dan gambarlah sudut  $\alpha$ !

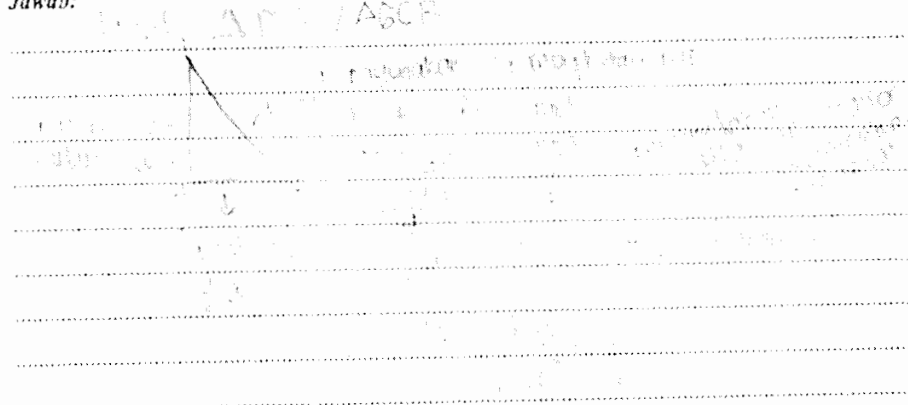
Jawab:



GL2M1 k. Hitunglah panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$  dan beri alasan setiap langkahnya!

39

Jawab:



GL2MI 1. Hitunglah panjang  $\overline{RC}$  dan beri alasan setiap langkahnya!

40 S

Jawab:

Basis  $\overline{DC}$  segitiga sama panjangnya  $\overline{DE}$ .  
 Jika ditariklah  $\overline{DR}$ , maka akan terdapat  $\triangle DEC$   
 $\overline{DE}$  merupakan sumbu simetri dengan  $\triangle DEC$  pada  
 kedua di antara  $\triangle$  tersebut.  $\overline{DR}$

GL2MI m. Tentukan panjang  $\overline{DC}$  dan beri alasan!

41 S

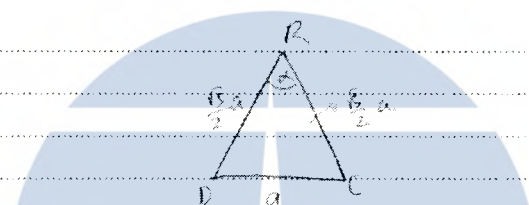
Jawab:

$\triangle DEC$  merupakan suatu belah ketupat.  $\overline{DE}$  dan  $\overline{DC}$  sama  
 panjang.  $a = 2a$

GL2MI n. Hitunglah nilai  $\cos \alpha$  dan beri alasan setiap langkahnya!

42 S

Jawab:



Berdasarkan aturan cosinus

$$DC^2 = DR^2 + CR^2 - 2DR \cdot CR \cdot \cos \alpha$$

$$a^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}a\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{2}a\right)^2 - 2 \cdot \frac{\sqrt{5}}{2}a \cdot \frac{\sqrt{5}}{2}a \cdot \cos \alpha$$

$$a^2 = \frac{5}{4}a^2 + \frac{5}{4}a^2 - \frac{5}{2}a^2 \cos \alpha$$

$$\frac{5}{4}a^2 \cos \alpha = \frac{5}{4}a^2 + \frac{5}{4}a^2 - a^2$$

$$\frac{5}{4} \cos \alpha = \frac{5}{4}$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{2}{5}$$

GL2MI o. Tentukanlah sudut  $\alpha$  yang memenuhi nilai  $\cos \alpha$  tersebut jika diketahui

43 S

( $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$ ). Jelaskanlah relasi sudutnya!

Jawab:

$$\cos \theta = \frac{2}{5} = 0,4$$

$$\cos \theta = \sin 37^\circ$$

$$\cos \theta = \cos (90^\circ - 37^\circ)$$

$$\cos \theta = \cos 53^\circ$$

$$\text{Jadi } \theta = 53^\circ$$

Transkrip wawancara ketika GL2 melaksanakan rencana penyelesaian masalah M1 sebagai berikut:

- GL2M1 44 P Bagaimana Anda menggambar kubus  $ABCD.EFGH$ , kedudukan titik  $P$ ,  $Q$ , dan  $R$  kedudukan garis  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$ ?...
- GL2M1 45 S Seperti pada gambar ini Bu. (dengan menunjukkan hasil gambarannya dan menjelaskan kedudukan masing-masing titik ).
- GL2M1 46 P Bagaimana Anda menggambar sudut  $\alpha$ ?...
- GL2M1 47 S Seperti yang sudah jelaskan sebelumnya Bu. Ini hasilnya (sambil menunjuk gambar).
- GL2M1 48 S Saya gambar garis  $\overline{PQ}$  dulu, kemudian saya gambar garis yang sejajar yang berpotongan dengan garis  $\overline{RC}$ , yaitu garis  $\overline{DR}$ . Jadi dari sini terlihat bahwa ini Bu sudut  $\alpha$  nya.(kembali menunjuk gambar)
- GL2M1 49 P Bagaimana Anda menghitung panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$  dengan Teorema Pythagoras?...
- GL2M1 50 S Dengan menggunakan segitiga  $DHR$  yang merupakan segitiga siku-siku di  $H$ .
- GL2M1 51 S Kemudian saya hitung seperti ini Bu. (menunjuk hasil pekerjaannya pada poin (k) dan menjelaskan langkah-langkah pengerjaannya disertai dengan alasan yang belum tertulis), sehingga saya temukan panjang  $\overline{DR} = \frac{1}{2}a\sqrt{5}$  cm.
- GL2M1 52 P Bagaimana Anda menghitung panjang  $\overline{RC}$  dengan Teorema Pythagoras?...
- GL2M1 53 S Panjang  $\overline{RC} =$  panjang  $\overline{DR}$  karena segitiga  $DHR$  cerminan segitiga  $RGC$  dengan  $RR'$  sebagai sumbu simetrinya ( $R'$  terletak ditengah  $\overline{CD}$ )
- GL2M1 54 P Lalu?...
- GL2M1 55 S Artinya segitiga  $DHR$  kongruen dengan segitiga  $RGC$  Bu, sehingga  $\overline{RC} = \frac{1}{2}a\sqrt{5}$  cm.
- GL2M1 56 P Untuk menentukan nilai  $\cos \alpha$ , Anda memilih Aturan Cosinus. Bagaimanakah rumus Aturan Cosinus tersebut?...
- GL2M1 57 S Karena saya memilih segitiga  $DRC$  dan sudut  $\alpha$  adalah  $\angle DRC$  dan  $\overline{DR} = c$ ,  $\overline{RC} = d$ ,  $\overline{CD} = r$ , maka rumus Aturan Cosinus nya adalah  $r^2 = c^2 + d^2 - 2cd \cos \alpha$
- GL2M1 58 P Bagaimana Anda menghitung nya?...
- GL2M1 59 S Sesuai yang sudah saya tuliskan Bu. Saya memasukkan masing-masing nilai yang diketahui ke dalam rumus kemudian saya operasikan sedemikian hingga saya temukan nilai  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ .
- GL2M1 60 P Bagaimana menentukan sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$  yang sudah ditemukan?...

- GL2M1 61 S *Dari unsur yang diketahui yaitu  $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$  saya bisa menentukan nilai sudut  $\alpha$  dengan terlebih dahulu menggunakan relasi sudut.*
- GL2M1 62 P *Bagaimana relasinya?...*
- GL2M1 63 S  $\sin 53^\circ = 0,8$                        $\sin 37^\circ = 0,6$   
 $\cos 37^\circ = 0,8$                        $\cos 53^\circ = 0,6$   
*Artinya  $\cos(90 - \alpha)^\circ = \sin \alpha^\circ$*   
*Setelah itu saya dapatkan bahwa sudut  $\alpha = 53^\circ$  karena*  
 $\cos 53^\circ = 0,6$
- GL2M1 64 P *Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...*
- GL2M1 65 S *Tidak ada Bu.*

Catatan Lapangan GL2 dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

- Dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah, GL2 terlihat tidak menemui kesulitan karena dia melaksanakan langkah-langkah sesuai yang telah dia rencanakan sebelumnya. Akan tetapi pada poin (l) GL2 ternyata merubah strategi. GL2 tidak menggunakan konsep Pythagoras tetapi cukup menggunakan konsep pencerminan dan kekongruenan dua segitiga.
- GL2 tampak memeriksa kembali hasil pekerjaannya setelah dia menyelesaikan poin (j) sampai (o). Dan pada akhirnya, terlihat GL2 menghela nafas lega dan tersenyum sambil membalikkan lembar masalah M1 pada halaman berikutnya.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GL2 dapat menuliskan secara lengkap dan tepat data yang termuat pada masalah M1 dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah. GL2 dapat mengerjakan setiap langkah yang sebelumnya telah ditentukan pada langkah penyusunan rencana dalam menentukan ukuran sudut  $\alpha$ . Dari pelaksanaan rencana tersebut, GL2 dapat menentukan antara lain:  $\text{panjang } \overline{PQ} = \overline{DR} = \frac{1}{2} a\sqrt{5} \text{ cm}$

(GL2M1 39 S dan GL2M1 51 S), panjang  $\overline{RC} = \frac{1}{2}a\sqrt{5}cm$  (GL2M1 40 S dan

GL2M1 53 S), panjang  $\overline{DC} = a cm$  (GL2M1 41 S),  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$  (GL2M1 42 S,

GL2M157 S, dan GL2M159 S), dan  $\alpha = 53^\circ$  (GL2M1 43 S dan GL2M1 63 S)..

Data tentang pelaksanaan rencana penyelesaian GL2 terhadap masalah M1 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pelaksanaan rencana GL2 dalam penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.

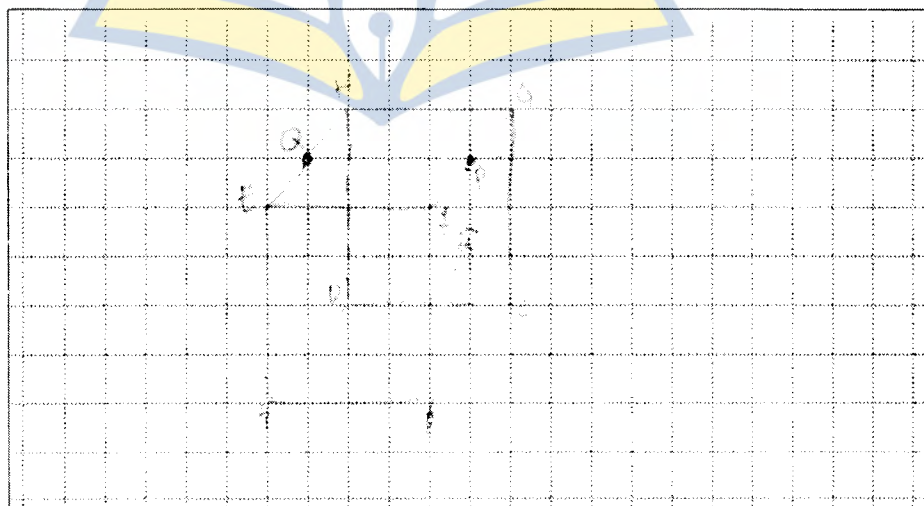
## (2) Masalah M2

Tulisan tangan GL2 dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

GL2M2  
34 S j. Gambarlah:

- kubus ABCD.EFGH!
- kedudukan titik P dan Q!
- Jika  $\alpha$  adalah sudut yang dibentuk oleh ABGH dan ABPQ, tentukan dan gambarlah sudut  $\alpha$ !

Jawab:





GL2M2 k. Hitunglah panjang  $\overline{BP}$  dan beri alasan setiap langkahnya!

34 S

Jawab:

merupakan teorema Pythagoras

$$\text{panjang } BP = \sqrt{a^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2}$$

$$= \sqrt{a^2 + \frac{1}{4}a^2}$$

$$= \sqrt{\frac{4}{4}a^2 + \frac{1}{4}a^2}$$

$$= \sqrt{\frac{4+1}{4}a^2}$$

$$= \sqrt{\frac{5}{4}a^2}$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{2}a$$

alasan: merupakan teorema Pythagoras  
 maka  $\Rightarrow \text{panjang } \overline{BP} = \frac{\sqrt{5}}{2}a$

GL2M2 l. Hitunglah panjang  $\overline{BG}$  dan beri alasan setiap langkahnya!

35 S

Jawab:

$\overline{BG}$  merupakan garis diagonal bidang yang mempunyai panjang  $a\sqrt{2}$

alasan:
 
$$BG = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

atau:
 
$$BG = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$$

GL2M2 m. Tentukan panjang  $\overline{PG}$  dan beri alasan!

36 S

Jawab:

$\overline{PG}$  merupakan  $\frac{1}{2}$  dari rusuk

atau, panjang  $PG = \frac{1}{2}a$

GL2M2 n. Hitunglah nilai  $\cos \alpha$  dan beri alasan setiap langkahnya!

37 S

Jawab:

$$\cos \alpha = \frac{\text{depan}}{\text{miring}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2}a}{a}$$

$$= \frac{1}{2}$$

- GL2M2 38 S o. Jika  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ , tentukanlah nilai  $y$  dengan menggunakan persamaan  $x^2 + y^2 = r^2$ !

Jawab:

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{3}{5} = \frac{x}{r} \\ \frac{3}{5} &= \frac{x}{r} \\ y^2 &= r^2 - x^2 \\ y^2 &= 5^2 - 3^2 \\ y^2 &= 25 - 9 \\ y^2 &= 16 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

- GL2M2 39 S p. Tentukan nilai  $\tan \alpha = \frac{y}{x}$ !

Jawab:

$$\tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{4}{3}$$

Transkrip wawancara ketika GL2 melaksanakan rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut:

- GL2M2 40 P Bagaimana Anda menggambar kubus ABCD.EFGH, kedudukan titik P, Q, bidang ABGH dan ABPQ?...
- GL2M2 41 S Seperti ini Bu. (dengan menunjukkan hasil gambarannya dan menjelaskan kedudukan masing-masing titik dan bidang).
- GL2M2 42 P Bagaimana Anda menggambar sudut  $\alpha$ ?...
- GL2M2 43 S Setelah saya gambar, ternyata untuk menentukan sudut  $\alpha$  tidak perlu membuat garis tengah bidang, karena ternyata sudut  $\alpha$  yang dibentuk oleh kedua bidang ABGH dan ABPQ adalah sudut yang diapit oleh salah satu kedua sisi bidang tersebut, yaitu  $\overline{BP}$  dan  $\overline{BG}$ . Seperti ini Bu. (Sambil menunjuk gambar sudut  $\alpha$ )
- GL2M2 44 P Bagaimana Anda menghitung panjang  $\overline{BP}$  dengan Teorema Pythagoras?...
- GL2M2 45 S Saya pandang segitiga BFP, segitiga siku-siku di F sehingga berlaku  $\overline{BP} = \sqrt{(\overline{BF})^2 + (\overline{FP})^2}$ .
- GL2M2 46 S Kemudian saya hitung seperti ini Bu. (menunjuk hasil pekerjaannya pada poin (k) dan menjelaskan langkah-langkah pengerjaannya disertai dengan alasan yang belum tertulis), sehingga saya temukan panjang  $\overline{BP} = \frac{1}{2}a\sqrt{5}$  cm.
- GL2M2 47 P Bagaimana Anda menghitung panjang  $\overline{BG}$ ?...
- GL2M2 48 S Seperti yang sudah saya jelaskan sebelumnya Bu. Untuk mencari panjang  $\overline{BG}$ , saya cukup menggunakan rumus diagonal bidang. Dan karena panjang rusuk kubus ini  $a$  cm, maka panjang  $\overline{BG} = a\sqrt{2}$  cm

- GL2M2 49 P Bagaimana dengan panjang  $\overline{PG}$  ?...
- GL2M2 50 S Karena  $\overline{PG}$  setengah rusuk maka panjang  $\overline{PG} = \frac{1}{2}a$  cm.
- GL2M2 51 P Untuk menentukan nilai  $\cos \alpha$ , Anda memilih Aturan Cosinus. Bagaimanakah rumus Aturan Cosinus tersebut?...
- GL2M2 52 S Karena saya memilih segitiga BPG dan sudut  $\alpha$  adalah  $\angle GBP$  dan  $\overline{PG} = b$ ,  $\overline{BG} = p$ ,  $\overline{BP} = g$ , maka rumus Aturan Cosinus nya adalah  $b^2 = p^2 + g^2 - 2pg \cos \alpha$
- GL2M2 53 P Bagaimana Anda menghitung nya?...
- GL2M2 54 S Sesuai yang sudah saya tuliskan Bu. Saya memasukkan masing-masing nilai yang diketahui ke dalam rumus kemudian saya operasikan sedemikian hingga saya temukan nilai  $\cos \alpha = \frac{3}{10}\sqrt{10}$ .
- GL2M2 55 P Setelah diketahui nilai  $\cos \alpha$  bagaimana Anda menentukan nilai  $\tan \alpha$  ?...
- GL2M2 56 S Saya cari dulu nilai  $y$  nya Bu, yaitu  $y = \sqrt{10}$  dan setelah itu saya temukan nilai  $\tan \alpha = \frac{y}{r} = \frac{1}{3}$
- GL2M2 57 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...
- GL2M2 58 S Tidak ada Bu.

Catatan Lapangan GL2 dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

- Sama halnya ketika GL2 melaksanakan rencana penyelesaian masalah M1, dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah M2 ini GL2 juga terlihat tidak menemui kesulitan karena dia melaksanakan langkah-langkah sesuai yang telah dia rencanakan sebelumnya.
- Setelah GL2 menyelesaikan poin (j) sampai (p), dia tampak memeriksa kembali hasil pekerjaannya.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GL2 dapat menuliskan secara lengkap dan tepat data yang termuat pada masalah M2 dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah. GL2 dapat mengerjakan setiap langkah yang sebelumnya telah ditentukan pada langkah penyusunan rencana dalam menentukan nilai  $\tan \alpha$ . Dari pelaksanaan rencana

tersebut, GL2 dapat menentukan antara lain: *panjang*  $\overline{BP} = \frac{1}{2}a\sqrt{5}$  cm (GL2M2 34 S, GL2M2 45 S dan GL2M2 46 S), *panjang*  $\overline{BG} = a\sqrt{2}$  cm (GL2M2 35 S dan GL2M2 48 S), *panjang*  $\overline{PG} = \frac{1}{2}a$  cm (GL2M2 36 S),  $\cos \alpha = \frac{3}{10}\sqrt{10}$  (GL2M2 37 S, GL2M2 52 S, dan GL2M2 54 S), dan  $\tan \alpha = \frac{1}{3}$  (GL2M2 38 S, GL2M2 39 S, dan GL2M2 56 S).

Data tentang pelaksanaan rencana penyelesaian GL2 terhadap masalah M2 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pelaksanaan rencana GL2 dalam penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.

### **3) Kesimpulan Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL2 dalam Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah**

Dengan triangulasi teknik telah ditemukan bahwa data pelaksanaan rencana penyelesaian GL2 terhadap masalah M1 adalah kredibel. Selain itu telah ditemukan pula keajekan data pelaksanaan rencana penyelesaian GL2 terhadap masalah M1 dan M2. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa data pelaksanaan rencana penyelesaian GL2 terhadap masalah dinyatakan kredibel.

#### **d. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL2 dalam Memeriksa Kembali Hasil Penyelesaian Masalah Geometri**

##### **1) Masalah M1**

Tulisan tangan GL2 dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

GL2M1 p. Tentukanlah nilai  $\cos \alpha$ !

66 S **Jawab:**

$$\begin{aligned}\cos \alpha &= \cos 53^\circ \\ &= \sin (90^\circ - 37^\circ) \\ &= \sin 53^\circ \\ &= 0,6\end{aligned}$$

GL2M1 q. Jika  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ , tentukanlah nilai  $y$  dengan menggunakan persamaan  $x^2 + y^2 = r^2$ !

67 S

**Jawab:**

$$\begin{aligned}y^2 &= 5^2 - 3^2 \\ y &= 25 - 9 \\ y^2 &= 16 \\ y &= 4\end{aligned}$$

GL2M1 r. Tentukan nilai  $\sin \alpha = \frac{y}{r}$  dan periksalah apakah sesuai dengan nilai perbandingan trigonometri yang diketahui!

68 S

**Jawab:**

$$\begin{aligned}\sin \alpha &= \frac{4}{5} = 0,8 \quad \text{atau } 6, 8 \\ \text{sesuai } & \text{Ag } \sin 53 = 0,8\end{aligned}$$

Transkrip wawancara ketika GL2 memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M1 sebagai berikut:

GL2M1 69 P Dari manakah Anda memperoleh nilai  $\cos \alpha$  tersebut?

GL2M1 70 S Saya memperolehnya dengan relasi sudut seperti langkah sebelumnya Bu. Dari unsur yang diketahui bahwa  $\alpha = 53^\circ$  dan  $\sin \alpha = 0,8$  sehingga  $\cos \alpha = 0,6$

GL2M1 71 P Dari nilai  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$  tersebut, kemudian Anda dapat menentukan nilai  $y$  nya, dapatkah Anda jelaskan?

GL2M1 72 S Dengan rumus  $x^2 + y^2 = r^2$ , saya masukkan nilai  $x = 3$  dan nilai  $r = 5$ , sehingga saya peroleh  $y = 4$

GL2M1 73 S Seperti ini Bu langkah-langkahnya.

$$\begin{aligned}x^2 + y^2 &= r^2 \\ \Leftrightarrow 3^2 + y^2 &= 5^2\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow y^2 = 5^2 - 3^2$$

$$\Leftrightarrow y^2 = 25 - 9$$

$$\Leftrightarrow y^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{16} = 4$$

GL2M1 74 P Bagaimana dengan nilai  $\sin \alpha$  nya?...

GL2M1 75 S Nilai  $\sin \alpha = \frac{y}{r}$ , sehingga  $\sin \alpha = \frac{4}{5} = 0,8$

GL2M1 76 P Jadi apakah kesimpulan Anda?....

GL2M1 77 S Sesuai dengan yang telah diketahui yaitu  $\sin \alpha = \frac{4}{5} = 0,8$ .

GL2M1 78 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?

GL2M1 79 S Tidak Bu.

Catatan Lapangan GL2 dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

- GL2 dengan mudah menyelesaikan poin (p), (q), dan (r). GL2 dengan yakin menuliskan setiap langkah jawabannya dan ketika poin (r), tampak GL2 tersenyum karena jawabannya sesuai.
- GL2 menjelaskan secara rinci alasan dan langkah-langkah ketika wawancara untuk hal yang belum tertulis di lembar masalah.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GL2 dapat menuliskan dan menjelaskan secara lengkap dan tepat data yang termuat pada masalah M1 dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah. GL2 dapat menyimpulkan bahwa hasil dari penyelesaian masalah yang telah ditemukan dalam langkah sebelumnya adalah benar. GL2 dapat

menentukan antara lain:  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$  (GL2M1 66 S dan GL2M1 70 S),  $y = 4$

(GL2M1 67 S dan GL2M1 72 S), dan  $\sin \alpha = \frac{4}{5} = 0,8$  (GL2M1 68 S dan GL2M1

75 S). Selain itu, GL2 juga dapat menyimpulkan bahwa hasil pekerjaan pada langkah sebelumnya telah benar (GL2M1 77 S).

Data tentang pemeriksaan kembali hasil penyelesaian GL2 terhadap masalah M1 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pemeriksaan kembali hasil GL2 dalam penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.

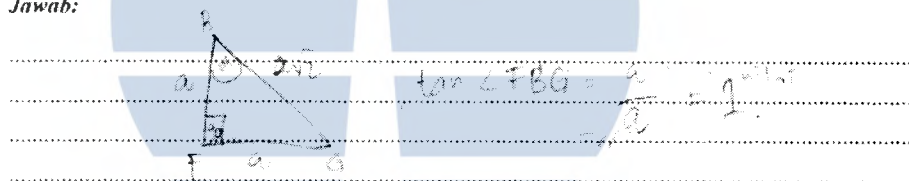
## 2) Masalah M2

Tulisan tangan GL2 dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

GL2M2 q. Pandang segitiga FBG dan tentukanlah nilai  $\tan \angle FBG$ !

59 S

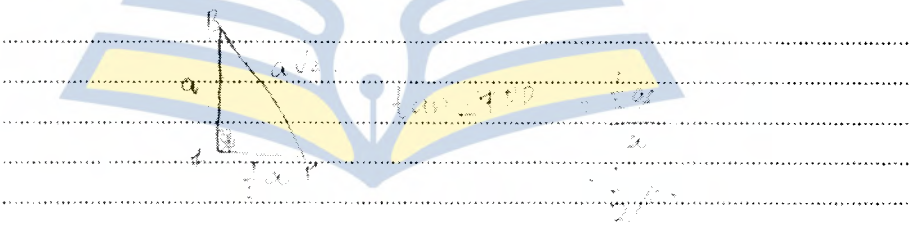
Jawab:



GL2M2 r. Pandang segitiga FBP dan tentukanlah nilai  $\tan \angle FBP$ !

60 S

Jawab:



GL2M2 s. Tunjukkan bahwa  $\tan \alpha = \tan(\angle FBG - \angle FBP)$  dengan rumus

61 S

$$\tan(\angle FBG - \angle FBP) = \frac{\tan \angle FBG - \tan \angle FBP}{1 + (\tan \angle FBG)(\tan \angle FBP)}$$

Jawab:

$$\begin{aligned} \tan(\alpha) &= \tan(\angle FBG - \angle FBP) \\ &= \frac{\tan \angle FBG - \tan \angle FBP}{1 + (\tan \angle FBG)(\tan \angle FBP)} \\ &= \frac{1 - 1}{1 + (1)(1)} \\ &= \frac{0}{2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

Transkrip wawancara ketika GL2 memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M2 sebagai berikut:

- GL2M2 62 P Bagaimana Anda menentukan nilai  $\tan \angle FBG$  tersebut?
- GL2M2 63 S Dari segitiga siku-siku FBG, saya gunakan rumus perbandingan  $\tan \angle FBG = \frac{a}{a} = 1$  sehingga  $\tan \angle FBG = 1$
- GL2M2 64 P Bagaimana Anda menentukan nilai  $\tan \angle FBP$  ?
- GL2M2 65 S Dari segitiga siku-siku FBP, diperoleh  $\tan \angle FBP = \frac{\frac{1}{2}a}{a} = \frac{1}{2}$
- GL2M2 66 P Pada bagian akhir, Anda disuruh menunjukkan bahwa  $\tan \alpha = \tan(\angle FBG - \angle FBP) = \frac{1}{3}$ . Apakah Anda menemukannya?...
- GL2M2 67 S Iya Bu. Saya mensubstitusi nilai  $\tan \angle FBG$  dan  $\tan \angle FBP$  pada  $\tan(\angle FBG - \angle FBP) = \frac{\tan \angle FBG - \tan \angle FBP}{1 + (\tan \angle FBG)(\tan \angle FBP)}$ , sedemikian hingga saya temukan  $\tan(\angle FBG - \angle FBP) = \frac{1}{3}$ .
- GL2M2 68 P Jadi apakah kesimpulan Anda?....
- GL2M2 69 S Saya dapat simpulkan bahwa  $\tan(\angle FBG - \angle FBP) = \tan \alpha = \frac{1}{3}$ , artinya jawaban saya benar.
- GL2M2 70 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?
- GL2M2 71 S Tidak Bu.

Pada catatan lapangan langkah terakhir Polya ini, GL2 tampak melihat lagi gambar yang telah dibuatnya di kertas coretan lain. Akan tetapi pada akhirnya tampak GL2 menyelesaikan poin (q), (r), dan dengan lancar dan percaya diri.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GL2 dapat menuliskan dan menjelaskan secara lengkap dan tepat data yang termuat pada masalah M2 dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah. GL2 dapat menyimpulkan bahwa hasil dari penyelesaian masalah yang telah ditemukan dalam langkah sebelumnya adalah benar. GL2 dapat menentukan antara lain:  $\tan \angle FBG = 1$  (GL2M2 59 S dan GL2M2 63 S),



$$\tan \angle FBP = \frac{1}{2} \text{ (GL2M2 60 S dan GL2M2 65 S) dan } \tan \alpha = \tan(\angle FBG - \angle FBP)$$

$$= \frac{1}{3} \text{ (GL2M2 61 S dan GL2M2 67 S). Selain itu, GL2 juga dapat menyimpulkan}$$

bahwa hasil pekerjaan pada langkah sebelumnya telah benar (GL2M2 69 S).

Data tentang pemeriksaan kembali hasil penyelesaian GL2 terhadap masalah M2 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pemeriksaan kembali hasil GL2 dalam penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.

### **3) Kesimpulan Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GL2 dalam Memeriksa Kembali Hasil Penyelesaian Masalah Geometri**

Dengan triangulasi teknik telah ditemukan bahwa data pemeriksaan kembali hasil penyelesaian GL2 terhadap masalah M1 adalah kredibel. Selain itu telah ditemukan pula kejelasan data pemeriksaan kembali hasil penyelesaian GL2 terhadap masalah M1 dan M2. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa data pemeriksaan kembali hasil penyelesaian GL2 terhadap masalah dinyatakan kredibel.

### **B. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa *Gifted Underachievement* dalam Menyelesaikan Masalah Geometri**

Seperti halnya analisis yang telah dilakukan pada subjek GL1 dan GL2, analisis data ini akan dilakukan terhadap data kedua siswa *gifted underachievement* yang terpilih sebagai subjek penelitian, yaitu data subjek GU1 dan GU2 dalam menyelesaikan masalah geometri. Langkah penyelesaian masalah yang digunakan adalah langkah Polya, yaitu: memahami masalah, merencanakan,

melaksanakan rencana, dan memeriksa kembali. Selain itu, pengembangan lembar masalah geometri yang disajikan juga berdasarkan implementasi Teori Van Hiele dalam pembelajaran matematika, yaitu: informasi (*informasi*), orientasi langsung (*direct orientation*), penjelasan (*explicitation*), orientasi bebas (*free orientation*), dan integrasi (*integration*).

Pada penelitian ini setiap subjek diberikan dua lembar masalah geometri yaitu masalah M1 dan M2. Hanya data yang bersumber dari masalah M1 yang akan dianalisis pada pembahasan penelitian ini, oleh karena itu masalah M1 diuji kredibilitasnya dengan triangulasi teknik/metode dan mengecek keajekannya dengan data yang bersumber dari M2.

## 1. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU1 dalam Menyelesaikan Masalah Geometrin Masalah

### a. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU1 dalam Memahami Masalah Geometri

#### 1) Masalah M1

Tuliskan tangan GU1 dalam memahami masalah M1 sebagai berikut.

GUIMI  
1 S

a. Sebutkanlah unsur – unsur yang diketahui!

Jawab:

.....

GUIMI  
2 S

b. Sebutkanlah unsur – unsur yang ditanyakan!

Jawab:

.....

GUIMI  
3 S

c. Apakah unsur yang diketahui sudah cukup untuk menyelesaikan masalah? Jelaskan!

Jawab:

.....

Transkrip wawancara ketika GU1 memahami masalah M1 sebagai berikut:

- GUIMI 4 P Bagaimana Anda tahu kalau unsur-unsur ini diketahui?
- GUIMI 5 S Dari soal Bu, kalimatnya sudah jelas unsur apa saja yang sudah diketahui.
- GUIMI 6 P Apakah benar hanya ini saja yang diketahui?...
- GUIMI 7 S Sebenarnya tidak Bu. Masih ada yang lain, yaitu panjang rusuk  $a$  cm, kemudian  $\sin 53^\circ = 0,8$ ,  $\sin 37^\circ = 0,6$ .
- GUIMI 8 P Mengapa tidak Anda tulis dengan lengkap, padahal Anda mengetahuinya?
- GUIMI 9 S Iya Bu. Saya kira itu unsur yang sudah umum. Jadi yang saya tulis hanya yang khusus saja. Titik  $P$ ,  $Q$ , dan  $R$  yang berturut-turut terletak di tengah  $\overline{AD}$ , di tengah bidang  $EFGH$ , dan di tengah  $\overline{HG}$ .
- GUIMI 10 P Bagaimana Anda tahu kalau ini ditanyakan?...
- GUIMI 11 S Itu juga sudah jelas juga Bu di soal. Yang ditanyakan adalah ukuran sudut  $\alpha$  yang dibentuk oleh  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$ .
- GUIMI 12 P Apakah menurut Anda unsur yang diketahui tersebut sudah cukup untuk menyelesaikan masalah?...
- GUIMI 13 S Ya Bu. Menurut saya cukup.
- GUIMI 14 P Bisa Anda jelaskan alasannya?...
- GUIMI 15 S Adanya kubus dan kedudukan titik  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  adalah syarat cukup untuk menemukan sudut  $\alpha$ .
- GUIMI 16 S Adanya panjang rusuk dan nilai trigonometri adalah syarat cukup untuk menemukan ukuran sudut tersebut.

Catatan Lapangan GU1 dalam memahami masalah M1 sebagai berikut.

- Dalam menjawab pertanyaan, GU1 terlihat begitu santai. GU1 membaca soal dan menuliskan jawaban dengan singkat dan cenderung tidak menuliskan alasannya.
- Sebelum menjawab poin (c), GU1 terlihat berjenak berfikir sambil memangku kepalanya. Setelah beberapa menit, baru dia kembali menuliskan jawabannya. Jawaban singkat tetapi ternyata alasan terungkap ketika wawancara dilakukan.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GU1 dapat menuliskan data yang termuat pada masalah M1. GU1 dapat menuliskan dan mengungkapkan unsur-unsur yang diketahui antara lain: rusuk kubus  $a$  cm, titik  $P$ ,  $Q$ , dan  $R$  berturut-turut berada di pertengahan  $\overline{AD}$ ,

bidang  $EFGH$ , dan sisi  $\overline{HG}$ ,  $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$  (GU1M1 1 S, GU1M1 7 S dan GU1M1 9 S). GU1 juga sudah dapat menuliskan unsur-unsur yang ditanyakan yaitu ukuran sudut  $\alpha$  yang terbentuk dari  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  (GU1M1 2 S dan GU1M1 11 S). GU1 sudah dapat menuliskan dan mengungkapkan bahwa adanya kubus dan kedudukan titik  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  adalah syarat cukup untuk menemukan sudut  $\alpha$  dan adanya panjang rusuk serta nilai trigonometri adalah syarat cukup untuk menemukan ukuran sudut tersebut (GU1M1 15 S dan GU1M1 16 S). Hal ini menunjukkan bahwa GU1 telah mampu menunjukkan bahwa unsur yang diketahui telah cukup untuk untuk menyelesaikan masalah dalam soal. Data tentang pemahaman GU1 terhadap masalah M1 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pemahaman GU1 dalam memahami masalah dinyatakan kredibel.

## 2) Masalah M2

Tulisan tangan GU1 dalam memahami masalah M2 sebagai berikut.

GU1M2 a. Sebutkanlah unsur – unsur yang diketahui!

1 S

Jawab:

Kubus ABCD EFGH  
 Panjang rusuk a cm  
 Titik P titik tengah PE dan Q titik tengah EH

GU1M2 b. Sebutkanlah unsur – unsur yang ditanyakan!

2 S

Jawab:

Sudut antara bidang ABGH dan bidang ABPQ, nilai  
 tan sudut  $\alpha$ .

GU1M2 c. Apakah unsur yang diketahui sudah cukup untuk menyelesaikan masalah? Jelaskan!

3 S

Jawab:

Ya

Transkrip wawancara ketika GU1 memahami masalah M2 sebagai berikut:

- GU1M2 4 P *Bagaimana Anda tahu kalau unsur - unsur ini diketahui?*
- GU1M2 5 S *Dari soal Bu. Dijelaskan bahwa pada kubus ABCD.EFGH dengan rusuk a cm terdapat dua titik P dan Q yang berturut-turut terletak di tengah garis  $\overline{FG}$  dan  $\overline{EH}$ .*
- GU1M2 6 P *Bagaimana Anda tahu kalau ini ditanyakan?...*
- GU1M2 7 S *Dalam soal Bu. Yang ditanyakan adalah  $\tan \alpha$  (sudut yang dibentuk oleh bidang ABGH dan APBQ*
- GU1M2 8 P *Mengapa Anda bisa berfikir bahwa unsur yang diketahui belum cukup untuk menjawab unsur yang ditanyakan?..*
- GU1M2 9 S *Sudah cukup Bu. Unsur yang diketahui sudah ada titik P, Q, dan panjang rusuk sehingga saya sudah dapat menentukan sudut dan nilai  $\tan \alpha$  nya.*

Catatan Lapangan GU1 dalam memahami masalah M2 sebagai berikut.

- Dalam mengerjakan poin (a) dan (b), GU1 terlihat tidak menemui kesulitan.
- Begitu pula ketika menjawab poin (c), GU1 terlihat berjenak berfikir sambil memangku kepalanya. Setelah beberapa menit, baru dia kembali menuliskan jawabannya. Jawaban singkat tetapi ternyata alasan terungkap ketika wawancara dilakukan.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GU1 dapat menuliskan data yang termuat pada masalah M2. GU1 dapat menuliskan unsur-unsur yang diketahui antara lain: *pada kubus ABCD.EFGH terdapat titik P berada di tengah garis  $\overline{FG}$ , titik Q berada di tengah garis  $\overline{EH}$ , dan panjang rusuk kubus a cm* (GU1M2 1 S dan GU1M2 5 S). GU1 juga sudah dapat menuliskan unsur-unsur yang ditanyakan yaitu *nilai  $\tan \alpha$  yang dibentuk oleh bidang ABGH dan ABPQ* (GU1M2 2 S dan GU1M2 7 S). Selain itu, GU1 sudah dapat menuliskan dan mengungkapkan bahwa unsur-unsur yang sudah bisa menjadi syarat cukup untuk unsur yang ditanyakan (GU1M2 3 S dan GU1M 9 S). Data tentang pemahaman GU1 terhadap masalah M2 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan

demikian secara triangulasi teknik data tentang pemahaman GUI dalam memahami masalah dinyatakan kredibel.

### 3) Kesimpulan Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GUI dalam Memahami Masalah

Dengan triangulasi teknik telah ditemukan bahwa data pemahaman GUI terhadap masalah M1 adalah kredibel. Selain itu telah ditemukan pula keajekan data pemahaman GUI terhadap masalah M1 dan M2. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa data pemahaman GUI terhadap masalah dinyatakan kredibel.

### b. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GUI dalam Menyusun Rencana Penyelesaian Masalah Geometri

#### 1) Masalah M1

Tuliskan tangan GUI dalam menyusun rencana penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

GUI M1 d. Bagaimana cara menentukan sudut  $\alpha$ ? Jelaskan!

17 S

Jawab:

(di gambar)

GUI M1 e. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$ ?

18 S

Jawab:

GUI M1 f. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan panjang  $\overline{RC}$ ?

19 S

Jawab:

GUI M1 g. Bagaimana Anda menentukan panjang  $\overline{DC}$ ?

20 S

Jawab:

GUIMI 21 S h. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan  $\cos \alpha$ ?

Jawab:

menggunakan perbandingan trigonometri  
atau menggunakan rumus cosinus

GUIMI 22 S i. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan ukuran sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$ ?

Jawab:

menggunakan arcs cos  $\alpha$  sehingga bisa  
mendapatkan ukuran sudut  $\alpha$

Transkrip wawancara ketika GU1 menyusun rencana penyelesaian masalah M1 sebagai berikut:

- GUIMI 23 P Mengapa Anda butuh gambar untuk menentukan sudut  $\alpha$  ?...
- GUIMI 24 S Agar saya lebih mudah menentukan garisnya sehingga saya dapat menentukan sudutnya Bu. Karena ini ruang dimensi tiga.
- GUIMI 25 P Bisakah Anda jelaskan maksud kata “memproyeksikan  $\overline{PQ}$  pada  $\overline{DR}$ ” ketika Anda menentukan sudut  $\alpha$  ?...
- GUIMI 26 S Karena sudut  $\alpha$  dibentuk  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  yang merupakan dua garis bersilangan maka saya harus mencari proyeksi  $\overline{PQ}$  pada  $\overline{DR}$ .
- GUIMI 27 S Maksud saya menggeser  $\overline{PQ}$  sehingga berpotongan dengan  $\overline{RC}$  dan saya temukan  $\overline{DR}$  (saya sebut itu memproyeksikan Bu).
- GUIMI 28 P Lalu mengapa Anda memilih Pythagoras untuk menentukan panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$ ,  $\overline{RC}$ , dan  $\overline{DC}$  ?...dan mengapa harus dimisalkan dengan suatu bilangan?...
- GUIMI 29 S Untuk menghitung lebih mudah Bu. Jika menggunakan  $a$  cm saya kesulitan. Saya menghitung dengan menggunakan Pythagoras karena segitiganya siku-siku.
- GUIMI 30 P Bagaimana Anda memilih bilangan tersebut?...
- GUIMI 31 S Dengan coba-coba Bu. Setelah saya coba beberapa bilangan, ternyata hasilnya sama. Akhirnya saya pilih 4 cm untuk rusuknya karena paling mudah menurut saya.
- GUIMI 32 P Mengapa Anda memilih aturan cos untuk menentukan  $\cos \alpha$  ?
- GUIMI 33 S Karena segitiga yang akan saya gunakan untuk mencari nilai sudut  $\alpha$  diketahui 3 panjang sisinya.
- GUIMI 34 P Lalu, setelah ketemu nilai  $\cos \alpha$ , bagaimana Anda bisa menentukan ukuran sudut  $\alpha$  nya?..
- GUIMI 35 S Dengan menggunakan  $\arccos \alpha$ .  $\arccos \alpha$  adalah invers dari  $\cos \alpha$ . Biasanya saya menggunakan kalkulator untuk menentukan invers jika sudutnya tidak istimewa. Tetapi karena di sini diketahui, maka saya menggunakan persamaan trigonometri sederhana Bu.
- GUIMI 36 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...
- GUIMI 37 S Saya juga menggunakan relasi sudut karena ternyata tidak ada di unsur yang diketahui.

Catatan Lapangan GUI dalam menyusun rencana penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

- GUI terlebih dahulu dia menggambar kubus ABCD.EFGH pada lembar coretan lain sebelum menuliskan jawaban poin (d) sampai poin (i)
- Dalam menjawab poin per poin, GUI melihat gambar berulang-ulang kemudian baru menuliskan jawabannya.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GUI dapat menuliskan semua data yang termuat pada masalah M1 Langkah-langkah tersebut antara lain: *menentukan sudut  $\alpha$  dengan menggeser salah satu garis karena garis  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  tidak saling menyentuh tetapi saling bersilangan (GU1M1 17 S, GU1M1 26 S dan GU1M1 27 S), menentukan panjang garis  $\overline{DR}$  dan  $\overline{RC}$  dengan menggunakan teorema pythagoras karena segitiga siku-siku dan memisalkan panjang-panjangnya dengan bilangan (GU1M1 18 S, GU1M1 19 S, GU1M1 29 S dan GU1M1 31 S), menentukan  $\cos \alpha$  dengan menggunakan aturan cosinus karena unsur yang diketahui adalah ketiga panjang sisi segitiga yang dipilih (GU1M1 21 S dan GU1M1 33 S), dan menentukan ukuran sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$  dengan menggunakan  $\arccos \alpha$  dan menggunakan relasi sudut (GU1M1 22 S, GU1M1 35 S dan GU1M1 37 S).* GUI dapat menuliskan langkah-langkah menentukan ukuran sudut  $\alpha$ .

Langkah yang diambil GUI pada dasarnya sudah benar, hanya saja dalam menentukan  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$ ,  $\overline{RC}$ , dan  $\overline{DC}$ , GUI memisalkan rusuk kubus menjadi 4 cm karena dia merasa kesulitan jika menggunakan  $a$  cm. Bilangan 4 cm dipilih dengan cara coba-coba yang dikenal dengan strategi *trial and error*.

Data tentang penyusunan rencana GUI terhadap penyelesaian masalah M1 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang penyusunan rencana GUI terhadap penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.



## 2) Masalah M2

Tuliskan tangan GUI1 dalam menyusun rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

GUI M2 d. Bagaimana cara menentukan sudut  $\alpha$ ? Jelaskan!

10 S

Jawab:

dian tara bidang ABG dan bidang ABP  
kemudian cari menggunakan aturan cosinus  
setelah itu cari nilai tan nya.

GUI M2 e. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan panjang BP?

11 S

Jawab:

misalkan panjang rusuk = 4 cm.  
kalo menggunakan pythagoras karena sudutnya  
90

GUI M2 f. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan panjang  $\overline{BG}$ ?

12 S

Jawab:

menggunakan pythagoras.

GUI M2 g. Bagaimana Anda menentukan panjang PG?

13 S

Jawab:

$\frac{1}{2}$  dari panjang rusuk kubus

GUI M2 h. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan  $\cos \alpha$ ?

14 S

Jawab:

menggunakan aturan cosinus.

GUI M2 i. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan besar sudut  $\alpha$  dari

15 S

nilai  $\cos \alpha$ ?

Jawab:

mencari nilai arcs cos + dan menggunakan  
aturan cosinus.

Transkrip wawancara ketika GUI1 menyusun rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut:

GUI M2 16 P Mengapa Anda membutuhkan gambar untuk menentukan sudut  $\alpha$ ?...

GUI M2 17 S Untuk menentukan sudutnya Bu. Dengan gambar akan lebih mudah dari pada dibayangkan saja. Soalnya tiga dimensi Bu.

GUI M2 18 P Bagaimana Anda menentukan sudut  $\alpha$ ?

- GUIM2 19 S Saya gambar bidang nya dulu Bu. Lalu saya tentukan sudut  $\alpha$  nya langsung karena sudah terlihat jelas di gambar ini Bu (menunjuk pada gambar)
- GUIM2 20 P Bagaimana Anda menentukan panjang  $\overline{BP}$  ?...
- GUIM2 21 S Dengan memisalkan rusuknya jadi angka Bu. Saya pilih 4 cm setelah mencoba-coba angka yang lain dan ternyata hasilnya sama. Karena ini kubus Bu. Rusuk 4 cm adalah yang termudah dalam perhitungan.
- GUIM2 22 S Setelah itu saya hitung dengan menggunakan rumus pythagoras karena segitiga BFP adalah segitiga siku-siku. (menunjuk pada gambar segitiga BFP)
- GUIM2 23 P Mengapa Anda mengubah jadi bilangan?...
- GUIM2 24 S Untuk mempermudah hitungan saja Bu. Jika menggunakan a cm sulit. Toh...hasilnya nya nanti sama.
- GUIM2 25 P Untuk menentukan panjang  $\overline{BG}$  mengapa Anda menggunakan pythagoras?
- GUIM2 26 S Karena segitiga BCG adalah segitiga siku-siku Bu.
- GUIM2 27 P Mengapa Anda memilih aturan cos untuk menentukan  $\cos \alpha$  ?
- GUIM2 28 S Karena segitiga yang akan saya gunakan untuk mencari nilai sudut  $\alpha$  diketahui 3 panjang sisinya
- GUIM2 29 P Lalu, setelah ketemu nilai  $\cos \alpha$ , bagaimana Anda bisa menentukan ukuran sudut  $\alpha$  nya?..
- GUIM2 30 S Dengan menggunakan  $\arccos \alpha$  seperti pada penyelesaian masalah sebelumnya itu Bu.
- GUIM2 31 S Kalau menurut saya, saya bisa menggunakan  $\arccos \alpha$  untuk menentukan nilai sudut  $\alpha$ . Akan tetapi, karena di sini yang ditanyakan adalah  $\tan \alpha$  maka saya menggunakan persamaan cosinus, yaitu  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ , sehingga  $\tan \alpha = \frac{y}{r}$  dengan  $x^2 + y^2 = r^2$ .
- GUIM2 32 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...
- GUIM2 33 S Tidak Bu.

Catatan Lapangan GU1 dalam menyusun rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

- GU1 menggambar kubus ABCD.EFGH, kemudian menggambar kedudukan titik P dan Q. Setelah itu, terlihat dia menggambar bidang ABGH dan ABPQ di kertas coretan lain.
- Dengan gambar tersebut, GU1 menjawab poin (d) sampai poin (i). Setiap akan menuliskan jawaban, GL 1 melihat gambar berulang-ulang dan membolak-balikkan lembar coretannya.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GU1 dapat menuliskan data yang termuat pada masalah M2. Hanya saja ada beberapa langkah yang berbeda yaitu langkah coba-coba dalam menentukan panjang garis  $\overline{BP}$  dan  $\overline{BG}$ . GU1 berpendapat bahwa dia akan kesulitan jika menggunakan  $a$  cm untuk panjang rusuk kubus pada perhitungan. Sehingga dia mencoba beberapa bilangan dan ternyata hasilnya sama. Setelah itu, GU1 memutuskan untuk memilih bilangan 4 cm sebagai rusuk kubus karena bilangan itu adalah bilangan termudah. Strategi itu disebut sebagai strategi *trial and error*.

Langkah-langkah GU1 dalam menyusun rencana penyelesaian masalah M2 antara lain: *menentukan sudut  $\alpha$  yang dibentuk bidang  $ABGH$  dan  $ABPQ$  menggambar terlebih dahulu pada kubus  $ABCD.EFGH$  sehingga sudut sudah tampak jelas pada gambarnya dan sudut tersebut adalah  $\angle PBG$  (GU1M2 10 S dan GU1M2 19 S), menentukan panjang garis  $\overline{BP}$  dan  $\overline{BG}$  dengan menggunakan teorema pythagoras karena garis  $\overline{BP}$  dan  $\overline{BG}$  merupakan salah satu sisi segitiga siku-siku dengan terlebih dahulu memisalkan panjang rusuk dengan 4 cm (GU1M2 11 S, GU1M2 12 S, GU1M2 21 S, GU1M2 22 S, GU1M2 24 S dan GU1M2 26 S), menentukan  $\cos \alpha$  dengan menggunakan aturan cosinus karena unsur yang diketahui adalah ketiga panjang sisi segitiga yang dipilih (GU1M2 14 S dan GU1M2 28 S), dan menentukan dari nilai  $\tan \alpha$  dengan menggunakan persamaan cosinus, yaitu  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ , sehingga  $\tan \alpha = \frac{y}{r}$  dengan  $x^2 + y^2 = r^2$  (GU1M2 30 S dan GU1M2 31 S). Data tentang penyusunan rencana GU1 terhadap penyelesaian masalah M2 yang diperoleh dengan wawancara, tulisan tangan, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang penyusunan rencana GU1 terhadap penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.*

### 3) Kesimpulan Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU1 dalam Menyusun Rencana Penyelesaian Masalah

Dengan triangulasi teknik telah ditemukan bahwa data penyusunan rencana penyelesaian GU1 terhadap masalah M1 adalah kredibel. Selain itu telah ditemukan pula keajekan data penyusunan rencana penyelesaian GU1 terhadap masalah M1 dan M2. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa data penyusunan rencana penyelesaian GU1 terhadap masalah dinyatakan kredibel.

#### c. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU1 dalam Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah Geometri

##### 1) Masalah M1

Tuliskan tangan GU1 dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

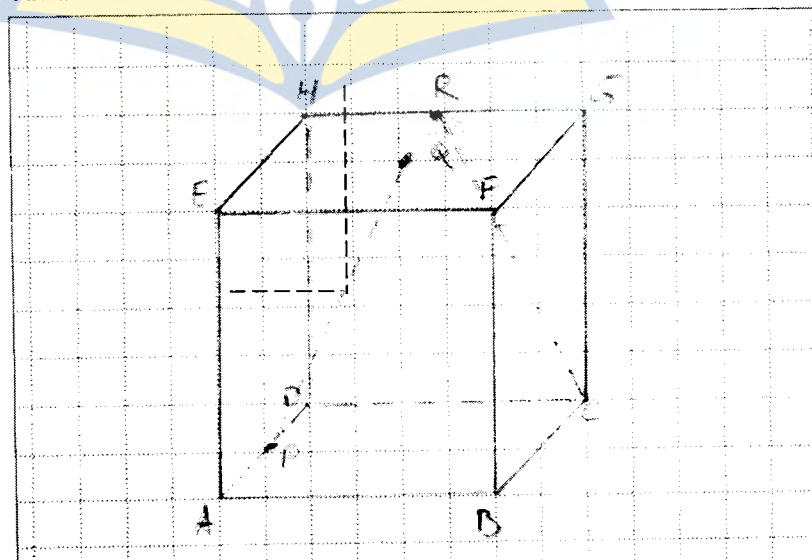
GU1M1

38 S

j. Gambarlah:

- kubus ABCD.EFGH!
- kedudukan titik P, Q, dan R!
- kedudukan garis PQ dan RC!
- Jika  $\alpha$  adalah sudut yang dibentuk oleh PQ dan RC, tentukan dan gambarlah sudut  $\alpha$ !

**Jawab:**



GUIMI  
39

k. Hitunglah panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$  dan beri alasan setiap langkahnya!

Jawab:

misalkan  $\angle P = 37^\circ$  dan  $\angle R = 53^\circ$

$$PQ = \sqrt{4^2 + 3^2}$$

$$= \sqrt{16 + 9}$$

$$= \sqrt{25}$$

$$= 5 \text{ cm}$$

GUIMI  
40 S

i. Hitunglah panjang  $\overline{RC}$  dan beri alasan setiap langkahnya!

Jawab:

$$RC = \sqrt{16^2 + 12^2}$$

$$= \sqrt{256 + 144}$$

$$= \sqrt{400}$$

$$= 20 \text{ cm}$$

GUIMI  
41 S

m. Tentukan panjang  $\overline{DC}$  dan beri alasan!

Jawab:

panjang  $\overline{DC}$  ditentukan dengan  
menggunakan rumus Pythagoras  
karena untuk menjumlahkan

GUIMI  
42 S

n. Hitunglah nilai  $\cos \alpha$  dan beri alasan setiap langkahnya!

Jawab:

$$a = 19, b = 17, c = 20 \text{ (sisi di depan } \alpha)$$

$$17^2 = 19^2 + 20^2 - 2 \cdot 19 \cdot 20 \cdot \cos \alpha$$

$$289 = 361 + 400 - 760 \cos \alpha$$

$$60 \cos \alpha = 772 - 289$$

$$\cos \alpha = \frac{483}{760}$$

GUIMI  
43 S

o. Tentukanlah sudut  $\alpha$  yang memenuhi nilai  $\cos \alpha$  tersebut jika diketahui

( $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$ ). Jelaskanlah relasi sudutnya!

Jawab:

$$\cos \alpha = \frac{483}{760}$$

$$\cos \alpha = \frac{483}{760} = \frac{141}{253}$$

$$\cos \alpha = \frac{141}{253}$$

Transkrip wawancara ketika GUI melaksanakan rencana penyelesaian masalah M1 sebagai berikut:

- GUI MI 44 P Bagaimana Anda menggambar kubus  $ABCD.EFGH$ , kedudukan titik  $P$ ,  $Q$ , dan  $R$  kedudukan garis  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  ?...
- GUI MI 45 S Seperti ini Bu. (dengan menunjukkan hasil gambarannya dan menjelaskan kedudukan masing-masing titik ).
- GUI MI 46 P Bagaimana Anda menggambar sudut  $\alpha$  ?...
- GUI MI 47 S Seperti yang sudah jelaskan sebelumnya Bu. Ini hasilnya (sambil menunjuk gambar).
- GUI MI 48 S Saya gambar garis  $\overline{PQ}$  dulu, kemudian seolah-olah saya geser untuk mendapatkan garis yang sejajar sehingga berpotongan dengan garis  $\overline{RC}$ , yaitu garis  $\overline{DR}$ . (menunjuk gambar)
- GUI MI 49 P Bagaimana Anda menghitung panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$  dengan Teorema Pythagoras?...
- GUI MI 50 S Dengan memisalkan rusuk  $4$  cm sehingga  $\overline{QO} = 4$  cm di mana titik  $O$  adalah titik potong  $\overline{AC}$  dan  $\overline{BD}$  sehingga terbentuk segitiga  $POQ$  yang merupakan segitiga siku-siku di  $O$ .
- GUI MI 51 S Kemudian saya hitung seperti ini Bu. (menunjuk hasil pekerjaannya pada poin (k) dan menjelaskan langkah-langkah pengerjaannya disertai dengan alasan yang belum tertulis), Sehingga saya temukan panjang  $\overline{PQ} = 2\sqrt{5}$  cm.
- GUI MI 52 P Bagaimana Anda menghitung panjang  $\overline{RC}$  dengan Teorema Pythagoras?...
- GUI MI 53 S Sama dengan langkah pada poin sebelumnya Bu.
- GUI MI 54 P Bisa Anda jelaskan?...
- GUI MI 55 S Karena  $\overline{GC} = 4$  cm dan  $\overline{RG} = 2$  cm, sehingga dengan pythagoras saya peroleh  $\overline{RC} = 2\sqrt{5}$  cm seperti ini Bu (Menunjuk pada hasil pekerjaan poin (l)).
- GUI MI 56 P Untuk menentukan nilai  $\cos \alpha$ , Anda memilih Aturan Cosinus. Bagaimanakah rumus Aturan Cosinus tersebut?...
- GUI MI 57 S Karena saya memilih segitiga  $DRC$  dan sudut  $\alpha$  adalah  $\angle DRC$  dan  $\overline{DR} = 2\sqrt{5}$  cm,  $\overline{RC} = 2\sqrt{5}$  cm,  $\overline{CD} = 4$  cm, maka rumus Aturan Cosinus nya adalah
- $$4^2 = (2\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2 - 2(2\sqrt{5})(2\sqrt{5})\cos \alpha.$$
- GUI MI 58 P Bagaimana Anda menghitung nya?...
- GUI MI 59 S Sesuai yang sudah saya tuliskan Bu. Sehingga saya peroleh nilai  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ .
- GUI MI 60 P Bagaimana menentukan sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$  yang sudah ditemukan?...
- GUI MI 61 S Dengan relasi sudut  $\sin \alpha = \cos(90 - \alpha)$  dan sebaliknya Bu.
- GUI MI 62 P Bisa Anda jelaskan?...

GU1M1 63 S Jika  $\sin 53^\circ = 0,8$  maka  $\cos \alpha = 0,8 \Leftrightarrow \alpha = 37^\circ$  dan jika  $\sin 37^\circ = 0,6$  maka  $\cos \alpha = 0,6 \Leftrightarrow \alpha = 53^\circ$ . Jadi sudut  $\alpha = 53^\circ$

GU1M1 64 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...

GU1M1 65 S Tidak ada Bu.

Catatan Lapangan GUI dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

- Dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah, GUI terlihat tidak menemui kesulitan karena dia melaksanakan langkah-langkah sesuai yang telah dia rencanakan sebelumnya.
- GUI tampak memeriksa kembali hasil pekerjaannya setelah dia menyelesaikan poin (j) sampai (o).

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GUI dapat menuliskan data yang termuat pada masalah M1 dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah. GUI dapat mengerjakan setiap langkah yang sebelumnya telah ditentukan pada langkah penyusunan rencana dalam menentukan ukuran sudut  $\alpha$ . Dari pelaksanaan rencana tersebut, GUI dapat menentukan antara lain:  $\text{panjang } \overline{PQ} = \overline{DR} = 2\sqrt{5}\text{cm}$  (GU1M1 39 S dan GU1M1 51 S),  $\text{panjang } \overline{RC} = 2\sqrt{5}\text{cm}$  (GU1M1 40 S dan GU1M1 53 S),  $\text{panjang } \overline{DC} = 4\text{ cm}$  (GU1M1 41 S),  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$  (GU1M1 42 S, GU1M1 57 S, dan GU1M159 S), dan  $\alpha = 53^\circ$  (GU1M1 43 S dan GU1M1 63 S). Data tentang pelaksanaan rencana penyelesaian GUI terhadap masalah M1 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pelaksanaan rencana GUI dalam penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.

## 2) Masalah M2

Tuliskan tangan GUI dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

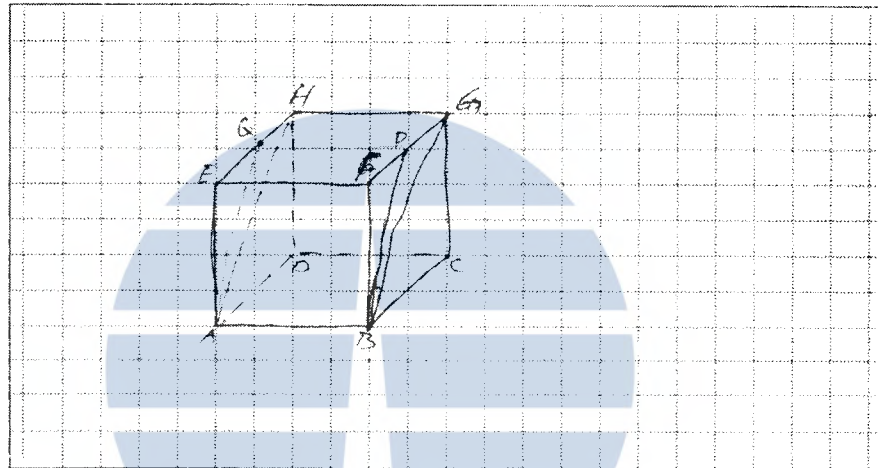
GUI M2

j. Gambarkan:

34 S

- kubus ABCD.EFGH!
- kedudukan titik P dan Q!
- Jika  $\alpha$  adalah sudut yang dibentuk oleh ABGH dan ABPQ, tentukan dan gambarkan sudut  $\alpha$ !

Jawab:



GUI M2

34 S

k. Hitunglah panjang  $\overline{BP}$  dan beri alasan setiap langkahnya!

Jawab: misal,

$$s = 4 \text{ cm}$$

$$BP^2 + FP^2 = BP^2$$

$$4^2 + 2^2 = BP^2$$

$$16 + 4 = BP^2$$

$$\sqrt{20} = BP$$

$$\sqrt{4 \cdot 5} = BP$$

$$2\sqrt{5} \text{ cm} = BP$$

GUI M2

35 S

i. Hitunglah panjang  $\overline{BG}$  dan beri alasan setiap langkahnya!

Jawab:

$$BC^2 + CG^2 = BG^2$$

$$4^2 + 4^2 = BG^2$$

$$16 + 16 = BG^2$$

$$\sqrt{32} = BG$$

$$\sqrt{16 \cdot 2} = BG$$

$$4 \cdot \sqrt{2} \text{ cm} = BG$$



GUIM2 m. Tentukan panjang  $\overline{PG}$  dan beri alasan!

36 S

Jawab:

$$= \frac{1}{2} \text{ dari panjang } FG$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 4$$

$$= 2 \text{ cm}$$

GUIM2 n. Hitunglah nilai  $\cos \alpha$  dan beri alasan setiap langkahnya!

37 S

Jawab:

$$\cos \alpha = \frac{(4\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{3})^2 - 2^2}{2 \cdot 4\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3}}$$

$$= \frac{32 + 12 - 4}{2 \cdot 8\sqrt{6}}$$

$$= \frac{40}{16\sqrt{6}}$$

$$= \frac{5}{2\sqrt{6}}$$

GUIM2 o. Jika  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ , tentukanlah nilai  $y$  dengan menggunakan persamaan  $x^2 + y^2 = r^2$ !

38 S

Jawab:

$$\cos \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$y^2 = r^2 - x^2$$

$$= 10^2 - (3\sqrt{10})^2$$

$$= 100 - 90$$

$$= 10$$

$$y = \sqrt{10}$$

GUIM2 p. Tentukan nilai  $\tan \alpha = \frac{y}{x}$ !

39 S

Jawab:

$$\tan \alpha = \frac{y}{x}$$

$$= \frac{\sqrt{10}}{3\sqrt{10}} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3} //$$

Transkrip wawancara ketika GU1 melaksanakan rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut:

GUIM2 40 P Bagaimana Anda menggambar kubus ABCD.EFGH, kedudukan titik P, Q, bidang ABGH dan ABPQ?...

GUIM2 41 S Seperti ini Bu. (dengan menunjukkan hasil gambarannya dan menjelaskan kedudukan masing-masing titik dan bidang).

GUIM2 42 P Bagaimana Anda menggambar sudut  $\alpha$ ?...

- GUIM2 43 S Sudut  $\alpha$  yang dibentuk oleh kedua bidang  $ABGH$  dan  $ABPQ$  adalah sudut yang diapit oleh salah satu kedua sisi bidang tersebut, yaitu  $\overline{BP}$  dan  $\overline{BG}$  ini Bu. (menunjuk gambar sudut  $\alpha$ )
- GUIM2 44 P Bagaimana Anda menghitung panjang  $\overline{BP}$  dengan Teorema Pythagoras?...
- GUIM2 45 S Saya pandang segitiga  $BFP$ , segitiga siku-siku di  $F$  sehingga berlaku  $(\overline{BP})^2 = (\overline{BF})^2 + (\overline{FP})^2$ .
- GUIM2 46 S Kemudian saya hitung seperti ini Bu. (menunjuk hasil pekerjaannya pada poin (k) dan menjelaskan langkah-langkah pengerjaannya disertai dengan alasan yang belum tertulis),  $\overline{BF} = 4$  cm dan  $\overline{FP} = 2$  cm sehingga saya temukan panjang  $\overline{BP} = 2\sqrt{5}$  cm.
- GUIM2 47 P Bagaimana Anda menghitung panjang  $\overline{BG}$ ?...
- GUIM2 48 S Dengan menggunakan  $(\overline{BG})^2 = (\overline{BC})^2 + (\overline{CG})^2$ ,  $\overline{BC} = 2$  cm,  $\overline{CG} = 2$  cm maka diperoleh panjang  $\overline{BG} = 4\sqrt{2}$  cm
- GUIM2 49 P Bagaimana dengan panjang  $\overline{PG}$ ?...
- GUIM2 50 S Karena  $\overline{PG}$  setengah rusuk maka panjang  $\overline{PG} = 2$  cm.
- GUIM2 51 P Untuk menentukan nilai  $\cos \alpha$ , Anda memilih Aturan Cosinus. Bagaimanakah rumus Aturan Cosinus tersebut?...
- GUIM2 52 S Karena saya memilih segitiga  $BPG$  dan sudut  $\alpha$  adalah  $\angle GBP$  dan  $\overline{PG} = 2$  cm,  $\overline{BG} = 4\sqrt{2}$  cm,  $\overline{BP} = 2\sqrt{5}$  cm, maka rumus Aturan Cosinus nya adalah  $\cos \alpha = \frac{(4\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{5})^2 - 2^2}{2(4\sqrt{2})(2\sqrt{5})}$
- GUIM2 53 P Bagaimana Anda menghitung nya?...
- GUIM2 54 S Sesuai yang sudah saya tuliskan Bu. Saya hitung dan saya temukan nilai  $\cos \alpha = \frac{3}{10}\sqrt{10}$ .
- GUIM2 55 P Setelah diketahui nilai  $\cos \alpha$  bagaimana Anda menentukan nilai  $\tan \alpha$ ?...
- GUIM2 56 S Saya cari dulu nilai  $y$  nya Bu, yaitu  $y = \sqrt{10}$  dan setelah itu saya temukan nilai  $\tan \alpha = \frac{y}{r} = \frac{1}{3}$
- GUIM2 57 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...
- GUIM2 58 S Tidak ada Bu.

Catatan Lapangan GU1 dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

- GU1 terlihat tidak menemui kesulitan ketika melaksanakan langkah-langkah karena sesuai dengan rencana sebelumnya.

- Setelah GU1 menyelesaikan poin (j) sampai (p), dia tampak memeriksa kembali hasil pekerjaannya.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah, GU1 dapat menuliskan semua data yang termuat pada masalah M2. GU1 dapat mengerjakan setiap langkah yang sebelumnya telah ditentukan pada langkah penyusunan rencana dalam menentukan nilai  $\tan \alpha$ . Dari pelaksanaan rencana tersebut, GU1 dapat menentukan antara lain: *panjang*  $\overline{BP} = 2\sqrt{5}$  cm (GU1M2 34 S, GU1M2 45 S dan GU1M2 46 S), *panjang*  $\overline{BG} = 4\sqrt{2}$  cm (GU1M2 35 S dan GU1M2 48 S), *panjang*  $\overline{PG} = 2$  cm (GU1M2 36 S),  $\cos \alpha = \frac{3}{10}\sqrt{10}$  (GU1M2 37 S, GU1M2 52 S, dan GU1M2 54 S), dan  $\tan \alpha = \frac{1}{3}$  (GU1M2 38 S, GU1M2 39 S, dan GU1M2 56 S).

Data tentang pelaksanaan rencana penyelesaian GU1 terhadap masalah M2 yang diperoleh dengan wawancara, tulisan tangan, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pelaksanaan rencana GU1 dalam penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.

### 3) Kesimpulan Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU1 dalam Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah

Dengan triangulasi teknik telah ditemukan bahwa data pelaksanaan rencana penyelesaian GU1 terhadap masalah M1 adalah kredibel. Selain itu telah ditemukan pula kejelasan data pelaksanaan rencana penyelesaian GU1 terhadap

masalah M1 dan M2. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa data pelaksanaan rencana penyelesaian GUI terhadap masalah dinyatakan kredibel.

#### d. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GUI dalam Memeriksa Kembali Hasil Penyelesaian Masalah Geometri

##### 1) Masalah M1

Tulisan tangan GUI dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

GUI M1 p. Tentukanlah nilai  $\cos \alpha$ !

66 S

Jawab:

$$\cos \alpha = \frac{3}{5}$$

GUI M1 q. Jika  $\cos \alpha = \frac{3}{r}$ , tentukanlah nilai  $y$  dengan menggunakan persamaan  $x^2 + y^2 = r^2$ !

67 S

Jawab:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$3^2 + y^2 = r^2$$

$$9 + y^2 = r^2$$

$$y^2 = r^2 - 9$$

$$y = \sqrt{r^2 - 9}$$

GUI M1 r. Tentukan nilai  $\sin \alpha = \frac{3}{r}$  dan periksalah apakah sesuai dengan nilai perbandingan trigonometri yang diketahui!

68 S

Jawab:

$$\sin \alpha = \frac{3}{r}$$

Transkrip wawancara ketika GUI memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M1 sebagai berikut:

GUI M1 69 P Dari manakah Anda memperoleh nilai  $\cos \alpha$  tersebut?

GUI M1 70 S Dari unsur yang diketahui bahwa  $\alpha = 53^\circ$  dan  $\sin \alpha = 0,8$  sehingga  $\cos \alpha = 0,6$

- GU1M1 71 P Dari nilai  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$  tersebut, kemudian Anda dapat menentukan nilai  $y$  nya, dapatkah Anda jelaskan?
- GU1M1 72 S Saya menggunakan rumus  $x^2 + y^2 = r^2$ , seperti pada soal Bu.
- GU1M1 73 S Setelah nilai  $x = 3$  dan  $r = 5$  saya masukkan pada rumus tersebut, saya peroleh nilai  $y = 4$
- GU1M1 74 P Bagaimana dengan nilai  $\sin \alpha$  nya?...
- GU1M1 75 S Nilai  $\sin \alpha = \frac{y}{r}$  sehingga  $\sin \alpha = \frac{4}{5} = 0,8$
- GU1M1 76 P Jadi apakah kesimpulan Anda?...
- GU1M1 77 S Kesimpulannya...sesuai dengan unsur yang diketahui di soal. Jadi jawaban saya benar.
- GU1M1 78 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?
- GU1M1 79 S Tidak Bu.

Catatan Lapangan GUI dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

- Dalam langkah terakhir Polya ini, GUI dengan mudah menyelesaikan poin (p), (q), dan (r).
- Selesai mengerjakan poin (r), GUI tampak menghela nafas lega karena jawabannya sesuai dan benar.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GUI dapat menuliskan dan menjelaskan semua data yang termuat pada masalah M1. GUI dapat menyimpulkan bahwa hasil dari penyelesaian masalah yang telah ditemukan dalam langkah sebelumnya adalah benar. GUI dapat menentukan antara lain:  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$  (GU1M1 66 S dan GU1M1 70 S),  $y = 4$  (GU1M1 67 S dan GU1M1 72 S), dan  $\sin \alpha = \frac{4}{5} = 0.8$  (GU1M1 68 S dan GU1M1 75 S). Selain itu, GUI juga dapat menyimpulkan bahwa hasil pekerjaan pada langkah sebelumnya telah benar (GU1M1 77 S).

Data tentang pemeriksaan kembali hasil penyelesaian GUI terhadap masalah M1 yang diperoleh dengan wawancara, tulisan tangan, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pemeriksaan kembali hasil GUI dalam penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.

## 2) Masalah M2

Tulisan tangan GUI dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

GUI M2 q. Pandang segitiga FBG dan tentukanlah nilai  $\tan \angle FBG$ !

59 S

Jawab:

$$\angle FBG = 45^\circ$$

$$\tan \angle FBG = 1 //$$

GUI M2 r. Pandang segitiga FBP dan tentukanlah nilai  $\tan \angle FBP$ !

60 S

Jawab:

$$\tan \angle FBP = \frac{y}{x} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

GUI M2 s. Tunjukkan bahwa  $\tan \alpha = \tan(\angle FBG - \angle FBP)$  dengan rumus

61 S

$$\tan(\angle FBG - \angle FBP) = \frac{\tan \angle FBG - \tan \angle FBP}{1 + (\tan \angle FBG)(\tan \angle FBP)}$$

Jawab:

$$\tan(45^\circ - 30^\circ) = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + (1 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}})}$$

$$= \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}}}{\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3}}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} //$$

Transkrip wawancara ketika GUI memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M2 sebagai berikut:

- GUIM2 62 P Bagaimana Anda menentukan nilai  $\tan \angle FBG$  tersebut?
- GUIM2 63 S Karena segitiga FBG adalah segitiga sama kaki dan siku-siku di F maka  $\angle FBG = 45^\circ$  sehingga  $\tan \angle FBG = 1$
- GUIM2 64 P Bagaimana Anda menentukan nilai  $\tan \angle FBP$  ?
- GUIM2 65 S Karena segitiga FBP siku-siku di F dan panjang  $\overline{BF} = 4 \text{ cm}$  dan  $\overline{FP} = 2 \text{ cm}$  sehingga  $\tan \angle FBP = \frac{1}{2}$ .
- GUIM2 66 P Pada bagian akhir, Anda disuruh menunjukkan bahwa  $\tan \alpha = \tan(\angle FBG - \angle FBP) = \frac{1}{3}$ . Apakah Anda menemukannya?...
- GUIM2 67 S Iya Bu. Saya mensubstitusi nilai  $\tan \angle FBG$  dan  $\tan \angle FBP$  pada  $\tan(\angle FBG - \angle FBP) = \frac{\tan \angle FBG - \tan \angle FBP}{1 + (\tan \angle FBG)(\tan \angle FBP)}$ , sedemikian hingga saya temukan  $\tan(\angle FBG - \angle FBP) = \frac{1}{3}$ .
- GUIM2 68 P Jadi apakah kesimpulan Anda?....
- GUIM2 69 S Jawaban saya sudah benar Bu..
- GUIM2 70 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?
- GUIM2 71 S Tidak Bu.

Catatan Lapangan GU1 dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

- Ketika GU1 mengerjakan poin (q) dan (r), tampak dia melihat lagi gambar yang telah dibuatnya di kertas coretan lain
- Ketika mengerjakan poin (s), tampak GU1 tidak menemui kesulitan. Dengan lancar dan percaya diri dia menuliskan setiap langkah pengerjaan dan akhirnya mendapatkan jawaban yang benar.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GU1 dapat menuliskan dan menjelaskan semua data yang termuat pada masalah M2 dan menyimpulkan bahwa hasil penyelesaian masalah yang telah ditemukan adalah benar. GU1 dapat menentukan antara lain:

$\tan \angle FBG = 1$  (GUIM2 59 S dan GUIM2 63 S),  $\tan \angle FBP = \frac{1}{2}$  (GUIM2 60 S

dan GUIM2 65 S) serta dapat menentukan bahwa nilai  $\tan \alpha = \frac{1}{3}$  sama dengan

$\tan(\angle FBG - \angle FBP) = \frac{1}{3}$  (GU1M2 61 S dan GU1M2 67 S). Selain itu, GU1 juga dapat menyimpulkan bahwa hasil pekerjaan pada langkah sebelumnya telah benar (GU1M2 69 S).

Data tentang pemeriksaan kembali hasil penyelesaian GU1 terhadap masalah M2 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pemeriksaan kembali hasil GU1 dalam penyelesaian masalah kredibel.

### 3) Kesimpulan Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU1 dalam Melihat Kembali Hasil Penyelesaian Masalah Geometri

Dengan triangulasi teknik telah ditemukan bahwa data pemeriksaan kembali hasil penyelesaian GU1 terhadap masalah M1 adalah kredibel. Selain itu telah ditemukan pula keajekan data pemeriksaan kembali hasil penyelesaian GU1 terhadap masalah M1 dan M2. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa data pemeriksaan kembali hasil penyelesaian GU1 terhadap masalah dinyatakan kredibel.

## 2. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU2 dalam Menyelesaikan Masalah Geometri

### a. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU2 dalam Memahami Masalah Geometri

#### 1) Masalah M1

Tulisan tangan GU2 dalam memahami masalah M1 sebagai berikut.

GU2M1 a. Sebutkanlah unsur-unsur yang diketahui!

1 S Jawab:

.....  
 .....  
 .....



GU2M1 b. Sebutkanlah unsur -- unsur yang ditanyakan!

2 S

Jawab:

GU2M1 c. Apakah unsur yang diketahui sudah cukup untuk menyelesaikan masalah? Jelaskan!

3 S

Jawab:

Transkrip wawancara ketika GU2 memahami masalah M1 sebagai berikut:

- GU2M1 4 P Bagaimana Anda mengetahui bahwa unsur-unsur itu diketahui?
- GU2M1 5 S Dari soal telah dijelaskan semua Bu. Rusuk kubus  $a$  cm , titik  $P$  terletak di tengah  $\overline{AD}$  , titik  $Q$  di tengah bidang  $EFGH$ , dan titik  $R$  di tengah  $\overline{HG}$
- GU2M1 6 S Selain itu diketahui pula sudut  $\alpha$  yaitu sudut yang dibentuk oleh  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$
- GU2M1 7 S O iya Bu, saya lupa memuliskan satu unsur ini Bu. Di sini juga telah diketahui  $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$
- GU2M1 8 P Bagaimana Anda tahu kalau ini ditanyakan?...
- GU2M1 9 S Dari soal juga telah dijelaskan bahwa kita disuruh menemukan ukuran sudut  $\alpha$
- GU2M1 10 P Mengapa Anda bisa berfikir bahwa unsur yang diketahui sudah cukup untuk menjawab unsur yang ditanyakan?..
- GU2M1 11 S Ya Bu. Karena unsur yang diketahui dapat menemukan unsur yang ditanyakan.
- GU2M1 12 S Unsur titik  $P$  dan titik  $Q$  misalnya Bu, bisa menemukan garis  $\overline{PQ}$  dan kemudian menentukan sudut yang dibentuk dengan  $\overline{RC}$  .
- GU2M1 13 P Ada yang lain?...
- GU2M1 14 S O ya Bu, ini juga, dari unsur rusuk kubus yang diketahui, nantinya saya menemukan ukuran sudut  $\alpha$  .
- GU2M1 15 P Mengapa alasan tersebut tidak ditulis?
- GU2M1 16 S Iya Bu, maaf.

Catatan Lapangan GU2 dalam memahami masalah M1 sebagai berikut.

- GU2 tampak tidak menemui kesulitan ketika menjawab poin (a) dan (b).
- Ketika menjawab poin (c) GU2 terlihat agak sedikit ragu. Hal ini terlihat ketika dia menuliskan jawaban dengan perlahan-lahan dan sesekali berhenti sambil berfikir. tetapi akhirnya melanjutkan tulisannya.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GU2 dapat menuliskan semua data yang termuat pada masalah

M1. GU2 dapat menuliskan unsur-unsur yang diketahui antara lain: rusuk kubus  $a$  cm, titik  $P$ ,  $Q$ , dan  $R$  berturut-turut berada di pertengahan  $\overline{AD}$ , bidang  $EFGH$ , dan sisi  $\overline{HG}$ ,  $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$  (GU2M1 1 S, GU2M1 6 S dan GU2M1 7 S). GU2 juga sudah dapat menuliskan unsur-unsur yang ditanyakan yaitu ukuran sudut  $\alpha$  yang terbentuk dari  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  (GU2M1 2 S dan GU2M1 9 S). Selain itu, GU2 sudah dapat menuliskan dan mengungkapkan alasan bahwa unsur-unsur yang diketahui merupakan syarat cukup untuk menyelesaikan soal tersebut. Alasan GU2 adalah bahwa melalui titik  $P$  dan titik  $Q$  bisa menemukan garis  $\overline{PQ}$  dan kemudian menentukan sudut yang dibentuk yang dibentuk garis  $\overline{PQ}$  tersebut dengan  $\overline{RC}$ . Alasan lain yang terungkap adalah bahwa melalui ukuran rusuk kubus yang diketahui, dapat ditemukan ukuran sudut (GU2M1 3 S, GU2M1 11 S, GU2M1 12 S, dan GU2M1 14 S). Data tentang pemahaman GU2 terhadap masalah M1 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pemahaman GU2 dalam memahami masalah dinyatakan kredibel.

## 2) Masalah M2

Tulisan tangan GU2 dalam memahami masalah M2 sebagai berikut.

GU2M2 a. Sebutkanlah unsur – unsur yang diketahui!

1 S

Jawab:

rusuk kubus  
titik p dan q  
titik r

GU2M2 b. Sebutkanlah unsur – unsur yang ditanyakan!

2 S

Jawab:

ukuran sudut

GU2M2 c. Apakah unsur yang diketahui sudah cukup untuk menyelesaikan masalah? Jelaskan!

3 S

Jawab:

Ya, karena unsur yang sudah diketahui dapat  
mendapatkan unsur-unsur yang sudah diketahui dan belum  
diketahui

Transkrip wawancara ketika GU2 memahami masalah M2 sebagai berikut:

- GU2M2 4 P *Bagaimana Anda tahu kalau unsur - unsur ini diketahui?*  
 GU2M2 5 S *Dari soal Bu. Dijelaskan bahwa pada kubus ABCD.EFGH terdapat dua titik P dan Q yang berturut-turut terletak di tengah garis  $\overline{FG}$  dan  $\overline{EH}$ , serta sudut  $\alpha$  yaitu sudut yang dibentuk oleh bidang ABGH dan APBQ.*  
 GU2M2 6 P *Bagaimana Anda tahu kalau ini ditanyakan?...*  
 GU2M2 7 S *Iya Bu, yang ditanyakan adalah nilai  $\tan \alpha$  nya.*  
 GU2M2 8 P *Mengapa Anda bisa berfikir bahwa unsur yang diketahui sudah cukup untuk menjawab unsur yang ditanyakan?..*  
 GU2M2 9 S *Karena dari unsur yang diketahui yaitu kedudukan titik P dan Q saya dapat menentukan sudutnya, dan dari ukuran rusuk kubus, saya bisa tentukan nilai  $\tan \alpha$  Bu.*

Catatan Lapangan GU2 dalam memahami masalah M2 sebagai berikut.

- Sebelum GU2 menuliskan jawaban pada poin (a) dan (b), dia membaca soal satu kali sekaligus dan membacanya kembali sedikit demi sedikit sambil menuliskan jawabannya.
- Ketika menjawab poin (c), GU2 tidak langsung menuliskan jawabannya. Dia menuliskan jawaban dengan perlahan-lahan dan sesekali berhenti sambil berfikir, tetapi akhirnya melanjutkan tulisannya.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GU2 dapat menuliskan data-data yang termuat pada masalah M2. GU2 dapat menuliskan unsur-unsur yang diketahui antara lain: *titik P berada di tengah garis  $\overline{FG}$ , titik Q berada di tengah garis  $\overline{EH}$ , rusuk kubus  $a$  cm, dan sudut  $\alpha$  terbentuk oleh bidang ABGH dan APBQ* (GU2M2 1 S dan GU2M2 5 S). GU2 juga sudah dapat menuliskan unsur-unsur yang ditanyakan yaitu *nilai  $\tan \alpha$  yang* (GU2M2 2 S dan GU2M2 7 S). Selain itu, GU2 sudah dapat menuliskan dan mengungkapkan alasan bahwa unsur-unsur yang diketahui merupakan syarat cukup untuk unsur yang ditanyakan. Alasan GU2 adalah *karena dari unsur yang diketahui yaitu kedudukan titik P dan Q dapat ditentukan sudutnya dan dari ukuran rusuk kubus,*

dapat ditentukan nilai  $\tan \alpha$  (GU2M2 3 S dan GU2M 9 S). Data tentang pemahaman GU2 terhadap masalah M2 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pemahaman GU2 dalam memahami masalah dinyatakan kredibel.

### 3) Kesimpulan Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU2 dalam Memahami Masalah

Dengan triangulasi teknik telah ditemukan bahwa data pemahaman GU2 terhadap masalah M1 adalah kredibel. Selain itu telah ditemukan pula keajekan data pemahaman GU2 terhadap masalah M1 dan M2. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa data pemahaman GU2 terhadap masalah dinyatakan kredibel.

### b. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU2 dalam Menyusun Rencana Penyelesaian Masalah Geometri

#### 1) Masalah M1

Tulisan tangan GU2 dalam menyusun rencana penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

GU2M1 d. Bagaimana cara menentukan sudut  $\alpha$ ? Jelaskan!

17 S

Jawab:

.....

GU2M1 e. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$ ?

18 S

Jawab:

.....

GU2M1 f. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan panjang  $\overline{RC}$ ?

19 S

Jawab:

.....

GU2MI g. Bagaimana Anda menentukan panjang  $DC$ ?

20 S

Jawab:

Dengan menggunakan aturan cosinus

GU2MI h. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan  $\cos \alpha$ ?

21 S

Jawab:

Dengan menggunakan aturan cosinus

GU2MI i. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan besar sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$ ?

22 S

Jawab:

Dengan Perbandingan sudut trigonometri

Transkrip wawancara ketika GU2 menyusun rencana penyelesaian masalah

M1 sebagai berikut:

GU2MI 23 P Mengapa Anda membutuhkan gambar untuk menentukan sudut  $\alpha$  ?...

GU2MI 24 S Karena masalah geometri akan lebih mudah dilihat dengan gambar Bu.

GU2MI 25 P Apakah benar untuk menentukan sudut  $\alpha$  Anda dapat menggunakan aturan cosinus?...

GU2MI 26 S Maaf Bu, mungkin ketika itu saya berfikir bagaimana menentukan ukuran sudutnya. Jika yang dimaksud soal adalah cara saya menentukan sudut diantara dua garis jadi jawaban saya kurang tepat Bu.

GU2MI 27 S Untuk menentukan sudut  $\alpha$  yang dibentuk garis  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  yang bersilangan adalah dengan cara mencari garis yang sejajar  $\overline{PQ}$  dan berpotongan dengan  $\overline{RC}$ .

GU2MI 28 P Lalu mengapa Anda memilih Teorema Pythagoras untuk menentukan panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$ ,  $\overline{RC}$ , dan  $\overline{DC}$  ?...

GU2MI 29 S Karena segitiganya siku-siku. Saya juga memisalkan rusuk kubus dengan angka Bu untuk mempermudah perhitungan.

GU2MI 30 P Mengapa Anda memilih aturan cos untuk menentukan  $\cos \alpha$  ?

GU2MI 31 S Karena segitiga yang akan saya gunakan untuk mencari nilai sudut  $\alpha$  diketahui 3 panjang sisinya

GU2MI 32 P Lalu, setelah ketemu nilai  $\cos \alpha$ , bagaimana Anda bisa menentukan ukuran sudut  $\alpha$  nya?..

GU2MI 33 S Dengan menggunakan perbandingan trigonometri

GU2MI 34 P Bisa Anda jelaskan?...

GU2MI 35 S Dari nilai  $\cos \alpha$  bisa ditentukan dengan perbandingan trigonometri (persamaan trigonometri) dan ternyata juga dibutuhkan relasi sudutnya Bu

GU2MI 36 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...

GU2MI 37 S Tidak Bu.

Catatan Lapangan GU2 dalam menyusun rencana penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

- GU2 menggambar kubus ABCD.EFGH titik P, dan titik R pada lembar coretan lain sebelum menjawab poin (d) sampai poin (i).
- Dalam menjawab poin per poin, kembali GU2 melihat gambar berulang-ulang dan membolak-balikkan lembar coretannya kemudian baru menuliskan jawaban pada lembar masalah M1.
- Ada perbedaan jawaban GU2 pada poin (d) di lembar masalah M1 dan ketika wawancara berlangsung. GU2 menjelaskan bahwa dia salah dalam memahami soal sehingga salah dalam menjawab. Akan tetapi, GU2 telah mengklarifikasi dan menjawab dengan benar pada saat wawancara.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GU2 dapat menuliskan semua data yang termuat pada masalah M1. Hanya saja ada beberapa langkah yang berbeda yaitu langkah coba-coba dalam menentukan panjang garis  $\overline{DC}$ . GU2 berpendapat bahwa dia akan kesulitan jika menggunakan  $a$  cm untuk panjang rusuk kubus pada perhitungan. Sehingga dia mencoba beberapa bilangan dan ternyata hasilnya sama. Setelah itu, GU2 memutuskan untuk memilih bilangan 2 cm sebagai rusuk kubus karena bilangan itu adalah bilangan termudah. Strategi itu disebut sebagai strategi *trial and error*.

Dalam langkah penyusunan rencana ini, GU2 dapat menuliskan langkah-langkah menentukan ukuran sudut  $\alpha$ . Langkah-langkah tersebut antara lain: *menentukan sudut  $\alpha$  yang dibentuk garis  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  yang bersilangan adalah dengan cara mencari garis yang sejajar  $\overline{PQ}$  dan berpotongan dengan  $\overline{RC}$  (GU2M1 27 S), menentukan panjang garis  $\overline{DR}$  dan  $\overline{RC}$  dengan menggunakan*

teorema pythagoras karena garis  $\overline{DR}$  dan  $\overline{RC}$  merupakan salah satu sisi segitiga siku-siku dan memisalkan panjangnya rusuk sebagai 2 cm (GU2M1 18 S, GU2M1 19 S, dan GU2M1 29 S), menentukan  $\cos \alpha$  dengan menggunakan aturan cosinus karena unsur yang diketahui adalah ketiga panjang sisi segitiga yang dipilih (GU2M1 21 S dan GU2M1 31 S), dan menentukan ukuran sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$  dengan menggunakan persamaan trigonometri dan relasi sudut (GU2M1 22 S, GU2M1 35 S dan GU2M1 37 S). Data tentang penyusunan rencana GU2 terhadap penyelesaian masalah M1 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang penyusunan rencana GU2 terhadap penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.

## 2) Masalah M2

Tulisan tangan GU2 dalam menyusun rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

GU2M2 d. Bagaimana cara menentukan sudut  $\alpha$ ? Jelaskan!

10 S

Jawab:

Menentukan sudut  $\alpha$  dengan menggunakan aturan cosinus karena diketahui ketiga panjang sisi segitiga yang dipilih (GU2M1 21 S dan GU2M1 31 S), dan menentukan ukuran sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$  dengan menggunakan persamaan trigonometri dan relasi sudut (GU2M1 22 S, GU2M1 35 S dan GU2M1 37 S).

GU2M2 e. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan panjang  $\overline{BP}$ ?

11 S

Jawab:

Langkah dan strategi yang dipilih untuk menentukan panjang  $\overline{BP}$  adalah dengan menggunakan aturan cosinus karena diketahui ketiga panjang sisi segitiga yang dipilih (GU2M1 21 S dan GU2M1 31 S), dan menentukan ukuran sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$  dengan menggunakan persamaan trigonometri dan relasi sudut (GU2M1 22 S, GU2M1 35 S dan GU2M1 37 S).

GU2M2 f. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan panjang  $\overline{BG}$ ?

12 S

Jawab:

Langkah dan strategi yang dipilih untuk menentukan panjang  $\overline{BG}$  adalah dengan menggunakan aturan cosinus karena diketahui ketiga panjang sisi segitiga yang dipilih (GU2M1 21 S dan GU2M1 31 S), dan menentukan ukuran sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$  dengan menggunakan persamaan trigonometri dan relasi sudut (GU2M1 22 S, GU2M1 35 S dan GU2M1 37 S).

GU2M2 g. Bagaimana Anda menentukan panjang  $\overline{PG}$ ?

13 S

Jawab:

Panjang  $\overline{PG}$  merupakan sisi miring pada segitiga siku-siku.

GU2M2 14 h. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan  $\cos \alpha$ ?

14 **Jawab:**

aturan cosinus

GU2M2 15 S i. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan ukuran sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$ ?

**Jawab:**

aturan cosinus

Transkrip wawancara ketika GU2 menyusun rencana penyelesaian masalah

M2 sebagai berikut:

GU2M2 16 P Mengapa Anda butuh gambar untuk menentukan sudut  $\alpha$ ?...

GU2M2 17 S Karena masalah geometri akan lebih mudah dilihat dengan gambar Bu.

GU2M2 18 P Bagaimana Anda menentukan sudut  $\alpha$  jika sudut tersebut dibentuk oleh 2 bidang?...

GU2M2 19 S Saya gambar bidang nya dulu Bu. Lalu saya tentukan sudut  $\alpha$  karena sudah terlihat jelas di gambar ini Bu (menunjuk pada gambar)

GU2M2 20 P Lalu mengapa Anda memilih Teorema Pythagoras untuk menentukan panjang  $\overline{BP}$ ?...

GU2M2 21 S Karena segitiga BFP adalah segitiga siku-siku. (menunjuk pada gambar segitiga BFP)

GU2M2 22 P Lalu mengapa Anda memilih Teorema Pythagoras untuk menentukan panjang  $\overline{BG}$ ?...

GU2M2 23 S Karena segitiga BCG adalah segitiga siku-siku di C (menunjuk pada gambar segitiga BCG)

GU2M2 24 P Apakah benar panjang  $\overline{PG}$  adalah setengah sisi kubus?...

GU2M2 25 S Iya Bu. Panjang  $\overline{PG}$  adalah setengah dari panjang  $\overline{FG}$  karena titik P adalah titik tengah  $\overline{FG}$  dan itu diketahui.

GU2M2 26 P Mengapa Anda memilih aturan cos untuk menentukan  $\cos \alpha$ ?

GU2M2 27 S Karena segitiga yang akan saya gunakan untuk mencari nilai sudut  $\alpha$  diketahui 3 panjang sisinya

GU2M2 28 P Lalu, setelah ketemu nilai  $\cos \alpha$ , bagaimana Anda bisa menentukan ukuran sudut  $\alpha$  nya?..

GU2M2 29 S Dengan menggunakan perbandingan trigonometri Bu.

GU2M2 30 P Bisa Anda jelaskan?...

GU2M2 31 S Perbandingan trigonometri, yaitu  $\sin \alpha = \frac{y}{r}$ ,  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$  dan

$$\tan \alpha = \frac{y}{x} \text{ dengan } x^2 + y^2 = r^2.$$

GU2M2 32 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...

GU2M2 33 S Tidak Bu.



Catatan Lapangan GU2 dalam menyusun rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

- GU2 menggambar kubus ABCD.EFGH bidang ABGH dan ABPQ di kertas coretan lain. Setelah itu memberi tanda pada sudut yang dibentuk oleh dua bidang tersebut.
- GU2 menjawab poin (d) sampai poin (i) dengan melihat gambar yang telah dia buat sebelumnya. GU2 tampak melihat gambar berulang-ulang dan membolak-balikkan lembar coretannya setiap akan menuliskan jawaban,

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GU2 dapat menuliskan semua data yang termuat pada masalah M2. GU2 dapat menuliskan langkah-langkah menemukan nilai  $\tan \alpha$ . Langkah-langkah tersebut antara lain: *menentukan sudut  $\alpha$  yang dibentuk bidang ABGH dan ABPQ menggambar terlebih dahulu pada kubus ABCD.EFGH sehingga sudut sudah tampak jelas pada gambarnya dan sudut tersebut adalah  $\angle PBG$  (GU2M2 10 S dan GU2M2 19 S), menentukan panjang garis  $\overline{BP}$  dan  $\overline{BG}$  dengan menggunakan teorema pythagoras karena garis  $\overline{BP}$  dan  $\overline{BG}$  merupakan salah satu sisi segitiga siku-siku (GU2M2 11 S, GU2M2 12 S, GU2M2 21 S dan GU2M2 23 S), menentukan  $\cos \alpha$  dengan menggunakan aturan cosinus karena unsur yang diketahui adalah ketiga panjang sisi segitiga yang dipilih (GU2M2 14 S dan GU2M2 27 S), dan nilai  $\tan \alpha$  dengan menggunakan perbandingan trigonometri, yaitu  $\sin \alpha = \frac{y}{r}$   $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ , dan  $\tan \alpha = \frac{y}{x}$  dengan  $x^2 + y^2 = r^2$  (GU2M2 15 S dan GU2M2 31 S). Data tentang penyusunan rencana GU2 terhadap penyelesaian masalah M2 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan*

lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang penyusunan rencana GU2 terhadap penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.

### 3) Kesimpulan Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU2 dalam Menyusun Rencana Penyelesaian Masalah

Dengan triangulasi teknik telah ditemukan bahwa data penyusunan rencana penyelesaian GU2 terhadap masalah M1 adalah kredibel. Selain itu telah ditemukan pula keajekan data penyusunan rencana penyelesaian GU2 terhadap masalah M1 dan M2. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa data penyusunan rencana penyelesaian GU2 terhadap masalah dinyatakan kredibel.

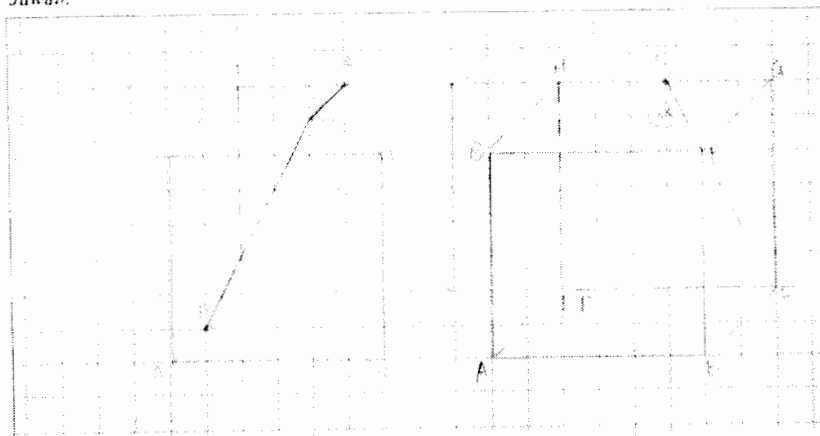
#### c. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU2 dalam Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah Geometri

##### 1) Masalah M1

Tulisan tangan GU2 dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

- GU2M1*    j. Gambarkan:
- 38 S
- kubus ABCD.EFGH!
  - kedudukan titik P, Q, dan R!
  - kedudukan garis  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$
  - Jika  $\alpha$  adalah sudut yang dibentuk oleh  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$ , tentukan dan gambarkan sudut  $\alpha$ !

*Jawab:*



GU2MI k. Hitunglah panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$  dan beri alasan setiap langkahnya!

39

Jawab:

$3^2 + 4^2 = 5^2$   
 $1 + 1 = 2$   
 $5 = 2.5$

GU2MI l. Hitunglah panjang  $\overline{RC}$  dan beri alasan setiap langkahnya!

40 S

Jawab:

$3^2 + 4^2 = 5^2$   
 $1 + 1 = 2$   
 $5 = 2.5$

GU2MI m. Tentukan panjang  $\overline{DC}$  dan beri alasan!

41 S

Jawab:

$3^2 + 4^2 = 5^2$   
 $1 + 1 = 2$   
 $5 = 2.5$

GU2MI n. Hitunglah nilai  $\cos \alpha$  dan beri alasan setiap langkahnya!

42 S

Jawab:

$\cos \alpha = \frac{3}{5}$   
 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$   
 $\cos \alpha = \frac{3}{5}$

GU2MI o. Tentukanlah sudut  $\alpha$  yang memenuhi nilai  $\cos \alpha$  tersebut jika diketahui

43 S

( $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$ ). Jelaskanlah relasi sudutnya!

Jawab:

$\alpha = 37^\circ$

Transkrip wawancara ketika GU2 melaksanakan rencana penyelesaian masalah M1 sebagai berikut:

GU2MI 44 P Bagaimana Anda menggambar kubus  $ABCD.EFGH$ , kedudukan titik  $P$ ,  $Q$ , dan  $R$  kedudukan garis  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  ?...

GU2MI 45 S Seperti ini Bu. (dengan menunjukkan hasil gambarannya dan menjelaskan kedudukan masing-masing titik ).

GU2MI 46 P Bagaimana Anda menggambar sudut  $\alpha$  ?...

GU2MI 47 S Seperti yang sudah saya jelaskan sebelumnya Bu. (menunjuk gambar).

GU2MI 48 S Saya gambar garis  $\overline{PQ}$  dulu, kemudian saya cari garis yang sejajar dengan garis tersebut dan berpotongan dengan garis  $\overline{RC}$ .

GU2MI 49 P Bagaimana Anda menghitung panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$  dengan Pythagoras?...

GU2MI 50 S Karena  $\overline{PQ} = \overline{DR}$  maka saya menggunakan segitiga  $DRR'$  dengan  $R'$  adalah titik tengah  $\overline{DC}$ .

- GU2MI 51 S Karena  $\overline{DR'} = 1 \text{ cm}$  dan  $RR' = 2 \text{ cm}$  maka saya peroleh  $\overline{PQ} = \overline{DR} = \sqrt{5} \text{ cm}$
- GU2MI 52 P Bagaimana Anda menghitung panjang  $\overline{RC}$  dengan Teorema Pythagoras?...
- GU2MI 53 S Pandang segitiga  $RGC$ . Dengan  $\overline{RG} = 1 \text{ cm}$  dan  $\overline{GC} = 2 \text{ cm}$  maka diperoleh  $\overline{RC} = \sqrt{5} \text{ cm}$
- GU2MI 54 P Bagaimana dengan panjang  $\overline{DC}$ ?...
- GU2MI 55 S Karena  $\overline{DC}$  adalah rusuk kubus dengan panjang  $a \text{ cm}$ , maka saya memisalkan  $\overline{DC} = 2 \text{ cm}$ , untuk mempermudah dalam perhitungan.
- GU2MI 56 P Dapatkah Anda menuliskan rumus **Aturan Cosinus** yang Anda gunakan untuk menentukan nilai  $\cos \alpha$ ?....
- GU2MI 57 S Karena saya memilih segitiga  $DRC$  dan sudut  $\alpha$  adalah  $\angle DRC$  dan  $\overline{DR} = \sqrt{5} \text{ cm}$ ,  $\overline{RC} = \sqrt{5} \text{ cm}$ ,  $\overline{CD} = 2 \text{ cm}$ , maka rumus **Aturan Cosinus** nya adalah  $2^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 - 2(\sqrt{5})(\sqrt{5})\cos \alpha$
- GU2MI 58 P Bagaimana Anda menghitung nya?...
- GU2MI 59 S Sesuai yang sudah saya tuliskan Bu. Saya lanjutkan perhitungan di atas dan saya peroleh nilai  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ .
- GU2MI 60 P Bagaimana menentukan sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$  yang sudah ditemukan?...
- GU2MI 61 S Dengan menggunakan  $\arccos \frac{3}{5}$  Bu.
- GU2MI 62 P Bisa Anda jelaskan?...
- GU2MI 63 S Ya Bu.  $\arccos \frac{3}{5}$  artinya saya mencari sudut  $\alpha$  yang memiliki nilai  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ . Dan dari unsur yang diketahui yaitu  $\sin 37^\circ = 0,6$  saya simpulkan bahwa  $\arccos \frac{3}{5} = 53^\circ$ .
- GU2MI 64 P Bagaimana bisa?...
- GU2MI 65 S Dengan relasi ini Bu Artinya  $\cos(90 - \alpha)^\circ = \sin \alpha^\circ$

Catatan Lapangan GU2 dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

- Dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah, GU2 terlihat tidak menemui kesulitan karena dia melaksanakan langkah-langkah pada rencana sebelumnya.

- GU2 tampak memeriksa kembali hasil pekerjaannya setelah dia menyelesaikan poin (j) sampai (o).

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GU2 dapat menuliskan secara lengkap dan tepat data yang termuat pada masalah M1 dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah. GU2 dapat mengerjakan setiap langkah yang sebelumnya telah ditentukan pada langkah penyusunan rencana dalam menentukan ukuran sudut  $\alpha$ . Dari pelaksanaan rencana tersebut, GU2 dapat menentukan antara lain:  $\text{panjang } \overline{PQ} = \overline{DR} = \sqrt{5} \text{ cm}$  (GU2M1 39 S dan GU2M1 51 S),  $\text{panjang } \overline{RC} = \sqrt{5} \text{ cm}$  (GU2M1 40 S dan GU2M1 53 S),  $\text{panjang } \overline{DC} = 2 \text{ cm}$  (GU2M1 41 S),  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$  (GU2M1 42 S, GU2M157 S, dan GU2M159 S), dan  $\alpha = 53^\circ$  (GU2M1 43 S, GU2M1 63 S dan GU2M1 65 S). Data tentang pelaksanaan rencana penyelesaian GU2 terhadap masalah M1 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pelaksanaan rencana GU2 dalam penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.

## 2) Masalah M2

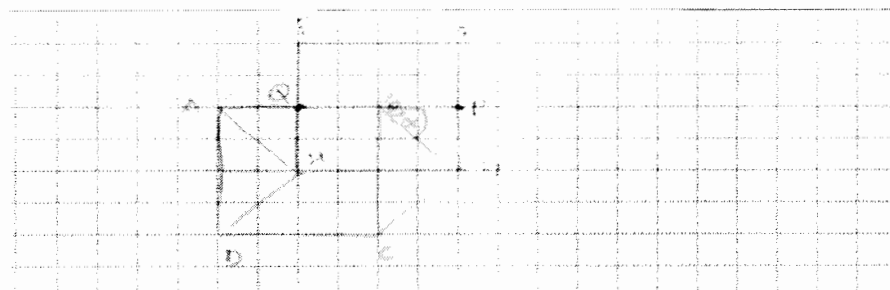
Tulisan tangan GU2 dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

GU2M2  
34 S

Gambarlah:

- kubus ABCD.EFGH!
- kedudukan titik P dan Q!
- Jika  $\alpha$  adalah sudut yang dibentuk oleh ABGH dan ABPQ, tentukan dan gambarlah sudut  $\alpha$ !

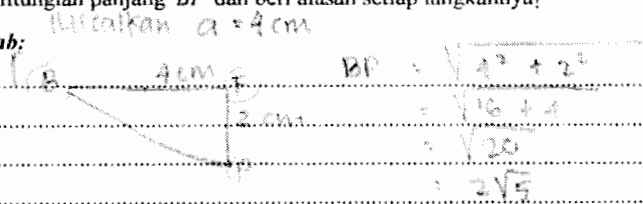
Jawab:



GU2M2 k. Hitunglah panjang  $\overline{BP}$  dan beri alasan setiap langkahnya!

34 S

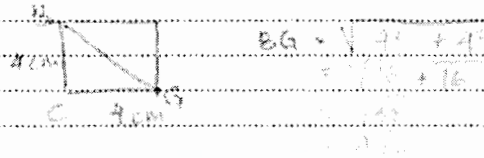
Jawab:



GU2M2 l. Hitunglah panjang  $\overline{BG}$  dan beri alasan setiap langkahnya!

35 S

Jawab:



GU2M2 m. Tentukan panjang  $\overline{PG}$  dan beri alasan!

36 S

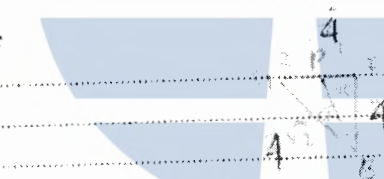
Jawab:

Pikirkan: PG merupakan 2 kali panjang sisi EP  
 $2 \times 2 = 4$   
 $= 4$

GU2M2 n. Hitunglah nilai  $\cos \alpha$  dan beri alasan setiap langkahnya!

37 S

Jawab:



$$\cos \alpha = \frac{(2\sqrt{5})^2 + (4\sqrt{2})^2 - 2^2}{2(2\sqrt{5})(4\sqrt{2})}$$

$$= \frac{20 + 32 - 4}{16\sqrt{10}}$$

$$= \frac{48}{16\sqrt{10}}$$

$$= \frac{3}{\sqrt{10}}$$

GU2M2 o. Jika  $\cos \alpha = \frac{4}{r}$ , tentukanlah nilai  $y$  dengan menggunakan persamaan  $x^2 + y^2 = r^2$ !

38 S

Jawab:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$10 + y^2 = 13$$

$$y^2 = 13 - 10$$

$$y^2 = 3$$

$$y = \sqrt{3}$$

GU2M2 p. Tentukan nilai  $\tan \alpha = \frac{y}{x}$ !  
39 S

Jawab:

$$\begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{y}{x} \\ &= \frac{1}{3} // \end{aligned}$$

Transkrip wawancara ketika GU2 melaksanakan rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut:

- GU2M2 40 P Bagaimana Anda menggambar kubus ABCD.EFGH, kedudukan titik P, Q, bidang ABGH dan ABPQ?...
- GU2M2 41 S Seperti ini Bu. (dengan menunjukkan hasil gambarannya dan menjelaskan kedudukan masing-masing titik dan bidang).
- GU2M2 42 P Bagaimana Anda menggambar sudut  $\alpha$ ?...
- GU2M2 43 S Sudut  $\alpha$  yang dibentuk oleh kedua bidang ABGH dan ABPQ adalah sudut yang diapit oleh salah satu kedua sisi bidang tersebut, yaitu  $\overline{BP}$  dan  $\overline{BG}$  ini Bu. (menunjuk gambar sudut  $\alpha$ )
- GU2M2 44 P Bagaimana Anda menghitung panjang  $\overline{BP}$  dengan Teorema Pythagoras?...
- GU2M2 45 S Saya pandang segitiga BFP, segitiga siku-siku di F sehingga berlaku  $(\overline{BP})^2 = (\overline{BF})^2 + (\overline{FP})^2$ .
- GU2M2 46 S Kemudian saya hitung seperti ini Bu. (menunjuk hasil pekerjaannya pada poin (k) dan menjelaskan langkah-langkah pengerjaannya disertai dengan alasan yang belum tertulis),  $\overline{BF} = 4$  cm dan  $\overline{FP} = 2$  cm sehingga saya temukan panjang  $\overline{BP} = 2\sqrt{5}$  cm.
- GU2M2 47 P Bagaimana Anda menghitung panjang  $\overline{BG}$ ?...
- GU2M2 48 S Dengan menggunakan  $(\overline{BG})^2 = (\overline{BC})^2 + (\overline{CG})^2$ ,  $\overline{BC} = 2$  cm,  $\overline{CG} = 2$  cm maka diperoleh panjang  $\overline{BG} = 4\sqrt{2}$  cm
- GU2M2 49 P Bagaimana dengan panjang  $\overline{PG}$ ?...
- GU2M2 50 S Karena  $\overline{PG}$  setengah rusuk maka panjang  $\overline{PG} = 2$  cm.
- GU2M2 51 P Untuk menentukan nilai  $\cos \alpha$ , Anda memilih Aturan Cosinus. Bagaimanakah rumus Aturan Cosinus tersebut?...
- GU2M2 52 S Karena saya memilih segitiga BPG dan sudut  $\alpha$  adalah  $\angle GBP$  dan  $\overline{PG} = 2$  cm,  $\overline{BG} = 4\sqrt{2}$  cm,  $\overline{BP} = 2\sqrt{5}$  cm, maka rumus Aturan Cosinus nya adalah  $\cos \alpha = \frac{(4\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{5})^2 - 2^2}{2(4\sqrt{2})(2\sqrt{5})}$
- GU2M2 53 P Bagaimana Anda menghitung nya?...
- GU2M2 54 S Sesuai yang sudah saya tuliskan Bu. Saya hitung dan saya temukan nilai  $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$ .

- GU2M2 55 P Setelah diketahui nilai  $\cos \alpha$  bagaimana Anda menentukan nilai  $\tan \alpha$  ?...
- GU2M2 56 S Saya cari dulu nilai  $y$  nya Bu, yaitu  $y = \sqrt{10}$  dan setelah itu saya temukan nilai  $\tan \alpha = \frac{y}{r} = \frac{1}{3}$
- GU2M2 57 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...
- GU2M2 58 S Tidak ada Bu.

Catatan Lapangan GU2 dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

- Dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah M2 GU2 juga terlihat tidak menemui kesulitan karena dia melaksanakan langkah-langkah sesuai yang telah dia rencanakan sebelumnya.
- Setelah GU2 menyelesaikan poin (j) sampai (p), dia tampak memeriksa kembali hasil pekerjaannya.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah, GU2 dapat menuliskan semua data yang termuat pada masalah M2. GU2 dapat mengerjakan setiap langkah yang sebelumnya telah ditentukan pada langkah penyusunan rencana dalam menentukan nilai  $\tan \alpha$ . Dari pelaksanaan rencana tersebut, GU2 dapat menentukan antara lain: panjang  $\overline{BP} = 2\sqrt{5}$  cm (GU2M2 34 S, GU2M2 45 S dan GU2M2 46 S), panjang  $\overline{BG} = 4\sqrt{2}$  cm (GU2M2 35 S dan GU2M2 48 S), panjang  $\overline{PG} = 2$  cm (GU2M2 36 S),  $\cos \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$  (GU2M2 37 S, GU2M2 52 S. dan GU2M2 54 S), dan  $\tan \alpha = \frac{1}{3}$  (GU2M2 38 S, GU2M2 39 S. dan GU2M2 56 S)..



Data tentang pelaksanaan rencana penyelesaian GU2 terhadap masalah M2 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pelaksanaan rencana GU2 dalam penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.

### 3) Kesimpulan Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU2 dalam Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah

Dengan triangulasi teknik telah ditemukan bahwa data pelaksanaan rencana penyelesaian GU2 terhadap masalah M1 adalah kredibel. Selain itu telah ditemukan pula keajekan data pelaksanaan rencana penyelesaian GU2 terhadap masalah M1 dan M2. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa data pelaksanaan rencana penyelesaian GU2 terhadap masalah dinyatakan kredibel.

### d. Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU2 dalam Memeriksa Kembali Hasil Penyelesaian Masalah Geometri

#### 1) Masalah M1

Tulisan tangan GU2 dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

GU2M1 p. Tentukanlah nilai  $\cos \alpha$ !

66 S

Jawab:

$$x = \frac{5}{13} \quad y = \frac{12}{13}$$

GU2M1 q. Jika  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ , tentukanlah nilai  $y$  dengan menggunakan persamaan  $x^2 + y^2 = r^2$ !

67 S

Jawab:

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= r^2 \\ \left(\frac{5}{13}\right)^2 + y^2 &= 13^2 \\ \frac{25}{169} + y^2 &= 169 \\ y^2 &= 169 - \frac{25}{169} \\ y^2 &= \frac{28241}{169} \\ y &= \frac{168}{13} \end{aligned}$$

GU2M1 68 S r. Tentukan nilai  $\sin \alpha = \frac{y}{r}$  dan periksalah apakah sesuai dengan nilai *perbandingan trigonometri yang diketahui!*

Jawab:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Transkrip wawancara ketika GU2 memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M1 sebagai berikut:

- GU2M1 69 P *Dari manakah Anda memperoleh nilai  $\cos \alpha$  tersebut?*
- GU2M1 70 S *Sebenarnya saya memperolehnya dengan relasi sudut seperti langkah sebelumnya Bu. Dari unsur yang diketahui bahwa  $\alpha = 53^\circ$  dan  $\sin \alpha = 0,8 = \frac{4}{5}$  sehingga  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$*
- GU2M1 71 P *Dari nilai  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$  tersebut, kemudian Anda dapat menentukan nilai  $y$  nya, dapatkah Anda jelaskan?*
- GU2M1 72 S *Saya gunakan rumus  $x^2 + y^2 = r^2$  Bu.*
- GU2M1 73 S *Dengan  $x = 3$  dan  $r = 5$  maka saya peroleh  $y = 4$*
- GU2M1 74 P *Bagaimana dengan nilai  $\sin \alpha$  nya?...*
- GU2M1 75 S *Karena  $\sin \alpha = \frac{y}{r}$ , maka  $\sin \alpha = \frac{4}{5} = 0,8$*
- GU2M1 76 P *Jadi apakah kesimpulan Anda?....*
- GU2M1 77 S *Sesuai dengan yang diketahui Bu. Jadi jawaban saya benar.*
- GU2M1 78 P *Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?*
- GU2M1 79 S *Tidak Bu.*

Catatan Lapangan GU2 dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M1 sebagai berikut.

- Dalam langkah terakhir Polya ini, GU2 dengan mudah menyelesaikan poin (p), (q), dan (r) meskipun ada jawaban yang kurang lengkap. GU2 memberi penjelasan jawaban yang kurang lengkap itu ketika wawancara berlangsung.
- Selesai mengerjakan poin (r), GU2 tampak bahagia dan tersenyum lebar.

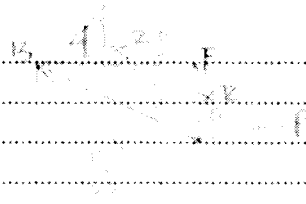
Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GU2 dapat menuliskan dan menjelaskan semua data yang termuat pada masalah M1. GU2 dapat menyimpulkan bahwa hasil dari penyelesaian masalah yang telah ditemukan dalam langkah sebelumnya adalah benar. GU2 dapat menentukan antara lain:  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$  (GU2M1 66 S dan GU2M1 70 S),  $y = 4$  (GU2M1 67 S dan GU2M1 72 S), dan  $\sin \alpha = \frac{4}{5} = 0,8$  (GU2M1 68 S dan GU2M1 75 S). Selain itu, GU2 juga dapat menyimpulkan bahwa hasil pekerjaan pada langkah sebelumnya telah benar (GU2M1 77 S).

Data tentang pemeriksaan kembali hasil penyelesaian GU2 terhadap masalah M1 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pemeriksaan kembali hasil GU2 dalam penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.

## 2) Masalah M2

Tulisan tangan GU2 dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

GU2M2 q. Pandang segitiga FBG dan tentukanlah nilai  $\tan \angle FBG!$   
59 S **Jawab:**



.....  
 .....  
 .....  
 .....

GU2M2 r. Pandang segitiga FBP dan tentukanlah nilai  $\tan \angle FBP!$   
60 S **Jawab:**

.....  
 .....  
 .....

GU2M2 61 S Tunjukkan bahwa  $\tan \alpha = \tan(\angle FBG - \angle FBP)$  dengan rumus

$$\tan(\angle FBG - \angle FBP) = \frac{\tan \angle FBG - \tan \angle FBP}{1 + (\tan \angle FBG)(\tan \angle FBP)}$$

Jawab:

$$\tan(\angle FBG - \angle FBP) = \frac{1 - \frac{1}{3}}{1 + (1)(\frac{1}{3})}$$

$$= \frac{\frac{2}{3}}{\frac{4}{3}}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$$

$$= \frac{2}{4}$$

$$= \frac{1}{2}$$

Transkrip wawancara ketika GU2 memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M2 sebagai berikut:

GU2M2 62 P Bagaimana Anda menentukan nilai  $\tan \angle FBG$  tersebut?

GU2M2 63 S Dari segitiga siku-siku FBG, saya gunakan rumus perbandingan

$$\tan \angle FBG = \frac{4}{4} = 1.$$

GU2M2 64 P Bagaimana Anda menentukan nilai  $\tan \angle FBP$  ?

GU2M2 65 S Karena segitiga FBP siku-siku di F dan panjang  $\overline{BF} = 4 \text{ cm}$  dan

$$\overline{FP} = 2 \text{ cm} \text{ sehingga } \tan \angle FBP = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

GU2M2 66 P Pada bagian akhir, Anda disuruh menunjukkan bahwa  $\tan \alpha =$

$$\tan(\angle FBG - \angle FBP) = \frac{1}{3}. \text{ Apakah Anda menemukannya?.....}$$

GU2M2 67 S Iya Bu. Seperti yang sudah saya tuliskan bahwa.

$$\tan(\angle FBG - \angle FBP) = \frac{\tan \angle FBG - \tan \angle FBP}{1 + (\tan \angle FBG)(\tan \angle FBP)} = \frac{1}{3}$$

GU2M2 68 P Jadi apakah kesimpulan Anda?....

GU2M2 69 S Jawaban saya sesuai dan sudah benar Bu...

GU2M2 70 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?

GU2M2 71 S Tidak Bu.

Catatan Lapangan GU2 dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah M2 sebagai berikut.

- GU2 tampak tidak kesulitan menyelesaikan poin (q), (r), dan (s) meskipun sebelumnya harus melihat gambar yang telah dibuatnya di kertas coretan lain.

Dari hasil tulisan tangan, transkrip wawancara, dan catatan lapangan di atas terungkap bahwa GU2 dapat menuliskan dan menjelaskan semua data yang termuat pada masalah M2. GU2 dapat menyimpulkan bahwa hasil dari penyelesaian masalah yang telah ditemukan dalam langkah sebelumnya adalah benar. GU2 dapat menentukan antara lain:  $\tan \angle FBG = 1$  (GU2M2 59 S dan GU2M2 63 S),  $\tan \angle FBP = \frac{1}{2}$  (GU2M2 60 S dan GU2M2 65 S), serta dapat menentukan bahwa  $\tan \alpha = \tan(\angle FBG - \angle FBP) = \frac{1}{3}$  (GU2M2 61 S dan GU2M2 67 S). Selain itu, GU2 juga dapat menyimpulkan bahwa hasil pekerjaan pada langkah sebelumnya telah benar (GU2M2 69 S).

Data tentang pemeriksaan kembali hasil penyelesaian GU2 terhadap masalah M2 yang diperoleh dengan tulisan tangan, wawancara, dan catatan lapangan adalah bersesuaian. Dengan demikian secara triangulasi teknik data tentang pemeriksaan kembali hasil GU2 dalam penyelesaian masalah dinyatakan kredibel.

### **3) Kesimpulan Analisis Data Kemampuan Penalaran dan Komunikasi GU2 dalam Memeriksa Kembali Hasil Penyelesaian Masalah Geometri**

Dengan triangulasi teknik telah ditemukan bahwa data pemeriksaan kembali hasil penyelesaian GU2 terhadap masalah M1 adalah kredibel. Selain itu telah ditemukan pula keajekan data pemeriksaan kembali hasil penyelesaian GU2 terhadap masalah M1 dan M2. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa data pemeriksaan kembali hasil penyelesaian GU2 terhadap masalah dinyatakan kredibel.

## C. Pembahasan Hasil Penelitian tentang Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa *Gifted Learner* dalam Menyelesaikan Masalah Geometri

### 1. Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa *Gifted Learner* dalam Memahami Masalah

Dalam kemampuan penalarannya, siswa *gifted learner* telah mampu memahami masalah dengan mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah tersebut. Sedangkan dalam kemampuan komunikasinya, mereka telah mampu menyajikan masalah tersebut dengan baik dan lengkap. Dari masalah yang diberikan, mereka mengemukakan bahwa: (1) data yang diketahui adalah: rusuk kubus  $a$  cm, titik  $P$ ,  $Q$ , dan  $R$  berturut-turut berada di pertengahan  $\overline{AD}$ , bidang  $EFGH$  dan sisi  $\overline{HG}$ , sudut  $\alpha$  terbentuk oleh  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$ ,  $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$ , dan (2) yang ditanyakan adalah: ukuran sudut  $\alpha$  yang terbentuk dari  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$ . Hal ini juga sesuai dengan tujuan pada fase informasi pembelajaran Van Hiele yaitu untuk menggali pengetahuan awal dan mempelajari petunjuk yang muncul agar dapat menentukan langkah selanjutnya yang akan diambil.

Siswa *gifted learner* mampu menjelaskan bahwa unsur-unsur yang diketahui dapat ditentukan dengan melihat kalimat pernyataan pada masalah yang diberikan, sedangkan unsur-unsur yang ditanyakan dapat ditentukan dengan melihat kalimat tanya yang ada pada masalah. Selain itu, siswa *gifted learner* juga telah mampu

mengemukakan bahwa unsur yang diketahui telah cukup untuk menyelesaikan masalah yang disajikan. Mereka mengungkapkan bahwa unsur-unsur yang diketahui seperti kedudukan titik–titik, panjang rusuk, dan nilai trigonometri merupakan modal untuk bisa menjawab pertanyaan soal tersebut. Mereka mengungkapkan alasan tersebut setelah menggambar kubus ABCD.EFGH dan menggambarkan unsur-unsur yang diketahui pada kertas coretan mereka.

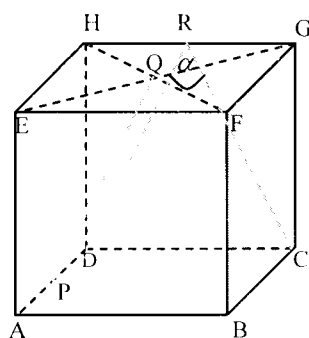
Siswa *gifted learner* sudah mampu memahami bahwa dalam suatu masalah matematika, kalimat yang merupakan pernyataan dapat dikelompokkan menjadi data yang diketahui dan kalimat yang merupakan pertanyaan dapat dikelompokkan menjadi yang ditanyakan. Sehingga mereka dapat mengidentifikasi data yang diketahui dan yang ditanyakan dari masalah yang diberikan. Mereka mampu mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah dan mampu menyajikannya baik dalam lisan maupun tulisan. Dengan demikian dapat dikatakan bahwa siswa *gifted learner* telah menguasai seluruh indikator kemampuan penalaran dan komunikasi dalam memahami masalah sesuai dengan Permendikbud RI Nomor 59 tahun 2014.

Dalam kemampuan penalarannya, mereka telah mampu memahami masalah dan mampu mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah. Sedangkan dalam kemampuan komunikasinya, mereka telah mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara lisan dan tulisan.

## 2. Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa *Gifted Learner* dalam Menyusun Rencana Penyelesaian

Siswa *gifted learner* telah mampu mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah serta mampu memilih pendekatan dan strategi yang tepat untuk memecahkan masalah (kemampuan penalaran) ketika mereka menyusun rencana penyelesaian masalah. Selain itu, mereka juga telah mampu membuat dugaan-dugaan matematis dan mampu menyajikan ide-ide matematis baik secara lisan maupun tulisan dengan baik dan lengkap (kemampuan komunikasi).

Sesuai fase pembelajaran Van Hiele yaitu fase orientasi langsung, siswa *gifted learner* diarahkan untuk menentukan langkah-langkah dan strategi yang tepat dalam menyusun rencana penyelesaian masalah. Sebagai langkah awal, mereka telah mampu menentukan letak sudut  $\alpha$  yaitu sudut yang terbentuk dari  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$ . Karena garis  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  merupakan garis yang bersilangan maka untuk menentukan letak sudut  $\alpha$  perlu ditentukan dulu garis yang sejajar  $\overline{PQ}$  dan sebidang dengan  $\overline{RC}$ , atau sebaliknya. Siswa *gifted learner* memilih garis  $\overline{DR}$ , sedemikian hingga terbentuk sudut  $\alpha$  yaitu sudut  $\angle DRC$ .



Gambar 4.1 Kubus ABCD.EFGH dan sudut  $\alpha$



Selanjutnya, mereka menentukan langkah dan strategi untuk menentukan panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$ ,  $\overline{RC}$ ,  $\overline{DC}$  yaitu dengan menggunakan teorema pythagoras. Mereka tidak menuliskan alasan di lembar masalah tetapi dari wawancara didapatkan data bahwa mereka memilih strategi itu karena panjang ruas garis yang mereka cari merupakan salah satu sisi dari segitiga siku-siku.

Siswa *gifted learner* memilih menggunakan aturan cosinus dalam menentukan nilai  $\cos \alpha$ . Mereka memilih aturan cosinus karena sudut yang dicari terletak pada suatu segitiga yang diketahui panjang ketiga sisinya. Sedangkan untuk menentukan besar sudut  $\alpha$ , mereka memilih menggunakan persamaan trigonometri sederhana serta relasi sudut, yaitu  $\cos(90 - \alpha)^{\circ} = \sin \alpha$  dan  $\sin(90 - \alpha)^{\circ} = \cos \alpha$ . Seperti pada tahapan sebelumnya, mereka tidak memberi alasan secara tertulis tapi mengungkapkannya ketika wawancara.

Siswa *gifted learner* sudah mampu mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah, serta mampu memilih pendekatan dan strategi yang tepat untuk memecahkan masalah ketika menyusun rencana penyelesaian masalah yaitu: (1) untuk mencari salah satu panjang sisi segitiga siku-siku dapat menggunakan teorema pythagoras, (2) untuk mencari besar sudut yang diapit oleh dua sisi segitiga yang diketahui ketiga panjang sisinya, siswa *gifted learner* terlebih dahulu mencari nilai cos-nya dengan menggunakan aturan cosinus, kemudian mencari besar sudutnya dengan persamaan trigonometri dan relasi sudut pada perbandingan trigonometri. Siswa *gifted learner* juga telah mampu membuat dugaan dalam bentuk suatu pernyataan dan memberikan alasan terhadap

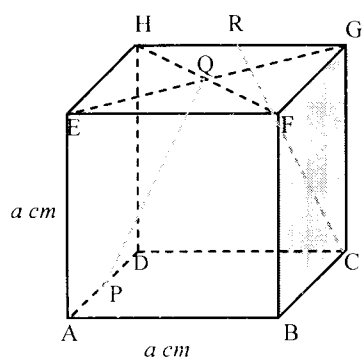
kebenaran pernyataan tersebut. Meskipun tidak semua alasan tersampaikan dalam bentuk tulisan, akan tetapi mereka telah menyajikannya dalam bentuk lisan.

Dengan demikian dapat dikatakan bahwa siswa *gifted learner* telah menguasai seluruh indikator kemampuan penalaran dan komunikasi dalam menyusun rencana penyelesaian masalah sesuai dengan Permendikbud RI Nomor 59 tahun 2014.

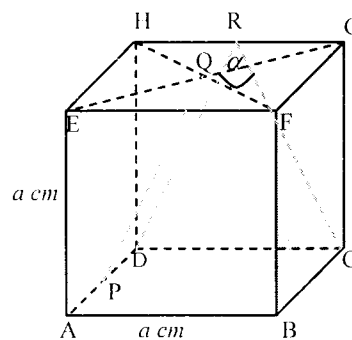
Dalam kemampuan penalarannya, mampu mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah serta mampu memilih pendekatan dan strategi yang tepat untuk memecahkan masalah. Sedangkan dalam kemampuan komunikasinya, mereka telah mampu membuat dugaan dalam bentuk suatu pernyataan dan memberikan alasan terhadap kebenaran pernyataan tersebut, serta menyajikan ide-ide matematis secara lisan dan tulisan.

### **3. Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa *Gifted Learner* dalam Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah**

Siswa *gifted learner* telah mampu menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah dan mampu menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh untuk memecahkan masalah. Untuk melaksanakan rencana penyelesaian yang telah disusun sebelumnya, mereka menggambar kubus ABCD.EFGH beserta dengan unsur-unsur yang diketahui lainnya.

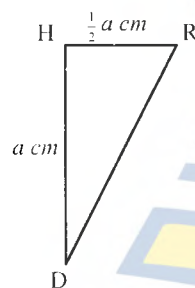


Gambar 4.2 Kubus ABCD.EFGH

Gambar 4.3 Sudut  $\alpha$ 

Selanjutnya, siswa *gifted learner* mulai menghitung panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$  dan memberikan alasan atau bukti pada setiap pernyataan yang mereka tuliskan. Hanya saja mereka tidak menuliskan alasan pada lembar masalah, mereka mengungkapkan alasan langkah-langkahnya setelah tahap wawancara.

Untuk mencari panjang  $\overline{DR}$ , salah satu siswa *gifted learner* memilih segitiga DHR sehingga diperoleh:



Gambar 4.4 Segitiga HDR

Diketahui :

$$\overline{HD} = a \text{ cm}$$

$$\overline{HR} = \frac{1}{2} \overline{HD} = \frac{1}{2} a \text{ cm}$$

Karena  $\triangle DHR$  merupakan segitiga siku-siku di  $H$  maka berlaku teorema Pythagoras,

$$\text{yaitu : } \overline{DR}^2 = \overline{HD}^2 + \overline{HR}^2$$

Sedemikian hingga

$$\overline{DR}^2 = \overline{HD}^2 + \overline{HR}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{DR}^2 = a^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 \quad (\text{dari yang diketahui})$$

$$\Leftrightarrow \overline{DR}^2 = a^2 + \frac{1}{4}a^2 \quad (\text{hasil pengkuadratan})$$

$$\Leftrightarrow \overline{DR}^2 = \frac{4a^2 + a^2}{4} \quad (\text{menyamakan penyebut})$$

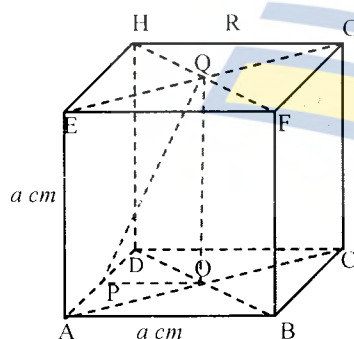
$$\Leftrightarrow \overline{DR}^2 = \frac{5a^2}{4} \quad (\text{penjumlahan bilangan rasional})$$

$$\Leftrightarrow \overline{DR} = \sqrt{\frac{5a^2}{4}} \quad (\text{penarikan akar})$$

$$\Leftrightarrow \overline{DR} = \frac{a}{2}\sqrt{5} \quad (\text{hasil akar kuadrat})$$

Jadi panjang  $\overline{DR} = \frac{a}{2}\sqrt{5} \text{ cm}$

Sedangkan siswa *gifted learner* lain memilih mencari panjang  $\overline{DR}$  dengan terlebih dahulu mencari panjang  $\overline{PQ}$  dari segitiga POQ dengan O adalah titik tengah bidang alas kubus sebagai berikut.



**Gambar 4.5** Segitiga POQ  
Pada kubus ABCD.EFGH

Diketahui:

$$\overline{QO} = a \text{ cm}$$

$$\overline{PO} = \frac{1}{2}\overline{QO} = \frac{1}{2}a \text{ cm}$$

Karena  $\triangle POQ$  merupakan segitiga siku-siku di O maka berlaku teorema Pythagoras,

$$\text{yaitu : } \overline{PQ}^2 = \overline{QO}^2 + \overline{PO}^2$$

Sedemikian hingga

$$\overline{PQ}^2 = \overline{QO}^2 + \overline{PO}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{PQ}^2 = a^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 \quad (\text{dari yang diketahui})$$

$$\Leftrightarrow \overline{PQ}^2 = a^2 + \frac{1}{4}a^2 \quad (\text{hasil pengkuadratan})$$

$$\Leftrightarrow \overline{PQ}^2 = \frac{4a^2 + a^2}{4} \quad (\text{menyamakan penyebut})$$

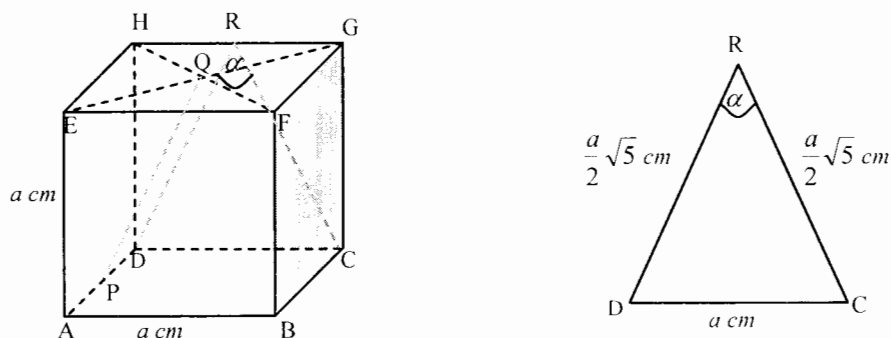
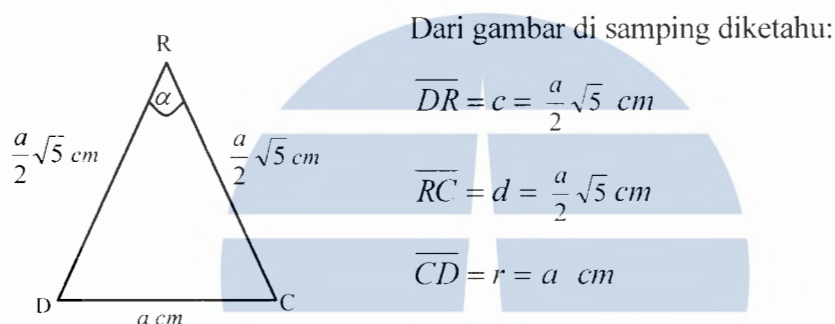
$$\Leftrightarrow \overline{PQ}^2 = \frac{5a^2}{4} \quad (\text{penjumlahan bilangan rasional})$$

$$\Leftrightarrow \overline{PQ} = \sqrt{\frac{5a^2}{4}} \quad (\text{penarikan akar})$$

$$\Leftrightarrow \overline{PQ} = \frac{a}{2}\sqrt{5} \quad (\text{hasil akar kuadrat})$$

Karena  $\overline{PQ} = \overline{DR}$  maka  $\overline{PQ} = \overline{DR} = \frac{a}{2}\sqrt{5} \text{ cm}$

Setelah panjang  $\overline{DR}$  diketahui, selanjutnya mereka menentukan panjang  $\overline{RC}$  dan  $\overline{DC}$ . Dengan yakin mereka langsung menuliskan bahwa panjang  $\overline{RC}$  sama dengan panjang  $\overline{DR}$  karena segitiga DHR kongruen dengan segitiga CGR (alasan ini muncul ketika wawancara dilakukan). Sedangkan  $\overline{DC}$  adalah rusuk kubus, sedemikian hingga  $\overline{RC} = \frac{a}{2}\sqrt{5} \text{ cm}$  dan  $\overline{DC} = a \text{ cm}$ . Dengan demikian mereka telah menemukan panjang semua sisi segitiga DRC dan selanjutnya mereka dapat menghitung nilai  $\cos \alpha$  yaitu nilai  $\cos$  sudut  $\angle DRC$  sebagai berikut.

Gambar 4.6 Sudut  $\alpha$  dalam segitiga DRC

Sedemikian hingga

$$r^2 = c^2 + d^2 - 2cd \cos \alpha \quad (\text{aturan cosinus})$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)\cos \alpha$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \frac{5a^2}{4} + \frac{5a^2}{4} - \frac{5a^2}{2}\cos \alpha \quad (\text{hasil pengkuadratan bilangan})$$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{5}{4} + \frac{5}{4} - \frac{5}{2}\cos \alpha \quad (\text{kedua ruas sama-sama dibagi } a^2)$$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{10}{4} - \frac{5}{2}\cos \alpha \quad (\text{penjumlahan bilangan pecahan})$$

$$\Leftrightarrow 1 + \left(-\frac{10}{4}\right) = \frac{10}{4} + \left(-\frac{10}{4}\right) - \frac{5}{2}\cos \alpha \quad (\text{kedua ruas sama-sama ditambah } \left(-\frac{10}{4}\right))$$

$$\Leftrightarrow -\frac{6}{4} = -\frac{5}{2}\cos \alpha \quad (\text{hasil pengurangan})$$

$$\Leftrightarrow -\frac{6}{4}\left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{5}{2}\left(-\frac{2}{5}\right)\cos\alpha \quad (\text{kedua ruas sama-sama kali } \left(-\frac{2}{5}\right))$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{5} = \cos\alpha \quad (\text{hasil perkalian})$$

Dari perhitungan di atas diperoleh nilai  $\cos\alpha = \frac{3}{5}$ . Selanjutnya, untuk menentukan besar sudut  $\alpha$ , siswa *gifted learner* menggunakan relasi sudut sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \sin(90 - \alpha)^{\circ} &= \cos\alpha \\ \cos(90 - \alpha)^{\circ} &= \sin\alpha \end{aligned}$$

Karena  $\sin 53^{\circ} = 0,8$  dan  $\sin 37^{\circ} = 0,6$  (diketahui), maka

$$\cos\alpha = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\Leftrightarrow \cos\alpha = \sin 37^{\circ} \quad (\text{diketahui } \sin 37^{\circ} = 0,6)$$

$$\Leftrightarrow \cos\alpha = \sin(90 - 53)^{\circ} \quad (\text{penjabaran } 37^{\circ} = (90 - 53)^{\circ})$$

$$\Leftrightarrow \cos\alpha = \cos 53^{\circ} \quad (\text{relasi sudut})$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 53^{\circ} \quad (\text{persamaan trigonometri})$$

Siswa *gifted learner* sudah mampu menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah, serta mampu menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh untuk memecahkan masalah yaitu: (1) mampu menentukan nilai  $\cos\alpha = \frac{3}{5}$  dengan menggunakan aturan cosinus dengan terlebih dahulu menemukan panjang ketiga sisi segitiga DRC yaitu  $\overline{DR} = c = \frac{a}{2}\sqrt{5}$ .

$\overline{RC} = d = \frac{a}{2} \sqrt{5} \text{ cm}$ , dan  $\overline{CD} = r = a \text{ cm}$ , (2) mampu menentukan nilai sudut  $\alpha = 53^\circ$  dengan menggunakan persamaan trigonometri dan relasi sudut pada perbandingan trigonometri.

Siswa *gifted learner* juga telah mampu memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan, dan mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argument, meskipun alasan-alasan yang dikemukakan siswa *gifted learner* dalam mengambil langkah pengerjaan tidak tertulis di lembar masalah tetapi mereka ungkapkan ketika wawancara berlangsung. Selain itu, siswa *gifted learner* juga telah mampu menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar. Hal ini terlihat dari hasil pengerjaan dalam lembar masalah. Siswa *gifted learner* menuliskan dan menggambarkan ide-ide matematis dengan baik dan benar.

Dengan demikian dapat dikatakan bahwa siswa *gifted learner* telah menguasai seluruh indikator kemampuan penalaran dan komunikasi dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah sesuai dengan Permendikbud RI Nomor 59 tahun 2014, yaitu (1) kemampuan penalaran, mampu menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah dan mampu menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh untuk memecahkan masalah, (2) kemampuan komunikasi, mampu memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan, dan mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argument, serta mampu menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar.



#### 4. Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa *Gifted Learner* dalam Memeriksa Kembali Hasil Penyelesaian Masalah

Pada langkah akhir Polya yaitu melihat kembali, siswa *gifted learner* telah mampu menyelesaikan masalah dengan cara menganalisis dan mengevaluasi apakah strategi yang diterapkan dan hasil yang diperoleh benar dan apakah ada strategi lain yang lebih efektif. Dalam hal ini, siswa *gifted learner* telah mampu menentukan nilai  $\cos \alpha$  menggunakan relasi sudut dan mencari unsur-unsur trigonometri lain (nilai  $\sin \alpha$ ) dengan menggunakan perbandingan trigonometri dalam segitiga siku-siku. Setelah itu, siswa *gifted learner* diminta mencocokkan dengan nilai  $\sin \alpha$  yang telah diketahui di soal.

Dalam kemampuan komunikasinya, siswa *gifted learner* telah mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar serta mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argument yang mereka tuliskan. Seperti sebelumnya dalam mengungkapkan alasan, siswa *gifted learner* tidak menuliskan pada lembar masalah, akan tetapi menjelaskannya ketika wawancara.

Dalam langkah memeriksa kembali, siswa *gifted learner* terlebih dahulu mengevaluasi nilai  $\cos \alpha$  sebagai berikut.

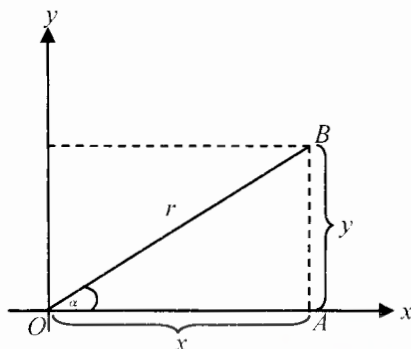
$$\cos \alpha = \cos 53^{\circ}$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \cos(90 - 37)^{\circ} \quad (\text{penjabaran } 53^{\circ} = (90 - 37)^{\circ})$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \sin 37^{\circ} \quad (\text{Relasi sudut})$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = 0,6 \quad (\text{Nilai perbandingan trigonometri})$$

Berikutnya siswa *gifted learner* melakukan analisis terhadap nilai  $\sin \alpha$  dengan perbandingan sisi pada segitiga siku-siku sebagai berikut.



**Gambar 4.7**  
Perbandingan trigonometri  
pada Diagram Cartecius

Diketahui segitiga AOB dengan siku-siku di A.

$$\overline{AB} = y, \overline{OB} = r, \text{ dan } \overline{OA} = x$$

Sudut  $\alpha$  adalah sudut yang dibentuk oleh  $\overline{OB}$  dan  $\overline{OA}$ , sedemikian hingga:

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}; \cos \alpha = \frac{x}{r}; \text{ dan } \tan \alpha = \frac{y}{x}$$

dengan  $x^2 + y^2 = r^2$

Dari uraian di atas terlihat bahwa  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ .

Jika  $\cos \alpha = 0,6 = \frac{3}{5}$ , maka  $x = 3$  dan  $r = 5$ , sehingga

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow y^2 = r^2 - x^2$$

(Mengurangi kedua rus dengan  $x^2$ )

$$\Leftrightarrow y^2 = 5^2 - 3^2$$

(Substitusi nilai  $x$  dan  $r$ )

$$\Leftrightarrow y^2 = 25 - 9$$

(Nilai kuadrat bilangan)

$$\Leftrightarrow y^2 = 16$$

(Hasil pengurangan)

$$\Leftrightarrow y = 4$$

(Akar kuadrat)

Karena  $y = 4$ , maka  $\sin \alpha = \frac{y}{r} = \frac{4}{5} = 0,8$ . (Perbandingan trigonometri)

Jadi  $\sin \alpha = \sin 53^\circ = 0,8$ . Hal ini sesuai dengan unsur yang diketahui pada lembar masalah yaitu  $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$ . Dengan demikian, siswa *gifted learner* telah menyelesaikan masalah sekaligus telah mampu menyajikan ide-

ide matematis dan mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argument yang mereka tuliskan.

Siswa *gifted learner* telah menguasai seluruh indikator kemampuan penalaran dan komunikasi dalam langkah melihat kembali sesuai dengan Permendikbud RI Nomor 59 tahun 2014, yaitu (1) kemampuan penalaran, mampu menyelesaikan masalah (menganalisis dan mengevaluasi strategi yang telah diterapkan dan hasil yang diperoleh), (2) kemampuan komunikasi, mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar, serta mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argument.

#### **D. Pembahasan Hasil Penelitian tentang Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa *Gifted Underachievement* dalam Menyelesaikan Masalah Geometri**

##### **1. Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa *Gifted Underachievement* dalam Memahami Masalah**

Dalam kemampuan penalarannya, siswa *gifted underachievement* telah mampu memahami masalah dengan mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah tersebut. Hanya saja dalam kemampuan komunikasinya, siswa *gifted underachievement* kurang mampu menyajikan masalah tersebut dengan baik dan lengkap. Mereka hanya menuliskan unsur yang diketahui beberapa saja pada lembar masalah.

Setelah peneliti melakukan wawancara, baru terungkap bahwa siswa *gifted underachievement* bukan tidak memahami masalah. Mereka mampu menyebutkan

semua unsur yang diketahui dengan benar, hanya saja bagi mereka untuk menuliskan semua unsur tersebut pada lembar masalah bukanlah suatu yang penting. “*Saya ambil intinya saja Bu, yang lain adalah unsur yang biasa diketahui pada kubus*”, terang salah satu siswa dari mereka. Dari masalah yang diberikan, ia hanya mengemukakan bahwa data yang diketahui adalah: *titik P, Q, dan R* tanpa menuliskan kedudukan ketiga titik tersebut.

Sedangkan siswa *gifted underachievement* yang lain mengemukakan bahwa data yang diketahui adalah: *panjang rusuk a cm, titik P: tengah  $\overline{AD}$ , Q: bidang EFGH, R: sisi  $\overline{HG}$ ,  $\alpha$  : sudut yang dibentuk dari  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$ .*

Sedangkan dalam menyebutkan unsur yang ditanyakan, siswa *gifted underachievement* telah mampu menuliskan dengan benar, yaitu: *ukuran sudut  $\alpha$  yang terbentuk dari  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$ .* Jika dilihat dari tujuan fase informasi pembelajaran Van Hiele yaitu untuk menggali pengetahuan awal dan mempelajari petunjuk yang muncul agar dapat menentukan langkah selanjutnya yang akan diambil, maka kemampuan siswa *gifted underachievement* tergolong telah mampu mempelajari petunjuk soal.

Siswa *gifted underachievement* sudah mampu memahami bahwa dalam suatu masalah matematika, kalimat yang merupakan pertanyaan dapat dikelompokkan menjadi data yang diketahui dan kalimat yang merupakan pertanyaan dapat dikempokkan menjadi yang ditanyakan. Sehingga mereka dapat mengidentifikasi data yang diketahui dan yang ditanyakan dari masalah yang diberikan. Selain itu, siswa *gifted underachievement* sebenarnya juga telah mampu

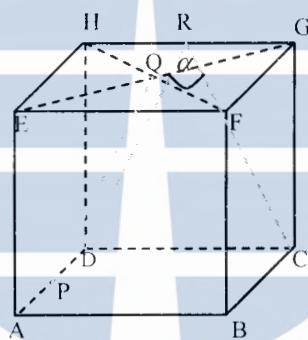
mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah, hanya saja dalam menyajikan informasi tersebut, mereka masih belum mampu melakukan dengan baik dan lengkap, baik dalam lisan maupun tulisan.

Dengan demikian dapat dikatakan bahwa penguasaan kemampuan penalaran dan komunikasinya dalam memahami masalah, siswa *gifted underachievement* masih belum mencapai seluruh indikator kemampuan penalaran dan komunikasi dalam memahami masalah sesuai dengan Permendikbud RI Nomor 59 tahun 2014. Dalam kemampuan penalarannya, mereka telah mampu memahami masalah dan mampu mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah. Akan tetapi, dalam kemampuan komunikasinya, mereka belum mampu sepenuhnya memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara lisan dan tulisan.

## **2. Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa *Gifted Underachievement* dalam Menyusun Rencana Penyelesaian Masalah**

Dalam menyusun rencana penyelesaian masalah, siswa *gifted underachievement* telah mampu mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah, tetapi kurang mampu dalam memilih pendekatan dan strategi yang tepat untuk memecahkan masalah (kemampuan penalaran). Siswa *gifted Underachievement* telah mampu menyajikan ide-ide matematis baik secara lisan maupun tulisan dengan baik, tetapi masih kurang mampu membuat dugaan-dugaan matematis dengan benar dan memberikan alasan terhadap kebenaran suatu pernyataan (kemampuan komunikasi).

Sesuai fase pembelajaran Van Hiele yaitu fase orientasi langsung, siswa *gifted underachievement* diarahkan untuk menentukan langkah-langkah dan strategi yang tepat dalam menyusun rencana penyelesaian masalah. Sebagai langkah awal, mereka telah mampu menentukan letak sudut  $\alpha$  yaitu sudut yang terbentuk dari  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$ . Karena garis  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  merupakan garis yang bersilangan maka untuk menentukan letak sudut  $\alpha$  perlu ditentukan dulu garis yang sejajar  $\overline{PQ}$  dan sebidang dengan  $\overline{RC}$ , atau sebaliknya. Siswa *gifted underachievement* memilih garis  $\overline{DR}$ , sedemikian hingga terbentuk sudut  $\alpha$  yaitu sudut  $\angle DRC$ .



Gambar 4.8 Kubus ABCD dan sudut  $\alpha$

Selanjutnya, mereka menentukan langkah dan strategi untuk menentukan panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$ ,  $\overline{RC}$ , dan  $\overline{DC}$ . Dalam lembar masalah tertulis bahwa siswa *gifted underachievement* memilih teorema pythagoras sebagai langkah menentukan panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$ . Selain itu juga, peneliti menemukan langkah *trial and error* dalam menentukan panjang  $\overline{DC}$ . Siswa *gifted underachievement* mencoba menghitung panjang garis dengan memisalkan panjang rusuk kubus dengan sebuah angka. Setelah peneliti melakukan wawancara, peneliti

memperoleh jawaban bahwa mereka kesulitan jika menghitung dengan menggunakan variabel sehingga mereka memilih sebuah angka untuk mempermudah perhitungan. Mereka berfikir bahwa karena panjang rusuk kubus kongruen, maka mereka akan lebih mudah menghitungnya dengan angka yang sama. Dan bagaimana mereka memilih angka tersebut, mereka menjawab awalnya memilih sebuah angka kemudian memilih angka yang lain dan pada akhirnya mereka menemukan sebuah angka yang bagi mereka akan mempermudah penghitungan mereka. Siswa *gifted underachievement* memilih panjang 2 cm dan 4 cm sebagai panjang rusuk kubus.

Untuk menentukan nilai  $\cos \alpha$ , siswa *gifted underachievement* memilih menggunakan aturan cosinus. Mereka memilih aturan cosinus karena sudut yang dicari terletak pada suatu segitiga yang diketahui panjang ketiga sisinya. Sedangkan untuk menentukan besar sudut  $\alpha$ , mereka menentukannya dengan memilih menggunakan persamaan trigonometri serta relasi sudut, yaitu  $\cos(90 - \alpha)^{\circ} = \sin \alpha$  dan  $\sin(90 - \alpha)^{\circ} = \cos \alpha$ . Seperti pada tahapan sebelumnya, mereka tidak memberi alasan secara tertulis tapi mengungkapkannya ketika wawancara.

Siswa *gifted underachievement* sudah mampu mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah. Mereka telah mampu mengidentifikasi masalah yaitu dengan menemukan data-data untuk mencari panjang sisi segitiga yang belum diketahui dan mencari besar sudut yang diapit oleh dua sisi segitiga. Hanya saja, dalam memilih beberapa pendekatan dan

strategi untuk memecahkan masalah yang telah teridentifikasi tersebut, mereka masih belum tepat seluruhnya. Mereka telah mampu memilih teorema pythagoras, aturan cosinus, persamaan trigonometri sederhana, dan relasi sudut. Akan tetapi dalam menggunakan strategi tersebut, siswa *gifted underachievement* masih menggunakan cara *trial and error*, yaitu ketika memisalkan sebuah angka untuk panjang rusuk kubus setelah mereka mencoba beberapa angka.

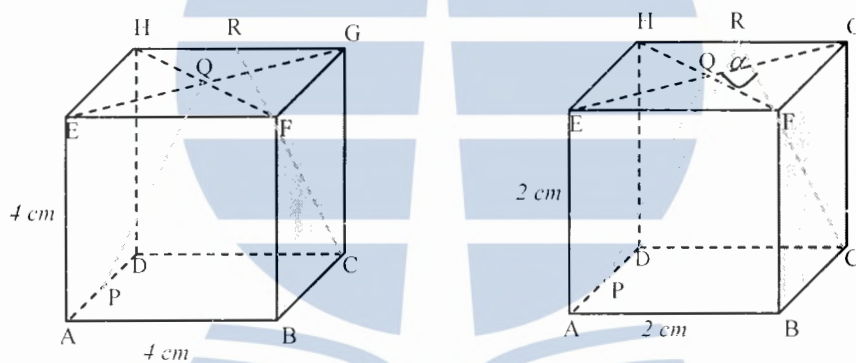
Meskipun siswa *gifted underachievement* masih kurang mampu membuat dugaan-dugaan matematis dan memberikan alasan terhadap kebenaran pernyataan tersebut dengan baik, tetapi mereka telah mampu menyajikan ide-ide matematis baik secara lisan maupun tulisan dengan baik. Hal ini terlihat pada penulisan jawaban lembar masalah yang disajikan oleh peneliti.

Dengan demikian dapat dikatakan bahwa dalam penguasaan kemampuan penalaran dan komunikasinya dalam menyusun rencana penyelesaian masalah, siswa *gifted underachievement* masih belum mencapai seluruh indikator kemampuan penalaran dan komunikasi dalam memahami masalah sesuai dengan Permendikbud RI Nomor 59 tahun 2014. Dalam kemampuan penalarannya, siswa *gifted underachievement* masih kurang mampu dalam memilih pendekatan dan strategi yang tepat untuk memecahkan masalah. Sedangkan dalam kemampuan komunikasinya mereka masih kurang mampu membuat dugaan dalam bentuk suatu pernyataan dan memberikan alasan terhadap kebenaran pernyataan tersebut.



### 3. Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa *Gifted Underachievement* dalam Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah

Siswa *gifted underachievement* telah mampu menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah dan mampu menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh untuk memecahkan masalah. Untuk melaksanakan rencana penyelesaian yang telah disusun sebelumnya, mereka menggambar kubus ABCD.EFGH beserta dengan unsur-unsur yang diketahui lainnya. Hanya saja dalam langkah ini, salah satu siswa *gifted underachievement* mengubah panjang rusuk kubus  $a$  cm menjadi 2 cm dan yang lain memilih mengubah menjadi 4 cm.

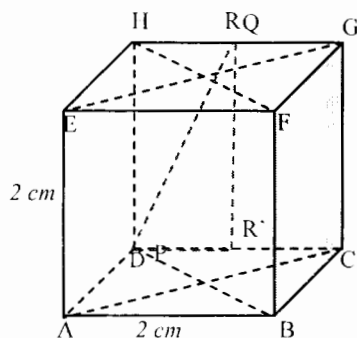


Gambar 4.9 Kubus ABCD.EFGH

Gambar 4.10 Sudut  $\alpha$

Selanjutnya, siswa *gifted underachievement* mulai menghitung panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$  dan memberikan alasan atau bukti pada setiap pernyataan yang mereka tuliskan. Hanya saja mereka tidak menuliskan alasan pada lembar masalah, mereka mengungkapkan alasan langkah-langkahnya setelah tahap wawancara.

Siswa *gifted underachievement* memilih mencari panjang  $\overline{DR}$  melalui segitiga  $DRR'$  di mana  $R'$  adalah titik tengah  $\overline{DC}$  dan merubah panjang rusuk kubus menjadi 2 cm seperti berikut.



**Gambar 4.11 Segitiga DRR'**  
Pada kubus ABCD.EFGH

Diketahui:

$$\overline{RR'} = 2 \text{ cm}$$

$$\overline{DR'} = \frac{1}{2} \overline{DC} = 1 \text{ cm}$$

Karena  $\triangle DRR'$  merupakan segitiga siku-siku di  $R'$  maka berlaku teorema Pythagoras,

$$\text{yaitu : } \overline{DR}^2 = \overline{RR'}^2 + \overline{DR'}^2$$

Sedemikian hingga

$$\overline{DR}^2 = \overline{RR'}^2 + \overline{DR'}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{DR}^2 = 2^2 + 1^2$$

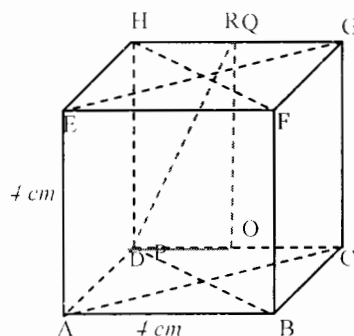
$$\Leftrightarrow \overline{DR}^2 = 4 + 1 \quad (\text{hasil pengkuadratan})$$

$$\Leftrightarrow \overline{DR}^2 = 5 \quad (\text{penjumlahan bilangan rasional})$$

$$\Leftrightarrow \overline{DR} = \sqrt{5} \quad (\text{penarikan akar})$$

$$\text{Jadi } \overline{DR} = \sqrt{5} \text{ cm}$$

Sedangkan siswa yang lain memilih mencari panjang  $\overline{PQ}$  melalui segitiga POQ di mana O adalah titik tengah  $\overline{DC}$ , titik  $P \cong$  titik  $D$  dan titik  $Q \cong$  titik  $R$ . dan memilih mengubah rusuk kubus menjadi 4 cm sebagai berikut.



**Gambar 4.12 Segitiga POQ**  
Pada kubus ABCD.EFGH

Diketahui:

$$\overline{QO} = 4 \text{ cm}$$

$$\overline{PO} = \frac{1}{2} \overline{DC} = 2 \text{ cm}$$

Karena  $\triangle POQ$  merupakan segitiga siku-siku di  $O$  maka berlaku teorema Pythagoras,

$$\text{yaitu : } \overline{PQ}^2 = \overline{QO}^2 + \overline{PO}^2$$

Sedemikian hingga

$$\overline{PQ}^2 = \overline{QO}^2 + \overline{PO}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{PQ}^2 = 4^2 + 2^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{PQ}^2 = 16 + 4 \quad (\text{hasil pengkuadratan})$$

$$\Leftrightarrow \overline{PQ}^2 = 20 \quad (\text{penjumlahan bilangan rasional})$$

$$\Leftrightarrow \overline{PQ} = 2\sqrt{5} \quad (\text{penarikan akar})$$

Jadi  $\overline{PQ} = 2\sqrt{5} \text{ cm}$

Setelah panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$  diketahui, selanjutnya mereka menentukan panjang  $\overline{RC}$  dan  $\overline{CD}$ . Dengan yakin mereka langsung menuliskan bahwa panjang  $\overline{RC}$  sama dengan panjang  $\overline{PQ}$  karena segitiga POQ kongruen dengan segitiga CGR (alasan ini muncul ketika wawancara dilakukan). Sedangkan  $\overline{CD}$  adalah rusuk kubus. Jawaban salah satu siswa *gifted underachievement* adalah  $\overline{RC} = \sqrt{5} \text{ cm}$  dan  $\overline{CD} = 2 \text{ cm}$  dan yang lain menjawab  $\overline{RC} = 2\sqrt{5} \text{ cm}$  dan  $\overline{CD} = 4 \text{ cm}$ . Dengan demikian mereka telah menemukan panjang semua sisi segitiga PQC dan selanjutnya mereka dapat menghitung nilai  $\cos \alpha$  yaitu nilai  $\cos$  sudut  $\angle PQC$ . Akan tetapi dalam pengerjaannya, mereka masih kurang mampu menyajikannya ide matematis mereka dengan baik. Mereka tidak menuliskan dan menggambarkan segitiga beserta lambang-lambanganya sebagai berikut.

Jawaban siswa yang memilih panjang rusuk 2 cm

$$\Leftrightarrow 2^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{5})^2 - 2(\sqrt{5})(\sqrt{5})\cos \alpha$$

$$\Leftrightarrow 4 = 5 + 5 - 2(5)\cos \alpha \quad (\text{hasil pengkuadratan bilangan})$$

$$\Leftrightarrow 4 = 10 - 10\cos \alpha \quad (\text{hasil penjumlahan dan perkalian bilangan})$$

$$\Leftrightarrow 10\cos \alpha = 10 - 4 \quad (\text{kedua ruas sama-sama ditambah } 10\cos \alpha)$$

$$\Leftrightarrow 10\cos \alpha = 6 \quad (\text{kedua ruas sama-sama ditambah 4})$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \quad (\text{kedua ruas sama-sama dibagi 10})$$

Jawaban siswa yang memilih panjang rusuk 4 cm

$$\Leftrightarrow 4^2 = (2\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2 - 2(2\sqrt{5})(2\sqrt{5})\cos \alpha$$

$$\Leftrightarrow 16 = 20 + 20 - 2(20)\cos \alpha \quad (\text{hasil pengkuadratan bilangan})$$

$$\Leftrightarrow 16 = 40 - 40\cos \alpha \quad (\text{hasil penjumlahan dan perkalian bilangan})$$

$$\Leftrightarrow 40\cos \alpha = 40 - 16 \quad (\text{kedua ruas sama-sama ditambah } 40\cos \alpha)$$

$$\Leftrightarrow 40\cos \alpha = 24 \quad (\text{kedua ruas sama-sama ditambah 16})$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{24}{40} = \frac{3}{5} \quad (\text{kedua ruas sama-sama dibagi 40})$$

Dari kedua perhitungan di atas diperoleh nilai  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ . Selanjutnya,

untuk menentukan besar sudut  $\alpha$ , seperti halnya siswa *gifted learner*, siswa *gifted*

*Underachievement* juga menggunakan relasi sudut sebagai berikut:

$$\sin(90 - \alpha)^\circ = \cos \alpha$$

$$\cos(90 - \alpha)^\circ = \sin \alpha$$

Karena  $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$  (diketahui), maka

$$\cos \alpha = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \sin 37^\circ \quad (\text{diketahui } \sin 37^\circ = 0,6)$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \sin(90 - 53)^\circ \quad (\text{penjabaran } 37^\circ = (90 - 53)^\circ)$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \cos 53^\circ \quad (\text{relasi sudut})$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 53^\circ \quad (\text{persamaan trigonometri})$$

Siswa *gifted underachievement* sudah mampu menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah, serta mampu menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh untuk memecahkan masalah yaitu: (1) mampu menentukan nilai  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$  dengan menggunakan aturan cosinus dengan terlebih dahulu menemukan panjang ketiga sisi segitiga, (2) mampu menentukan nilai sudut  $\alpha = 53^\circ$  dengan menggunakan persamaan trigonometri dan relasi sudut pada perbandingan trigonometri.

Kemampuan penalaran siswa *gifted underachievement* dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah ternyata tidak seiring dengan kemampuan komunikasinya. Mereka mampu memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan, serta mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argument, tetapi kurang mampu dalam menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar. Hal ini terlihat dari hasil pengerjaan dalam lembar masalah.

Dengan demikian dapat dikatakan bahwa siswa *gifted underachievement* masih belum menguasai seluruh indikator kemampuan penalaran dan komunikasi dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah sesuai dengan Permendikbud RI Nomor 59 tahun 2014, yaitu (1) kemampuan penalaran, mampu menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah dan mampu menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh untuk memecahkan masalah, (2) kemampuan komunikasi, mampu memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan, serta mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argument, tetapi kurang mampu menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar.

#### **4. Kemampuan Penalaran dan Komunikasi Siswa *Gifted Underachievement* dalam Memeriksa Kembali Hasil Penyelesaian Masalah**

Pada langkah akhir Polya yaitu melihat kembali, siswa *gifted underachievement* melakukan fase integrasi Van Hiele. Mereka telah mampu menyelesaikan masalah. Akan tetapi, cara menganalisis dan mengevaluasi strategi yang diterapkan dan hasil kurang tepat. Siswa *gifted underachievement* menentukan nilai  $\cos \alpha$  dengan menggunakan aturan cosinus seperti langkah sebelumnya, dan mencari unsur-unsur trigonometri lain (dalam hal ini adalah nilai  $\sin \alpha$ ) dengan menggunakan perbandingan trigonometri dalam segitiga siku-siku. Setelah itu, siswa *gifted underachievement* diminta mencocokkan dengan nilai  $\sin \alpha$  yang telah diketahui di soal.

Dalam kemampuan komunikasinya, siswa *gifted underachievement* telah mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar

serta mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argument yang mereka tuliskan. Seperti sebelumnya dalam mengungkapkan alasan, siswa *gifted Underachievement* tidak menuliskan pada lembar masalah, akan tetapi menjelaskannya ketika wawancara.

Dalam langkah memeriksa kembali, siswa *gifted underachievement* terlebih dahulu mengevaluasi nilai  $\cos \alpha$  sebagai berikut.

$$4^2 = (2\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2 - 2(2\sqrt{5})(2\sqrt{5})\cos \alpha$$

$$\Leftrightarrow 16 = 20 + 20 - 2(20)\cos \alpha \quad (\text{hasil pengkuadratan bilangan})$$

$$\Leftrightarrow 16 = 40 - 40\cos \alpha \quad (\text{hasil penjumlahan dan perkalian bilangan})$$

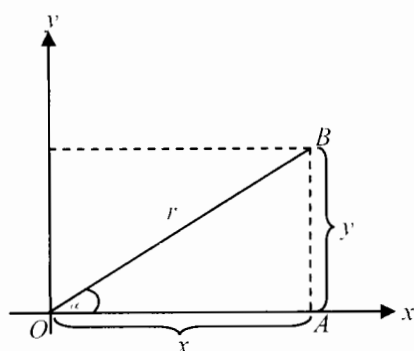
$$\Leftrightarrow 40\cos \alpha = 40 - 16 \quad (\text{kedua ruas sama-sama ditambah } 40\cos \alpha)$$

$$\Leftrightarrow 40\cos \alpha = 24 \quad (\text{kedua ruas sama-sama ditambah } 16)$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{24}{40} = \frac{3}{5} \quad (\text{kedua ruas sama-sama dibagi } 40)$$

Menurut peneliti, cara di atas bukanlah cara evaluasi hasil melainkan cara menentukan hasil (langkah 3 Polya yaitu melaksanakan rencana penyelesaian masalah). Sehingga peneliti beranggapan bahwa siswa *gifted underachievement* masih belum sepenuhnya tepat dalam langkah mengevaluasi hasil pekerjaan mereka.

Berikutnya siswa *gifted underachievement* melakukan analisis terhadap nilai  $\sin \alpha$  dengan perbandingan sisi pada segitiga siku-siku sebagai berikut.



**Gambar 4.13 Perbandingan Trigonometri Pada Diagram Cartecius**

Diketahui segitiga AOB dengan siku-siku di A.

$$\overline{AB} = y, \overline{OB} = r, \text{ dan } \overline{OA} = x$$

Sudut  $\alpha$  adalah sudut yang dibentuk oleh  $\overline{OB}$  dan  $\overline{OA}$ , sedemikian hingga:

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}; \cos \alpha = \frac{x}{r}; \text{ dan } \tan \alpha = \frac{y}{x}$$

$$\text{dengan } x^2 + y^2 = r^2$$

Dari uraian di atas terlihat bahwa  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ .

Jika  $\cos \alpha = 0,6 = \frac{3}{5}$ , maka  $x = 3$  dan  $r = 5$ , sehingga

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow y^2 = r^2 - x^2 \quad (\text{Mengurangi kedua rus dengan } x^2)$$

$$\Leftrightarrow y^2 = 5^2 - 3^2 \quad (\text{Substitusi nilai } x \text{ dan } r)$$

$$\Leftrightarrow y^2 = 25 - 9 \quad (\text{Nilai kuadrat bilangan})$$

$$\Leftrightarrow y^2 = 16 \quad (\text{Hasil pengurangan})$$

$$\Leftrightarrow y = 4 \quad (\text{Akar kuadrat})$$

Karena  $y = 4$ , maka  $\sin \alpha = \frac{y}{r} = \frac{4}{5} = 0,8$ . (Perbandingan trigonometri)

Jadi  $\sin \alpha = \sin 53^\circ = 0,8$ . Hal ini sesuai dengan unsur yang diketahui pada lembar masalah yaitu  $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$ . Dengan demikian, siswa *gifted underachievement* telah menyelesaikan masalah sekaligus telah mampu menyajikan ide-ide matematis dan mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argument yang mereka tuliskan.

Siswa *gifted underachievement* telah menyelesaikan masalah tetapi ada beberapa langkah analisis dan evaluasi yang kurang tepat sehingga peneliti menganggap bahwa siswa *gifted underachievement* belum sepenuhnya menguasai indikator kemampuan penalaran dan komunikasi dalam langkah memeriksa kembali sesuai dengan Permendikbud RI Nomor 59 tahun 2014, yaitu (1) kemampuan penalaran, kurang mampu menyelesaikan masalah (menganalisis dan mengevaluasi strategi yang telah diterapkan dan hasil yang diperoleh), dan



(2) kemampuan komunikasi, mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar, tetapi kurang mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argument.

Kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted learner* dan *gifted underachievement* dapat disajikan dalam tabel 5.1 dan 5.2 berikut.

**Tabel 5.1**  
**Kemampuan Penalaran Siswa *Gifted* dalam Menyelesaikan Masalah Geometri**

LANGKAH POLYA	Fase Van Hiele	INDIKATOR PENALARAN	SUBJEK PENELITIAN			
			GL1	GL2	GU1	GU2
Memahami Masalah	• Informasi	• Mampu memahami masalah	√	√	√	√
		• Mampu mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah	√	√	√	√
Menyusun Rencana	• Orientasi Langsung	• Mampu mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah	√	√	√	√
		• Mampu memilih pendekatan dan strategi yang tepat untuk memecahkan masalah	√	√	-	-
Melaksanakan Rencana	• Penjelasan • Orientasi Bebas	• Menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah	√	√	√	√
		• Menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh untuk memecahkan masalah	√	√	√	√
Melihat Kembali	• Integrasi	• Menyelesaikan masalah (menganalisis dan mengevaluasi strategi yang telah diterapkan dan hasil yang diperoleh)	√	√	-	-

**Tabel 5.2**  
**Kemampuan Komunikasi Siswa *Gifted* dalam Menyelesaikan Masalah Geometri**

LANGKAH POLYA	Fase Van Hiele	INDIKATOR KOMUNIKASI	SUBJEK PENELITIAN			
			GL1	GL2	GUI	GU2
Memahami Masalah	• Informasi	• Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan lisan	√	√	-	-
Menyusun Rencana	• Orientasi Langsung	• Mampu membuat dugaan matematis dan memberikan alasan terhadap kebenaran suatu pernyataan	√	√	√	√
		• Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan lisan	√	√	-	-
Melaksanakan Rencana	• Penjelasan • Orientasi Bebas	• Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar	√	√	-	-
		• Mampu memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan	√	√	√	√
		• Mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argumen	√	√	√	√
Melihat Kembali	• Integrasi	• Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar	√	√	√	√
		• Mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argument	√	√	-	-

## E. Temuan Lain dalam Penelitian

### 1. Temuan Penelitian dari Siswa *Gifted Learner* dalam Menyelesaikan Masalah

Temuan yang diperoleh saat siswa *gifted learner* dalam menyelesaikan masalah adalah sebagai berikut.

- a. Dalam menyelesaikan masalah geometri sesuai dengan langkah Polya, Peneliti menemukan adanya perbedaan langkah yang diambil oleh siswa *gifted learner* ketika menyusun rencana dan melaksanakan penyelesaian masalah. Akan tetapi, perbedaan langkah tersebut tidak mengubah dasar dari strategi pengerjaan.
- b. Sesuai dengan langkah Polya dalam menyelesaikan masalah geometri, siswa *gifted learner* telah mampu melaksanakan langkah-langkah tersebut dengan kemampuan penalaran dan komunikasi yang baik. Selain itu juga, fase-fase Van Hiele yang digunakan peneliti untuk membuat lembar masalah dianggap mempermudah mereka dalam bernalar. Hanya saja, kemampuan komunikasi mereka khususnya memberi alasan atau bukti terhadap kebenaran pernyataan masih cenderung berupa komunikasi lisan. Mereka menganggap pemberian alasan atau bukti pada setiap langkah pengerjaan secara tertulis itu tidak terlalu dibutuhkan.
- c. Dalam menyelesaikan lembar masalah yang disajikan peneliti, siswa *gifted learner* menggunakan lembaran lain sebagai lembar coretan mereka. Peneliti melihat mereka menuliskan dan menggambarkan sesuatu di lembar tersebut

dan terkadang disertai dengan keryitan dahi dan helaan nafas yang panjang. Hal ini menunjukkan bahwa mereka sedang berjuang untuk menggunakan segenap kemampuan penalaran dan komunikasi mereka dalam menyelesaikan masalah geometri yang disajikan oleh peneliti.

## **2. Temuan Penelitian dari Siswa *Gifted Underachievement* dalam Menyelesaikan Masalah**

Temuan yang diperoleh saat siswa *gifted underachievement* dalam menyelesaikan masalah adalah sebagai berikut.

- a. Seperti halnya temuan pada siswa *gifted learner*, peneliti juga melihat kecenderungan siswa *gifted underachievement* untuk tidak menuliskan alasan dan bukti kebenaran pada langkah pengerjaan mereka. Mereka hanya mengungkapkan alasan-alasan tersebut dengan lisan ketika wawancara. Siswa *gifted underachievement* juga masih jarang menggunakan lambang-lambang geometri. Terlihat di lembar masalah bahwa mereka langsung menuliskan angka-angka dalam pengerjaannya.
- b. Ketika siswa *gifted underachievement* menyelesaikan masalah, peneliti juga menemukan lembar coretan. Lembar coretan berisi gambar dan hasil perhitungan mereka. Akan tetapi, peneliti juga menemukan beberapa goresan-goresan lain seperti coretan garis yang tidak teratur dan beberapa tulisan-tulisan tidak bermakna. Hal ini menyiratkan bahwa mereka mulai lelah dalam menyelesaikan lembar masalah yang disajikan peneliti.

- c. Dalam menyelesaikan masalah geometri yang melibatkan variabel, ternyata siswa *gifted underachievement* berfikir bisa menyelesaikannya dengan memisalkan variabel tersebut dengan sebuah angka. Peneliti menemukan cara coba-coba atau disebut dengan strategi *trial and error* mereka gunakan dalam memilih angka.
- d. Siswa *gifted underachievement* cenderung membutuhkan waktu yang lebih lama dari pada siswa *gifted learner* dalam menyelesaikan masalah geometri.

#### **F. Tindak Lanjut Penelitian**

Siswa *gifted learner* dan siswa *gifted underachievement* merupakan siswa *gifted* yang memiliki potensi kecerdasan atau bakat istimewa dengan nilai  $IQ \geq 130$ . Meskipun demikian, mereka ternyata masih membutuhkan beberapa faktor pendukung untuk mengembangkan potensinya.

Dalam penelitian ini, peneliti telah meneliti tentang kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted learner* dan siswa *gifted underachievement* dalam menyelesaikan masalah geometri. Permasalahan geometri yang diselesaikan subjek penelitian terbatas hanya pada materi dimensi tiga. Karena itu kajian dalam penelitian ini sangat terbatas baik dalam masalah maupun bidang kajiannya. Untuk itu sangat diperlukan adanya kajian tindak lanjut sebagai berikut.

- 1) Membuat desain pembelajaran matematika sehingga cocok untuk siswa *gifted*.
- 2) Pengembangan kajian tentang kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted* dalam menyelesaikan masalah geometri untuk kelas dan tingkat pendidikan yang berbeda, serta subjek dan pada materi yang lebih luas.

## BAB V

### KESIMPULAN DAN SARAN

#### A. Kesimpulan

Berdasarkan analisis data dan pembahasan, ditarik kesimpulan sebagai berikut.

1. Kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted learner* dalam menyelesaikan masalah geometri dapat dideskripsikan sebagai berikut.
  - a. Dalam memahami masalah, siswa *gifted learner* mampu mengorganisasi data, memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah, dan mampu menyajikannya baik dalam lisan maupun tulisan
  - b. Dalam menyusun rencana penyelesaian masalah, siswa *gifted learner* mampu mengorganisasi data, memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah, mampu memilih pendekatan dan strategi yang tepat untuk memecahkan masalah, mampu membuat dugaan dalam bentuk suatu pernyataan, dan memberikan alasan terhadap kebenaran pernyataan tersebut
  - c. Dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah, siswa *gifted learner* mampu menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah, menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh untuk memecahkan masalah, memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan, memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argument, serta mampu menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar

d. Dalam memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah, siswa *gifted learner* mampu menyelesaikan masalah sekaligus telah mampu menyajikan ide-ide matematis dan mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argument yang mereka tuliskan.

2. Kemampuan penalaran dan komunikasi siswa *gifted underachievement* dalam menyelesaikan masalah geometri dapat dideskripsikan sebagai berikut.

a. Dalam memahami masalah, siswa *gifted underachievement* telah mampu memahami masalah dan mampu mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah tetapi belum mampu sepenuhnya memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara lisan dan tulisan

b. Dalam menyusun rencana penyelesaian masalah, siswa *gifted underachievement* mampu mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah, tetapi masih kurang mampu dalam memilih pendekatan dan strategi yang tepat, siswa juga masih kurang mampu membuat dugaan dalam bentuk suatu pernyataan dan memberikan alasan terhadap kebenaran pernyataan tersebut

c. Dalam melaksanakan rencana penyelesaian masalah, siswa *gifted underachievement* mampu menggunakan atau mengembangkan strategi dan mampu menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh, mampu memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan, serta mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argument, tetapi kurang mampu menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar

- d. Dalam memeriksa kembali, siswa *gifted underachievement* mampu menyelesaikan masalah tetapi cara menganalisis dan mengevaluasi strategi yang diterapkan dan hasil kurang tepat, serta mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar, tetapi kurang mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argumen.

## B. Saran-saran

Berdasarkan kesimpulan di atas, maka disarankan beberapa hal sebagai berikut:

1. Dalam mengajar matematika, guru hendaknya menekankan tahap-tahap penyelesaian masalah ditawarkan oleh Polya, yaitu memahami masalah, menyusun rencana penyelesaian masalah, melaksanakan rencana penyelesaian masalah, dan memeriksa kembali hasil penyelesaian masalah.
2. Dalam mengajar matematika, guru hendaknya selalu *update* informasi tentang tujuan pembelajaran matematika sesuai dengan Perundang-undangan yang sedang berlaku.
3. Dalam mengajar siswa *gifted*, guru hendaknya memberikan *treatment* yang tepat sehingga siswa tersebut dapat mengoptimalkan potensi dan performansi nya di sekolah.
4. Guru dan siswa hendaknya menyadari bahwa setiap siswa mempunyai potensi yang setiap saat harus ditingkatkan.





## DAFTAR PUSTAKA

- Aksin, N. (2010). *Buku Panduan Pendidik Matematika untuk SMA / MA*. Klaten: Intan Pariwara
- Arikunto, S. (2003). *Dasar-dasar Evaluasi Pendidikan*. Edisi Revisi. Jakarta: PT Bumi Aksara.
- Departemen Pendidikan Indonesia. (2005). *Kamus Besar Bahasa Indonesia (KBBI)*. Edisi Ketiga. Jakarta : Balai Pustaka
- Hasibuan, Yustinawaty.(2013). *Perbedaan antara Talented, Gifted, dan Genius*, diambil dari <http://tina-hasibuan.blogspot.co.id/2013/07/perbedaan-antara-talented-gifted-dan.html>, diakses 3 Januari 2017.
- Herlina, Y. *Teori Belajar Van Hiele*, diambil dari <http://arummaniloka.blogspot.com/2008/11/teori-belajar-van-hiele.html>, diakses 20 Oktober 2014.
- Istiqomah, N. U. (2012). *Modul untuk SMA Kelas X Semester 2 Ruang Dimensi Tiga*. Yogyakarta: tidak diterbitkan
- IQ Classification: Wikipedia, the free encyclopedia. diambil dari [https://en.wikipedia.org/wiki/IQ\\_classification](https://en.wikipedia.org/wiki/IQ_classification) , diakses 20 Oktober 2014.
- Juandi, D. dan Sugilar. (2011). *Metode Penelitian Pendidikan Matematika*. Jakarta : Universitas Terbuka
- Krismanto, A. (2008). *Pembelajaran Sudut dan Jarak dalam Ruang Dimensi Tiga*. Yogyakarta : P4TKM.
- Kristiyanto, A. L. (2007). *Pembelajaran Matematika Berdasar Teori Belajar Van Hiele*. Diambil dari <http://kris-21.blogspot.co.id/2007/12/pembelajaran-matematika-berdasar-teori.html> , diakses 20 Oktober 2014.
- Maskanah, S. 2013. *Implementasi Kurikulum Diferensiasi Sebagai Upaya Pengembangan Program Akselerasi Di Madrasah Aliyah Negeri I Model Bojonegoro* . Skripsi tidak diterbitkan. Surabaya: FITK IAIN Sunan Ampel
- Miles, M. B. & Huberman, A.M. 1992. *Analaisis Data Kualitatif: Buku Sumber Tentang Metode-metode Baru*. Terjemahan oleh: Tjetjep Rohendi Rohedi. Jakarta: UI Press.
- Moleong, L.J. 2007. *Metodologi Penelitian Kualitatif*. Bandung: PT. Remaja Rosdakarya

- NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.
- Ninik, Hobri, dan Suharto (2014). *Analisis Kemampuan Pemecahan Masalah Untuk Setiap Tahap Model Polya Dari Siswa SMK Ibu Pakusari Jurusan Multimedia Padapokok Bahasan Program Linier*. ©Kadikma, Vol. 5, No. 3, hal 61-68, Desember 2014
- Nisa', K. (2007) *Pengembangan Bahan Ajar Berpijak pada Teori Van Hiele sebagai Upaya Mengembangkan Penalaran dan Komunikasi Konsep Segitiga dalam Trigonometri Siswa SMU kelas XI*. Skripsi tidak diterbitkan. Malang: FMIPA UM.
- Nu'man, M. (2006). *Pembelajaran Berdasarkan Tahap Berpikir Van Hiele Untuk Membantu Pemahaman Konsep Bangun Segi empat pada Siswa Kelas VII MTs Negeri Malang*. Tesis tidak diterbitkan. Malang: PPS UM.
- Polya, G. (1957). *How to Solve It*. New York: Doubleday
- Prastiti, T. D. (1997). *Pengaruh Tingkat Kemampuan Penalaran dan Pembelajaran yang Melalui Pendekatan Pemecahan Masalah terhadap Kemampuan Menyelesaikan Soal Cerita Matematika Siswa Kelas V SDN Banjaran Kodya Kediri*. Tesis tidak diterbitkan. Malang: PPS UM
- Peraturan Menteri Pendidikan dan Kebudayaan Republik Indonesia Nomor 59 tahun 2014 tentang *Kurikulum 2013 SMA/MA*
- Rahayu. M. (2013). *Cerdas Istimewa dan Bakat Istimewa (Gifted)* . Diambil dari <http://meidiana-rahayu.blogspot.co.id/2013/11/cerdas-istimewa-dan-bakat-istimewa.html>, diakses 12 Oktober 2014
- Renzulli, J.S.: *The Three-Ring Conception of Giftedness at the Schoolwide Enrichment Model (SEM)* web site
- Soadi.Y. (2012). *Anak Cerdas dan Anak berbakat*. Diambil dari <http://yuniarsoadi.blogspot.co.id/>, diakses 13 Oktober 2014
- Sugiyono, 2005. *Memahami Penelitian Kualitatif*. Bandung: Alfabeta
- Sugiyono, 2008. *Metode Penelitian Pendidikan Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D*. Bandung: Alfabeta
- Suherman, E. dkk. (2003). *Strategi Pembelajaran Matematika Kontemporer*. JICA: Universitas Negeri Malang

- Supardi. (2006). Penelitian Tindakan Kelas Beserta Sistematika Proposal dan Laporannya. Dalam Arikunto (Ed), *Penelitian Tindakan Kelas* (hlm. 99-151). Jakarta: Bumi Aksara.
- Surianto. (2004). *Teori Pembelajaran Konstruktivisme*. Diambil dari <https://surianto200477.wordpress.com/2009/09/17/teori-pembelajaran-konstruktivisme/> , diakses 31 Desember 2009
- Susanto. (2012) . *Proses Berpikir Anak Tunanetra dalam Menyelesaikan Permasalahan Matematika*. Disertasi tidak diterbitkan: Universitas Surabaya.
- Sutrisno.P.(2012). *Memahami Anak Cerdas/Berbakat Istimewa (CI+BI)*. Diambil dari <http://putusutrisna.blogspot.co.id/2012/02/memahami-anak-cerdas-dan-berbakat.html>, diakses 12 Oktober 2014
- Tim Pengembang Kurikulum, *Kurikulum Differensiasi*, ([www.google.com](http://www.google.com)) , diunduh pada 22 Maret 2013
- Tirtonegoro, Sutratinah. *Anak Supernormal Dan Program Pendidikannya*. Yogyakarta: Bumi Aksara
- Ulmi.U. (2014). *Cara Membantu Anak Dengan Cerdas Istimewa Dan Bakat Istimewa Agar Berhasil Dalam Pendidikan Inklusif*. Diambil dari <http://ulpaulmi.blogspot.co.id/2014/12/v-behaviorurldefaultvml.html>, diakses 20 Desember 2014
- Van De Walle, J. A. (1990). *Elementary School Mathematics: Teaching Developmentally*. New York and London: Longman







YAYASAN HAFSHAWATY PESANTREN ZAINUL HASAN  
SMA UNGGULAN HAF-SA ZAINUL HASAN - BPPT<sup>9964.pdf</sup>  
GENGGONG PAJARAKAN PROBOLINGGO  
TERAKREDITASI : A

Kantor : Jl. Condong PZH Genggong Pajarakan Probolinggo Jawa Timur  
Telp./Fax. 0335 - 846061 Kode Pos 67281 http : smaunggulan.sch.id  
e-mail : tu@smaunggulan.sch.id

**SURAT KETERANGAN**

**TELAH MELAKSANAKAN PENELITIAN**

Nomor : 421-4/088/433.505.16/SMA.UH-S.ZH/2015

Yang bertanda tangan di bawah ini, Kepala Sekolah SMA Unggulan Haf-Sa Zainul Hasan – BPPT Genggong menerangkan bahwa :

Nama : Rizkiyatusnaini  
NIM : 500007378  
Perguruan Tinggi : Universitas Terbuka UPBJJ Jember  
Program : Magister Pendidikan Matematika  
Judul TAPM : Analisis Kemampuan Penalaran dan Komunikasi  
Siswa *Gifted* dalam Menyelesaikan Masalah Geometri

Mahasiswa tersebut di atas, telah melaksanakan Penelitian Kualitatif Eksploratif di SMA Unggulan Haf-Sa Zainul Hasan – BPPT Genggong.

Demikian Surat Keterangan ini kami buat, untuk dipergunakan sebagaimana mestinya.

Genggong, 25 April 2015  
Kepala Sekolah

**Drs. Agus Supravogi**  
891004 199003 1 004

## LEMBAR VALIDASI TERHADAP LEMBAR MASALAH (SOAL)

Pelajaran : Matematika  
Materi : Geometri (Dimensi Tiga)  
Kelas : X  
Kurikulum acuan: Kurikulum 2013

### A. Petunjuk

1. Mohon kesediaan Bapak/Ibu untuk menilai Lembar Masalah (Soal) meliputi komponen yang disebutkan.
2. Mohon melingkari angka pada skala penilaian yang sesuai. Selang skala penilaian adalah 1-4. Semakin besar bilangan yang dirujuk, semakin baik/memadai atau sesuai dengan deskriptor sebutkan.
3. Untuk saran-saran dan revisi, Bapak/Ibu dapat langsung menuliskan pada naskah yang perlu direvisi atau menuliskan pada kolom yang disediakan.

### B. Keterangan tentang Penilaian

#### 1. Skala Penilaian.

1 : berarti "Tidak Sesuai"

3 : berarti "Cukup Sesuai"

2 : berarti "Kurang Sesuai"

4 : berarti "Sesuai"

Tidak Sesuai : Tidak relevan dengan deskriptor yang disebutkan

Kurang Sesuai : Kurang relevan dengan deskriptor yang disebutkan

Cukup sesuai : Cukup relevan dengan deskriptor yang disebutkan

Sesuai : Relevan dengan deskriptor yang disebutkan

### C. Penilaian Ditinjau dari Beberapa Komponen

No	Komponen Rencana Pembelajaran	Nilai			
		1	2	3	4
1	Penilaian terhadap konstruksi soal				
a	Kalimat tidak menimbulkan penafsiran ganda	1	2	③	4
b	Batasan yang diberikan cukup untuk menyelesaikan masalah	1	2	3	④
c	Rumusan masalah menggunakan kalimat tanya atau perintah	1	2	⑤	4
d	Batasan masalah yang diberikan jelas dan berfungsi.	1	2	③	4





**LEMBAR VALIDASI**  
**PEDOMAN WAWANCARA**

**A. Petunjuk**

1. Mohon kesediaan Bapak/Ibu untuk menilai Pedoman Wawancara yang disusun sesuai *Langkah Polya dalam Menyelesaikan Masalah*.
2. Untuk saran-saran dan revisi, Bapak/Ibu dapat langsung menuliskan pada naskah yang perlu direvisi atau menuliskan pada kolom yang disediakan.

**B. Komentar dan Saran Perbaikan:**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

*Jika dibuat lebih  
Rinci tentang pendekatan  
yg ada dan lain sebagainya.*

**C. Kesimpulan Validator:**

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

*Sangat baik digunakan.*

3/4/2015

Validator,

*[Handwritten Signature]*

## LEMBAR VALIDASI TERHADAP LEMBAR MASALAH (SOAL)

Pelajaran : Matematika  
Materi : Geometri (Dimensi Tiga)  
Kelas : X  
Kurikulum acuan: Kurikulum 2013

### A. Petunjuk

1. Mohon kesediaan Bapak/Ibu untuk menilai Lembar Masalah (Soal) meliputi komponen yang disebutkan.
2. Mohon melingkari angka pada skala penilaian yang sesuai. Selang skala penilaian adalah 1-4. Semakin besar bilangan yang dirujuk, semakin baik/memadai atau sesuai dengan deskriptor sebutkan.
3. Untuk saran-saran dan revisi, Bapak/Ibu dapat langsung menuliskan pada naskah yang perlu direvisi atau menuliskan pada kolom yang disediakan.

### B. Keterangan tentang Penilaian

1. Skala Penilaian.
 

1 : berarti "Tidak Sesuai"	3 : berarti "Cukup Sesuai"
2 : berarti "Kurang Sesuai"	4 : berarti "Sesuai"

Tidak Sesuai : Tidak relevan dengan deskriptor yang disebutkan  
Kurang Sesuai : Kurang relevan dengan deskriptor yang disebutkan  
Cukup sesuai : Cukup relevan dengan deskriptor yang disebutkan  
Sesuai : Relevan dengan deskriptor yang disebutkan

### C. Penilaian Ditinjau dari Beberapa Komponen

No	Komponen Rencana Pembelajaran	Nilai			
		1	2	3	4
1	Penilaian terhadap konstruksi soal				
	a Kalimat tidak menimbulkan penafsiran ganda	1	2	3	4
	b Batasan yang diberikan cukup untuk menyelesaikan masalah	1	2	3	4
	c Rumusan masalah menggunakan kalimat tanya atau perintah	1	2	3	4
	d Batasan masalah yang diberikan jelas dan berfungsi.	1	2	3	4

No	Komponen Rencana Pembelajaran	Nilai			
		1	2	3	4
2	Penilaian terhadap bahasa yang digunakan dengan kriteria				
	a Menggunakan bahasa sesuai dengan kaidah yang baik dan benar	1	2	3	4
	b Rumusan masalah menggunakan kata-kata yang telah dikenal peserta didik	1	2	3	4
	c Rumusan masalah komunikatif	1	2	3	4
	d Rumusan masalah menggunakan kalimat matematika yang benar	1	2	3	4
	e Rumusan masalah tidak menimbulkan penafsiran ganda.	1	2	3	4
Total Nilai		31			
Nilai Rata-rata		$\frac{31}{36} \times 100 = 86,11\%$			

**D. Komentar dan Saran Perbaikan:**

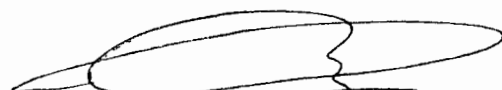
.....  
 Lembar masalah & soal lebih terperinci  
 sesuai dengan langkah dan indikatornya.  
 .....  
 .....  
 .....

**E. Kesimpulan Validator:**

.....  
 Instrumen sudah dapat digunakan.  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

Jember, 3 April 2015

Validator,

  
 Dr. H. Hobri, S.Pd, M.Pd.

## LEMBAR VALIDASI

### PEDOMAN WAWANCARA

#### A. Petunjuk

1. Mohon kesediaan Bapak/Ibu untuk menilai Pedoman Wawancara yang disusun sesuai *Langkah Polya dalam Menyelesaikan Masalah*.
2. Untuk saran-saran dan revisi, Bapak Ibu dapat langsung menuliskan pada naskah yang perlu direvisi atau menuliskan pada kolom yang disediakan.

#### B. Komentar dan Saran Perbaikan:


Pedoman wawancara sudah sesuai dengan Langkah Polya. Anda dapat mengembangkannya ketika proses wawancara berlangsung sesuai dengan yang dibutuhkan.

#### C. Kesimpulan Validator:

Instrumen Pedoman Wawancara sudah dapat digunakan.

Jember, 3 April 2015

Validator,

  
Dr. H. Hobri, S.Pd, M.Pd.

# LEMBAR MASALAH 1

Nama : .....

Kelas : .....

## **Petunjuk :**

- Bacalah soal pada lembar masalah yang diberikan dengan cermat!
- Tulislah hasil pekerjaan Anda pada tempat jawaban yang disediakan!
- Isilah bagian (t) jika Anda memiliki langkah lain dalam menyelesaikan masalah tersebut!

1. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk  $a$  cm. Titik P, Q, dan R berturut-turut terletak pada pertengahan  $\overline{AD}$ , bidang EFGH, dan sisi  $\overline{HG}$ . Jika  $\alpha$  adalah sudut yang dibentuk oleh  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$ , maka ukuran sudut  $\alpha$  adalah...

( $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$ )

## **Informasi**

- Sebutkanlah unsur – unsur yang diketahui!

**Jawab:**

.....

- Sebutkanlah unsur – unsur yang ditanyakan!

**Jawab:**

.....

- Apakah unsur yang diketahui sudah cukup untuk menyelesaikan masalah? Jelaskan!

**Jawab:**

.....

## **Orientasi Langsung (directed orientation)**

- Bagaimana cara menentukan sudut  $\alpha$ ? Jelaskan!

**Jawab:**

.....

- Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$ ?

**Jawab:**

.....

f. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan panjang  $\overline{RC}$ ?

**Jawab:**

.....  
.....

g. Bagaimana Anda menentukan panjang  $\overline{DC}$ ?

**Jawab:**

.....  
.....

h. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan  $\cos \alpha$ ?

**Jawab:**

.....  
.....

i. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan ukuran sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$ ?

**Jawab:**

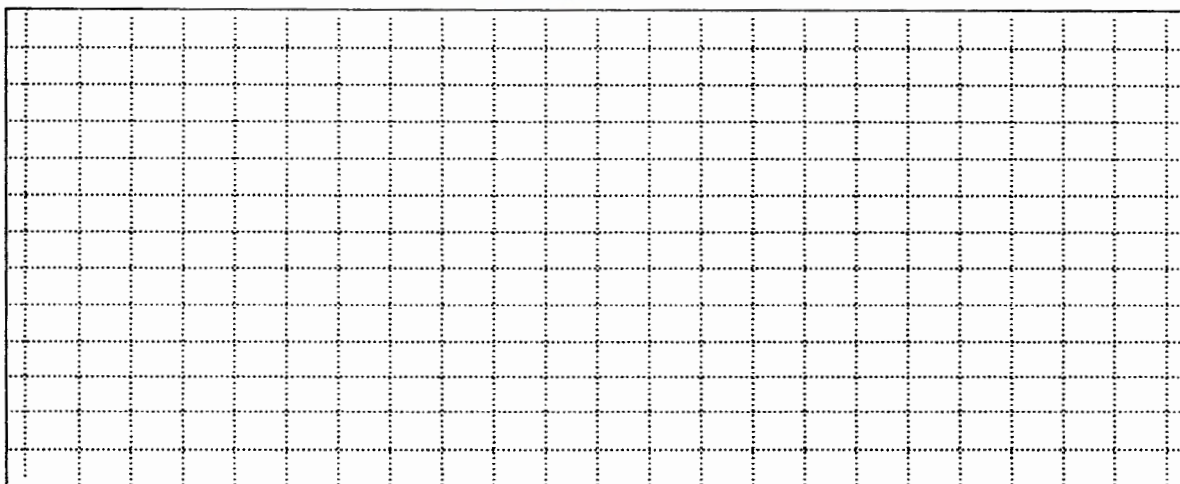
.....  
.....

**Penjelasan (explicitation)**

j. Gambarlah:

- kubus ABCD.EFGH!
- kedudukan titik P, Q, dan R!
- kedudukan garis  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$
- Jika  $\alpha$  adalah sudut yang dibentuk oleh  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$ , tentukan dan gambarlah sudut  $\alpha$ !

**Jawab:**



k. Hitunglah panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$  dan beri alasan setiap langkahnya!

**Jawab:**

.....

l. Hitunglah panjang  $\overline{RC}$  dan beri alasan setiap langkahnya!

**Jawab:**

.....

m. Tentukan panjang  $\overline{DC}$  dan beri alasan!

**Jawab:**

.....

### **Orientasi bebas (free orientation)**

n. Hitunglah nilai  $\cos \alpha$  dan beri alasan setiap langkahnya!

**Jawab:**

.....

o. Tentukanlah sudut  $\alpha$  yang memenuhi nilai  $\cos \alpha$  tersebut jikadiketahui

( $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$ ). Jelaskanlah relasi sudutnya!

**Jawab:**

.....

### **Integrasi (integration)**

**Untuk mengecek jawaban yang telah ditemukan, lakukanlah kegiatan berikut!**

p. Tentukanlah nilai  $\cos \alpha$  !

**Jawab:**

.....

q. Jika  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ , tentukanlah nilai  $y$  dengan menggunakan persamaan  $x^2 + y^2 = r^2$  !

**Jawab:**

.....

r. Tentukan nilai  $\sin \alpha = \frac{y}{r}$  dan periksalah apakah sesuai dengan nilai *perbandingan trigonometri yang diketahui!*

**Jawab:**

.....

## KUNCI JAWABAN

# Lembar Masalah

1. Diketahui kubus ABCD.EFGH dengan panjang rusuk a cm. Titik P, Q, dan R berturut-turut terletak pada pertengahan  $\overline{AD}$ , bidang EFGH, dan sisi  $\overline{HG}$ . Jika  $\alpha$  adalah sudut yang dibentuk oleh  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$ , maka berapakah ukuran sudut  $\alpha$ ?...  
( $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$ )

### Informasi

- a. Sebutkanlah unsur – unsur yang diketahui!

#### Jawab:

Rusuk kubus a cm, titik P, Q, dan R berturut-turut berada di pertengahan  $\overline{AD}$ , bidang EFGH dan sisi  $\overline{HG}$ , sudut  $\alpha$  terbentuk oleh  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$ ,  $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$

- b. Sebutkanlah unsur – unsur yang ditanyakan!

#### Jawab:

Ukuran sudut  $\alpha$  yang terbentuk dari  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$

- c. Apakah unsur yang diketahui sudah cukup untuk menyelesaikan masalah? Jelaskan!

#### Jawab:

Ya, sudah cukup karena dengan diketahui kedudukan titik P, Q, dan R pada kubus ABCD.EFGH dapat ditentukan kedudukan sudut  $\alpha$  dan dengan diketahui ukuran rusuk a cm, nilai  $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$  dapat ditentukan ukuran sudut  $\alpha$

### Orientasi Langsung (directed orientation)

- d. Bagaimana cara menentukan letak sudut  $\alpha$ ? Jelaskan!

#### Jawab:

Karena garis  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  merupakan garis yang bersilangan maka untuk menentukan letak sudut  $\alpha$  perlu ditentukan dulu garis yang sejajar  $\overline{PQ}$  dan sebidang dengan  $\overline{RC}$ , atau sebaliknya. Dapat dipilih garis  $\overline{DR}$ , sedemikian hingga terbentuk sudut  $\alpha$  yaitu sudut  $\angle DRC$ .

- e. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$ ?

#### Jawab:

Dengan menggunakan teorema Pythagoras, karena garis tersebut merupakan salah satu sisi pada segitiga siku-siku.

- f. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan panjang  $\overline{RC}$ ?

#### Jawab:

Dengan menggunakan teorema Pythagoras, karena garis tersebut merupakan salah satu sisi pada segitiga siku-siku



g. Bagaimana Anda menentukan panjang  $\overline{DC}$ ?

**Jawab:**

Panjang  $\overline{DC}$  diketahui karena merupakan salah satu kubus.

h. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan nilai  $\cos \alpha$ ?

**Jawab:**

Dengan menggunakan aturan cosinus karena sudut tersebut merupakan sudut segitiga yang diketahui ketiga panjang sisinya.

i. Langkah dan strategi apakah yang Anda pilih untuk menentukan ukuran sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$  tersebut?

**Jawab:**

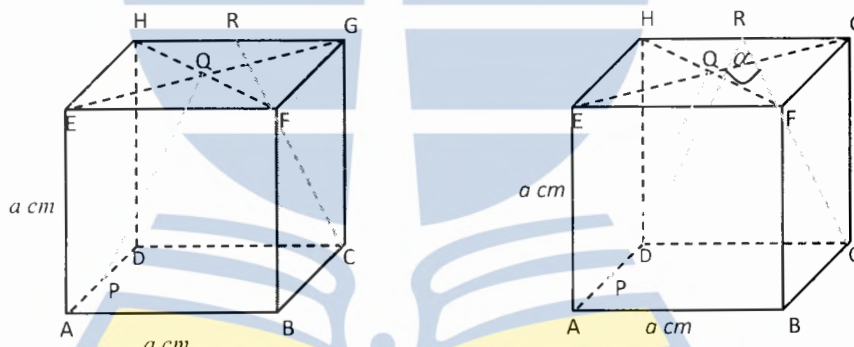
Dengan menggunakan perbandingan sederhana trigonometri dan relasi sudut kurang dari  $90^\circ$

Penjelasan (explicitation)

j. Gambarlah:

- kubus ABCD.EFGH!
- kedudukan titik P, Q, dan R!
- kedudukan garis  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$
- Jika  $\alpha$  adalah sudut yang dibentuk oleh  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$ , tentukan dan gambarlah sudut  $\alpha$ !

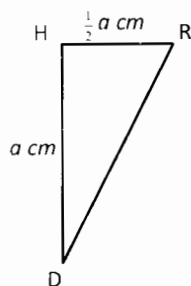
**Jawab:**



k. Hitunglah panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$  dan beri alasan setiap langkahnya!

**Jawab:**

Untuk mencari panjang  $\overline{DR}$ , pandang segitiga DHR berikut.



Diketahui :

$$\overline{HD} = a \text{ cm}$$

$$\overline{HR} = \frac{1}{2} \overline{HD} = \frac{1}{2} a \text{ cm}$$

Karena  $\triangle DHR$  merupakan segitiga siku-siku di  $H$  maka berlaku teorema Pythagoras, yaitu :  $\overline{DR}^2 = \overline{HD}^2 + \overline{HR}^2$

Sedemikian hingga

$$\overline{DR}^2 = \overline{HD}^2 + \overline{HR}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{DR}^2 = a^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 \quad (\text{dari yang diketahui})$$

$$\Leftrightarrow \overline{DR}^2 = a^2 + \frac{1}{4}a^2 \quad (\text{hasil pengkuadratan})$$

$$\Leftrightarrow \overline{DR}^2 = \frac{4a^2 + a^2}{4} \quad (\text{menyamakan penyebut})$$

$$\Leftrightarrow \overline{DR}^2 = \frac{5a^2}{4} \quad (\text{penjumlahan bilangan rasional})$$

$$\Leftrightarrow \overline{DR} = \sqrt{\frac{5a^2}{4}} \quad (\text{penarikan akar})$$

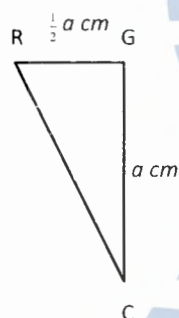
$$\Leftrightarrow \overline{DR} = \frac{a}{2}\sqrt{5} \quad (\text{hasil akar kuadrat})$$

Jadi panjang  $\overline{DR} = \frac{a}{2}\sqrt{5} \text{ cm}$

1. Hitunglah panjang  $\overline{RC}$  dan beri alasan setiap langkahnya!

**Jawab:**

Untuk mencari panjang  $\overline{RC}$ , pandang segitiga RGC berikut.



Diketahui :

$$\overline{GC} = a \text{ cm}$$

$$\overline{RG} = \frac{1}{2}\overline{HG} = \frac{1}{2}a \text{ cm}$$

Karena  $\triangle RGC$  merupakan segitiga siku-siku di  $H$  maka berlaku teorema Pythagoras, yaitu :  $\overline{RC}^2 = \overline{GC}^2 + \overline{RG}^2$

Sedemikian hingga

$$\overline{RC}^2 = \overline{GC}^2 + \overline{RG}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{RC}^2 = a^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 \quad (\text{dari yang diketahui})$$

$$\Leftrightarrow \overline{RC}^2 = a^2 + \frac{1}{4}a^2 \quad (\text{hasil pengkuadratan})$$

$$\Leftrightarrow \overline{RC}^2 = \frac{4a^2 + a^2}{4} \quad (\text{menyamakan penyebut})$$

$$\Leftrightarrow \overline{RC}^2 = \frac{5a^2}{4} \quad (\text{penjumlahan bilangan rasional})$$

$$\Leftrightarrow \overline{RC} = \sqrt{\frac{5a^2}{4}} \quad (\text{penarikan akar})$$

$$\Leftrightarrow \overline{RC} = \frac{a}{2}\sqrt{5} \quad (\text{hasil akar kuadrat})$$

$$\text{Jadi panjang } \overline{RC} = \frac{a}{2}\sqrt{5} \text{ cm}$$

m. Tentukan panjang  $\overline{DC}$  dan beri alasan!

**Jawab:**

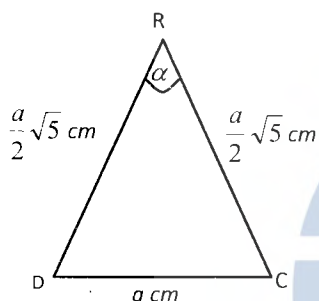
$\overline{DC} = a \text{ cm}$  karena  $\overline{DC}$  merupakan rusuk kubus ABCD.EFGH

**Orientasi bebas (free orientation)**

n. Hitunglah nilai  $\cos \alpha$  dan beri alasan setiap langkahnya!

**Jawab:**

**Pandang segitiga DRC**



Dari gambar di samping diketahui:

$$\overline{DR} = c = \frac{a}{2}\sqrt{5} \text{ cm}$$

$$\overline{RC} = d = \frac{a}{2}\sqrt{5} \text{ cm}$$

$$\overline{CD} = r = a \text{ cm}$$

Sedemikian hingga

$$r^2 = c^2 + d^2 - 2cd \cos \alpha \quad (\text{aturan cosinus})$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \left(\frac{a}{2}\sqrt{5}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\sqrt{5}\right)^2 - 2\left(\frac{a}{2}\sqrt{5}\right)\left(\frac{a}{2}\sqrt{5}\right)\cos \alpha$$

$$\Leftrightarrow a^2 = \frac{5a^2}{4} + \frac{5a^2}{4} - \frac{5a^2}{2}\cos \alpha \quad (\text{hasil pengkuadratan bilangan})$$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{5}{4} + \frac{5}{4} - \frac{5}{2}\cos \alpha \quad (\text{kedua ruas sama-sama dibagi } a^2)$$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{10}{4} - \frac{5}{2}\cos \alpha \quad (\text{penjumlahan bilangan pecahan})$$

$$\Leftrightarrow 1 + \left(-\frac{10}{4}\right) = \frac{10}{4} + \left(-\frac{10}{4}\right) - \frac{5}{2}\cos \alpha \quad (\text{kedua ruas sama-sama ditambah } \left(-\frac{10}{4}\right))$$

$$\Leftrightarrow -\frac{6}{4} = -\frac{5}{2}\cos \alpha \quad (\text{hasil pengurangan})$$

$$\Leftrightarrow -\frac{6}{4}\left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{5}{2}\left(-\frac{2}{5}\right)\cos \alpha \quad (\text{kedua ruas sama-sama kali } \left(-\frac{2}{5}\right))$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{5} = \cos \alpha \quad (\text{hasil perkalian})$$

- o. Tentukanlah sudut  $\alpha$  yang memenuhi nilai  $\cos \alpha$  tersebut jika diketahui ( $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$ ). Jelaskanlah relasi sudutnya!

**Jawab:**

Karena  $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$  (diketahui), maka

$$\cos \alpha = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \sin 37^\circ \quad (\text{diketahui } \sin 37^\circ = 0,6)$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \sin(90 - 53)^\circ \quad (\text{penjabaran } 37^\circ = (90 - 53)^\circ)$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \cos 53^\circ \quad (\text{relasi sudut})$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 53^\circ \quad (\text{persamaan trigonometri})$$

### **Integrasi (integration)**

Untuk mengecek jawaban yang telah ditemukan, lakukanlah kegiatan berikut!

- p. Tentukanlah nilai  $\cos \alpha$ !

**Jawab:**

$$\cos \alpha = \cos 53^\circ$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \cos(90 - 37)^\circ \quad (\text{penjabaran } 53^\circ = (90 - 37)^\circ)$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \sin 37^\circ \quad (\text{Relasi sudut})$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = 0,6 \quad (\text{Nilai perbandingan trigonometri})$$

- q. Jika  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$ , tentukanlah nilai  $y$  dengan menggunakan persamaan  $x^2 + y^2 = r^2$ !

**Jawab:**

Jika  $\cos \alpha = 0,6 = \frac{3}{5}$ , maka  $x = 3$  dan  $r = 5$ , sehingga

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$\Leftrightarrow y^2 = r^2 - x^2 \quad (\text{Mengurangi kedua rus dengan } x^2)$$

$$\Leftrightarrow y^2 = 5^2 - 3^2 \quad (\text{Substitusi nilai } x \text{ dan } r)$$

$$\Leftrightarrow y^2 = 25 - 9 \quad (\text{Nilai kuadrat bilangan})$$

$$\Leftrightarrow y^2 = 16 \quad (\text{Hasil pengurangan})$$

$$\Leftrightarrow y = 4 \quad (\text{Akar kuadrat})$$

- r. Tentukan nilai  $\sin \alpha = \frac{y}{r}$  dan periksalah apakah sesuai dengan nilai perbandingan trigonometri yang diketahui!

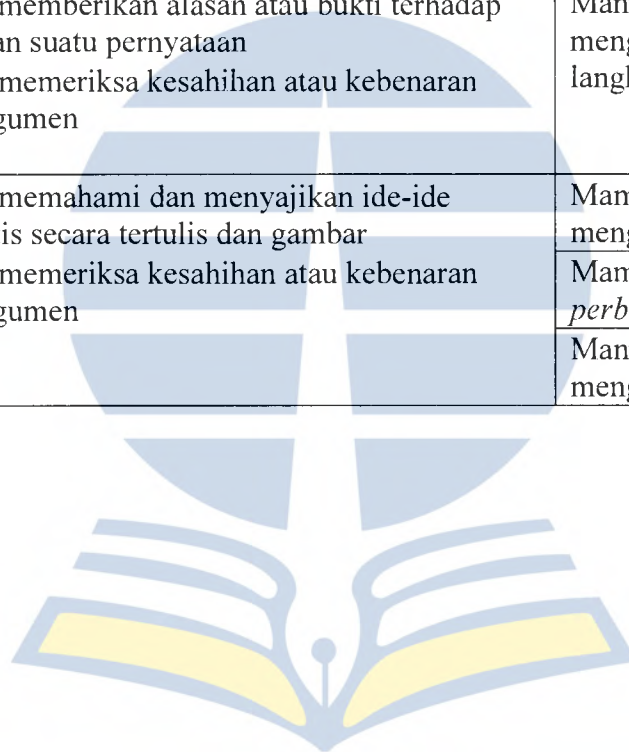
**Jawab:**

Dari poin (q) diperoleh nilai  $y = 4$  dan karena  $r = 5$ , maka  $\sin \alpha = \frac{y}{r} = \frac{4}{5} = 0,8$ . Setelah diperiksa ternyata nilai  $\sin \alpha$  sesuai dengan yang diketahui.

**PEMETAKAN INDIKATOR KEMAMPUAN PENALARAN DAN KOMUNIKASI  
PADA LEMBAR MASALAH 1**

No	INDIKATOR PENALARAN	INDIKATOR KOMUNIKASI	INDIKATOR SOAL
1.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mampu memahami masalah</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis</li> </ul>	Mampu menyebutkan unsur – unsur yang diketahui dalam masalah
			Mampu menyebutkan unsur-unsur yang ditanyakan dalam masalah
			Mampu memberikan alasan bahwa unsur – unsur yang diketahui merupakan syarat cukup untuk menjawab pertanyaan atau tidak.
2.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mampu mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah</li> <li>Mampu memilih pendekatan dan strategi yang tepat untuk memecahkan masalah</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mampu membuat dugaan</li> <li>Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis</li> </ul>	Mampu menyebutkan cara menentukan sudut $\alpha$ , yaitu sudut yang dibentuk oleh $\overline{PQ}$ dan $\overline{RC}$
			Mampu menyebutkan langkah-langkah dan strategi menentukan panjang $\overline{PQ}$ atau $\overline{DR}$
			Mampu menyebutkan langkah-langkah dan strategi menentukan panjang $\overline{RC}$
			Mampu menduga panjang $\overline{DC}$
			Mampu menyebutkan langkah-langkah dan strategi dalam menentukan $\cos \alpha$
			Mampu menyebutkan langkah-langkah dan strategi menentukan ukuran sudut $\alpha$ dari nilai $\cos \alpha$
3.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar</li> <li>Mampu memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan</li> <li>Mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argumen</li> </ul>	Mampu menggambar kubus ABCD.EFGH dan kedudukan titik P, Q, dan R kedudukan garis $\overline{PQ}$ dan $\overline{RC}$ ?...
			Mampu menentukan dan menggambarkan sudut $\alpha$ , yaitu sudut yang dibentuk oleh $\overline{PQ}$ dan $\overline{RC}$
			Mampu menghitung panjang $\overline{PQ}$ atau $\overline{DR}$ dengan Teorema Pythagoras dan memberi alasan setiap langkahnya

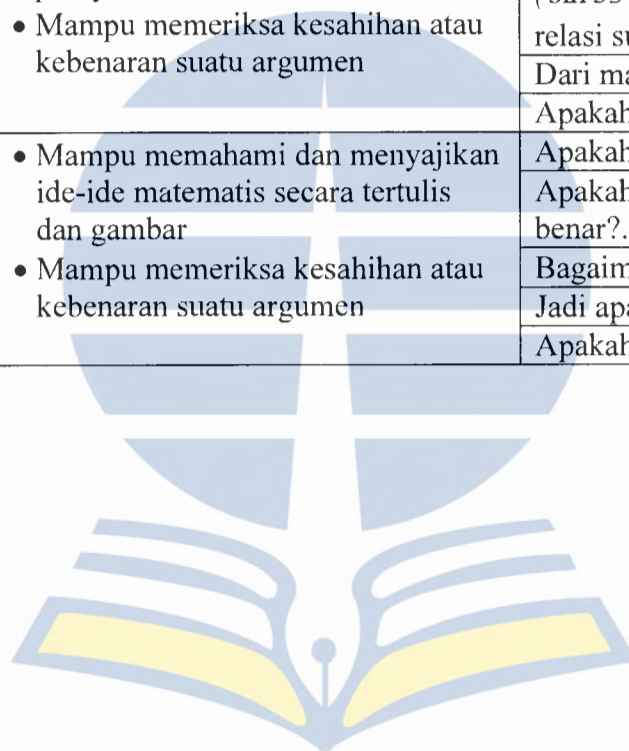
No	INDIKATOR PENALARAN	INDIKATOR KOMUNIKASI	INDIKATOR SOAL
			Mampu menghitung panjang $\overline{RC}$ dengan Teorema Pythagoras dan memberi alasan setiap langkahnya
			Mampu menentukan panjang $\overline{DC}$
	Menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh untuk memecahkan masalah	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar</li> <li>• Mampu memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan</li> <li>• Mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argumen</li> </ul>	Mampu menghitung nilai $\cos \alpha$ dengan menggunakan <b>Aturan Cosinus</b> dan memberi alasan setiap langkahnya Mampu menentukan besar sudut $\alpha$ dengan menggunakan <b>Relasi Sudut</b> dan memberi alasan setiap langkahnya
4.	Menyelesaikan masalah	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar</li> <li>• Mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argumen</li> </ul>	Mampu menentukan kembali nilai $\cos \alpha$ dengan menggunakan <i>Nilai Perbandingan Trigonometri</i> Mampu menentukan nilai $\sin \alpha$ dengan menggunakan <i>perbandingan sisi segitiga</i> Mampu memeriksa kebenaran besar nilai $\sin \alpha$ dengan menggunakan nilai <i>perbandingan trigonometri</i>



# PEDOMAN WAWANCARA

LANGKAH POLYA	INDIKATOR PENALARAN	INDIKATOR KOMUNIKASI	INDIKATOR SOAL
<b>Memahami Masalah</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mampu memahami masalah</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara lisan</li> </ul>	Bagaimana Anda tahu kalau ini diketahui?...
			Bagaimana Anda tahu kalau ini ditanyakan?...
			Mengapa bisa Anda bisa berfikir demikian?...
<b>Menyusun Rencana</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mampu mengorganisasi data dan memilih informasi yang relevan dalam mengidentifikasi masalah</li> <li>Mampu memilih pendekatan dan strategi yang tepat untuk memecahkan masalah</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mampu membuat dugaan</li> <li>Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara lisan</li> </ul>	Mengapa Anda membutuhkan gambar untuk menentukan sudut $\alpha$ ?...
			Bagaimana Anda menentukan sudut $\alpha$ jika sudut tersebut dibentuk oleh 2 garis yang bersilangan?...
			Mengapa Anda memilih Teorema Pythagoras untuk menentukan panjang $\overline{PQ}$ atau $\overline{DR}$ , $\overline{RC}$ , dan $\overline{DC}$ ?...
			Mengapa Anda memilih Aturan Cosinus untuk menentukan $\cos \alpha$ ?...
			Bagaimana Anda bisa menentukan ukuran sudut $\alpha$ dari nilai $\cos \alpha$ nya?..
			Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...
<b>Melaksanakan Rencana</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Menggunakan atau mengembangkan strategi pemecahan masalah</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar</li> <li>Mampu memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan</li> <li>Mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argumen</li> </ul>	Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...
			Bagaimana Anda menggambar kubus ABCD.EFGH, kedudukan titik P, Q, dan R kedudukan garis $\overline{PQ}$ dan $\overline{RC}$ ?.
			Bagaimana Anda menggambar sudut $\alpha$ ?...
			Bagaimana Anda menghitung panjang $\overline{PQ}$ atau $\overline{DR}$ dengan Teorema Pythagoras?...
			Bagaimana Anda menghitung panjang $\overline{RC}$ dengan Teorema Pythagoras?...
			Bagaimana Anda menentukan panjang $\overline{DC}$ ?...
Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...			

LANGKAH POLYA	INDIKATOR PENALARAN	INDIKATOR KOMUNIKASI	INDIKATOR SOAL
	Menafsirkan hasil jawaban yang diperoleh untuk memecahkan masalah	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar</li> <li>• Mampu memberikan alasan atau bukti terhadap kebenaran suatu pernyataan</li> <li>• Mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argumen</li> </ul>	<p>Mengapa Anda memilih segitiga DRC?..</p> <p>Bagaimana Anda menghitung nilai <math>\cos \alpha</math> dengan menggunakan <i>Aturan Cosinus</i>?...</p> <p>Bagaimana menentukan sudut <math>\alpha</math> yang memenuhi nilai <math>\cos \alpha</math> tersebut jika diketahui (<math>\sin 53^\circ = 0,8</math> dan <math>\sin 37^\circ = 0,6</math>) dengan menggunakan relasi sudut?...</p> <p>Dari manakah Anda mendapatkan informasi tersebut?...</p> <p>Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...</p>
<b>Melihat Kembali</b>	Menyelesaikan masalah	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mampu memahami dan menyajikan ide-ide matematis secara tertulis dan gambar</li> <li>• Mampu memeriksa kesahihan atau kebenaran suatu argumen</li> </ul>	<p>Apakah Anda yakin sudah benar?...</p> <p>Apakah Anda bisa menunjukkan bahwa nilai <math>\cos \alpha</math> benar?...</p> <p>Bagaimana dengan nilai <math>\sin \alpha</math> nya?...</p> <p>Jadi apakah kesimpulan Anda?....</p> <p>Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...</p>





## TRANSKRIP WAWANCARA

### *Transkrip Wawancara Ketika G11 Memahami Masalah M1*

- GL1M1 4 P Bagaimana Anda tahu kalau unsur-unsur ini diketahui?
- GL1M1 5 S Dari sini Bu (dengan menunjuk soal pada M1)
- GL1M1 6 S Dari soal sudah dijelaskan bahwa di kubus ABCD.EFGH yang berusuk  $a$  cm terdapat titik lain yaitu  $P$  yang terletak dipertengahan  $\overline{AD}$ , titik  $Q$  dipertengahan bidang EFGH, dan titik  $R$  dipertengahan  $\overline{HG}$ .
- GL1M1 7 S Lalu disitu juga diberi informasi bahwa  $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$
- GL1M1 8 P Bagaimana Anda tahu kalau ini ditanyakan?...
- GL1M1 9 S Di M1 dijelaskan bahwa kita disuruh menemukan ukuran sudut yang dibentuk oleh  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  yang disebut sudut  $\alpha$ .
- GL1M1 10 P Mengapa Anda bisa berfikir bahwa unsur yang diketahui sudah cukup untuk menjawab unsur yang ditanyakan?..
- GL1M1 11 S Sebelumnya saya memang ragu Bu. Tetapi akhirnya yakin bahwa unsur yang diketahui merupakan syarat cukup dari unsur yang ditanyakan.
- GL1M1 12 S Dari unsur yang diketahui tersebut, saya bisa menentukan  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  sehingga saya bisa menentukan sudutnya. Selanjutnya dengan panjang rusuk yang diketahui pula, saya bisa menentukan ukurannya.
- GL1M1 13 P Jadi?...
- GL1M1 14 S Jadi, saya bisa menyelesaikan masalah tersebut dengan unsur-unsur yang telah diketahui.
- GL1M1 15 P Mengapa alasan tersebut tidak ditulis?
- GL1M1 16 S Hehehe..iya Bu, malas panjang-panjang (sambil tersenyum dan berusaha meyakinkan Peneliti)

### *Transkrip Wawancara Ketika G11 Menyusun Rencana Penyelesaian Masalah M1*

- GL1M1 23 P Mengapa Anda membutuhkan gambar untuk menentukan sudut  $\alpha$ ?...
- GL1M1 24 S Untuk mempermudah kita membayangkan letak garisnya Bu. Kalo cuma di angan-angan sulit.
- GL1M1 25 S Ini juga kan masalah bangun ruang Bu, masalah geometri. Jadi saya butuh model untuk bisa menentukan kedudukan garis-garisnya. Apalagi garis yang membentuk sudut  $\alpha$  adalah garis yang bersilangan.
- GL1M1 26 P Bagaimana Anda menentukan sudut  $\alpha$  jika sudut tersebut dibentuk oleh 2 garis yang bersilangan?...
- GL1M1 27 S Dengan menggeser salah satu garis Bu, jadi terbentuk sudut yang ditanyakan.

- GL1MI 28 P Lalu mengapa Anda memilih Teorema Pythagoras untuk menentukan panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$ ,  $\overline{RC}$ , dan  $\overline{DC}$ ?...
- GL1MI 29 S Lah..ini Bu. Segitiganya khan siku-siku. (menunjuk pada gambar)
- GL1MI 30 P mengapa Anda memilih aturan cosinus untuk menentukan  $\cos \alpha$  ?
- GL1MI 31 S Karena segitiga yang akan saya gunakan untuk mencari nilai sudut  $\alpha$  diketahui 3 panjang sisinya
- GL1MI 32 P Lalu, setelah ketemu nilai  $\cos \alpha$ , bagaimana Anda bisa menentukan ukuran sudut  $\alpha$  nya?..
- GL1MI 33 S Dengan menggunakan  $\arccos \alpha$  atau  $\cos^{-1} \alpha$
- GL1MI 34 P Apa maksudnya?..tolong jelaskan.
- GL1MI 35 S  $\arccos \alpha$  atau  $\cos^{-1} \alpha$  itu invers dari  $\cos \alpha$ . Biasanya saya menggunakan kalkulator untuk menentukan invers jika sudutnya tidak istimewa atau tidak diketahui. Tetapi karena di sini diketahui, maka saya menggunakan persamaan trigonometri sederhana Bu.
- GL1MI 36 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...
- GL1MI 37 S Setelah menentukan nilai  $\cos^{-1} \alpha$ , saya menggunakan relasi sudut karena ternyata tidak ada di unsur yang diketahui.

### **Transkrip Wawancara Ketika GLI Melaksanakan Rencana Penyelesaian Masalah**

#### **MI**

- GL1MI 44 P Bagaimana Anda menggambar kubus  $ABCD.EFGH$ . kedudukan titik  $P$ ,  $Q$ , dan  $R$  kedudukan garis  $\overline{PQ}$  dan  $\overline{RC}$  ?...
- GL1MI 45 S Seperti ini Bu. (dengan menunjukkan hasil gambarannya dan menjelaskan kedudukan masing-masing titik).
- GL1MI 46 P Bagaimana Anda menggambar sudut  $\alpha$  ?...
- GL1MI 47 S Seperti yang sudah jelaskan sebelumnya Bu. Ini hasilnya (sambil menunjuk gambar).
- GL1MI 48 S Saya gambar garis  $\overline{PQ}$  dulu, kemudian seolah-olah saya geser untuk mendapatkan garis yang sejajar yang berimpit dengan garis  $\overline{RC}$ , yaitu garis  $\overline{DR}$ . Jadi dari sini terlihat bahwa ini Bu sudut  $\alpha$  nya. (kembali menunjuk gambar)
- GL1MI 49 P Bagaimana Anda menghitung panjang  $\overline{PQ}$  atau  $\overline{DR}$  dengan Teorema Pythagoras?...
- GL1MI 50 S Begini Bu. Di sini saya menambahkan titik  $O$  yaitu titik perpotongan antara garis  $\overline{AC}$  dan  $\overline{BD}$  sehingga terbentuk segitiga  $POQ$  yang merupakan segitiga siku-siku di  $O$ .
- GL1MI 51 S Kemudian saya hitung seperti ini Bu. (memunjuk hasil pekerjaannya pada poin (k) dan menjelaskan langkah-langkah pengerjaannya disertai dengan alasan yang belum tertulis),

sehingga saya temukan panjang  $\overline{PQ} = \frac{1}{2}\sqrt{5}$  cm.

- GL1MI 52 P Bagaimana Anda menghitung panjang  $\overline{RC}$  dengan Teorema Pythagoras?...
- GL1MI 53 S  $\overline{RC}$  adalah sisi hypotenusa segitiga  $RGC$ . Sedangkan segitiga  $RGC$  kongruen dengan segitiga  $POQ$ , sehingga dengan perhitungan yang sama saya langsung dapatkan bahwa panjang  $\overline{RC}$  sama dengan panjang  $\overline{PQ}$  yaitu  $\overline{RC} = \frac{1}{2}\sqrt{5}$  cm
- GL1MI 54 P Bagaimana Anda dapat mengatakan bahwa segitiga  $RGC$  kongruen dengan segitiga  $POQ$ ?...
- GL1MI 55 S Menggunakan **sisi-sudut-sisi** Bu.  $\overline{GC} \cong \overline{OQ}$ ,  $\angle RGC \cong \angle POQ$ , dan  $\overline{RG} \cong \overline{PO}$ , sehingga  $\overline{RC} \cong \overline{PQ}$
- GL1MI 56 P Untuk menentukan nilai  $\cos \alpha$ , Anda memilih **Aturan Cosinus**. Bagaimanakah rumus **Aturan Cosinus** tersebut?...
- GL1MI 57 S Karena saya memilih segitiga  $DRC$  dan sudut  $\alpha$  adalah  $\angle DRC$  dan  $DR = c$ ,  $RC = d$ ,  $DC = r$ , maka rumus **Aturan Cosinus** nya adalah  $r^2 = c^2 + d^2 - 2cd \cos \alpha$
- GL1MI 58 P Bagaimana Anda menghitung nya?...
- GL1MI 59 S Sesuai yang sudah saya tuliskan Bu. Saya memasukkan masing-masing nilai yang diketahui ke dalam rumus kemudian saya operasikan sedemikian hingga saya temukan nilai  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$ .
- GL1MI 60 P Bagaimana menentukan sudut  $\alpha$  dari nilai  $\cos \alpha$  yang sudah ditemukan?...
- GL1MI 61 S Dari unsur yang diketahui yaitu  $\sin 53^\circ = 0,8$  dan  $\sin 37^\circ = 0,6$  saya bisa menentukan nilai sudut  $\alpha$  dengan terlebih dahulu menggunakan relasi sudut. Relasinya berbalik Bu.
- GL1MI 62 P Berbalik bagaimana?..
- GL1MI 63 S  $\sin 53^\circ = 0,8$        $\sin 37^\circ = 0,6$   
 $\cos 37^\circ = 0,8$        $\cos 53^\circ = 0,6$   
 Artinya  $\cos(90 - \alpha)^\circ = \sin \alpha^\circ$   
 Setelah itu saya dapatkan bahwa sudut  $\alpha = 53^\circ$  karena  $\cos 53^\circ = 0,6$
- GL1MI 64 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?...
- GL1MI 65 S Tidak ada Bu.

**Transkrip Wawancara Ketika GL1 Memeriksa Kembali Hasil Penyelesaian M1**

- GL1M1 69 P Dari manakah Anda memperoleh nilai  $\cos \alpha$  tersebut?
- GL1M1 70 S Sebenarnya saya memperolehnya dengan relasi sudut seperti langkah sebelumnya Bu. Dari unsur yang diketahui bahwa  $\alpha = 53^\circ$  dan  $\sin \alpha = 0,8$  sehingga  $\cos \alpha = 0,6$
- GL1M1 71 P Dari nilai  $\cos \alpha = \frac{x}{r}$  tersebut, kemudian Anda dapat menentukan nilai  $y$  nya, dapatkah Anda jelaskan?
- GL1M1 72 S Mudah saja Bu, di soal telah tertulis jelas bahwa saya dapat menggunakan rumus  $x^2 + y^2 = r^2$ , jadi saya tinggal mensubstitusi nilai yang diketahui sehingga saya peroleh nilai  $y = 4$
- GL1M1 73 S Sebenarnya rumus tersebut diperoleh dari segitiga siku-siku yang terletak di diagram Cartecius. Seperti ini. (sambil menggambar).
- GL1M1 74 P Bagaimana dengan nilai  $\sin \alpha$  nya?...
- GL1M1 75 S Nilai  $\sin \alpha = \frac{y}{r}$ , jadi tinggal disubstitusi Bu. Saya peroleh  $\sin \alpha = \frac{4}{5} = 0,8$
- GL1M1 76 P Jadi apakah kesimpulan Anda?....
- GL1M1 77 S Kesimpulannya...sesuai. Maksudnya nilai  $\sin \alpha = \frac{4}{5} = 0,8$  sesuai dengan unsur yang diketahui di soal. Jadi jawaban saya benar.
- GL1M1 78 P Apakah ada hal lain yang ingin Anda ungkapkan?
- GL1M1 79 S Tidak Bu.

# DOKUMENTASI PENELITIAN



**Gambar 1** Siswa *Gifted Learner 1* (GL 1)  
Menyelesaikan Masalah Geometri



**Gambar 2** Siswa *Gifted Learner 2* (GL 2)  
Menyelesaikan Masalah Geometri



**Gambar** Siswa *Gifted Underachievement 1* (GU 1)  
Menyelesaikan Masalah



**Gambar 4** Siswa *Gifted Underachievement 2* (GU 2)  
Menyelesaikan Masalah



**Gambar 5 Wawancara dengan Siswa  
*Gifted Learner 1 (GL 1)***



**Gambar 6 Wawancara dengan Siswa  
*Gifted Learner 2 (GL 2)***



**Gambar 7 Wawancara dengan Siswa  
*Gifted Underachievement 1 (GU 1)***



**Gambar 8 Wawancara dengan Siswa  
*Gifted Underachievement 2 (GU 2)***