PROSIDING SENAMAS 2017 Vol.1

ISBN 978-602-72198-6-1

9 786027 219861

ISBN : 978-602-72198-6-1

PROSIDING VOL.1

SENAMAS 2017

Seminar Nasional Matematika IndoMS Wilayah Sulawesi 2017

"Peranan Matematika, Statistika, Ilmu Komputer dan Pendidikan Matematika dalam Memahami Sains, Teknologi, dan Budaya Maritim"

Makassar, 11-12 Juli 2017

DEPARTEMEN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS HASANUDDIN
BEKERJA SAMA DENGAN
INDONESIAN MATHEMATICAL SOCIETY

PROSIDING VOL.1

SENAMAS 2017

Seminar Nasional Matematika IndoMS Wilayah Sulawesi 2017

"Peranan Matematika, Statistika, Ilmu Komputer dan Pendidikan Matematika dalam Memahami Sains, Teknologi, dan Budaya Maritim"

Makassar, 11-12 Juli 2017

EDITORIAL

Prof. Dr. Hasmawati, M.Si
Dr. Kasbawati, M.Si
Dr. Nurtiti Sunusi, M.Si
Edy Saputra, S.Si., M.Si

PENERBIT

Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin

PROSIDING SENAMAS 2017

Seminar Nasional Matematika IndoMS Wilayah Sulawesi 2017

"Peranan Matematika, Statistika, Ilmu Komputer dan Pendidikan Matematika dalam Memahami Sains, Teknologi, dan Budaya Maritim"

ISBN : 978-602-72198-6-1

PENERBIT:

Fakultas MIPA Universitas Hasanuddin
Gedung Sains (SB) FMIPA UNHAS
Jl. Perintis Kemerdekaan km 10, Kampus Unhas Tamalanrea,
Makassar, 90245, Sulawesi Selatan, Indonesia
E-mail: ahaddade@fmipa.unhas.ac.id,
Telp/Fax: 0411586016/0411588551

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur kehadirat Tuhan Yang Maha Kuasa atas limpahan rahmat dan hidayah-Nya sehingga prosiding Seminar Nasional Matematika IndoMS Wilayah Sulawesi 2017 (SENAMAS 2017) ini dapat terselesaikan dengan baik. Prosiding ini berisi kumpulan makalah dari berbagai daerah di Indonesia yang telah dipresentasikan dalam SENAMAS 2017 yang diselenggarakan oleh Jurusan Matematika Universitas Hasanuddin bekerjasama dengan Indonesian Mathematical society (IndoMS) Wilayah Sulawesi pada hari Selasa dan Rabu, 11-12 Juli 2017. Seminar ini diberi tema **"Peranan Matematika, Statistika, Ilmu Komputer, dan Pendidikan Matematika dalam Memahami Sains, Teknologi, dan Budaya Maritim"**.

Prosiding ini disusun untuk mendokumentasikan gagasan dan hasil penelitian terkait matematika, statistika, ilmu komputer, dan pendidikan matematika, dengan tujuan dapat memberikan wawasan tentang pengembangan dan penerapan ilmu terkait Matematika. Selain itu, prosiding ini juga diharapkan dapat menjadi sumber informasi tentang perkembangan dalam pembelajaran dan upaya-upaya yang terus dilakukan demi terwujudnya pendidikan matematika yang lebih baik. Dengan demikian, seluruh pihak yang terlibat dalam dunia penelitian dan pendidikan matematika dapat terus termotivasi dan bersinergi untuk bekerja sama dan berperan aktif, baik pada bidang penelitian maupun pada bidang pendidikan.

Penyelesaian prosiding ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak. Untuk itu, pada kesempatan ini panitia menyampaikan ucapan terima kasih dan memberikan penghargaan setinggi-tingginya, kepada :

1. Rektor Universitas Hasanuddin, Prof. Dr. Dwia Aries Tina Pulubuhu, MA., yang telah memberikan dukungan dan memfasilitasi dalam kegiatan ini.
2. Dekan Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Hasanuddin, Dr. Eng. Amiruddin, M.Sc., atas segala support dan motivasi dalam kegiatan ini.
3. Seluruh pembicara utama: Prof. Dr. M. Wono Setia Budhi, Dr. F. P. H. Van Beckum, Dr. Intan Muchtadi, dan Dr. Eng. Mawardi, M.Sc.
4. Bapak/Ibu reviewer yang telah meluangkan waktunya untuk mereview makalah yang dimuat dalam prosiding ini.
5. Bapak/Ibu/Mahasiswa seluruh panitia yang telah meluangkan waktu, tenaga, serta pemikiran demi kesuksesan acara ini.
6. Bapak/Ibu seluruh dosen, guru, dan mahasiswa penyumbang artikel hasil penelitian dan pemikiran ilmiahnya dalam kegiatan SENAMAS 2017 ini.

Kami menyadari bahwa prosiding ini tentu saja tidak luput dari kekurangan, untuk itu kami mengharapkan masukan atau saran demi perbaikan prosiding pada terbitan tahun yang akan datang.

Makassar, 07 Juli 2017
Ketua Panitia

SENAMAS 2017

Prof. Dr. Hasmawati, M.Si

DAFTAR ISI

KOMBINATORIK

MATEMATIKA TERAPAN (BIOMATEMATIKA)

MATEMATIKA TERAPAN (RISET OPERASI)

MATEMATIKA TERAPAN (KEUANGAN)

PENDIDIKAN MATEMATIKA

STATISTIKA

ISBN: 978-602-72198-6-1

Seminar Nasional Matematika IndoMS Wilayah Sulawesi 2017
SENAMAS 2017

Windowed Linear Canonical Fourier Transform and its Relation to Windowed Fourier Transform

Mawardi Bahri

Department of Mathematics, Hasanuddin University, Makassar 90245, Indonesia
e-mail: mawardibahri@gmail.com

Abstract

The windowed linear canonical transform (WLCT) is a nontrivial generalization of the classical windowed Fourier transform (WFT) to the linear canonical transform (LCT) domain. In this paper, we establish a relationship between the WLCT and WFT. Based on this relation we easily obtain some properties related to the WLCT such as inversion formula and uncertainty principle.

Keywords: linear canonical transform, uncertainty principle

AMS Subject Classification: 11R52, 42C40, 30G35

1 Introduction

It is well known the windowed Fourier transform (WFT) is a very useful mathematical tool, which has been successfully applied in quantum physics, signal processing and many other fields of science and engineering. In recent years, there has been increasing interest to extending various types of transform using the linear canonical transform (LCT), we refer the reader to the papers [2, 5, 6, 10, 11] and the references cited therein. In [7, 8], the authors proposed a generalization of the WT in the LCT domain, the so-called the windowed linear canonical transform (WLCT). The generalized transform is constructed by substituting the Fourier kernel with the LCT kernel in the WFT definition. They also established some important properties of the WLCT such as covariance property, orthogonality property, inversion formula and the uncertainty principle.

In [13], the author studied that the fractional Fourier transform (FrFT) can be reduced to the classical Fourier transform. Based on this fact, some properties of the fractional Fourier transform (FrFT) can be derived very easily from those of the Fourier transform by simple change variable. In the present paper, we will further develop this approach within the framework of the linear canonical transform. We derive some fundamental properties of the WLCT such as inversion formula and uncertainty principle using relationship between the WLCT and the WFT. It is found that the alternative proof of the WLCT properties is much simpler and shorter than the former.

2 Definition of LCT

The concept of the linear canonical transform (LCT) is firstly proposed by Moshinsky and Collins [3, 9] by generalizing the classical Fourier transform (FT). Here we briefly introduce the LCT definition.

ISBN: 978-602-72198-6-1

Definition 2.1 (LCT). *Let* $A = (a, b, c, d) = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2}$ *be a matrix parameter satisfying* $det(A) = ad - bc = 1$*. The LCT of a signal* $f \in L^1(\mathbb{R})$ *is defined by*

$$L_A\{f\}(\omega) = \begin{cases} \int_{\mathbb{R}} f(x) K_A(\omega, x)\, dx, b \neq 0 \\ \sqrt{d} e^{i\frac{cd}{2}\omega^2} f(d\omega),\ b = 0, \end{cases} \tag{1}$$

where $K_A(x, \omega)$ *is so-called kernel of the LCT given by*

$$K_A(x, \omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi b}} e^{i\frac{1}{2}(\frac{a}{b}x^2 - \frac{2}{b}x\omega + \frac{d}{b}\omega^2 - \frac{\pi}{4})}.$$

It is not difficult to check that the LCT kernel mentioned above has the following important property

$$K_{A^{-1}}(x, \omega) = \overline{K_A(x, \omega)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi b}} e^{-i\frac{1}{2}(\frac{a}{b}x^2 - \frac{2}{b}x\omega + \frac{d}{b}\omega^2 - \frac{\pi}{4})}.$$

From the definition of the LCT above, it is easily seen that for $b = 0$ the LCT of a signal is essentially a chirp multiplication. Therefore, in this work we always assume $b \neq 0$.

As a special case, when $A = (a, b, c, d) = (0, 1, -1, 0)$, the LCT definition (1) reduces to the Fourier transform definition. The inverse transform of the LCT is given by

$$\begin{aligned} L_A^{-1}\{f\}(x) = f(x) &= \int_{\mathbb{R}} L_A\{f\}(\omega)\, K_A{-1}(\omega, x)\, d\omega \\ &= \int_{\mathbb{R}} L_A\{f\}(\omega)\, \frac{1}{\sqrt{2\pi b}} e^{-i\frac{1}{2}(\frac{a}{b}x^2 - \frac{2}{b}x\omega + \frac{d}{b}\omega^2 - \frac{\pi}{4})}\, d\omega. \end{aligned} \tag{2}$$

Some useful properties of the LCT are summarized in the following theorems.

Theorem 2.1 (Shift property). *If complex function* $f \in L^1(\mathbb{R})$*, then the LCT of a shift by real number* k *is given by*

$$L_A\{\tau_k f\}(\omega) e^{-\frac{iack^2}{2} + ick\omega} F_A(\omega - ak). \tag{3}$$

Theorem 2.2 (Modulation property). *For any function* $f \in L^1(\mathbb{R})$*, then the LCT of a modulation by real number* ω_0 *is given by*

$$L_A\{e^{ix\omega_0} f(x)\}(\omega) = e^{-\frac{ibd\omega_0^2}{2} + id\omega_0\omega} F_A(\omega - b\omega_0). \tag{4}$$

Theorem 2.3 (Time-frequency shift). *If complex function* $f \in L^1(\mathbb{R})$*, then we get*

$$\begin{aligned} & L_A\{\mathbb{M}_{\omega_0}\tau_k f\}(\omega) \\ & = e^{-i(ack^2 + bd\omega_0^2)/2 + i(ck + d\omega_0)\omega - ibck\omega_0} \\ & \quad \times L_A\{f\}(\omega - ak - b\omega_0). \end{aligned} \tag{5}$$

The LCT of a function $f \in L^1(\mathbb{R})$ could be computed via associated FT that is

$$L_A\{f\}(\omega) = \frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi b}} e^{\frac{id}{2b}\omega^2} \mathcal{F}\{e^{\frac{ia}{2b}x^2} f(x)\} \left(\frac{\omega}{b}\right), \tag{6}$$

where $\mathcal{F}\{f\}(\omega) = \hat{f}(\omega)$ is the Fourier transform of the complex function $f \in L^1(\mathbb{R})$ defined by (see Bracewell [1])

$$\mathcal{F}\{f\}(\omega) = \int_{\mathbb{R}} f(x) e^{-i\omega x}\, dx. \tag{7}$$

Let $h(x) = \frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi b}} e^{\frac{ia}{2b}x^2} f(x)$. Then equation (6) can be written in the following form

$$e^{-\frac{id}{2b}\omega^2} L_A\{f\}(\omega) = \mathcal{F}\{h\} \left(\frac{\omega}{b}\right). \tag{8}$$

ISBN: 978-602-72198-6-1

2.1 Windowed Linear Canonical Transform (WLCT)

We briefly introduce the windowed linear canonical transform (WLCT), which is recently presented in [7].

Definition 2.2 (WLCT). *Let $\phi \in L^2(\mathbb{R})$ be a non-zero window function. Denote by G_ϕ^A, the WLCT on $L^2(\mathbb{R})$. The WLCT of $f \in L^2(\mathbb{R})$ with respect to ϕ is defined by*

$$G_\phi^A f(\omega,u) = \int_{\mathbb{R}} f(x)\overline{\phi(x-u)}\frac{1}{\sqrt{2\pi b}}e^{\frac{1}{2}i(\frac{a}{b}x^2-\frac{2}{b}x\omega+\frac{d}{b}\omega^2-\frac{\pi}{4})}\,dx. \tag{9}$$

We have the following important consequences of the above definition:

- When $A=(a,b,c,d)=(0,1,-1,0)$, Definition (2.2) above reduces to the classical WFT definition

$$G_\phi f(\omega,u) = \int_{\mathbb{R}} f(x)\overline{\phi(x-u)}e^{ix\omega}\,dx. \tag{10}$$

- Equation (9) shows that it is also generated using the inverse LCT kernel.
- If we take the Gaussian function as the window function in equation (9), then we get the Gabor linear canonical transform (GLCT).
- For a fixed u, it is easy to see that

$$G_\phi^A f(\omega,u) = L_A\{f\,T_u\bar{\phi}\}(\omega), \tag{11}$$

where the translation operator is defined by

$$T_u f(x) = f(x-u).$$

3 The Main Result

We first need the following important result, which will be useful in proving the main result in this paper.

Theorem 3.1. *The WLCT of a function $f \in L^1(\mathbb{R})$ with matrix parameter $A_1=(a,b,c,d)$ can be reduced to the WFT, that is,*

$$e^{-\frac{id}{2b}\omega^2}G_\phi^A f(\omega,u) = G_\phi h(\frac{\omega}{b},u), \tag{12}$$

where

$$h(x) = \frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi b}}e^{\frac{ia}{2b}x^2}f(x). \tag{13}$$

Proof. A straightforward computation shows that

$$\begin{aligned} G_\phi^A f(\omega,u) &= \int_{\mathbb{R}} f(x)\overline{\phi(x-u)}\frac{1}{\sqrt{2\pi b}}e^{\frac{1}{2}i(\frac{a}{b}x^2-\frac{2}{b}x\omega+\frac{d}{b}\omega^2-\frac{\pi}{4})}\,dx \\ &= e^{\frac{id}{2b}\omega^2}\int_{\mathbb{R}}\frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi b}}e^{\frac{ia}{2b}x^2}f(x)\overline{\phi(x-u)}e^{i\frac{x\omega}{b}}\,dx \\ &= e^{\frac{id}{2b}\omega^2}\int_{\mathbb{R}} h(x)\overline{\phi(x-u)}e^{i\frac{x\omega}{b}}\,dx \\ &= e^{\frac{id}{2b}\omega^2}G_\phi h(\frac{\omega}{b},u). \end{aligned} \tag{14}$$

The proof is complete. $\square$

ISBN: 978-602-72198-6-1

We now derive some properties of the WLCT such as its inversion formula and uncertainty principle using the relation between the WLCT and WFT.

Theorem 3.2. *If $f \in L^1(\mathbb{R})$, the inversion formula of the WLCT can be derived from that of the WFT, that is,*

$$f(x) = \frac{2\pi}{(\phi, \psi)} \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} G_\phi^A f(\omega, u) \overline{K_A(x, \omega)} \psi(x - u)\, d\omega\, du. \tag{15}$$

Proof. Applying the inverse transform of the WFT (10) yields

$$\begin{aligned} h(x) &= \frac{1}{(\phi, \psi)} \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} G_\phi h(\omega, u) e^{i\omega x} \psi(x - u)\, d\omega\, du \\ &= \frac{1}{(\phi, \psi)} \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} G_\phi h(\frac{\omega}{b}, u) e^{i\frac{x\omega}{b}} \psi(x - u)\, d\frac{\omega}{b}\, du. \end{aligned} \tag{16}$$

Here $h(x)$ is defined by (13). It means that we have

$$\begin{aligned} \frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi b}} e^{\frac{ia}{2b}x^2} f(x) &= \frac{1}{(\phi, \psi)} \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} e^{-\frac{id}{2b}\omega^2} G_\phi^A f(\omega, u) e^{i\frac{x\omega}{b}} \psi(x - u)\, d\frac{\omega}{b}\, du \\ &= 2\pi \frac{1}{(\phi, \psi)} \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} \frac{e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi b}} e^{-\frac{ia}{2b}x^2} e^{-\frac{id}{2b}\omega^2} G_\phi^A f(\omega, u) e^{i\frac{x\omega}{b}} \psi(x - u)\, d\omega\, du \\ &= 2\pi \frac{1}{(\phi, \psi)} \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} G_\phi^A f(\omega, u) \overline{\frac{1}{\sqrt{2\pi b}} e^{-\frac{1}{2}i(\frac{a}{b}x^2 - \frac{2}{b}x\omega + \frac{d}{b}\omega^2 - \frac{\pi}{4})}} \psi(x - u)\, d\omega\, du. \end{aligned} \tag{17}$$

The proof is complete. □

Theorem 3.3. *If $f, \phi \in L^2(\mathbb{R}^2)$ and $2 \le p < \infty$, then*

$$\int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} |G_\phi^A f(\omega, u)|^p\, d\omega\, dx \le \frac{2}{p} (E_A)^p \left(\|f\|_{L^2(\mathbb{R})} \|\phi\|_{L^2(\mathbb{R})} \right)^p, \tag{18}$$

where $E_A = (2\pi)^{-1/2} |b|^{1/p - 1/2}$.

Proof. From the Lieb inequality for the WFT (see [4]) we immediately obtain

$$\int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} |G_\phi f(\omega, u)|^p\, d\omega\, dx \le \frac{2}{p} \left(\|f\|_{L^2(\mathbb{R})} \|\phi\|_{L^2(\mathbb{R})} \right)^p. \tag{19}$$

By inserting the complex function $f(x)$ by $h(x)$ in equation (8) into both sides of equation (19) we immediately get

$$\begin{aligned} \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} |G_\phi h(\omega, u)|^p\, d\omega\, dx &\le \frac{2}{p} \left(\|h\|_{L^2(\mathbb{R})} \|\phi\|_{L^2(\mathbb{R})} \right)^p \\ \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} |G_\phi h(\omega, u)|^p\, d\omega\, dx &\le \frac{2}{p} \left(\left(\int_{\mathbb{R}} |\frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi b}} e^{\frac{ia}{2b}x^2} f(x)|^2\, dx \right)^{1/2} \|\phi\|_{L^2(\mathbb{R})} \right)^p. \end{aligned} \tag{20}$$

Now setting $\omega = \frac{\omega}{b}$, we further have

$$\int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} \frac{1}{|b|} |G_\phi h(\frac{\omega}{b}, u)|^p\, d\omega\, dx \le \frac{2}{p} \frac{1}{(2\pi|b|)^{p/2}} \left(\left(\int_{\mathbb{R}} |f(x)|^2\, dx \right)^{1/2} \|\phi\|_{L^2(\mathbb{R})} \right)^p. \tag{21}$$

Hence,

$$\int_{\mathbb{R}}\int_{\mathbb{R}}\frac{1}{|b|}|e^{-\frac{id}{2b}\omega^2}G_\phi^A f(\omega,u)|^p\,d\omega\,dx \le \frac{2}{p}\frac{1}{(2\pi|b|)^{p/2}}\left(\left(\int_{\mathbb{R}}|f(x)|^2\,dx\right)^{1/2}\|\phi\|_{L^2(\mathbb{R})}\right)^p. \tag{22}$$

The above equation can be simplified to

$$\int_{\mathbb{R}}\int_{\mathbb{R}}|G_\phi^A f(\omega,u)|^p\,d\omega\,dx \le \frac{2}{p}\frac{|b|}{(2\pi|b|)^{p/2}}\left(\|f\|_{L^2(\mathbb{R})}\|\phi\|_{L^2(\mathbb{R})}\right)^p.$$

This finishes the proof of Theorem. □

Acknowledgments.

This research is partially supported by WCU Percepatan Publikasi Internasional tahun 2016 (No. 3834/UN4.21/PL.09/2016) from the Hasanuddin University, Indonesia.

References

[1] R. Bracewell, The Fourier Transform and its Applications, McGraw Hill, 2000.

[2] R.-F. Bai, B.-Z. Li, and Q.-Y. Cheng, Wigner-Ville distribution associated with the linear canonical transform, *Journal of Applied Mathematics,* Vol. 2012, Article ID 740161, 14 pages.

[3] S.A. Collins, Lens-System Diffraction Integral Written in Term of Matrix Optics, J. Opt. Soc. Am., 60, 1168-1177.

[4] K. Gröchenig, Foundation of Time-Frequency Analysis, Birkhäuser, Boston, 2001.

[5] X. Guanlei, W. Xiaotong, and X. Xiaogang, New inequalities and uncertainty relations on linear canonical transform revisit, EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, Vol. 2009, Article ID 563265, 7 pages.

[6] X. Guanlei, W. Xiaotong, and X. Xiaogang, Uncertainty inequlities for linear canonical transform IET Signal Processing, 3 (5), (2009), 392–402.

[7] K.I. Kou and R.H. Xu, Windowed linear canonical transform and its applications, Signal Processing, 92 (1) (2012), 179-188.

[8] K.I. Kou, R.H. Xu, and Y.H. Zhang, Paley-Wiener theorems and uncertainty principles for the windowed linear canonical transform, Mathematical Methods in applied Science 35 (2012), 2122-2132.

[9] M. Moshinsky and C. Quesnee, Linear Canonical Transform and their Unitary Representations, J. Math. Phys. 12, 1772-1783, 1971.

[10] Y. Yang and K.I. Kou, On uncertainty principles for hypercomplex signals in the linear canonical transform domains, *Signal Processing,* 95, 67-75, 2014.

[11] R. Tao, Y.-L. Li and Y. Wang, Uncertainty principles for linear canonical transforms, IEEE Trans. Signal Process. 57 (7), 2009, 2856-2858.

ISBN: 978-602-72198-6-1

[12] H. M. Ozaktas, Z. Zalevsky, and M. A. Kutay, The Fractional Fourier Transform with Application in Optics and Signal Processing, Willey, New York, 2001.

[13] Z. I Zayed, On the relationship between the Fourier and fractional Fourier transforms, IEEE Signal Processing Letters, 3(12), 310-311, 1996.

ISBN: 978-602-72198-6-1

Pengembangan Sikap Berwawasan Maritim Dan Hasil Belajar Mahasiswa Universitas Terbuka Melalui Pembelajaran Berbasis Masalah

Tri Dyah Prastiti
UPPBJ UT Surabaya

Abstrak

Tujuan utama mahasiswa belajar matematika adalah memiliki hasil belajar yang tinggi dan sikap-sikap positif.Salah satu metode belajar yang dapat membantu mahasiswa untuk mencapai tujuan tersebut adalah Pembelajaran Berbasis Masalah. Tujuan penelitian adalah mendeskripsikan sikap-sikap positif berwawasan maritim dan hasil belajar mahasiswa Universitas Terbuka melalui Pembelajaran Berbasis Masalah pada mata kuliah Matematika. Subjek penelitiannya adalah 62 mahasiswa Universitas Terbuka kelompok belajar Sidoarjo. Instrumen penelitiannya adalah perangkat tutorial, lembar pengamatan aktivitas mahasiswa, dan angket respons mahasiswa. Perangkat tersebut terdiri dari Rancangan Aktivitas Tutorial, Satuan Aktivitas Tutorial, Rancangan Evaluasi yang memuat masalah-masalah matematika, dan Lembar Kerja Mahasiswa. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pembelajaran berbasis masalah dapat mendorong mahasiswa berperan aktif dalam mengonstruksi pemahamannya, dan dalam menyelesaikan masalah-masalah matematika secara mandiri. Sikap berwawasan maritim yaitu tekun, pantang menyerah, percaya diri dalam situasi yang tidak biasa, dan keingintahuan yang besar dapat dikembangkan mahasiswa melalui belajar menyelesaikan soal matematika yang bersifat pemecahan masalah. Kondisi tutorial demikian mendorong mahasiswa memiliki rata-rata hasil belajar sebesar 85,92 (skala 0-100).

Kata Kunci: *hasil belajar, masalah matematika, pembelajaran berbasis masalah, sikap berwawasan maritim*

1. Pendahuluan

Tujuan utama mahasiswa belajar matematika adalah memiliki kemampuan berpikir produktif dan sikap-sikap positif (Marzano, Pickering, & McTighe, 1993). Berpikir kritis dan kreatif tergolong berpikir produktif. Berpikir kritis adalah berpikir yang diarahkan untuk memecahkan masalah-masalah matematika. Berpikir kreatif adalah berpikir yang diarahkan untuk menentukan cara atau jawaban berbeda dari masalah-masalah matematika (Solso, 1995; Sternberg & Sternberg, 2012). Secara keseluruhan, kemampuan berpikir dibedakan atas berpikir tingkat tinggi, dan tingkat rendah. Berpikir kritis dan kreatif juga tergolong berpikir tingkat tinggi. Berpikir memanggil dan dasar tergolong berpikir tingkat rendah. Berpikir memanggil adalah berpikir yang diarahkan untuk memanggil informasi/pengetahuan yang telah diingat sebelumnya. Berpikir dasar adalah berpikir yang diarahkan untuk menyelesaikan soal rutin (Krulik, Rudnick, & Milou, 2003).

Masalah matematika itu sendiri berbeda dengan soal rutin. Masalah matematika adalah soal dimana cara penyelesaiannya tidak segera dapat dilihat atau ditentukan oleh siswa (Polya, 1973). Soal rutin adalah soal yang jawabannya dapat

ISBN: 978-602-72198-6-1

ditentukan dengan menerapkan secara langsung suatu rumus/prosedur tertentu (Van De Walle, Karp, & Bay-Williams, 2010). Siswa dapat membuat rencana penyelesaian apabila siswa tersebut memiliki skema pemecahan masalah. Skema tersebut dikonstruksi melalui pengaitan antara pemahaman siswa terhadap: masalah, pengetahuan relevan yang termuat dalam masalah, pengetahuan mengenai pendekatan/strategi dalam memecahkan masalah, dan pengalaman dalam memecahkan masalah-masalah sebelumnya (Mairing, Budayasa, & Juniati, Perbedaan profil pemecahan masalah peraih medali OSN matematika berdasarkan jenis kelamin, 2012; Mairing, Budayasa, & Juniati, Profil pemecahan masalah peraih medali OSN, 2011). Mahasiswa dapat menyelesaikan suatu masalah menggunakan heuristik yang diungkap Polya yaitu memahami masalah, membuat rencana, melaksanakan rencana, dan memeriksa kembali (Polya, Mathematical discovery: On understanding, learning and teaching problem solving, 1981).

Penggunaan masalah matematika dalam kelas juga dapat membantu siswa-siswa untuk mengembangkan sikap-sikap positif yaitu tekun, pantang menyerah, percaya diri dalam situasi yang tidak biasa, dan keingintahuan yang besar (Florida Deparment of Education, 2010; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Ontario Ministry of Education, 2006). Sikap-sikap tersebut juga dkenal sebagai sikap berwawasan maritim dan sangat bermanfaat bukan hanya dalam belajar matematika tetapi dalam kehidupan sehari-hari. Kesuksesan dalam kehidupan sehari-hari dipengaruhi 80% oleh sikap positif, sedangkan 20% nya ditentukan oleh kepintaran.

Dengan demikian, pembelajaran matematika termasuk tutorial di UT (Universitas Terbuka) seharusnya dapat membantu mahasiswa-mahasiswa untuk mengembangkan kemampuan berpikir produktif dan sikap-sikap positif. Akan tetapi, fakta pada mahasiswa UT saat ini menunjukkan kondisi sebaliknya. Hasil nilai UAS mahasiswa UPBJJ-UT Surabaya pada matakuliah Matematika (PDGK 4108) menunjukkan persentase mahasiswa yang lulus sebanyak 36,83% dimana yang memperoleh nilai A, B, dan C secara berturut-turut sebanyak 3.63%; 16.54%; dan 16.66%. Persentase mahasiswa yang tidak lulus sebanyak 63,17% dimana yang memperoleh nilai D dan E secara berturut-turut sebanyak 6,83% dan 56,34%. Lebih lanjut, pengalaman peneliti sebagai tutor UT menunjukkan bahwa mahasiswa belum siap dalam belajar mandiri sehingga cenderung pasif dalam belajar. Kondisi demikian membuat mahasiswa tidak percaya diri dalam belajar, dan menganggap mata kuliah ini sulit.

Kondisi tersebut perlu diatasi. Caranya dengan tutor menerapkan metode belajar yang menekankan pada penggunaan masalah-masalah matematika dalam kegiatan ntutorial. Salah salah metode tersebut adalah PBM (Pembelajaran Berbasis Masalah). Ciri-ciri dari metode ini adalah menyajikan masalah, berfokus pada interdisiplin, penyelidikan otentik, menghasilkan suatu produk, dan kolaborasi. Tujuan PBM adalah (a) membantu mahasiswa memperoleh wawasan sedemikian sehingga mereka dapat memahami materi pelajaran dan memungkinkan mahasiswa melihatnya dari sudut pandang yang berbeda, (b) membantu mahasiswa mengembangkan berpikir mereka, ketrampilan menyelesaikan masalah, belajar peran orang dewasa, menjadi mahasiswa yang mandiri, dan (c) membantu maasiswa mengembangkan ketrampilan berpikirnya menjadi lebih tinggi (Sutawidjaja & Afgani, 2011).

Lebih lanjut, keuntungan dari PBM adalah (a) pengembangan penyelesaian bermakna dari suatu masalah menjadi pencapaian pemahaman yang sangat baik, (b) menyediakan tantangan bagi siswa dan mereka akan memperoleh kepuasaan yang besar dari proses penemuan pengetahuan baruya oleh mereka sendiri, (c) mendorong mahasiswa untuk belajar secara aktif, (d) membantu mahasiswa belajar bagaimana mentransfer pengetahuannya terhadap masalah dunia nyata, (e) membantu membuat mahasiswa lebih bertanggung jawab untuk membentuk dan mengarahkan kemandirian belajar, (f) membantu mahasiswa mengembangkan pengetahuan baru bagi mereka dan merasa bertanggung jawab atas belajarnya, (g) mendatangkan pengalaman belajar yang menarik dan memberi rasa senang, (h) mengembangkan ketrampilan berpikir kritis dan kemampuan dalam mengadaptasi situasi pembelajaran baru, (i) membantu kemampuan mahasiswa dalam menjustifikasi keputusan yang telah dibuatnya, (j) menyediakan kesempatan bagi mahasiswa untuk mengaplikasikan pengetahuannya dalam menyelesaikan masalah dunia nyata, (k) membantu meningkatkan daya ingat dan menyediakan dasar yang bermakna dari proses kontruksi pengetahuan, (l) membantu meningkatkan kepercayaan untuk mencoba cara lain ketika cara yang dilakukan belum berhasil, (m) mendorong mahasiswa berinteraksi secara aktif dan bekerja sama, dan (n) memberikan pemahaman yang lebih baik mengenai kemampuan mahasiswa (Ministry of Education, 2006; Sutawidjaja & Afgani, 2011).

Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan sikap-sikap positif berwawasan maritim dan hasil belajar mahasiswa S1 Pendidikan Guru Sekolah Dasar Universitas Terbuka melalui Pembelajaran Berbasis Masalah pada mata kuliah Matematika. Sikap-sikap tersebut adalah tekun, pantang menyerah, percaya diri dalam situasi yang tidak biasa, dan keingintahuan yang besar.

2. Metode Penelitian

Penelitian ini menggunakan pendekatan kuantitatif dengan jenis penelitian deskriptif dimana peneliti menguraikan hasil-hasil dari penerapan PBM pada subjek penelitian apa adanya (Lonsdale, 2003). Data dalam penelitian ini berupa nilai mahasisswa, persentase mahasiswa yang aktif dalam tutorial, dan persentase mahasiswa yang merespons positif terhadap tutorial dengan PBM.

Subjek penelitian adalah mahasiswa semester II PGSD S1 Pokjar Sidoarjo UPPBJ UT Surabaya sebanyak 62 yang terdiri dari 2 kelas yaitu kelas A dan B. Mahasiswa di kelas sebanyak A adalah 30 orang, dan kelas B sebanyak 32 orang. Penelitiannya dilakanakan di SMA Negeri 1 Sidoarjo yang merupakan salah satu tempat pelaksanaan kegiatan tutorial Pokjar Sidoarjo

Instrumen penelitiannya adalah perangkat tutorial, LPAM (lembar pengamatan aktivitas mahasiswa), dan angket respons mahasiswa. Perangkat tersebut terdiri dari RAT (Rancangan Aktivitas Tutorial), SAT (Satuan Aktivitas Tutorial), RE (Rancangan Evaluasi) yang memuat masalah-masalah matematika, dan LKM (Lembar Kerja

ISBN: 978-602-72198-6-1

Mahasiswa). Kegiatan tutorial dalam SAT didasarkan pada PBM dengan tahap-tahap pada Tabel 1 (Sutawidjaja & Afgani, 2011).

Tabel 1. Tahap-tahap PBM

Tahap		Perilaku Tutor
1.	Memberikan orientasi tentang permasalahan kepada mahasiswa	Tutor membahas tujuan tutorial, mendeskripsikan berbagai kebutuhan logistik penting dan memotivasi mahasiswa untuk terlibat dalam kegiatan menyelesaikan masalah.
2.	Mengorganisasikan mahasiswa untuk meneliti atau memahami masalah dan merencanakan penyelesaiannya	Tutor membantu mahasiswa untuk mendefinisikan dan mengorganisasikan tugas-tugas belajar yang terkait dengan masalah.
3.	Membantu investigasi mandiri atau kelompok	Tutor mendorong siswa untuk mendapatkan informasi yang tepat, melaksanakn eksprimen dan mendapatkan penyelesaian masalah.
4.	Mengembangkan dan mempresentasikan model solusi dan penyajian	Tutor membantu siswa dalam merencanakan dan menyiapkan bahan-bahan untuk presentasi dan diskusi seperti laporan, rekaman video dan membantu mahasiswa menyiapkan presentasi.
5.	Menganalisis dan mengevaluasi proses pemecahan masalah	Tutor membantu mahasiswa untuk melakukan refleksi terhadap proses investagasinya dan proses-proses lainnya yang digunakan untuk menyelesaikan masalah.

Pengumpulan data dilakukan menggunakan LKM, LPAM, angket respons mahasiswa, masalah-masalah matematika yang termuat dalam Tugas 1, 2 dan 3 di RE. Peneliti dibantu lima pengamat dalam mengamati keaktifan mahasiswa, dan sikap-sikap positif yang muncul dalam tutorial. Sikap-sikap tersebut juga dikumpulkan menggunakan angket respons. Data-data yang telah dikumpulkan tersebut kemudian dideskripsikan apa adanya, dan dianalisis secara deskriptif dalam bentuk tabel dan bilangan yang menyatakan persentase dan hasil belajar mahasiswa.

3. Hasil Penelitian dan Pembahasan

Hasil Penelitian

Penerapan PBM baik di kelas A dan B dilaksanakan selama 8 kali sesuai jadwal pertemuan tutorial. Ada lima pengamat yang membantu peneliti untuk mengumpulkan data menggunakan LPAM. Hasilnya ditunjukkan Tabel 2 dimana persentase di setiap aktivitas adalah persentase dari banyak aktivitas tersebut muncul di setiap pertemuan dibagi banyak mahasiswa di masing-masing kelas. Sebagai contoh, rata-rata persentase banyak pertanyaan, pendapat atau jawaban yang diajukan dibandingkan dengan banyak

ISBN: 978-602-72198-6-1

mahasiswa di kelas B sebesar 113% yang berarti aktivitas tersebut muncul dalam kegiatan tutorial lebih banyak dari jumlah mahasiswa.

Tabel 2. Hasil Pengamatan Aktivitas Mahasiswa

No	Aktivitas	Kelas		Rata-rata
		A	B	
1	Mahasiswa mencari informasi dari LKM atau modul	68%	118%	93%
2	Mahasiswa mengajukan pertanyaan, pendapat atau jawaban berkaitan dengan masalah matematika yang ada di LKM	77%	113%	95%
3	Mahasiswa menulis penyelesaian msasalah dalam kegiatan diskusi kelompok	74%	100%	87te%
4	Mahasiswa merespons hasil presentasi dengan mengajukan pertanyaan, pendapat, atau jawaban	41%	66%	53,5%
5	Mahasiswa memberikan jawaban atau cara yang berbeda dalam diskusi kelas	12%	2%	7%

Hasil pengamatan menunjukkan bahwa mahasiswa berusaha menyelesaikan masalah matematika dengan mencari inforamsi dalam LKM atau modul, dan berdiskusi dengan teman sekelompok untuk menyelesaikan masalah dalam LKM dengan rata-rata persentase aktivitas tersebut secara berturut-turut sebanyak 93% dan 95%. Penyelesaian masalah itu sendiri membutuhkan sikap tekun, pantang menyerah, percaya diri dalam situasi yang tidak biasa, dan keingintahuan yang besar (Pimta, Tayruakham, & Nuangchalerm, 2009).

Tabel 3. Persentase Mahasiswa yang Menyatakan Setuju atau Sangat Setuju

No	Pernyataan	Kelas		Rata-Rata
		A	B	
1	Anda senang mengikuti tutorial matematika dengan PBM	94%	91%	92,5%
2	Anda merasa memahami materi-materi dalam modul dengan belajar menggunakan PBM	79%	86%	82,5%
3	Anda termotivasi untuk mempelajari materi dan menyelesaikan masalah dalam modul secara mandiri setelah mengikuti kegiatan tutorial dengan PBM	81%	91%	86%
4	Anda didengarkan dan diperhatikan selama tutorial matematika oleh teman atau tutor.	91%	94%	92,5%
5	Anda dibimbing tutor selama kegiatan diskusi/tutorial untuk menyelesaikan masalah.	94%	92%	93%

Hasil pengamatan tersebut juga sejalan dengan hasil angket respons mahasiswa dimana mahasiswa dapat memilih 1 (sangat tidak setuju), 2 (tidak setuju), 3 (ragu-ragu), 4 (setuju), atau 5 (sangat setuju) di setiap pernyataan. Hasilnya menunjukkan bahwa rata-rata persentase mahasiswa yang termotivasi untuk mempelajari materi dan menyelesaikan masalah-masalah dalam LKM secara mandiri sebanyak 86%. Lebih lanjut, ada 92,5% mahasiswa yang senang dengan kegiatan tutorial menggunakan PBM.

Dengan demikian, penerapan PBM dapal kegiatan tutorial mata kuliah matematika membantu mahasiswa-mahasiswa UT mengembangkan sikap-sikap positif berwawasan maritim.

Penerapan PBM juga membantu mahasiswa memahami materi-materi dalam modul matakuliah Matematika. Ada 82,5% mahasiswa yang menyatakan setuju atau sangat setuju dengan pernyataan tersebut (Tabel 3). Hasil tersebut sejalan dengan nilai tutorial yang diperoleh mahasiswa pada mata kuliah Matematika (skala 0–100). Nilai tersebut adalah rata-rata nilai pada Tugas 1, 2 dan 3 dimana tugas-tugas tersebut memuat masalah-masalah matematika. Hasilnya menunjukkan bahwa rata-rata nilai mahasiswa sebesar 85,92. Nilai minimum yang diperoleh mahasiswa di kedua kelas lebih dari 80 yang berarti semua mahasiswa memperoleh nilai dengan huruf mutu A (Tabel 4).

Tabel 4. Rata-rata Nilai Mahasiswa di Kelas A dan B

	Kelas A	**Kelas B**	**Gabungan**
Rata-rata	85,14	86,72	85,92
Maksimum	89,2	90,3	90,3
Minimum	81	82,2	81

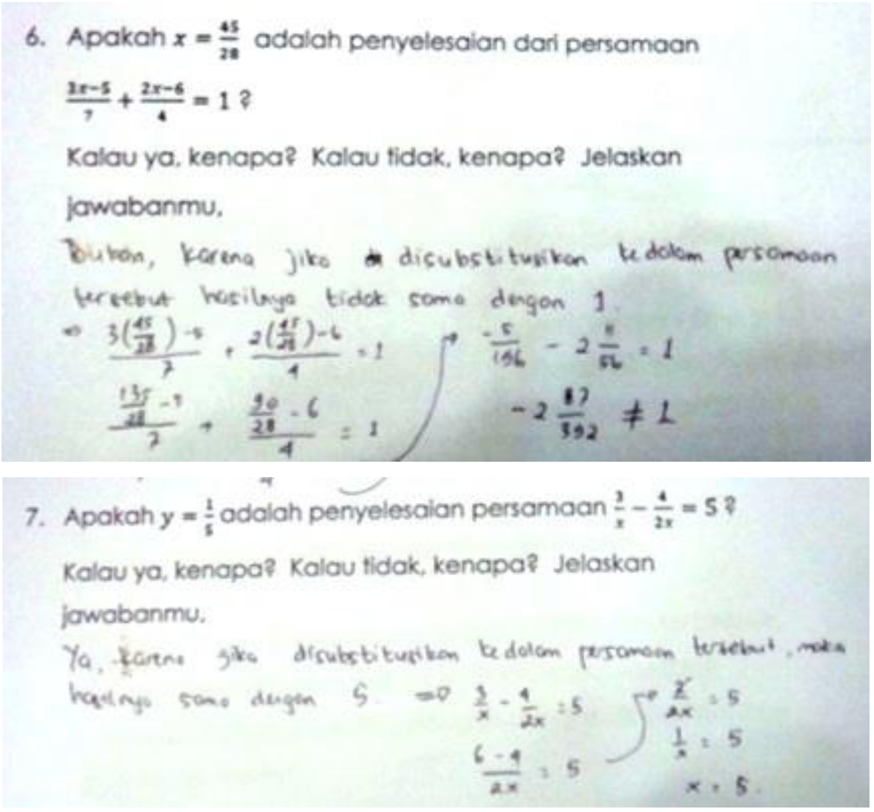
Nilai di atas 80 yang diperoleh mahasiswa menunjukkan bahwa mahasiswa mampu menyelesaikan masalah-masalah matematika. Kondisi tersebut menyatakan bahwa mahasiswa memiliki kemampuan berpikir kritis. Lebih lanjut, ada 7% mahasiswa yang memberikan jawaban atau cara penyelesaian masalah yang berbeda dari yang dipresentasikan oleh temannya di depan kelas. Mahasiswa yang demikian telah memiliki kemampuan berpikir tertinggi yaitu berpikir kreatif.

Dengan demikian, penerapan PBM dapal kegiatan tutorial mata kuliah Matematika membantu mahasiswa-mahasiswa UT memahami materi-materi dalam modul, memperoleh hasil belajar di atas 80, dan memiliki kemampuan berpikir tingkat tinggi. Hal tersebut juga tampak dari penyelesaian mahasiswa dimana mahasiswa diminta untuk memberikan alasan (*reasoning*) dari jawaban yang dibuatnya (Gambar 1). Penyelesaian tersebut juga menunjukkan bahwa pemahaman mahasiswa terhadap materi bukan hanya pada tingkat prosedural saja, misalkan "cara menyelesaikan suatu persamaan linear satu variabel (PLSV) atau cara menghitung rata-rata". tetapi pada tingkat konseptual, misalkan "mengapa cara menyelesaikan suatu PLSV demikian atau kenapa rata-rata disebut sebagai ukuran pemusatan?".

LKM disusun berdasarkan kerangka pikir bahwa tutorial bukan hanya agar mahasiswa dapat berhitung atau menyelesaikan sesuatu, tapi bagaimana mahasiswa memiliki pemahaman yang mendalam terhadap materi-materi dalam mata kuliah

ISBN: 978-602-72198-6-1

Matematika. Sehingga hal-hal dalam materi yang berkaitan dengan pengetahuan prosedural, mahasiswa secara mandiri mempelajarinya. Sebagai contoh, mahasiswa diberikan masalah untuk menggambar suatu diagram Statistika dengan data berat atau tinggi badan mahasiswa itu sendiri secara mandiri, tanpa terlebih dahulu tutor mengajarkan bagaimana cara membuat diagaram-diagram tersebut. Dengan demikian, PBM dapat mendorong mahasiswa berperan secara aktif untuk memperoleh pengetahuan mendalam terhadap materi-materi kuliah dan mendorong mahasiswa menjadi pebelajar yang mandiri. Hal tersebut sesuai dengan prinsip dasar dari tutorial.



Gambar 1. Contoh Penyelesaian Mahasiswa

Pembahasan

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa PBM dapat membantu mahasiswa memiliki pemahaman konseptual dan kemampuan dalam menyelesaikan masalah. Hasil ini sejalan dengan hasil-hasil penelitian sebelumnya yang menyatakan bahwa kemampuan pemecahan masalah dapat meningkat melalui metode PBM (Pitajeng, 2006; Prayanti, Sadra, & Sudiarta, 2014; Sari, 2014), Lebih lanjut, hasil penelitian ini juga menguatkan teori-teori yang menyatakan bahwa kemampuan pebelajar dalam memecahkan masalah meningkat dipengaruhi oleh metode belajar yang digunakan guru, sikap guru dalam belajar memecahkan masalah, dan pebelajar perlu diberi kesempatan sesering mungkin untuk belajar memecahkan masalah-masalah (Ho & Hedberg, 2005; Krulik, Rudnick, & Milou, 2003).

Hasil penelitian ini juga menunjukkan bahwa PBM dapat membantu mahasiswa mengembangkan sikap-sikap positif yaitu tekun, pantang menyerah, percaya diri dalam situasi yang tidak biasa, dan keingintahuan yang besar. Ini karena untuk memecahkan suatu masalah terkadang siswa perlu membaca masalah berulang kali untuk memahami dan membentuk gambar mental yang sesuai, membaca modul atau LKM lebih dari sekali untuk memahami konsep yang termuat dalam masalah, atau mencoba membuat rencana dan melaksanakannya berkali-kali untuk menentukan jawaban dari masalah. Aktivitas demikian mendorong mahasiswa memiliki sikap tekun, pantang menyerah, dan keingintahuan yang besar. Lebih lanjut, PBM juga mendorong mahasiswa untuk aktif dalam tutorial dengan bertanya dan mengemukakan pendapat/jawaban dalam diskusi kelompok, dan mempresentasikan penyelesaian yang dibuat di depan kelas. Aktivitas tersebut mendorong mahasiswa memiliki sikap percaya diri dalam situasi yang tidak biasa. Hasil tersebut sejalan dengan teori dan penelitian sebelumnya yang menyatakan bahwa sikap pebelajar dipengaruhi oleh metode yang digunakan oleh guru dalam kelas (Akonsola & Olowojaiye, 2008; Prayitno, 2006).

4. Kesimpulan dan Saran

Tujuan penelitian ini adalah mendeskripsikan sikap-sikap positif berwawasan maritim dan hasil belajar mahasiswa S1 Pendidikan Guru Sekolah Dasar Universitas Terbuka melalui Pembelajaran Berbasis Masalah pada mata kuliah Matematika. Hasil penelitian ini menunjukkan PBM dapat mendorong mahasiswa aktif dalam tutorial. Hal tersebut ditunjukkan oleh mahasiswa berusaha menyelesaikan masalah matematika dengan mencari inforamsi dalam LKM atau modul, dan berdiskusi dengan teman sekelompok untuk menyelesaikan masalah dalam LKM dengan rata-rata persentase aktivitas tersebut secara berturut-turut sebanyak 93% dan 95%. Lebih lanjut, rata-rata persentase mahasiswa yang termotivasi untuk mempelajari materi dan menyelesaikan masalah-masalah dalam LKM secara mandiri sebanyak 86%. Lebih lanjut, ada 92,5% mahasiswa yang senang dengan kegiatan tutorial menggunakan PBM. Penggunaan masalah dalam kegiatan tutorial, dan keaktifan mahasiswa tersebut mendorong mahasiswa memiliki sikap psoitif berwawasan maritim yaitu tekun, pantang menyerah, percaya diri dalam situasi yang tidak biasa, dan keingintahuan yang besar.

Hasil penelitian ini juga menunjukkan bahwa rata-rata nilai mahasiswa sebesar 85,92 (skala 0–100). Nilai minimum yang diperoleh mahasiswa di kedua kelas lebih dari 80 yang berarti semua mahasiswa memperoleh nilai dengan huruf mutu A. Penyelesaian mahasiswa juga menunjukkan bahwa PBM dapat membantu mahasiswa memiliki pemahaman konseptual. Mahasiswa yang memiliki pemahaman ini lebih mampu dalam memecahkan masalah dibanding yang tidak memilikinya. Lebih lanjut, ada 7% mahasiswa yang memberikan jawaban atau cara penyelesaian masalah yang berbeda dari yang dipresentasikan oleh temannya di depan kelas. Mahasiswa yang demikian telah memiliki kemampuan berpikir tingkat tinggi.

Dengan demikian, PBM dapat digunakan dalam tutorial-tutorial di Universitas Terbuka khususnya pada mata kuliah berkaitan dengan matematika. Penerapan metode ini dapat membantu mahasiswa memiliki sikap-sikap positif berwawasan maritim dan kemampuan dalam memecahkan masalah-masalah. Pada saat implementasi, tutor perlu memperhatikan waktu pada diskusi kelompok agar mahasiswa memiliki waktu untuk refleksi dan menentukan cara atau jawaban berbeda dari masalah pada diskusi kelas, dan membuat kesimpulan. Kegiatan tersebut membatu mahasiswa untuk mengembangkan kemampuan berpikir tingkat tinggi. Tutor juga seharusnya membimbing mahasiswa untuk menyelesaikan masalah pada diskusi kelompok mulai dari memahami masalah, membuat rencana, melaksanakan rencana, dan memeriksa kembali.

Daftar Pustaka

[1] Akonsola, M. K., & Olowojaiye, F. (2008). Teacher instructional methods and students' attitudes towards mathematics. *International Electronic Journal of Mathematics Education, III*(1), 60-73.

[2] Florida Deparment of Education. (2010). *Classroom cognitive and metacognitive strategies for teachers.* Tallahassee, Florida: Bureau of Exceptional Education and Student Services.

[3] Ho, K. F., & Hedberg, J. G. (2005). Teachers' pedagogies and their impact on students' mathematical problem solving. *Journal of Mathematical Behaviour, 24*, 238–252. doi:10.1016/j.jmathb.2005.09.006

[4] Krulik, S., Rudnick, J., & Milou, E. (2003). *Teaching mathematics in middle schools. A practical guide.* Boston, MA: Pearson Education Inc.

[5] Lonsdale, M. (2003). *Impact of school libraries on student achievement: A review of the research.* Camberwell Victoria, Australia: Australian Council for Educational Research.

[6] Mairing, J. P., Budayasa, I. K., & Juniati, D. (2011). Profil pemecahan masalah peraih medali OSN. *Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran, 18*(1), 65–71. Retrieved from http://journal.um.ac.id/index.php/pendidikan-dan-pembelajaran/article/viewFile/2758/508

[7] Mairing, J. P., Budayasa, I. K., & Juniati, D. (2012). Perbedaan profil pemecahan masalah peraih medali OSN matematika berdasarkan jenis kelamin. *Jurnal Ilmu Pendidikan, 18*(2), 125–134. doi:10.17977/jip.v18i2.3612

[8] Marzano, R. J., Pickering, D., & McTighe, J. (1993). *Assessing student outcomes.* Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

[9] Ministry of Education. (2006). *A guide to effective instruction in mathematics kindergarten to grade 6, volume two: Problem solving and communication.* Toronto, Canada: Ontario Ministry of Education.

[10] National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc.

[11] Ontario Ministry of Education. (2006). *A guide to effective instruction in mathematics kindergarten to grade 6, volume two: Problem solving and communication.* Toronto, Canada: Ontario Ministry of Education.

[12] Pimta, S., Tayruakham, S., & Nuangchalerm, P. (2009). Factors influencing mathematics problem solving ability of sixth grade students. *Journal of Social Sciences, 5*(4), 381–385. Retrieved May 7, 2012, from http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED506983.pdf

[13] Pitajeng. (2006). Peningkatan kemampuan pemecahan masalah dengan pembelajaran kontekstual dan penggunaan open ended problems. *Jurnal Kependidikan, 36*(1). Retrieved from http://journal.uny.ac.id/index.php/jk/article/view/7285

[14] Polya, G. (1973). *How to solve it* (2 ed.). Princeton, NJ: Princeton University Press.

[15] Polya, G. (1981). *Mathematical discovery: On understanding, learning and teaching problem solving.* New York, NY: John Wiley & Sons, Inc.

[16] Prayanti, N. P., Sadra, T. W., & Sudiarta, I. G. (2014). Pengaruh strategi pembelajaran pemecahan masalah berorientasi masalah matematika terbuka terhadap kemampuan pemecahan masalah ditinjau dari keterampilan metakognitif siswa kelas VII SMP Sapta Andika Denpasar tahun pelajaran 2013/2014. *eJournal Program Pascasarjana Universitas Pendidikan Ganesha, 3*(1). Retrieved from http://pasca.undiksha.ac.id/e-journal/index.php/JPM/article/view/1345/1037

[17] Prayitno, S. (2006). Model pembelajaran berbasis masalah untuk meningkatkan aktivitas dan hasil belajar pada perkuliahan teori peluang. *Jurnal Kependidikan*, *36*(2), 223–226. Retrieved from http://journal.uny.ac.id/index.php/jk/article/view/7300

[18] Sari, N. (2014). Peningkatan kemampuan pemecahan masalah matematis melalui pembelajaran berbasis masalah dan pembelajaran konvensional pada mahasiswa STMIK di kota Medan. *Jurnal Saintech, 6*(4), 106–111.

[19] Solso, R. L. (1995). *Cognitive psychology* (4 ed.). Needham Heights, MA: Allyn & Bacon.

[20] Sternberg, R. J., & Sternberg, K. (2012). *Cognitive psychology* (6 ed.). Belmont, CA: Wadsworth Cengage Learning.

[21] Sutawidjaja, A., & Afgani, J. (2011). *Pembelajaran matematika.* Jakarta, Indonesia: PT Universitas Terbuka.

[22] Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (7th ed.). Boston, MA: Ally & Bacon.